

A. HECK, K. SEITZ, T. GROMBEIN,
M. MAYER, J.-M. STÖVHASE, H. SUMAYA,
M. WAMPACH, M. WESTERHAUS,
L. DALHEIMER, P. SENGER (Hrsg.)

(Schw)Ehre, wem (Schw)Ehre gebührt

Festschrift zur Verabschiedung von
Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. Bernhard Heck

A. Heck, K. Seitz, T. Grombein, M. Mayer, J.-M. Stövhase, H. Sumaya,
M. Wampach, M. Westerhaus, L. Dalheimer, P. Senger (Hrsg.)

(Schw)Ehre, wem (Schw)Ehre gebührt

Festschrift zur Verabschiedung von Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. Bernhard Heck

Karlsruher Institut für Technologie
Schriftenreihe des Studiengangs Geodäsie und Geoinformatik
2018, 1

Eine Übersicht aller bisher in dieser Schriftenreihe erschienenen Bände finden Sie am Ende des Buches.

(Schw)Ehre, wem (Schw)Ehre gebührt

Festschrift zur Verabschiedung von
Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. Bernhard Heck

Herausgegeben von
Alexandra Heck, Kurt Seitz, Thomas Grombein, Michael Mayer,
Jan-Moritz Stövhase, Hael Sumaya, Maryse Wampach,
Malte Westerhaus, Lisa Dalheimer, Philipp Senger

Impressum



Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
KIT Scientific Publishing
Straße am Forum 2
D-76131 Karlsruhe

KIT Scientific Publishing is a registered trademark
of Karlsruhe Institute of Technology.
Reprint using the book cover is not allowed.

www.ksp.kit.edu



*This document – excluding the cover, pictures and graphs – is licensed
under a Creative Commons Attribution-Share Alike 4.0 International License
(CC BY-SA 4.0): <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.en>*



*The cover page is licensed under a Creative Commons
Attribution-No Derivatives 4.0 International License (CC BY-ND 4.0):
<https://creativecommons.org/licenses/by-nd/4.0/deed.en>*

Print on Demand 2018 – Gedruckt auf FSC-zertifiziertem Papier

ISSN 1612-9733

ISBN 978-3-7315-0777-2

DOI 10.5445/KSP/1000080324

Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. Bernhard Heck



Lehrstuhlinhaber von 1991 bis 2018

Lehrstuhl für Physikalische und Satellitengeodäsie

Vorwort zur Festschrift für Professor Heck

Die Geodäsie kann auf ein faszinierendes und sehr erfolgreiches halbes Jahrhundert zurückblicken. Es entstanden neuartige, effiziente und sehr genaue Messverfahren. Wie kaum eine andere Disziplin profitierte die Geodäsie von den schnell wachsenden Möglichkeiten elektronischer Rechenanlagen. Noch tiefgreifender war in seinen Auswirkungen der Eintritt ins Raumfahrtzeitalter. Erstmals ließ sich die Erde als Ganzes erfassen, Ozeane und Eisschilde sind keine unüberwindbaren Hindernisse mehr. Die Messungen aus dem Weltraum sind uniform und dreidimensional. Und, da die Erde schon in wenigen Tagen global mit Messungen überdeckt werden kann, entstanden durch Wiederholung Zeitreihen, aus denen sich die räumlichen und zeitlichen Veränderungen von Figur und Schwerefeld ablesen lassen. Die Geodäsie entwickelte sich im Rahmen der Erforschung des Erdsystems und des Klimawandels zu einer Schlüsseldisziplin. Allerdings legte dieser grundlegende Wandel auch die Unvollkommenheiten und Lücken des bestehenden methodischen Gebäudes der Geodäsie bloß, das in wichtigen Teilen noch auf Helmert zurückreichte. Es wurden Defizite sichtbar, die es schnell zu beheben galt.

Professor Bernhard Heck hat zentrale Beiträge zu dieser Erfolgsgeschichte geliefert. Exemplarisch genannt seien seine Arbeiten zur Lösung der Geodätischen Randwertaufgaben, zur Verbindung von Topographie und Schwerefeld, zur Vereinheitlichung der globalen Höhensysteme und zur Kinematik und Dynamik des Rheingrabens. Aber auch das Standardwerk zur Landesvermessung „Rechenverfahren und Auswertemodelle der Landesvermessung“ (1995) stammt aus Bernhard Hecks Feder. Dieses Lehrbuch war eine große Herausforderung in einer Zeit, in der einerseits die traditionelle Landesvermessung vermehrt durch die moderne Satellitenpositionierung abgelöst wurde, andererseits aber die klassischen Grundlagen weiter nutzbar bleiben sollten. Mit seinen Arbeiten hat Bernhard Heck die große Tradition der Karlsruher Geodäsie erfolgreich fortgesetzt und vertieft. Die enge Zusammenarbeit mit der Geophysik im Gemeinschaftsobservatorium Schiltach und lehrebezogen mit dem INSA Strasbourg sind in diesem Zusammenhang ebenso von Bedeutung wie die enge Partnerschaft mit der Geodäsie der TU Budapest oder der Austausch in Wissenschaft und Lehre mit Curitiba (Brasilien). Seine tiefeschürfende, konstruktive und ausgleichende Art führte auch dazu, dass Bernhard Heck gebeten wurde, viele bedeutende und verantwortungsvolle Ämter nicht nur in der eigenen Fakultät und Universität, sondern auch in der Deutschen Geodätischen Kommission und der Internationalen Assoziation für Geodäsie zu übernehmen.

Diese Festschrift ist eine Dankbezeugung an Professor Bernhard Heck. Die Beiträge seiner jetzigen und früheren Mitarbeiter, Kollegen und Wegbegleiter spiegeln sehr eindrucksvoll die Bandbreite und den Tiefgang seines wissenschaftlichen und akademischen Wirkens wider. Nun, vollkommen losgelöst von den vielfältigen Pflichten des aktiven Hochschullehrers, ist Bernhard Heck frei in der Wahl seiner Aktivitäten. Vielleicht kann ihn der eine oder andere Beitrag dieses Bündels dazu ermuntern, offene Themen der Geodäsie und seiner Nachbardisziplinen in gewohnter Weitsicht und Tiefe aufzugreifen.

Inhaltsverzeichnis

Biographie	vii
Betreute Dissertationen und Habilitationen	ix
Publikationen	xiii
Estimation of GRACE-like geopotential models	1
Hussein A. Abd-Elmotaal	
Bernhard Heck and Hungary	7
József Ádám	
Hybrid symbolic-numeric methods in geosciences	11
Joseph L. Awange, Béla Paláncz, Lajos Völgyesi, and Szabolcs Rózsa	
Environmental Geodesy: state of the art	19
Joseph L. Awange	
Kataster für Brasilien	29
Hans-Peter Bähr	
A method for describing the uncertainty in geophysical models	37
Riccardo Barzaghi	
Ein Blick auf die Randverwerfung des Oberrheingrabens – die geodätische Messstation „darmstadtium“	41
Matthias Becker, Andreas Henk und Rouwen Lehné	
Außeruniversitärer Berufsalltag im Studium	45
Luz Berendt, Erwin Drixler, Christoph Hermann, Wolf-Dieter Simmank und Jürgen Trenkle	
The role of two-point functions in geodesy and their classification	49
Balaji Devaraju and Nico Sneeuw	
Frequency response of the superconducting gravimeter SG 056	57
Thomas Forbriger and Alexandra Heck	
The Brazilian GNSS antenna calibration station: technical results and achievements of a cooperation between Brazil and Germany	69
Jaime Freiburger Junior, Suelen Cristina Movio Huinca, Cláudia Pereira Krueger, Andreas Knöpfler, Michael Mayer, and Kurt Seitz	

Efforts for aligning the Brazilian Height System to the International Height Reference System	75
Sílvio R. C. de Freitas, Vagner G. Ferreira, and Roberto T. Luz	
Combination of GNSS and InSAR measured at co-located geodetic monitoring sites	83
Thomas Fuhrmann and Matthew Garthwaite	
Research frame work at LACCOST, UFPE, Brazil	95
Rodrigo Mikosz Gonçalves, Joseph L. Awange, Heithor Alexandre de Araujo Queiroz, Absalão Aranha Nascimento, Inessa Racine Gomes de Araújo, and Daniel Quintino Silva	
Zur Realisierung eines einheitlichen globalen Höhendatums	101
Thomas Grombein und Kurt Seitz	
Geringe Unsicherheit und ein hoher Grad des Vertrauens – zum Abschied von Bernhard Heck	109
Maria Hennes	
Grußwort der baden-württembergischen Geodäsie-Verbände	115
Gerd Holzwarth	
The spectral response of Stokes’s integral to modification and truncation	117
Jianliang Huang and Marc Véronneau	
Multisensornavigation auf Bayes’scher Grundlage – Stand, Anwendungen und Entwicklungen	123
Reiner Jäger	
Randwertprobleme in geometrischer Sichtweise	131
Wolfgang Keller	
Impact of systematic errors in gravity and heights on a quasi-geoid model for the Netherlands and Belgium	137
Roland Klees and Cornelis Slobbe	
Vulkanmonitoring mittels bistatischer TanDEM-X SAR-Interferometrie	145
Julia Kubanek	
On the approximation of a tesseroid by a rectangular prism	153
Michael Kuhn	
Geodäsie im gesellschaftlichen Kontext	163
Hansjörg Kutterer	
Interdisciplinarity and Responsibility for Land Use, GIS and Eco-systems <i>Some problems of social traps</i>	171
Hans Lenk	

Geodätische Expertise bei der Entwicklung großer Systeme durch Systems Engineering Teams	179
Ulrich Lenk	
Size and power of tests for assessing weak stationarity of time series data: an empirical investigation	187
Xiaoguang Luo	
Kompetent in den höheren vermessungstechnischen Verwaltungsdienst – Ein akzentuierter Rückblick auf die wissenschaftliche Ausbildung am KIT	195
Michael Mayer, Christoph Haberkorn, Sabine Mann und Franziska Wild-Pfeiffer	
Was kommt nach der Promotion? – Ein kompetenzorientierter Diskurs	203
Michael Mayer, Thomas Fuhrmann, Andreas Knöpfler und Xiaoguang Luo	
A long-term cooperation in education and research in the field of geodesy between KIT and UFPR	209
Claudia Pereira Kruger and Jorge Antônio Silva Centeno	
Geodätische Projekte für Archäologie und Denkmalschutz als Bestandteile eines praxisbezogenen Studiums	217
Tilman Müller	
Deformationsmessungen an einer unterirdischen Staumauer in der Region Gunung Kidul, Indonesien	223
Norbert Rösch, Martin Vetter und Günter Schmitt	
A new approach for assessing tropospheric delay model performance for safety-of-life GNSS applications	229
Szabolcs Rózsa	
Ein modernes Welthöhensystem nach Bruns (1878)	237
Reiner Rummel	
Recovering undifferenced GNSS observations from double differences – use and limits	245
Steffen Schön	
Die Karlsruher Tesseroidmethode	255
Kurt Seitz und Thomas Grombein	
Harmonic downward continuation of gravity anomalies	265
Petr Vaníček	
Bestimmung von Trendänderungen in InSAR-Zeitreihen	267
Maryse Wampach und Malte Westerhaus	
Observing the Earth’s magnetic field in an underground observatory: a case study from BFO	281
Rudolf Widmer-Schmidrig, Peter Duffner, Thomas Forbriger, and Walter Zürn	

Auswirkungen der Datumswahl bei der Berechnung und Beurteilung von Vertikalbewegungen	295
Karl Zippelt	
Spezielle Störungen in Registrierungen des Supraleitenden Gravimeters SG-056 am BFO	303
Walter Zürn und Peter Duffner	

Biographie

1951 Geboren in Au am Rhein/Deutschland

Ausbildung und akademische Titel

1969 – 1974 Studium des Vermessungswesens an der Universität Karlsruhe
Abschluss „Diplomingenieur“

1979 Promotion zum Dr.-Ing., Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Universität Karlsruhe

1984 Habilitation und Erteilung der Lehrbefähigung für das Fachgebiet Geodäsie, Universität Karlsruhe

Akademische Positionen

1974 – 1979 Wissenschaftlicher Angestellter am Geodätischen Institut der Universität Karlsruhe

1979 – 1985 Hochschulassistent am Geodätischen Institut der Universität Karlsruhe

1985 – 1991 Privatdozent am Geodätischen Institut der Universität Stuttgart als Heisenberg-Stipendiat der DFG

1991 – 2018 Universitätsprofessor (Lehrstuhl für Physikalische und Satellitengeodäsie) am Geodätischen Institut der Universität Karlsruhe/Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

Forschung

Physikalische Geodäsie Terrestrische und satellitengestützte Schwerefeldbestimmung, geodätische Randwertprobleme, vertikale Referenzsysteme, Modellierung von topographisch-isostatischen Effekten

Satellitengeodäsie Positionierung mit GNSS (Reduktion der Fehlereinflüsse von Mehrwege- und atmosphärischen Effekten, Antennenkalibrierung; Bestimmung des kondensierten Wasserdampfgehalts aus GNSS-Signalen)

Mathematische Geodäsie Lehrbuch über geodätische Referenzsysteme; deterministische und stochastische Modelle der geodätischen Deformationsanalyse, Analyse von Zeitreihen permanenter GNSS-Stationen, stochastische Modelle für GNSS-Beobachtungen

Interdisziplinäre Projekte Rezente Krustenbewegungen in der Region des Oberrheingrabens und der antarktischen Halbinsel. Nutzung von InSAR-Methoden zur Bestimmung von Deformationen der Erdoberfläche

Forschungsaufenthalte

Sept. – Okt. 1981 Faculteit der Geodesie TU Delft, NL

Juni – Aug. 1988 Faculteit der Geodesie TU Delft, NL

Aug. – Nov. 1989 Dept. of Geodetic Science and Surveying, Ohio State University, Columbus/OH, USA

April – Juli 2001 Dept. of Geomatics Engineering, University of Calgary, CA

Aug. – Sept. 2008 National Geodetic Survey, Silver Spring, MD, USA

Feb. – April 2015 Dept. of Spatial Sciences, Curtin University, Perth, Australia

Gastdozenturen

Sept. – Okt. 1996	TU Budapest/Ungarn
06.03. – 31.03.2004	Universidade Federal do Paraná, Curitiba/Brasilien
27.02. – 23.03.2005	Universidade Federal do Paraná, Curitiba/Brasilien
25.02. – 10.03.2011	Universidad de Concepcion, Concepcion/Chile
02.03. – 11.03.2013	Universidad de Concepcion, Concepcion/Chile

Ämter und Funktionen (Auswahl)

1996 – 2009	Studiendekan für den Studiengang Geodäsie und Geoinformatik an der Universität Karlsruhe
1999 – 2003	Präsident der Sektion IV - General Theory and Methodology der International Association of Geodesy (IAG)
1999 – 2018	Direktor des geowissenschaftlichen Gemeinschaftsobservatoriums der Universitäten Karlsruhe und Stuttgart in Schiltach/Schwarzwald (BFO)
2001 – 2007	Mitglied im Scientific Steering Committee des EUCOR-URGENT-Projekts
2006 – 2007	Sprecher des EUCOR-URGENT Scientific Steering Committee
2004 – 2008	Sprecher des wissenschaftlichen Beirats der Deutschen Geodätischen Kommission (DGK)
2008 – 2010	Programmbeauftragter für den deutsch-französischen Doppeldiplom-Studiengang „Geodäsie und Geoinformatik/Topographie“ mit dem INSA de Strasbourg
2010 – 2015	Sprecher des Wissenschaftlichen Ausschusses der DGK
Okt. 2010 – Sept. 2012	Dekan der Fakultät für Bauingenieur-, Geo- und Umweltwissenschaften am KIT
Okt. 2015 – Sept. 2017	Prodekan der Fakultät für Bauingenieur-, Geo- und Umweltwissenschaften am KIT

Auszeichnungen

1986 – 1991	Heisenberg-Forschungsstipendium der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG)
1991	Fellow der International Association of Geodesy (IAG)
2006	Dr.h.c. an der Universität für Technologie und Wirtschaft in Budapest, Ungarn
2013	Honorary Member, Hungarian Academy of Sciences

Betreute Dissertationen und Habilitationen

Hauptreferate

12.12.1996	Ulrike Klein	Analyse und Vergleich unterschiedlicher Modelle der dreidimensionalen Geodäsie
06.02.1997	Kurt Seitz	Ellipsoidische und topographische Effekte im geodätischen Randwertproblem
11.02.1999	Sammy Mulei Musyoka	A Model for a Four-Dimensional Integrated Regional Geodetic Network
12.07.1999	Michael Kuhn	Geoidbestimmung unter Verwendung verschiedener Dichtehypothesen
09.12.2004	Jochen Howind	Analyse des stochastischen Modells von GPS-Trägerphasenbeobachtungen
03.02.2005	Michael Mayer	Modellbildung für die Auswertung von GPS-Messungen im Bereich der Antarktischen Halbinsel
23.05.2007	Franziska Wild-Pfeiffer	Auswirkungen topographisch-isostatischer Massen auf die Satellitengradiometrie
17.12.2010	Romi Sasse	Analyse des regionalen atmosphärischen Wasserhaushalts unter Verwendung von COSMO-Simulationen und GPS-Beobachtungen
14.02.2012	Xiaoguang Luo	Extending the GPS Stochastic Model by Means of Signal Quality Measures and ARMA Processes
10.01.2013	Daniel König	Determining a terrestrial geodetic reference frame following the integrated approach of space geodesy
07.06.2013	Francisco González Martínez	GNSS clocks-Status and new opportunities for Satellite navigation, brought by new atomic clocks into space
28.01.2015	Andreas Schenk	PS-Interferometrie in urbanen Räumen - Optimierte Schätzung von Oberflächenbewegungen mittels Multi-SBAS-Verfahren
28.01.2015	Andreas Knöpfler	Korrektur stationsabhängiger Fehler bei GNSS
27.07.2016	Michael Mink	Performance of Receiver Autonomous Integrity Monitoring (RAIM) for Maritime Operations
24.05.2016	Julia Kubanek	Volcano Monitoring with Bistatic TanDEM-X SAR Interferometry
12.04.2016	Thomas Fuhrmann	Surface Displacements from Fusion of Geodetic Measurement Techniques Applied to the Upper Rhine Graben Area
20.10.2016	Thomas Grombein	Gravity forward modeling with a tesseroid-based Rock-Water-Ice approach – Theory and applications in the context of the GOCE mission and height system unification
22.11.2017	Gaël Kermarrec	Stochastic modelling of GNSS phase observations with focus on correlations

Korreferate

18.07.1988	Wolf-Rüdiger Barth	Sphärische Integralformeln zur Lösung des freien geodätischen Randwertproblems
01.02.1990	Tilman Müller	Integrierte Ausgleichung geodätischer Netze im Massenpunktmodell
12.07.1990	Werner Grüninger	Zur topographisch-isostatischen Reduktion der Schwere
19.07.1990	Johannes Engels	Eine approximative Lösung der fixen gravimetrischen Randwertaufgabe im Innen- und Außenraum der Erde
08.02.1991	Roland Klees	Lösung des fixen geodätischen Randwertproblems mit Hilfe der Randlelementmethode
29.06.1992	Nguyen Chi Thong	Untersuchungen zur Lösung der fixen gravimetrischen Randwertprobleme mittels sphäroidaler und Greenscher Funktionen
07.07.1994	Manfred Vogel	Analyse der GPS-Alpentravese. Ein Beitrag zur geodätischen Erfassung rezenter Erdkrustenbewegungen in den Ostalpen
17.02.1995	Milo Hirsch	Behandlung und Anwendung überbestimmter Randwertprobleme in der Physikalischen Geodäsie
29.02.2000	Benedikt Zebhauser	Zur Entwicklung eines GPS-Programmsystems für Lehre und Tests unter besonderer Berücksichtigung der Ambiguity Function Methode
19.06.2000	Johannes Bouman	Quality Assessment of Satellite-Based Global Gravity Field Models
16.10.2000	Behzad Voosoghi	Intrinsic Deformation Analysis of the Earth Surface Based on 3-dimensional Displacement Fields derived from Space Geodetic Measurements
18.06.2003	Ulrich Marcus Schmidt	Objektorientierte Modellierung zur geodätischen Deformationsanalyse
14.01.2004	Karl Ludwig Kley	Positionierungslösung für Straßenwalzen - Grundlage für eine kontinuierliche Qualitätskontrolle und Dokumentation der Verdichtungsarbeit im Asphaltbau
23.04.2004	Rossen Grebenitcharsky	Numerical Solutions to Altimetry-Gravimetry Boundary Value Problems in Coastal Regions
21.07.2005	Jan Hagedoorn	Glaziale Isostasie und rezente Meeresspiegeländerung
23.11.2005	Johannes Leebmann	3D-Skizzen in erweiterter Realität
13.07.2006	Mohammed A. Sharifi	Satellite to Satellite Tracking in the Spacewise Approach
13.02.2007	Karen Insa Wolf	Kombination globaler Potentialmodelle mit terrestrischen Schweredaten für die Berechnung der zweiten Ableitungen des Gravitationspotentials in Satellitenbahnhöhe
28.02.2007	Jaime Freiburger Junior	Investigations for the relative calibration of GNSS antennas
05.11.2007	Khosro Moghtased-Azar	Surface Deformation Analysis of Dense GPS Networks Based on Intrinsic Geometry. Deterministic and Stochastic Aspects
14.02.2008	Claudia Depenthal	Entwicklung eines zeitreferenzierten 4-D-Kalibrier- und Prüfsystems für kinematische optische Messsysteme
14.03.2008	Roberto Teixeira Luz	Strategies for modernization of the Vertical component of the Brazilian geodetic system and its integration to SIRGAS
25.04.2008	Gerrit Austen	On the Treatment of the Geodetic Boundary Value Problem by Means of Regular Gravity Space Formulations
03.12.2008	Xianglin Liu	Global Gravity Field Recovery from Satellite-to-Satellite Tracking Data with the Acceleration Approach

25.08.2009	Maurício I. Sejas	Modeling of Errors that act on a GPS positioning aiming at determining area correction parameters for a network of reference stations
09.12.2009	Tobias Wittwer	Regional Gravity Field Modelling with Radial Basis Functions
25.02.2010	Rodrigo Mikosz Gonçalves	Prediction of short-term changes of Coast line handling using temporal geodetic data
10.02.2011	Vagner Gonçalves Ferreira	On the second boundary value problem for Brazilian height system modernization
28.04.2011	Michael Bäßler	Untersuchungen zu Topographie und Bewegungsverhalten für das Küstengebiet des Riiser-Larsen- und Brunt-Schelfeises mittels Radarfernerkundung
22.01.2013	Hermann Bähr	Orbital Effects in Spaceborn Synthetic Aperture Radar Interferometry
07.02.2013	Christian Voigt	Astrogeodätische Lotabweichungen zur Validierung von Schwerefeldmodellen
19.11.2013	Fadwa Alshawaf	Constructing Water Vapor Maps by the Fusion of InSAR, GNSS and WRF Data
21.03.2014	Arturo Villiger	Improvement of the Kinematic Model of Switzerland (Swiss 4 D II)
19.12.2014	Laura Sánchez	Ein einheitliches vertikales Referenzsystem für Südamerika im Rahmen eines globalen Höhensystems
30.06.2016	Christoph Naab	Zur Optimierung der Offsetkorrektion bei der taktilen Erfassung von Freiformflächen
19.12.2016	Muriel Aline Pinheiro	Multi-Mode SAR Interferometry for high-precision DEM generation

Referent bei Habilitationen

15.06.1993	Roland Klees	Lösung des fixen geodätischen Randwertproblems mit Hilfe der Randelementmethode
21.11.2001	Hansjörg Kutterer	Zum Umgang mit Ungewissheit in der Geodäsie - Bausteine für eine neue Fehlertheorie
29.05.2002	Corinna Kroner	Zeitliche Variationen des Erdschwerefeldes und ihre Beobachtung mit einem supraleitenden Gravimeter im Geodynamischen Observatorium Moxa
01.12.2005	Johannes Engels	Zur Modellierung von Auflastdeformationen und induzierter Polwanderung
11.04.2008	Johannes Böhm	Troposphärische Laufzeitverzögerungen für geodätische Weltraumverfahren im Radiowellenbereich

Publikationen

2016 - 2017

- 186 Grombein, T.; Seitz, K.; Heck, B. (2017): On High Frequency-Implied Gravity Signals for a Height System Unification Using GOCE-Based Global Geopotential Models. *Surveys in Geophysics*, Volume 38, Issue 2, 443-477, DOI:10.1007/s10712-016-0400-4.
- 185 Kubanek J., Westerhaus, M., & Heck B. (2017). TanDEM-X time series analysis reveals lava flow volume and effusion rates of the 2012–2013 Tolbachik, Kamchatka fissure eruption. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 122, 7754–7774. DOI:10.1002/2017JB014309.
- 184 Abd-Elmotaal, H.A.; Seitz, K.; Kühtreiber, N.; Heck, B. (2016): Establishment of the Gravity Database AFRGDB_V1.0 for the African Geoid. In: Jin, S.; Barzaghi, R. (eds): IGF2014. IAG Symposia, vol 144. Springer International Publishing, 131-138. DOI:10.1007/1345_2015_51.
- 183 Awange, J.L.; Khandu; Schumacher, M.; Forootan, E.; Heck, B. (2016): Exploring hydro-meteorological drought patterns over the Greater Horn of Africa (1979-2014) using remote sensing and reanalysis products. *Advances in Water Resources*, 94, 45-59. DOI:10.1016/j.advwatres.2016.04.005.
- 182 Awange, J.L.; Palancz, B.; Lewis, R.; Lovas, T.; Heck, B.; Fukuda, Y. (2016): An algebraic solution of maximum likelihood function in case of Gaussian mixture distribution. *Australian Journal of Earth Sciences*, 63(2), 193-203. DOI:10.1080/08120099.2016.1143876.
- 181 Ferreira, V.G.; Montecino, H.D.C.; Yakubu, C.I.; Heck, B. (2016): Uncertainties of the Gravity Recovery and Climate Experiment time-variable gravity-field solutions based on three-cornered hat method. *J Applied Remote Sensing*, 10(1). DOI:10.1117/1.JRS.10.015015.
- 180 Fuhrmann, T.; Mayer, M.; Westerhaus, M.; Zippelt, K.; Heck, B. (2016): Kombinierte Analyse von SAR-Interferometrie, Nivellement und GNSS zur Bestimmung von 3D Oberflächenbewegungen im Oberrheingrabengebiet. In: Geomonitoring Tagung, Braunschweig, 139-160.
- 179 Grombein, T.; Seitz, K.; Heck, B. (2016): The Rock-Water-Ice topographic gravity field model RWI_TOPO_2015 and its comparison to a conventional rock-equivalent version. *Surveys in Geophysics*, 37(5), 937-976. DOI:10.1007/s10712-016-9376-0.
- 178 Heck, B.; Seitz, K. (2016): Molodenski - quo vadis? In: Rummel, R. (Hrsg.): *Handbuch der Geodäsie, Band "Erdmessung und Satellitengeodäsie"*, ISBN: 978-3-662-46900-2, Springer, Berlin, Heidelberg Springer Reference Naturwissenschaften, DOI:10.1007/978-3-662-46900-2_14-1.

- 177 Le Deng, X.; Grombein, T.; Sheng, W.; Heck, B.; Seitz, K. (2016): Corrections to "A comparison of the tesseroid, prism and point-mass approaches for mass reductions in gravity field modelling" (Heck and Seitz, 2007) and "Optimized formulas for the gravitational field of a tesseroid" (Grombein et al., 2013). *J Geod*, 90, 585–587. DOI:10.1007/s00190-016-0907-8.
- 176 Ndehedehe, C.; Awange, J.; Agutu, N.; Kuhn, M.; Heck, B. (2016): Understanding changes in terrestrial water storage over West Africa between 2002 and 2014. *Advances in Water Resources*, 88, 211-230. DOI:10.1016/j.advwatres.2015.12.009.
- 175 Palancz, B.; Awange, J.L.; Lovas, T.; Lewis, R.; Molnar, B.; Heck, B.; Fukuda, Y. (2016): Algebraic method to speed up robust algorithms: example of laser-scanned point clouds. *Survey Review*. DOI:10.1080/00396265.2016.1183939.
- 174 Ferreira, V. G., Freitas, S.R.C., Heck, B. (2016): Analysis of the Discrepancies between the Brazilian Vertical Reference Frame and GOCE-based Geopotential Model, Proc. 2013 IAG Scientific Assembly, Potsdam, 2013. IAG Symposia Vol. 143, Springer, 227-232. DOI:10.1007/1345-2015_20.

2011 - 2015

- 173 Alshawaf, F.; Fuhrmann, T.; Knöpfler, A.; Luo, X.; Mayer, M.; Hinz, S.; Heck, B. (2015): Accurate estimation of atmospheric water vapor using GNSS observations and surface meteorological data. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 53, 3764-3771. DOI:10.1109/TGRS.2014.2382713.
- 172 Kubanek, J.; Westerhaus, M.; Schenk, A.; Aisyah, N.; Brotospusito, K.S.; Heck, B. (2015): Volumetric change quantification of the 2010 Merapi eruption using TanDEM-X InSAR. *Remote Sensing of Environment* 164, 16-25. DOI:10.1016/j.rse.2015.02.027.
- 171 Grombein, T.; Seitz, K.; Heck, B. (2015): Height System Unification Based on the Fixed GBVP Approach. In: Rizos, C.; Willis, P. (eds), IAG 150 Years, International Association of Geodesy Symposia 143, DOI:10.1007/1345_2015_104.
- 170 Abd-Elmotaal, Hussein A.; Seitz, K.; Abd-Elbaky, M.; Heck, B. (2015): Tailored Reference Geopotential Model for Africa. In: Rizos, C.; Willis, P. (eds), IAG 150 years, International Association of Geodesy Symposia 143, DOI:10.1007/1345_2015_84.
- 169 Fuhrmann, T.; Knöpfler, A., Mayer, M.; Schenk, A.; Westerhaus, M.; Zippelt, K.; Heck, B. (2015): An Inventory of Surface Movements in the Upper Rhine Graben Areas, Southwest Germany, from SAR-Interferometry, GNSS and Precise Levelling. In: Rizos, C.; Willis, P. (eds), IAG 150 years, International Association of Geodesy Symposia 143, DOI:10.1007/1345_2015_116.

- 168 Kubanek, J.; Westerhaus, M.; Heck, B. (2015): On the Use of Bistatic TanDEM-X Images to Quantify Volumetric Changes of Active Lava Domes. In: Rizos, C.; Willis, P. (eds) IAG 150 years, International Association of Geodesy Symposia 143, DOI:10.1007/1345_2015_172.
- 167 Huinca, S.C. Movitio; Krueger, C. Pereira; Heck, B.; Mayer, M.; Knöpfler, A. (2015): BCAL/UFPR: The GNSS Antenna Calibration Service of Latin America. In: Rizos, C.; Willis, P.(eds), IAG 150 years, International Association of Geodesy Symposia 143, DOI:10.1007/1345_2015_21
- 166 Fuhrmann, T., Caro Cuenca, M., Knöpfler, A., van Leijen, F. J., Mayer, M., Westerhaus, M., Hanssen, R. F., & Heck, B. (2015). Combining InSAR, Levelling and GNSS for the Estimation of 3D Surface Displacements. In Ouwehand, L., editor, Proceedings of Fringe 2015 Workshop, Frascati, Italy, 23–27 March 2015, ESA Publications SP-731, 1–8.
- 165 Fuhrmann, T., Caro Cuenca, M., Knöpfler, A., van Leijen, F. J., Mayer, M., Westerhaus, M., Hanssen, R. F., & Heck, B. (2015). Estimation of small surface displacements in the Upper Rhine Graben area from a combined analysis of PS-InSAR, levelling and GNSS data. *Geophysical Journal International*, 203(1), 614–631.
- 164 Abd-Elmotaal, H.; Seitz, K.; Abd-Elbaky, M.; Heck, B. (2014): Comparison among three harmonic analysis techniques on the sphere and the ellipsoid. *Journal of Applied Geodesy*, 8, 1-19. DOI:10.1515/jag-2013-0008
- 163 Awange, J.L.; Forootan, E.; Kuhn, M.; Kusche, J.; Heck, B. (2014): Water storage changes and climate variability within the Nile Basin between 2002 and 2011. *Advances in Water Resources*, 73, 1-15. DOI:10.1016/j.advwatres.2014.06.010
- 162 Heck, B. (2014): Potential of geodetic approaches to the determination of recent crustal movements and deformations. *Publ. Hungarian Academy of Sciences*. ISSN 1419-8959.
- 161 Heublein, M.; Alshawaf, F.; Mayer, M.; Hinz, S.; Heck, B. (2014): Towards a rigorous fusion of GNSS and InSAR observations for the purpose of water vapor retrieval. *KIT Scientific Publishing, Karlsruhe. Schriftenreihe des Studiengangs Geodäsie und Geoinformatik/ Karlsruher Institut für Technologie*, 2014/1. DOI:10.5445/KSP/1000043259.
- 160 Luo, X.; Mayer, M.; Heck, B.; Awange, J.L. (2014): A realistic and easy-to-implement weighting model for GPS phase observations. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing (TGRS)*, 52(10), 6110-6118. DOI:10.1109/TGRS.2013.2294946.
- 159 Müßle, M.; Heck, B.; Seitz, K.; Grombein, T. (2014): On the effect of planar approximation in the Geodetic Boundary Value Problem. *Studia Geophysica et Geodaetica*, 58, 536-555, DOI:10.1007/s11200-013-029-4.
- 158 Fuhrmann, T., Zippelt, K., & Heck, B. (2014). Historische Nivellements aus Preußen und Baden und ihre Bedeutung für die Bestimmung von Vertikalbewegungen im Oberrheingrabengebiet. *Zeitschrift für Vermessungswesen*, 6, 389–397.
- 157 Fuhrmann, T., Knöpfler, A., Mayer, M., Schenk, A., Westerhaus, M., Zippelt, K., & Heck, B. (2013). Towards a Fusion of SAR-Interferometry, GNSS and Precise Levelling in the Upper Rhine Graben Area, Southwest Germany. In Ouwehand, L., editor, Proceedings of ESA Living Planet Symposium, Edinburgh, United Kingdom, 9–13 September 2013, ESA Publications SP-722, pages 1–8.
- 156 Grombein, T.; Seitz, K.; Heck, B. (2013): Incorporating topographic-isostatic Information into GOCE gravity Gradient processing. In: Flechtner, F.; Sneeuw, N.; Schuh, W-D. (EDS): *Observation of the System Earth from Space - CHAMP, GRACE, GOCE and Future Missions. Advanced Technologies in Earth Sciences*, Springer, 95-101, DOI:10.1007/978-3-642-32135-112.
- 155 Grombein, T.; Seitz, K.; Heck, B. (2013): Topographic-isostatic reduction of GOCE gravity gradients: In Rinzos, C.; Willis, P. (Eds.): *Earth on the Edge: Science for a Sustainable Planet, Proceedings of the IAG General Assembly, Melbourne, Australia, June 28 - July 2, 2011, International Association of Geodesy Symposia, Vol. 139*, Springer, 349-356, DOI:10.1007/978-3-642-37222-3_46.
- 154 Grombein, T.; Luo, X.; Seitz, K.; Heck, B. (2013): A wavelet-based assessment of topographic-isostatic reduction for GOCE gravity gradients. *Surveys in Geophysics* 35(4), 959-982, DOI:10.1007/s10712-014-9283-1.
- 153 Awange, J. L.; Forootan, E.; Kusche, J.; Kiema, J.B.; Omondi, P.; Heck, B.; Fleming, K.; Ohanya, S.; Goncalves, R. (2013): Understanding the decline of water storage across the Ramser-Lake Naivasha using satellite-based methods. *Advances in Water resources*. 60, 7-23.
- 152 Luo, X.; Heck, B.; Awange, J.L. (2013) Improving the estimation of zenith dry tropospheric delays using regional Surface meteorological data. *Space Research*. 52, 2204-2214.
- 151 Fuhrmann, T; Westerhaus, M.; Zippelt, K.; Heck, B. (2013): Vertical displacement rates in the Upper Rhine Graben area derived from precise leveling. *Journal of Geodesy*, 88, 773-787. DOI:10.1007/s00190-014-0721-0. Springer Berlin Heidelberg.
- 150 Grombein, T.; Seitz, K.; Heck, B. (2013): Optimized formulas for the gravitational field of a tesseroid. *Journal of Geodesy*, 87, 645-660. DOI:10.1007/s00190-013-0636-1. Springer, Berlin Heidelberg.
- 149 Fuhrmann, T.; Heck, B.; Knöpfler, A.; Masson, F.; Mayer, M.; Ulrich, P.; Westerhaus, M.; Zippelt, K.: Recent Surface displacements in the Upper Rhine Graben - Preliminary results from geodetic Networks. *Tectonophysics, Special Issue "TOPO-EUROPE III"*, Vol. 602, 300-315.
- 148 Krueger, C.P.; Huinca, S.C.M.; Mayer, M.; Knöpfler, A.; Heck, B.: Establishing a Baseline Calibration Site for GNSS Antenna at UFPR/Brazil: First results from TRM 22020.00 + GP antenna. In: Mayer, M., Krueger, C.P.; Heck, B. (Hrsg.): *Highly Precise Positioning and Height Determination using GPS - Results of a PROBRAL project by Universidade Federal do Paraná (UFPR, Curitiba, Brazil) and Karlsruher Institut für Technologie (KIT, Karlsruhe, Germany)*, Karlsruhe Institute of Technology, KIT Scientific Reports 7604, 25-31.
- 147 Alshawaf, F.; Fuhrmann, T.; heck, B.; Hinz, S.; Knöpfler, A.; Luo, X.; Mayer, M.; Schenk, A.; Thiele, A.; Westerhaus, M.: Fusion of InSAR Data and GNSS Measurements for the Determination of Atmospheric Water Vapour - A Basic concept. *Proceedings, Earth Observations of Global Change*, 13.-15.04.2011, München.

- 146 Janak, J.; Wild-Pfeiffer, F.; Heck, B. (2012): Smoothing the gradiometric observations using different topographic-isostatic models: a regional case study. In: Sneeuw, N. et al.(eds), VII Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy. International Association of Geodesy Symposia, 137, Springer, 245-250. DOI:10.1007/978-3-642-22078-4_37.
- 145 Luo, X.; Mayer, M.; Heck, B. (2012): Analysing time series of GNSS residuals by means of AR(I)MA processes. In: Sneeuw, N. et al.(eds), VII Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy. International Association of Geodesy Symposia, 137, Springer, 129-134. DOI:10.1007/978-3-642-22078-4_19.
- 144 Hinz, S.; Alshawaf, F.; Fuhrmann, T.; Heck, B.; Knöpfler, A.; Luo, X.; Mayer, M.; Schenk, A.; Thiele, A.; Westerhaus, M. (2012): Atmosphärenkorrekturen durch Integration von InSAR und GNSS Beobachtungen. In: Niemeier, W.; Riedel, B.; Lehmann, M. (Hrsg.): Tagungsband, GeoMonitoring 2012, 08.-09.03.2012, Braunschweig, Deutschland, 87-96.
- 143 Fuhrmann, T.; Knöpfler, A.; Masson, F.; Mayer, M.; Ulrich, P.; Westerhaus, M.; Zippelt, K.; Heck, B. (2012): Horizontal and Vertical Surface Displacements in the Upper Rhine Graben derived from GNSS and Precise Levelling Data. General Assembly of the European Geosciences Union, 22. - 27.04.2012, Wien, Österreich, Geophysical Research Abstracts (14) EGU2012-10455.
- 142 Goncalves, R.M.; Awange, J.L.; Krueger, C.P.; Heck, B.; Coelho, L. (2012): A comparison between three short-term shoreline prediction models. In: Ocean & Coastal Management. 69, Elsevier, 102-110.
- 141 Mayer, M.; Knöpfler, A.; Heck, B.; Masson, F.; Ulrich, P.; Ferhat, G. (2012): GURN (GNSS Upper Rhine Graben Network): Research Goals and First Results of a Transnational Geoscientific Network. Geodesy for Planet Earth, IAG-Symposia 136, Springer, 83, 673-681.
- 140 Goncalves, R.; Krueger, C.; Coelho, L.; Heck, B.; Awange, J.L. (2012) Highly precise positioning and height Determination using GPS. KIT Scientific Publishing 2012/1, 59-60
- 139 Goncalves, R.; Awange, J. L.; Krueger, C.; Heck, B.; Coelho, L. (2012) A comparison between three short-term shoreline prediction models. Ocean & Coastal Management. DOI:10.1016/j.ocecoaman.2012.07.024.
- 138 Forootan, E.; Awange, J.L.; Kusche, J.; Heck, B.; Eicker, A. (2012): Independent Patterns of water mass anomalies over Australia from satellite data and models. Remote sensing of Environment. 124, 427-443, DOI:10.1016/j.rse.2012.05.023.
- 137 Mayer, M.; Knöpfler, A.; Masson, F.; Ulrich, P.; Heck, B. (2012): Determination of 3D Surface displacement rates in the Upper Rhine Graben based of GURN (GNSS Upper Rhine Graben Network). General Assembly of the European Geosciences Union 2011, 22. - 27.04.2012, Wien, Österreich, Geophysical Research Abstracts (14) EGU2012-7047.
- 136 Huinca, S. C. M.; Krueger, C.P.; Mayer, M.; Knöpfler, A.; Heck, B. (2012): Installation of a baseline calibration station for GNSS antennas at UFPR/Brazil. In: Kenyon, S.; Pacino, M.C.; Marti, U. (Hrsg.): Proceedings of IAG Symposium 2009 Scientific Assembly "Geodesy for Planet Earth", 31.08. - 04.09.2009, Buenos Aires, Argentinien. Springer Verlag Series International Association of Geodesy Symposia 136:739-744
- 135 Heck, B. (2011): A Brovar-type solution of the fixed geodetic boundary-value problem. Stud. Geophys. Geod., 55, 441-454
- 134 Luo, X.; Mayer, M.; Heck, B. (2011): On the probability distribution of GNSS carrier phase observations. GPS Solutions, 15, 369-379. DOI:10.1007/s10291-010-0196-2
- 133 Luo, X.; Mayer, M.; Heck, B. (2011): Verification of ARMA identification for modelling temporal correlations of GNSS observations using the ARMASA toolbox. Stud. Geophys. Geod., 55, 537-556
- 132 Knöpfler, A., Mayer, M.; Masson, F.; Ulrich, P.; Heck, B. (2011): The transnational geo-scientific initiative GURN (GNSS Upper Rhine Graben Network) - Recent results and future plans. General assembly of the European Geosciences Union 2011, 03.-08.04.2011, Wien, Österreich, Geophysical Research Abstracts (13) EGU2011-5474)
- 131 Alshawaf, F.; Fuhrmann, T., Heck, B.; Hinz, S.; Knöpfler, A.; Luo, X.; Mayer, M.; Schenk, A.; Thiele, A.; Westerhaus, M. (2011): Atmospheric water vapour determination by the integration of InSAR and GNSS observations. In: Ouwehand, L. (Hrsg.): Proceedings of "Fringe 2011", 19. - 23.09.2011, Frascati, Italien, ESA SP-697.
- 130 Awange, J.L.; Fleming, K.M.; Featherstone, W. E.; Anjasmara, I., Heck, B. (2011): On the suitability of the 4° x 4° GRACE mascon Solutions for remote sensing Australian hydrology. Remote sensing of Environment. DOI:10.1016/j.rse.2010.11.014.

2006 - 2010

- 129 Khandu; Awange, J.L.; Wickert, J.; Schmidt, T.; Sharifi, M.A.; Heck, B.; Fleming, K. (2010) GNSS remote sensing of the Australian Tropopause. Climatic Change (2011) 105: 597 - 618, DOI:10.1007/s10584-010-9894-6
- 128 Wittwer, T.; Klees, R.; Seitz, K.; Heck, B. (2008): Ultra-high degree spherical harmonic analysis and synthesis using extended-range arithmetic. Journal of Geodesy, Volume 82, Numbers 4-5, 223-229, DOI:10.1007/s00190-007-0172-y.
- 127 Wild, F.; Heck, B. (2008): Topographic and Isostatic Reductions for Use in Satellite Gravity Gradiometry. In: Xu, P.; Liu, J.; Dermanis, A. (Eds.): VI Hotine-Marussi Symposium, Wuhan, China May 29 - June 2, 2006. IAG Symposia, Vol. 132, Springer, 49-55.
- 126 Mayer, M.; Luo, X.; Duffner, P.; Forbriger, T.; Heck, B.; Seitz, K.; Westerhaus, M.; Widmer-Schmidrig, R. (2008): Permanente GPS-Station am BFO (Black Forest Observatory) mit Auswertung in Nahezu-Echtzeit zur Qualitätssicherung. Mitteilungen der Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft, Heft 1/2008, 4-7.
- 125 Luo, X.; Mayer, M.; Heck, B. (2008): Extended neutrospheric modelling for the GNSS-based determination of high-resolution atmospheric water vapour fields. Boletim de Ciências Geodésicas 14(2), Curitiba/Brasilien, 149-170.
- 124 Luo, X.; Mayer, M.; Heck, B. (2008): Erweiterung des stochastischen Modells von GNSS-Beobachtungen unter Verwendung der Signalqualität. Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformatik und Landmanagement (ZfV), 2/2008, 98-107.

- 123 Luz, R. T.; Bosch, W.; Freitas, S. R. C.; Heck, B.; Dalazoana, R. (2008): Evaluating the Brazilian Vertical Datum Through Improved Coastal Satellite Altimetry Data. In: Sideris, Michael G. (Hrsg.): Observing our Changing Earth. Proceedings of the IAG General Assembly, Perugia, Italy, July 2 - 13, 2007, Springer Series: IAG Symposia 133, Springer, Berlin Heidelberg, 735-741.
- 122 Luo, X.; Mayer, M.; Heck, B. (2008): Improving the Stochastic Model of GNSS Observations by Means of SNR-based Weighting. In: Sideris, Michael G. (Hrsg.): Observing our Changing Earth. Proceedings of the IAG General Assembly, Perugia, Italy, July 2 - 13, 2007, Springer Series: IAG Symposia, Vol. 133, Springer, Berlin Heidelberg, 725-734.
- 121 Krueger, C. P.; Freiberger, J.; Heck, B.; Mayer, M.; Knöpfler, A.; Schäfer, B. (2008): Establishing a GNSS Receiver Antenna Calibration Field in the Framework of PROBRAL. In: Sideris, Michael G. (Hrsg.): Observing our Changing Earth. Proceedings of the IAG General Assembly, Perugia, Italy, July 2 - 13, 2007. Springer Series: IAG Symposia, Vol. 133, Springer, Berlin Heidelberg, 701-708.
- 120 Schmitt, A.; Mayer, M.; Seitz, K.; Heck, B.; Grüniger, W. (2007): GPS-gestützte Überwachung der Friesenheimer Insel (Mannheim). Allgemeine Vermessungsnachrichten (AVN), Heft 5, 224-233.
- 119 Luo, X.; Mayer, M.; Heck, B. (2007): Erweiterte Modellbildung zur Erzeugung von hochauflösenden Wasserdampffeldern. Allgemeine Vermessungs-Nachrichten (AVN), Heft 5, 179-189.
- 118 Luo, X.; Mayer, M.; Heck, B. (2007): Quantifizierung verschiedener Einflussfaktoren in GNSS-Residuen. ZfV, 132, 2/2007, 97-107.
- 117 Luo, X.; Mayer, M.; Heck, B. (2007): Bestimmung von hochauflösenden Wasserdampffeldern unter Berücksichtigung von GNSS-Doppeldifferenzresiduen. Universität Karlsruhe, Schriftenreihe des Studiengangs Geodäsie und Geoinformatik, Heft-Nr. 2007/2.
- 116 Heck, B.; Seitz, K. (2007): A comparison of the tesseroïd, prism and point-mass approaches for mass reductions in gravity field modelling. JGeodesy, 81, 121-136, Springer. DOI:10.1007/s00190-006-0094-0.
- 115 Wild-Pfeiffer, F.; Augustin, W.; Heck, B. (2007): Optimierung der Rechenzeit bei der Berechnung der 2. Ableitungen des Gravitationspotentials von Massenelementen. Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformatik und Landmanagement (ZfV), 6/2007, 377-384.
- 114 Cloetingh, S.; Cornu, T.; Ziegler, P. A.; Beekman, F.; ENTEC Working Group (2006): Neotectonics and intraplate continental topography of the northern Alpine Foreland. Earth-Science Reviews 74, 127-196.
- 113 Bischoff, W.; Heck, B.; Howind, J.; Teusch, A. (2006): A procedure for estimating the variance function of linear models: a case study of GPS carrier-phase observations. Journal of Geodesy, 79, 694-704.
- 2001 - 2005**
- 112 Wild, F.; Heck, B. (2005): A comparison of different isostatic models applied to satellite gravity gradiometry. Jekeli, C.; Bastos, L.; Fernandes, J. (eds.): Gravity, Geoid and Space Missions, GGSM 2004, IAG Int. Symposium, Porto, Portugal, August 30 - September 3, 2005, Springer, Vol. 129, 230-235.
- 111 Tscherning, C. C.; Heck, B. (2005): Comments and reply regarding Heck (2003) "On Helmert's methods of condensation". Journal of Geodesy, 78, 457-461.
- 110 Seitz, K.; Urakawa, M. J.; Heck, B.; Krueger, C. (2005): Zu jeder Zeit an jedem Ort – Studie zur Verfügbarkeit und Genauigkeit von GPS-Echtzeitmessungen im SAPOS-Service HEPS. Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement (ZfV), 130, 47-55.
- 109 Rozsa, S.; Heck, B.; Mayer, M.; Seitz, K.; Westerhaus, M.; Zippelt, K. (2005): Determination of Displacements in the Upper Rhine Graben Area from GPS and Leveling Data. Int. J. Earth Sci, 94, 538-549.
- 108 Rozsa, S.; Mayer, M.; Westerhaus, M.; Seitz, K.; Heck B. (2005): Towards the determination of displacements in the Upper Rhine Graben area using GPS measurements and precise antenna modelling. Quaternary Science Reviews, 24, 425-438.
- 107 Freiberger Jr., J.; Heck, B.; Pereira Krueger, C.; Mayer, M.; Seitz, K. (2005): Estimacao do centro de fase medio de antenas GPS. Serie em Ciencias Geodesicas, As Ciencias Geodesicas nas Politicas de Desenvolvimento, Vol. 5, 36-48.
- 106 Freiberger, J.; Mayer, M.; Seitz, K.; Heck, B.; Pereira Krueger, C. (2005): Calibracao de antenas GPS em diferentes estacoes. Universidade Federal do Parana. Boletim de ciencias geodesicas vol 11, no2, 157-178.
- 105 Bischoff, W.; Heck, B.; Howind, J.; Teusch, A. (2005): A procedure for testing the assumption of homoscedasticity in least squares residuals: a case study of GPS carrier-phase observations. Journal of Geodesy, 78, 397-404.
- 104 Wild, F.; Heck, B. (2004): Effects of topographic and isostatic masses in satellite gravity gradiometry. Proc. Second International GOCE User Workshop GOCE, The Geoid and Oceanography, ESA-ESRIN, Frascati/Italy, March 8-10, 2004, ESA SP – 569.
- 103 Sejas, M. J.; Krueger, C. P.; Heck, B.; Seitz, K. (2003): Study of a positioning using virtual reference stations. (in Portugiesisch) Novos Desenvolvimentos em Ciências Geodésicas. Série em Ciências Geodésicas, Vol. 3, Univ. Federal do Parana, Curitiba, 40-53.
- 102 Heck, B.; Wild, F. (2004): Topographic reductions in satellite gravity gradiometry based on a generalized condensation model. Sansò, F. (ed): A Window to the Future of Geodesy, IAG General Assembly, Sapporo, June 30 – July 11, 2003, IAG Symposia, Vol. 128, Springer, 294-299.
- 101 Heck, B. (2004): Problems in the Definition of Vertical Reference Frames. Sansò, F. (ed.): V Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy, Matera/Italy, June 17-21, 2003, Springer, IAG Symposia, Vol. 127, 164-173.
- 100 Heck, B.; Seitz, K. (2003): Solution of the linearized geodetic boundary value problem for an ellipsoidal boundary to order e3. Journal of Geodesy, 77, 182-192.

- 99 Heck, B. (2003): On Helmert's methods of condensation. *Journal of Geodesy*, 77, 155-170.
- 98 Heck, B. (2003): Lehrbuch "Rechenverfahren und Auswertemodelle der Landesvermessung". Wichmann Verlag, 3. neu bearbeitete und erweiterte Auflage.
- 97 Novak, P.; Kern, M.; Schwarz, K.-P.; Sideris, M. G.; Heck, B.; Ferguson, S.; Hammada, Y.; Wei, M. (2003): On Geoid Determination from Airborne Gravity. *Journal of Geodesy*, 76, 510-522.
- 96 Novak, P.; Kern, M.; Schwarz, K.-P.; Heck, B. (2003): Evaluation of band-limited topographical effects in airborne gravimetry. *Journal of Geodesy*, 76, 597-604.
- 95 Adam, F.; Dede, K.; Heck, B.; Kutterer, H.; Mayer, M.; Seitz, K.; Szucs, L. (2003): GPS deformation measurements in the geodynamic test network Soskut. *Periodica Polytechnica, Ser. Civ. Eng.* Vol. 46, No 2, 169-177.
- 94 Heck, B. (2003): Integral Equation Methods in Physical Geodesy. In: Grafarend, E.W.; Krumm, F.W.; Schwarze, V.S. (Eds.): *Geodesy - The Challenge of the 3rd Millennium*. Springer, 197-206, DOI10.1007/978-3-662-05296-9_19.
- 93 Witte, B.; Heck, B. (2002): Changes and Perspectives in University Education for Geodetic Engineers in Germany. *Proceedings XXII. FIG International Congress*, April 19-26 2002, Washington, DC, USA.
- 92 Novak, P.; Heck, B. (2002): Downward Continuation and Geoid Determination Based on Band-Limited Airborne Gravity Data. *Journal of Geodesy*, 76, 269-278.
- 91 Heck, B. (2001): On the Use and Abuse of Helmert's Second Method of Condensation. In: Adam, J.; Schwarz, K.-P. (Eds.): *Vistas for Geodesy in the New Millennium*. IAG 2001 Scientific Assembly, Budapest, Hungary, September 2-7 2001, IAG Symposia, Vol. 125, Springer, 144-149.
- 90 Schön, S.; Kutterer, H.; Mayer, M.; Heck, B. (2001): A study on the transfer of the ITRF datum to a GPS network in Antarctica. Sideris, M. (Hrsg.): *Gravity, Geoid and Geodynamics 2000*, IAG Int. Symposium, Banff, Canada, July 31-August 4 2000, IAG Symposia, Vol. 123, Springer, 29-34.
- 89 Rummel, R.; Heck, B. (2001): Some critical remarks on the definition and realization of the EVRS. Torres, J.A.; Hornik, H. (Hrsg.): *Reports on the Symposium of the IAG Subcommittee for Europe, Commission X, held in Tromsø, June 22-24 2000*, Veröffentlichung der Bayerischen Kommission für die Internationale Erdmessung, Astro-geodätische Arbeiten, Heft 61, 114-115.
- 88 Novak, P.; Kern, M.; Schwarz, K.-P.; Heck, B. (2001): The determination of the geoid from airborne gravity data. UCGE Reports No. 30013, Dept. of Geomatics Engineering, Univ. of Calgary, Calgary, Canada, 222 pp.
- 87 Heck, B. (2001): On the solution of the inverse Stokes problem including ellipsoidal effects. Benciolini, B. (Hrsg.): *IV. Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy*, Trento, Italy, September 14-17 1998, IAG Symposia, Vol. 122, Springer, 110.
- 86 Rummel, R.; Heck, B. (2001): Some critical remarks on the definition and realization of the EVRS. Torres, J.A.; Hornik, H. (Hrsg.): *Reports on the Symposium of the IAG Subcommittee for Europe, Commission X, held in Tromsø, June 22 - 24 June 2000*. Veröffentlichung der Bayerischen Kommission für die Internationale Erdmessung, Astro-geodätische Arbeiten, Heft Nr. 61, 114-115.
- 1996 - 2000**
- 85 Schön, S.; Kutterer, H.; Mayer, M.; Heck, B. (2000): On the Datum Quality of a Continental ITRF96-based Reference Network in Antarctica. *Interner Bericht*, Geodätisches Institut der Universität Karlsruhe.
- 84 Howind, J.; Böhringer, M.; Mayer, M.; Kutterer, H.; Lindner, K.; Heck, B. (2000): Korrelationsstudien bei GPS-Phasenbeobachtungen. In: Dietrich, R. (Hrsg.): *Deutsche Beiträge zu GPS-Kampagnen des Scientific Committee on Antarctic Research (SCAR) 1995-1998*. DGK B 310, München, 201-205.
- 83 Depenthal, C.; Mayer, M.; Kutterer, H.; Lindner, K.; Heck, B. (2000): Einfluß der Atmosphäre auf GPS-Beobachtungen im Bereich der Antarktis. In: Dietrich, R. (Hrsg.): *Deutsche Beiträge zu GPS-Kampagnen des Scientific Committee on Antarctic Research (SCAR) 1995-1998*. DGK B 310, München, 195-199.
- 82 Mayer, M.; Lindner, K.; Kutterer, H.; Heck, B. (2000): Deformationsanalyse zur Aufdeckung von Punkt- und Blockbewegungen im Bereich der Antarktischen Halbinsel. In: Dietrich, R. (Hrsg.): *Deutsche Beiträge zu GPS-Kampagnen des Scientific Committee on Antarctic Research (SCAR) 1995-1998*. DGK B 310, München, 127-144.
- 81 Mayer, M.; Lindner, K.; Kutterer, H.; Heck, B. (2000): Eine Strategie zur Ermittlung hochgenauer Koordinaten und Bewegungsraten im ITRF-96 unter Verwendung der Berner Software Version 4.0. In: Dietrich, R. (Hrsg.): *Deutsche Beiträge zu GPS-Kampagnen des Scientific Committee on Antarctic Research (SCAR) 1995-1998*. DGK B 310, München, 59-68.
- 80 Lindner, K.; Mayer, M.; Kutterer, H.; Heck, B. (2000): Die Vermarkung der Netzpunkte - Eine Bestandsaufnahme. In: Dietrich, R. (Hrsg.): *Deutsche Beiträge zu GPS-Kampagnen des Scientific Committee on Antarctic Research (SCAR) 1995-1998*. DGK B 310, München, 27-30.
- 79 Lindner, K.; Mayer, M.; Heck, B.; Kutterer, H. (1999): Das geodätische Referenznetz Antarktis. *Processings X. Int. Geodätische Woche, Obergurgl, Österreich 1999*, Univ. Innsbruck, Inst. für Geodäsie, Institutsmitteilungen Heft 18, 103-109.
- 78 Kuhn, M.; Obermeier, S.; Heck, B. (1999): Stellungnahme zu den Anmerkungen Untersuchungen zum Einsatz von GPS-Echtzeitvermessungssystemen in der Praxis. *ZfV*, 124, 58.
- 77 Howind, J.; Kutterer, H.; Heck, B. (1999): Impact of temporal correlations on GPS-derived relative point positions. *Journal of Geodesy*, 73, 246-258.
- 76 Heck, B. (1999): Integral Equation Methods in Physical Geodesy. In: Krumm, F.; Schwarze, V.S. (eds.): *Quo vadis geodesia...? Festschrift for Erik W. Grafarend on the occasion of his 60th birthday*, Schriftenreihe der Institute des Studiengangs Geodäsie und Geoinformatik, Univ. Stuttgart, Rep. Nr. 1999.6-1, 155-169.

- 75 Heck, B. (1999): Geodäsie und Geoinformatik - Studienreform an der Universität Karlsruhe. Im Fadenkreuz - Informationen aus der Verwaltung für Flurneuordnung und Landentwicklung Baden-Württemberg, 1/99, 50-52.
- 74 Heck, B. (1999): Erfassung neotektonischer Deformationen im Bereich des Oberrheingrabens. In: 2. SAPOS-Symposium: SAPOS 2000 - Ihr Standpunkt. Berlin, 106-110.
- 73 Depenthal, C.; Mayer, M.; Kutterer, H.; Heck, B. (1999): Einfluß der Atmosphäre auf GPS-Ergebnisse am Beispiel des BMBF Verbundprojektes Referenznetz Antarktis II. Interner Bericht, Geodätisches Institut der Universität Karlsruhe.
- 72 Kuhn, M.; Obermeier, S.; Heck, B. (1998): Untersuchungen zum Einsatz von GPS-Echtzeitvermessungssystemen in der Praxis. ZfV, 123, 140-149.
- 71 Heck, B. (1998): Trends und zukünftige Konzepte. Mitt. des DVW Landesvereins Baden-Württemberg, 45. Jahrgang, Heft 2, Stuttgart, 138-141.
- 70 Heck, B. (1998): Grundlagen zur Vermessung mit Satellitennavigationssystemen. Mitt. des DVW Landesvereins Baden-Württemberg, 45. Jahrgang, Heft 2, Stuttgart, 6-24.
- 69 Heck, B. (1997): Formulation and Linearization of Boundary Value Problems: From Observables to a Mathematical Model. In: Sansò, F.; Rummel, R.: Geodetic Boundary Value Problems in View of the One Centimeter Geoid. Lecture Notes in Earth Sciences, Vol. 65, Springer, 121-160.
- 68 Klees, R.; Heck, B. (1997): Introduction to International Summer School on Theoretical Geodesy, Como 1996. In: Sansò, F.; Rummel, R.: Geodetic Boundary Value Problems in View of the One Centimeter Geoid. Lecture Notes in Earth Sciences, Springer, 1-15.
- 67 Howind, J.; Kutterer, H.; Heck, B. (1997): Untersuchung der Auswirkung vernachlässigter atmosphärisch bedingter Korrelationen auf GPS-Messungen. Interner Bericht des Geodätischen Instituts der Universität Karlsruhe.
- 66 Heck, B.; Kutterer, H.; Lindner, K.; Mayer, M. (1997): Application of Spectral and Sensitivity Analysis for the Design and Analysis of GPS Networks. In: Dietrich, R. (Hrsg.): The Geodetic Antarctic Project GAP95 - German Contribution to the SCAR95 Epoch Campaign. DGK, Reihe B, Heft 304, München, 53-71.
- 65 Heck, B. (1997): Geodätische Arbeiten zum Nachweis rezenter Krustenbewegungen im Bereich des Oberrheingrabens. In: Wenzel, H.-G.; Zick, W. (Hrsg.): 81. Deutscher Geodätentag 1997 in Karlsruhe, Geodäsie - Technik für Raum und Recht. DVW-Schriftenreihe, Nr. 27, Wittwer, Stuttgart, 71-82.
- 64 Geiß, M.; Mayer, M.; Heck, B. (1997): Vergleich der Berner GPS Software Version 3.5 mit der aktuellen Version 4.0. Interner Bericht des Geodätischen Instituts der Universität Karlsruhe.
- 63 Dietrich, R.; Dach, R.; Engelhardt, G.; Heck, B.; Kutterer, H.; Lindner, K.; Mayer, M.; Menge, F.; Mikolajski, H.-W.; Niemeier, W.; Pohl, M.; Salbach, H.; Schenke, H. W.; Schöne, T.; Seeber, G.; Soltau, G. (1997): The SCAR95 GPS Campaign: Objectives, Data Analysis and Final Solution. In: Dietrich, R. (Hrsg.): The Geodetic Antarctic Project GAP95 - German Contribution to the SCAR95 Epoch Campaign. DGK, Reihe B, Heft 304, München, 9-14.
- 1991 - 1995**
- 62 Oefverberg, T.; Kuhn, M.; Illner, M.; Heck, B. (1995): Nutzung des GPS bei der Aufnahme von Waldwegen. Geodätisches Institut der Universität Karlsruhe (TH), Interner Bericht.
- 61 Lenk, U.; Seitz, K.; Heck, B.: A Datum Defect and Spectral Analysis in Regional Cross-Over Adjustments of Satellite Altimeter Data. In: Sünkel, H.; Marson, I. (eds.): Gravity and Geoid. Joint IGC/ICG Symposium Graz 1994. IAG Symposium, No. 113, Springer, 357-365.
- 60 Heck, B.; Illner, M.; Jäger, R. (1995): Deformationsanalyse zum Testnetz Karlsruhe auf der Basis der terrestrischen Nullmessung und aktueller GPS-Kampagnen. In: Geodätisches Institut der Universität Karlsruhe (Hrsg.): Festschrift für Heinz Draheim zum 80. Geburtstag, Eugen Kuntz zum 70. Geburtstag, Hermann Mälzer zum 70. Geburtstag, 75-91.
- 59 Heck, B.; Seitz, K. (1995): Non-linear Effects in the Geodetic Version of the Free GBVP Based on Higher Order Reference Fields. In: Sansò, F. (ed.): Geodetic Theory Today. 3rd Hotine-Marussi Symp. on Mathem. Geodesy, L'Aquila, 1994, IAG Symposium, No. 114, Springer, 332-339.
- 58 Heck, B. (1995): Rechenverfahren und Auswertemodelle der Landesvermessung - Klassische und moderne Methoden. H. Wichmann, Karlsruhe, 2. durchgesehene und verbesserte Auflage.
- 57 Heck, B. (1995): Linearization Procedures. Manuscripta geodaetica, 20, 386-391.
- 56 Heck, B. (1995): Grundlagen der Satellitengeodäsie. In: GPS-Leistungsbilanz '94: Beiträge zum 34. DVW Seminar 5.-7.10.1994 am Geodätischen Institut der Universität Karlsruhe (TH). Schriftenreihe des DVW im Verlag Karl Wittwer, Bd. 18, 10-31.
- 55 Heck, B. (1995): Grundlagen der erd- und himmelfesten Referenzsysteme. In: GPS-Leistungsbilanz '94: Beiträge zum 34. DVW-Seminar 5.-7.10.1994 am Geodätischen Institut der Universität Karlsruhe (TH). Schriftenreihe des DVW im Verlag Karl Wittwer, Bd. 18, 138-153.
- 54 Seitz, K.; Schramm, B.; Heck, B. (1994): Non-linear Effects in the Scalar Free Geodetic Boundary Value Problem Based on Reference Fields of Various Degrees. manuscripta geodaetica, 19, 327-338.
- 53 Heck, B.; Seitz, K. (1993): Effects of Non-linearity in the Geodetic Boundary Value Problems. Deutsche Geodätische Kommission, Reihe A, Heft Nr. 109, München, 74 pp.
- 52 Heck, B. (1993): Tidal Corrections in Geodetic Height Determination. In: Linkwitz, K.; Eisele, V.; Mönicke, H.-J. (eds.): Applications of Geodesy to Engineering. Stuttgart, May 13-17, 1991. IAG Symposia No. 108, Springer, 11-24.
- 51 Heck, B. (1993): Some Remarks on the Determination of the Geoid in the Framework of the Internal Geodetic Boundary Value Problem. In: Holota, P.; Vermeer, M. (eds.): Proc. 1st Continental Workshop on the Geoid in Europe, Prague 1992. Research Institute of Geodesy, Topography and Cartography, Prague, 458-471.

- 50 Heck, B. (1993): A Revision of Helmert's Second Method of Condensation in Geoid and Quasigeoid Determination. In: Montag, H.; Reigber, Chr. (eds.): Geodesy and Physics of the Earth. Proc. 7th Int. Symposium Geodesy and Physics of the Earth, Potsdam 1992, IAG Symposium No. 112, Springer, 246-251.
- 49 Klees, R.; Heck, B. (1992): Alternative Geopotential Representation for Satellite Orbit Calculation. Proc. 6th Int. Geodetic Symposium on Satellite Positioning, Columbus, Ohio, March 1992, Vol. I, 129-138.
- 48 Heck, B.; Seitz, K. (1991): Nonlinear Effects in the Scalar Free Geodetic Boundary Value Problem - Spherical Harmonic Representation of the Effects on the Reduced Boundary Condition, the Disturbing Potential and the Vertical Position Correction. University of Stuttgart, Institute of Geodesy, Techn. Report No. 14, 71 pp.
- 47 Heck, B. (1991): The Marine Geoid: Achievements and Present Problems of its Geodetic Determination. In: Kumar, M.; Maul, G. A. (eds.), Proceedings Int. Symposium on Marine Positioning INSMAP 90, Miami, Florida 1990. The Marine Technology Society, 564-567.
- 46 Heck, B. (1991): Referenzsysteme. In: DVW-Landesverein Baden-Württemberg (Hrsg.), GPS und Integration von GPS in bestehende geodätische Netze. Mitteilungen des DVW Landesverein Baden-Württemberg, Sonderheft, 38. Jahrg., Stuttgart, 90-124.
- 45 Heck, B. (1991): On the Linearized Boundary Value Problems of Physical Geodesy. Dept. of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus, Ohio, Report No. 407, 63 pp.
- 44 Hahn, M.; Heck, B.; Jäger, R.; Scheuring, R. (1991): Ein Verfahren zur Abstimmung der Signifikanzniveaus für allgemeine $F_{m,n}$ -verteilte Teststatistiken. Teil II: Anwendungen. ZfV 116, 15-26
- 43 Grafarend, E.; Heck, B.; Engels, J. (1991): The Geoid and its Computation from the Gravimetric Boundary Value Problem. In: Rapp, R. H.; Sansò, F. (eds.), Determination of the Geoid - Present and Future. IAG Symposia 106, Springer, 321-332.
- 1986 - 1990**
- 42 Heck, B.; Rummel, R. (1990): Strategies for Solving the Vertical Datum Problem Using Terrestrial and Satellite Geodetic Data. In: Sünkel, H.; Baker, T. (eds.): Sea Surface Topography and the Geoid. IAG Symposia No. 104, Springer Int., 116-128.
- 41 Heck, B. (1989): The Fixed and Free Vectorial/Scalar Boundary Value Problems of Physical Geodesy - A Comparison. In: Sansò, F. (ed.): Proceedings II. Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy, Pisa. Milano 1990, 517-533.
- 40 Heck, B. (1990): An Evaluation of Some Systematic Error Sources affecting Terrestrial Gravity Anomalies. Bulletin Géodésique Vol. 64, 88-108.
- 39 Heck, B. (1990): A Revision of R. Mather's Work on the Determination of Stationary Sea Surface Topography and Global Vertical Datum Definition. In: Brunner, F. K.; Rizos, C. (eds.): Developments in Four-Dimensional Geodesy. Springer, Berlin, 85-97.
- 38 Heck, B. (1989): On the Non-Linear Geodetic Boundary Value Problem for a Fixed Boundary Surface. Bulletin Géodésique, 63, 57-67.
- 37 Heck, B. (1989): Geodätische Methoden zur Bestimmung rezenter Krustenbewegungen im lokalen und regionalen Bereich. In: Welsch, W. (Hrsg.): Beiträge zum Seminar über rezente Krustenbewegungen, Institut für Geodäsie, Universität der Bundeswehr, München, 8.-9.6.1989. Schriftenreihe Univers. Studiengang Vermessungswesen, Universität der Bundeswehr, München, Heft 39, 143-170.
- 36 Heck, B. (1989): A Contribution to the Scalar Free Boundary Value Problem of Physical Geodesy. manuscripta geodaeica 14, 87-99.
- 35 Hahn, M.; Heck, B.; Jäger, R.; Scheuring, R. (1989): Ein Verfahren zur Abstimmung der Signifikanzniveaus für allgemeine $F_{m,n}$ -verteilte Teststatistiken, Teil I: Theorie. ZfV 114, 234-248.
- 34 Heck, B.; Grüniger, W. (1988): Modification of Stokes' Integral Formula by Combining Two Classical Approaches. In: Proceedings IAG Symposia, XIX IUGG General Assembly, Vancouver, Canada, 10-22 August 1987. Paris, Tome II, 319-337.
- 33 Heck, B. (1988): The Non-Linear Geodetic Boundary Value Problem in Quadratic Approximation. manuscripta geodaeica 13, 337-348.
- 32 Heck, B. (1987): Time-Dependent Geodetic Boundary Value Problems. In: Holota, P. (ed.), Proceedings Int. Symposium Figure and Dynamics of the Earth, Moon and Planets, Prague 1986. Astron. Inst. Czechoslovak Acad. of Sciences and Research Inst. of Geodesy, Topography, and Cartography, Prague. Part I, 195-225.
- 31 Heck, B. (1987): Calculation of Love and Shida Numbers by Solving a Space-Time Geodetic Boundary Value Problem. Paper, XIX IUGG General Assembly, Vancouver/Canada, IAG Section V Meeting.
- 30 Heck, B.; Mälzer, H. (1986): On Some Problems Connected with the Determination of Recent Vertical Crustal Movements from Repeated Levellings and Gravity Measurements. Tectonophysics 130, 299-305.
- 29 Heck, B.; Jäger, R. (1986): Zur Sensitivität von Strecken- und Streckenverhältnismessungen in Deformationsnetzen. ZfV 111, 459-468.
- 28 Heck, B. (1986): Tilts and Displacements of the Geoid Induced by Polar Motion and Other Kinematical Effects. Boll. di Geodesia e Scienze Affini, XLV, 139-150.
- 27 Heck, B. (1986): Sensitivitätsanalyse geodätischer Deformationsnetze. AVN 93, 169-181.
- 26 Heck, B. (1986): A Numerical Comparison of Some Telluroid Mappings. In: Sansò, F. (ed.): Proceedings I. Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy, Roma, 3-6 June, 1985. Milano, 19-38.
- 25 Biro, P.; Heck, B.; Thông, N. C. (1986): On a New Approach into the Solution of the Three-Dimensional Geodetic-Geodynamic Boundary Value Problem. AVN International Edition, No. 3/1986, 9-21.

24 Biro, P.; Heck, B. (1986): Variation in Satellite Station Coordinates and the True Surface Movements. *Geodéziai és Kartográfia*, 38, 238-243 (in Ungarisch mit englischer Zusammenfassung).

1981-1985

23 Heck, B. (1985): Monitoring Dam Deformations by Means of Geodetic Control Networks. In: J. Laginha Serafim (Hrsg.), *Safety of Dams. Proc. of the Int. Conference on Safety of Dams, Coimbra 23-28 April 1984*. A. A. Balkema Publishers, Rotterdam, Addendum, 455-466.

22 Heck, B. (1985): Ein- und zweidimensionale Ausreißertests bei der ebenen Helmert- Transformation. *ZfV* 110, 461-471.

21 Grafarend, E.; Heck, B.; Knickmeyer, E. (1985): The Free Versus Fixed Geodetic Boundary Value Problem for Different Combinations of Geodetic Observables. *Bulletin Géodésique* 59, No. 1, 11-32.

20 Heck, B.; Meier-Hirmer, B. (1984): Analyse geodätischer Deformationsmessungen zur Überwachung des Damms eines Rückhaltebeckens. In: Rinner, K.; Schelling, G.; Brandstätter, G. (Hrsg.): *Ingenieurvermessung 84. Beiträge zum IX. Int. Kurs für Ingenieurvermessung, Graz 1984: Beitrag E 7*, F. Dümmler, Bonn.

19 Heck, B. (1984): Zur geometrischen Analyse von Deformationen in Lagenetzen. *AVN* 91, 357-364.

18 Heck, B. (1984): Zur Bestimmung vertikaler rezenter Erdkrustenbewegungen und zeitlicher Änderungen des Schwerfeldes aus wiederholten Schweremessungen und Nivellements. *Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, Heft Nr. 302*, München, Habilitationsschrift, 114 pp.

17 Heck, B. (1984): On the Accuracy of Height Anomalies and Deflections of the Vertical as Derived from Potential Coefficients and Terrestrial Gravity Measurements. In: *Proceedings of the IAG Symposia, IUGG XVIII General Assembly, Hamburg, August 15-27, 1983*. Dept. Geod. Science and Surveying, The Ohio State University, Vol. 1, 485-509.

16 Heck, B.; Kok, J.J.; Welsch, W.; Baumer, R.; Chrzanowski, A.; Chen, Y.Q.; Secord, J.M. (1983): Report of the FIG Working Group on the Analysis of Deformation Measurements. In: Joó, I. I.; Detreköi, A. (Hrsg.): *Deformation Measurements, Akadémiai Kiadó, Budapest*, 373-415.

15 Heck, B.; Mälzer, H. (1983): Determination of Vertical Recent Crustal Movements by Levelling and Gravity Data. *Tectonophysics*, 97, S.251-264. (Leicht gekürzte Fassung in: Pelzer, H.; Niemeier, W. (Hrsg.): *Precise Levelling. Contributions to the Workshop on Precise Levelling, held in Hanover, Fed. Republic of Germany, March 16-18, 1983*, Dümmler, Bonn, 435-448).

14 Heck, B.; Grüninger, W. (1983): Zur Genauigkeit gravimetrisch bestimmter absoluter und relativer Geoidhöhen. *Deutsche Geodätische Kommission, Reihe A, Heft Nr. 97*, München, 34 pp.

13 Heck, B. (1983): On Various Formulations of the Geodetic Boundary Value Problem Using the Vertical Gradient of Gravity. In: Holota, P. (Hrsg.): *Proceedings of the Int. Symp. Figure*

of the Earth, the Moon and Other Planets, Prague 1982. *Monograph Series of VUGTK, Research Institute of Geodesy, Topography and Cartography, Prague*, 153-175.

12 Heck, B. (1983): Das Analyseverfahren des Geodätischen Instituts der Universität Karlsruhe - Stand 1983. *Schriftenreihe Wiss. Studiengang Vermessungswesen der Hochschule der Bundeswehr München Nr. 9*, 153-182.

11 Heck, B. (1982): Combination of Levelling and Gravity Data for Detecting Real Crustal Movements. *Proceedings of the Int. Symposium on Geodetic Networks and Computations of the IAG - Comm. X: Continental Networks -, Munich 1981, Vol. VII. Deutsche Geodätische Kommission, Reihe B, Heft Nr. 258/VII, München*, 20-30.

10 Heck, B.; Heil, E. (1981): Zur Bestimmung der Nullpunktskorrektur elektronischer Distanzmesser durch Streckenmessung in allen Kombinationen. *AVN* 88, 286-298.

9 Heck, B. (1981): Statistische Ausreißerkriterien zur Kontrolle geodätischer Beobachtungen. In: Conzett, R.; Matthias, H.; Schmid, H. (Hrsg.): *Ingenieurvermessung '80, Beiträge zum VIII. Internationalen Kurs für Ingenieurvermessung, Zürich 1980, Beitrag B 10*. F. Dümmler, Bonn.

8 Heck, B. (1981): Die Verwendung relativer Fehlerellipsen zur Analyse von Deformationsmessungen. In: Hallermann, L. (Hrsg.): *Beiträge zum II. Int. Symposium über Deformationsmessungen mit geodätischen Methoden, Bonn 1978*. K. Wittwer, Stuttgart, 354-364.

7 Heck, B. (1981): Der Einfluß einzelner Beobachtungen auf das Ergebnis einer Ausgleichung und die Suche nach Ausreißern in den Beobachtungen. *AVN* 88, 17-34.

6 Chrzanowski, A.; Kok, J.; Niemeier, W.; Pelzer, H.; Heck, B.; Welsch, W.; Baumer, R.; Szostak-Chrzanowski, A.; Tobin, P. (1981): A Comparison of Different Approaches into the Analysis of Deformation Measurements. *FIG - 16th International Congress, Paper No. 602.3*, Montreux.

vor 1981

5 Heck, B. (1980): Solution of the Geodetic Boundary Value Problem by Means of the Vertical Gradient of Gravity. *Deutsche Geodätische Kommission, Reihe B, Heft Nr. 252*, München, 21-28.

4 Heck, B. (1980): Computation of Second Derivatives of the Disturbing Potential by Surface Layer Methods. *Boll. di Geodesia e Scienze Affini XXXIX*, 95-100.

3 Heck, B. (1979): Zur lokalen Geoidbestimmung aus terrestrischen Messungen vertikaler Schweregradienten. *Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, Heft Nr. 259*, München, 94 pp.

2 Heck, B.; Kuntz, E.; Meier-Hirmer, B. (1977): Deformationsanalyse mittels relativer Fehlerellipsen. *AVN* 84, 78-87.

1 Heck, B. (1975): Die Genauigkeit eliminierter Unbekannter bei regulären und singulären Ausgleichungsproblemen. *AVN* 82, 345-348.

Estimation of GRACE-like geopotential models

Hussein A. Abd-Elmotaal

Civil Engineering Department, Faculty of Engineering, Minia University, Minia, Egypt
E-Mail: abdelmotaal@lycos.com

Abstract

The availability of time-dependent global gravity field models like EIGEN-6C or EIGEN-6C2 allows the generation of GRACE-like geopotential Earth models. The paper introduces an approach to generate those GRACE-like models using time-dependent global gravity field models. Such GRACE-like models can then be used to estimate, for example, the Terrestrial Water Storage (TWS) for the months where GRACE data are not available. The paper gives the necessary derivation of such GRACE-like models from the time-dependent global gravity field models. GRACE-like models, created by using the time-dependent global gravity field models at the same months where GRACE data are available, are compared to the original GRACE models. The results proved that the GRACE-like models give comparable values to the original GRACE models and no loss of spectrum power occurs.

1 Introduction

The widely known satellite mission Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) has collected global gravity observations since the year 2002. It offers a perfect possibility to monitor the mass redistribution within the Earth's system. This is directly related to the variation in terrestrial water storage (Wahr et al., 2004; Tapley et al., 2004).

The GRACE mission has been designed for a nominal mission lifetime of five years, which lasted for 15 years now. Some months are dropped from the GRACE data. The GRACE spacecrafts orbit has decayed by about 150 km, starting in May 2017 (<http://www.csr.utexas.edu/grace/operations/configuration.html>). The GRACE follow-on mission is being designated. Accordingly, there is a need for filling in the GRACE data gaps.

The paper presents an approach to create GRACE-like geopotential models by using time-dependent global gravity field models. Among other important usages

of the created GRACE-like models, they can be used to fill in the gaps of the original GRACE data.

The nowadays available time-dependent global gravity field models are outlined and discussed. The necessary derivation of computing the monthly average GRACE-like models from the time-dependent global gravity field models is given. The GRACE-like models have been created at the same months where original GRACE data are available. A comparison between the original GRACE and the GRACE-like models is made and widely discussed.

2 Time-dependent gravity field models

A number of time-dependent global gravity field models exist nowadays. We will focus here on two models, namely the EIGEN-6C model (Förste et al., 2011) and the EIGEN-6C2 (Förste et al., 2012). For these global gravity field models, the lower-degree harmonic coefficients, up to degree and order 50, are functions of a few time-dependent parameters.



2.1 EIGEN-6C gravity field model

The EIGEN-6C global gravity field model (Förste et al., 2011) combines the following data sets:

- 6.5 years of LAGEOS (SLR) and GRACE (GPS-SST and K-band range rate) data from the time span 1.1.2003 till 30.6.2009.
- 6.7 months of GOCE data (Satellite gradiometry only) from the time span 1.11.2009 till 30.6.2010.
- DTU2010 global gravity anomaly data set (Andersen, 2010) obtained from altimetry and gravimetry as surface data.

The EIGEN-6C model has a set of time-variable parameters ($gfct$, $trnd$, $acos$, $asin$) up to degree and order 50. To compute the values of the time variable fully normalized spherical harmonic coefficients $G_{6C}(t)$ using the EIGEN-6C model at a certain epoch t , one needs to apply both the drift parameter $trnd$ as well as the periodic terms $acos$ and $asin$ as follows (Förste et al., 2011)

$$G_{6C}(t) = gfct(t_o) + trnd \times (t - t_o) + \sum_{i=1}^2 \left\{ asin(i) \sin \left[\frac{2\pi(t - t_o)}{p(i)} \right] + acos(i) \cos \left[\frac{2\pi(t - t_o)}{p(i)} \right] \right\}, \quad (2.1)$$

where $gfct(t_o)$ is the value of the fully normalized harmonic coefficient $G_{6C}(t_o)$ at the reference epoch t_o ($t_o = 1.1.2005$), and

$$\begin{aligned} p(1) &= 1.0 \text{ year}, \\ p(2) &= 0.5 \text{ year}. \end{aligned} \quad (2.2)$$

2.2 EIGEN-6C2 gravity field model

The EIGEN-6C2 global gravity field model combines GRACE data for 7.8 years, LAGEOS-1/2 SLR data for 25 years, GOCE data for 350 days and surface data. The surface data consists of altimetry-derived data in oceans as well as terrestrial data on land. Three surface data sets were included in EIGEN-6C2 model. Two of them are products of the Danish National Space Institute DTU Space. They are:

- Data set 1: An update of the DTU10 global gravity anomaly data set (Andersen, 2010) which was obtained from altimetry over the oceans.

- Data set 2: The DTU10 geoid data over the oceans, obtained from DTU10 MSSH and DOT data.

- Data set 3: Geoid heights over the continents generated from EGM2008 (Pavlis et al., 2008, 2012).

The EIGEN-6C2 model has also a set of time-variable parameters (namely, $gfct$, $trnd$, $acos$, $asin$) up to degree and order 50. To compute the values of the time variable fully normalized spherical harmonic coefficients $G_{6C2}(t)$ using the EIGEN-6C2 model at a certain epoch t , one needs to apply both the drift parameter $trnd$ as well as the periodic terms $acos$ and $asin$ as follows (Förste et al., 2012)

$$G_{6C2}(t) = gfct(t_o) + trnd \times (t - t_o) + \sum_{i=1}^3 \left\{ asin(i) \sin \left[\frac{2\pi(t - t_o)}{p(i)} \right] + acos(i) \cos \left[\frac{2\pi(t - t_o)}{p(i)} \right] \right\}, \quad (2.3)$$

where $gfct(t_o)$ is the value of the fully normalized harmonic coefficient $G_{6C2}(t_o)$ at the reference epoch t_o ($t_o = 1.1.2005$), and

$$\begin{aligned} p(1) &= 1.0 \text{ year}, \\ p(2) &= 0.5 \text{ year}, \\ p(3) &= 18.6129 \text{ year (only for } \bar{C}_{20} \text{)}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

It is worth mentioning that the third period $p(3)$ is the lunar period, which affects only the \bar{C}_{20} harmonic coefficient. This means that the summation appearing in the expression of computing $G_{6C2}(t)$, Eq. (2.3), for all other harmonic coefficients rather \bar{C}_{20} is performed only up to $i = 2$.

3 Creating monthly average GRACE-like models

The monthly average GRACE-like models are created by generating the monthly average fully normalized harmonic coefficients for the same months as the GRACE data. This is achieved by performing the following integration

$$\bar{G}(t_1, t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} G(t) dt, \quad (3.1)$$

where t_1 and t_2 are the epochs of the starting and ending of each of the original GRACE-months. In the fol-

lowing sections, we will perform the integration appearing in Eq. (3.1) for both EIGEN-6C and EIGEN-6C2 models, generating GRACE-like-EIGEN-6C and GRACE-like-EIGEN-6C2 models, respectively.

3.1 Creating GRACE-like-EIGEN-6C model

To generate the GRACE-like-EIGEN-6C model, we insert Eq. (2.1) into Eq. (3.1) and perform the required integration analytically. This immediately leads to the following expression for the monthly average fully normalized harmonic coefficients $\bar{G}_{6C}(t_1, t_2)$ for the GRACE-like-EIGEN-6C model

$$\begin{aligned} \bar{G}_{6C}(t_1, t_2) = & \frac{1}{t_2 - t_1} \left[gfc t(t_o) \times t + \right. \\ & \left. + trnd \times \left(\frac{t^2}{2} - t t_o \right) \right]_{t_1}^{t_2} + \frac{1}{2\pi(t_2 - t_1)} \cdot \\ & \cdot \sum_{i=1}^2 \left[-asin(i) p(i) \cos \left(\frac{2\pi(t - t_o)}{p(i)} \right) + \right. \\ & \left. + acos(i) p(i) \sin \left(\frac{2\pi(t - t_o)}{p(i)} \right) \right]_{t_1}^{t_2}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

The expressions between the square brackets appearing in Eq. (3.2) are numerically computed between the lower t_1 and upper t_2 integration limits, and $p(i)$ is given by Eq. (2.2).

To generate the monthly average GRACE-like-EIGEN-6C model, Eq. (3.2) has been employed using the EIGEN-6C model for the same months as the original GRACE data.

3.2 Creating GRACE-like-EIGEN-6C2 model

To generate the GRACE-like-EIGEN-6C2 model, one needs to insert Eq. (2.3) into Eq. (3.1) and performs the required integration analytically. This immediately leads to the following expression for the monthly aver-

age fully normalized harmonic coefficients $\bar{G}_{6C2}(t_1, t_2)$ for the GRACE-like-EIGEN-6C2 model

$$\begin{aligned} \bar{G}_{6C2}(t_1, t_2) = & \frac{1}{t_2 - t_1} \left[gfc t(t_o) \times t + \right. \\ & \left. + trnd \times \left(\frac{t^2}{2} - t t_o \right) \right]_{t_1}^{t_2} + \frac{1}{2\pi(t_2 - t_1)} \cdot \\ & \cdot \sum_{i=1}^3 \left[-asin(i) p(i) \cos \left(\frac{2\pi(t - t_o)}{p(i)} \right) + \right. \\ & \left. + acos(i) p(i) \sin \left(\frac{2\pi(t - t_o)}{p(i)} \right) \right]_{t_1}^{t_2}. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Here the expressions between the square brackets appearing in Eq. (3.3) are numerically computed between the lower t_1 and upper t_2 integration limits, and $p(i)$ is given by Eq. (2.4). It should be mentioned again that the summation appearing in Eq. (3.3) for all monthly average fully normalized harmonic coefficients except \bar{C}_{20} is performed only up to $i = 2$.

Expression (3.3) has been used to generate the monthly average GRACE-like-EIGEN-6C2 model using the EIGEN-6C2 model for the same months as the original GRACE data.

4 Comparison with GRACE model

Figure 4.1 shows the comparison between the spherical harmonic coefficients of the GRACE and GRACE-like-EIGEN-6C models for March 2009. The absolute differences between GRACE and GRACE-like-EIGEN-6C models range between zero and 3.95×10^{-9} with an average of 3.28×10^{-12} and a standard deviation of about 7.67×10^{-11} . The lower-left panel of Fig. 4.1 shows that the absolute differences between the GRACE and GRACE-like-EIGEN-6C models are always significantly small (and range mainly between 10^{-11} and 10^{-13} except for the very low harmonics). The lower-right panel of Fig. 4.1 shows very small relative errors. This indicates that the GRACE-like-EIGEN-6C model behaves similar to the original GRACE model.

Figure 4.2 shows the comparison between the GRACE and GRACE-like-EIGEN-6C2 models for March 2009. Here, the absolute differences between the GRACE and GRACE-like-EIGEN-6C2 models range between zero and 4.00×10^{-9} with an average of

3.39×10^{-12} and a standard deviation of about 7.77×10^{-11} . The lower-left panel of Fig. 4.2 shows that the absolute differences between the GRACE and GRACE-like-EIGEN-6C2 models are always significantly small (and range mainly between 10^{-11} and 10^{-13} except for the very low harmonics). The lower-right panel of Fig. 4.2 shows very small relative errors. This indicates that the GRACE-like-EIGEN-6C2 model also behaves similar to the original GRACE model.

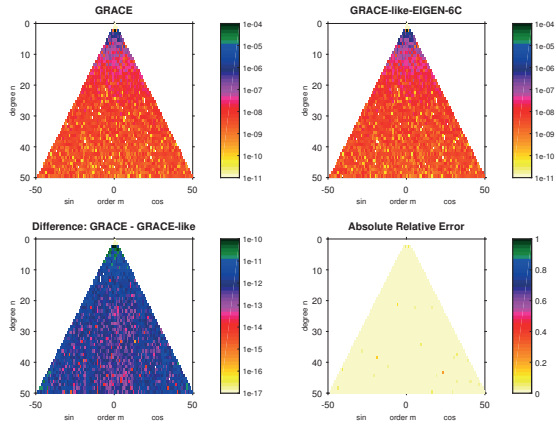


Figure 4.1: Comparison between the GRACE and GRACE-like-EIGEN-6C models for March 2009.

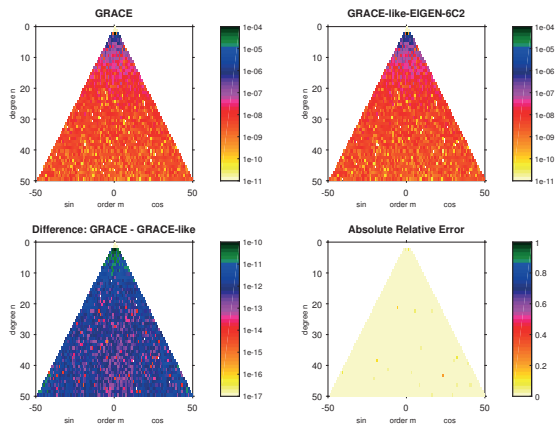


Figure 4.2: Comparison between the GRACE and GRACE-like-EIGEN-6C2 models for March 2009.

Comparing Fig. 4.1 and Fig. 4.2 shows that both GRACE-like-EIGEN-6C and GRACE-like-EIGEN-6C2 give a good approximation to the original GRACE model, with nearly the same degree of approximation. Figure 4.3 shows the degree variances for the GRACE and GRACE-like-EIGEN-6C2 models for March 2009. It shows that both curves are coincide. This means that there is no loss of spectrum power between the GRACE and GRACE-like-

EIGEN-6C2 models. The degree variances for both GRACE and GRACE-like-EIGEN-6C2 models range between 9.64×10^{-16} and 2.34×10^{-7} with an average of 3.97×10^{-9} and a standard deviation of about 3.05×10^{-8} . It should be noted that a similar conclusion has also been drawn for the GRACE-like-EIGEN-6C model.

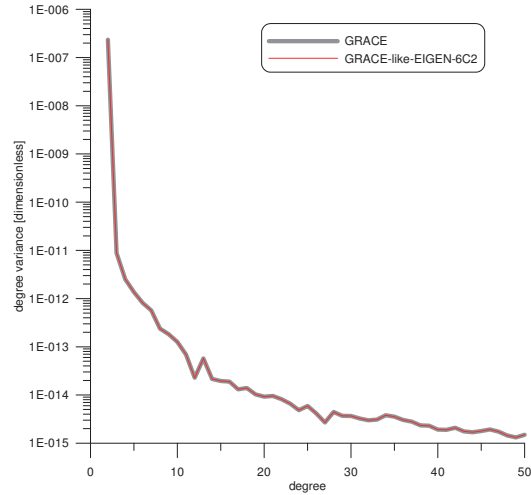


Figure 4.3: Degree variances for the GRACE and GRACE-like-EIGEN-6C2 models for March 2009.

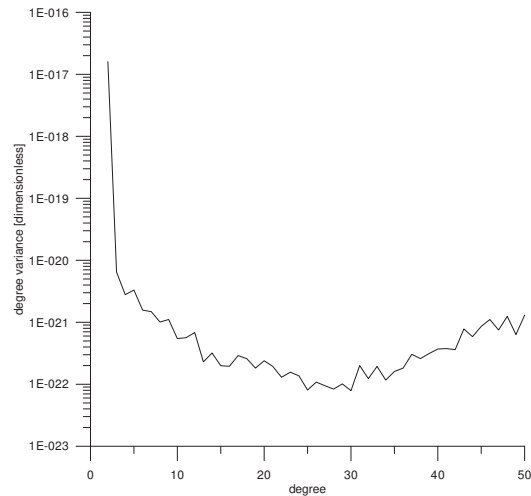


Figure 4.4: Difference of the degree variances between GRACE and GRACE-like-EIGEN-6C2 models for March 2009.

Figure 4.4 shows the differences of the degree variances between the GRACE and GRACE-like-EIGEN-6C2 models for March 2009. These differences range between 7.89×10^{-23} and 1.60×10^{-17} with an average of 3.28×10^{-19} and a standard deviation of about 2.29×10^{-18} . Comparing the range values for the degree variance (Fig. 4.3) and the range values for the degree variance differences (Fig. 4.4) confirms again that there is no loss of spectrum power between the GRACE and GRACE-like-EIGEN-6C2

models. Again, similar conclusion has been proved for the GRACE-like-EIGEN-6C model.

Figures 4.5 and 4.6 show the time series of the degree variances c_{10} and c_{20} for the GRACE and GRACE-like-EIGEN-6C2 models, respectively. They show again the comparable behaviour of the GRACE-like models to that of the original GRACE model, also with respect to time (please note the very small variations in the degree variance axis in both Figs. 4.5 and 4.6). Similar graphs have been created for the other degree variances up to degree 50.

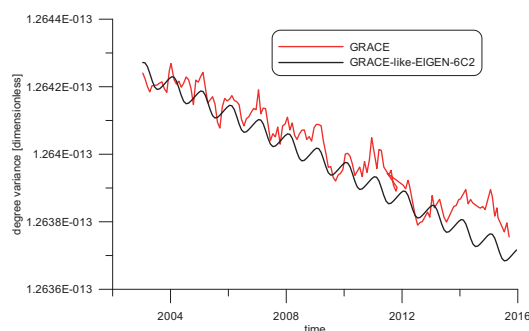


Figure 4.5: Time series of the degree variance c_{10} for the GRACE and GRACE-like-EIGEN-6C2 models.

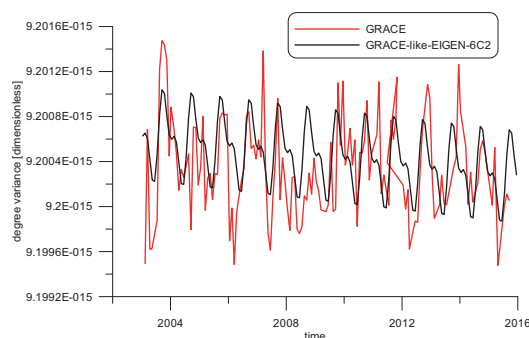


Figure 4.6: Time series of the degree variance c_{20} for the GRACE and GRACE-like-EIGEN-6C2 models.

5 Conclusion

The paper presents an approach to generate GRACE-like geopotential models. The developed approach uses the time-dependent global gravity field models to

generate the GRACE-like models. Two time-dependent global gravity field models have been used in the current investigation; they are EIGEN-6C and EIGEN-6C2 models. The paper gave the necessary derivation of generating the GRACE-like models using these time-dependent global gravity field models.

The results proved that the generated GRACE-like models, either using EIGEN-6C or EIGEN-6C2 time-dependent global gravity field models, behave similarly as the original GRACE model. It has also been shown that there is no loss of spectrum power when using the GRACE-like models instead of the original GRACE model.

References

- Andersen, O. B. (2010): The DTU10 Gravity field and Mean sea surface (2010). *Second international symposium of the gravity field of the Earth (IGFS2)* Fairbanks, Alaska.
- Förste, C., Bruinsma, S. L., Flechtner, F., Marty, J.-C., Lemoine, J.-M., Dahle, C., Abrikosov, O., Neumeyer, H., Biancale, R., Barthelmes, F., and Balmino, G. (2012): A new release of EIGEN-6: The latest combined global gravity field model including LAGEOS, GRACE and GOCE data from the collaboration of GFZ Potsdam and GRGS Toulouse. *American Geophysical Union, Fall Meeting, San Francisco, USA* December 3–7, 2012.
- Förste, C., Bruinsma, S. L., Shako, R., Marty, J.-C., Flechtner, F., Abrikosov, O., Dahle, C., Lemoine, J.-M., Neumeyer, K. H., Biancale, R., Barthelmes, F., König, R., and Balmino, G. (2011): EIGEN-6 - A new combined global gravity field model including GOCE data from the collaboration of GFZ-Potsdam and GRGS-Toulouse. *Geophysical Research Abstracts* 13, EGU2011-3242-2, EGU General Assembly, 2011.
- Pavlis, N. K., Holmes, S. A., Kenyon, S. C., and Factor, J. K. (2008): An Earth Gravitational Model to Degree 2160: EGM2008. *General Assembly of the European Geosciences Union* Vienna, Austria, April 13–18.
- Pavlis, N. K., Holmes, S. A., Kenyon, S. C., and Factor, J. K. (2012): The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008). *J Geophys Res* 117(B04406). DOI: 10.1029/2011JB008916.
- Tapley, B. D., Bettadpur, S., Watkins, M., and Reigber, C. (2004): The gravity recovery and climate experiment: Mission overview and early results. *Geophysical Research Letters* 31(L09607):1–4. ISSN: 1944-8007. DOI: 10.1029/2004GL019920.
- Wahr, J., Swenson, S., Zlotnicki, V., and Velicogna, I. (2004): Time-variable gravity from GRACE: First results. *Geophysical Research Letters* 31(L11501):1–4. ISSN: 1944-8007. DOI: 10.1029/2004GL019779.

Bernhard Heck and Hungary

József Ádám

Department of Geodesy and Surveying, Budapest University of Technology and Economics, Budapest, Hungary
E-Mail: jadam@epito.bme.hu

Abstract

A personal welcome greetings of the Budapest University of Technology and Economics (BME) and the Earth Sciences Section of the Hungarian Academy of Sciences (HAS) in a commemorative publication book compiled on the occasion of the retirement of Professor Dr.-Ing. habil. Dr. h.c. Bernhard Heck.

On behalf of the Hungarian geodesists, and representing the BME and HAS I would like to congratulate and to express our grateful thanks to Professor Bernhard Heck, *Doctor honoris causa* (Dr. h.c.) of our Technical University (BME) and *Honorary Member* of our Academy of Sciences (HAS) on the occasion of his retirement. He is well-known and held in great respect among geodetic community of Hungary.

The scientific activities of Professor Heck include various branches of Geodesy and related geosciences, such as mathematical and physical geodesy, analysis of geodetic networks, GNSS positioning and GNSS meteorology, as well as geodynamics. The most prominent achievements refer to the mathematical and numerical analysis of the geodetic boundary value problem (GBVP), local and regional gravity field modelling, definition of a global vertical datum, study of atmospheric effects on GNSS observations and GNSS remote sensing of the water vapour distribution in the troposphere. Furthermore, he founded the “Karlsruhe approach” into deformation analysis of geodetic networks, based on rigorous statistical tests, and applied these theories to data from extended campaigns performed at various natural laboratories, such as the Upper Rhine Graben, the Antarctic Peninsula, and the

Sóskút region of Hungary. He has contributed to the development of geodetic science with a text book on geodetic reference systems, numerous scientific papers published in scientific journals and proceedings of symposia, and a great number of scientific presentations at national and international symposia and workshops.

International relationships always have been in the focus of Professor Bernhard Heck. This fact is primarily expressed by various international research projects jointly performed with colleagues from the University of Strasbourg (France), Delft Univ. of Technology (The Netherlands), Minia University (Egypt), Curtin University (Perth, Australia), Universidade Federal do Paraná (UFPR; Curitiba, Brasil), National Geodetic Survey (USA) and others. We are very proud that most probably, the longest scientific cooperation exists with the Department of Geodesy (since 1999 Department of Geodesy and Surveying) at Budapest University of Technology and Economics (BME, earlier Technical University of Budapest), extending over 35 years. In addition, Professor Heck works as Senate Commissioner for the cooperation between University of Karlsruhe (since 2009 Karlsruhe Institute of Technology, KIT) and BME since 2001.



The first contact between geodesists of our Universities goes back to the turn of 1960/1970's. There was a close cooperation between Professors Heinz Draheim (University of Karlsruhe) and Lajos Homoródi (TU Budapest). A personal acquaintance developed between them at the international meetings of the FIG (Fédération Internationale des Géomètres, International Federation of Surveyors) because that time Professor Draheim was the President of the FIG and Professor Homoródi was the President of the Hungarian Society of Surveyors and Cartographers. They met usually at the different FIG meetings. Professor Draheim as a FIG President supported the Hungarian geodesists. The most favourable condition for cooperation is a bilateral cooperation agreement between our Universities signed on May 8th, 1970. The University Fridericiana of Karlsruhe was the first University among German Universities to find and make contact with my TU Budapest (Homoródi, 1974).

Later Professor Péter Biró had a close scientific cooperation with Professor Dr.-Ing. habil Hermann Mälzer of the Geodetic Institute of Karlsruhe University in 1970's and 1980's. In this intensive scientific cooperation Professor Bernhard Heck was gradually involved which resulted in excellent and important common papers (Biró and Heck, 1986; Biró et al., 1986). From that time Professor Heck is in tight cooperation with our University, BME. Thus his Chair of Physical and Satellite Geodesy of the Geodetic Institute and my Department of Geodesy (now Department of Geodesy and Surveying) in BME has a cooperation in scientific researches as well as in students exchange programmes for more than 35 years.

Another contact at BME is related to myself where I'm working since the early 1990's. Although we first met at the international scientific symposia in early 1980's, we worked together for a longer time at the Geodetic Institute of Stuttgart University in 1985. Both of us stayed there for a research work with Professor Erik W. Grafarend as our host. My stay was supported by the Alexander von Humboldt Foundation, while Bernhard stayed with a Heisenberg Research Fellowship of the German Research Foundation. Later we spent overlapping research times together at the Department of Geodetic Science and Surveying, OSU, Columbus, Ohio in 1989/1990. I'm in close cooperation with him personally for more than 30 years (since our Stuttgart

period). We met at numerous international scientific symposia, just mention a few, as follows: a) Int. Symp. on Figure of the Earth, the Moon and other Planets (Prague, 1982), b) I. Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy (Rome, 1985), c) Int. Symp. on Figure and Dynamics of the Earth, Moon and Planets (Prague, 1986), d) 1st Continental Workshop on the Geoid in Europe (Prague, 1992), e) 7th Int. Symp. on Geodesy and Physics of the Earth (Potsdam, 1992), f) Joint IGC/ICG Symposium on Gravity and Geoid (Graz, 1994), etc.

Bernhard attended the international symposia organized in Hungary as well (e.g. at the Third International Symposium on Deformation Measurements by Geodetic Methods, Budapest, 25-27 August, 1982; Heck et al. (1983)). Early of 1990's he visited me at the Satellite Geodetic Observatory (KGO) of the Institute of Geodesy, Cartography and Remote Sensing (FÖMI), Station Penc.

Intensive institutional cooperation between us started when I started my university career at the BME. In the frame of the official bilateral cooperation agreement between BME and KIT we actively organized the collaboration in scientific researches as well as in student programmes between our institutions. Many BME staff members (e.g. Károly Dede, László Szűcs, Erik Papp, Péter Bóna and others) had research stays in Karlsruhe, his KIT staff members (Hansjörg Kutterer, Kurt Seitz, Michael Kuhn, Klaus Kaiser and others) made observations in our geodetic-geodynamic networks (at the banks of Danube and in the Sósút test network) in Hungary in common research projects and the observations have been processed commonly in Budapest as well as in Karlsruhe. The necessary financial sources for our scientific and educational collaboration were given by the Offices of the International Affairs of our Universities.

An other way for having financial support was to prepare application to DAAD (Deutscher Akademischer Austausch Dienst). In the past Professor Heck submitted numerous such applications ("Sondervereinbarung"). Having a successful application for such a project, the DAAD usually paid the travel costs for the German participants into Hungary, and the living costs for the Hungarian partners in Karlsruhe. The following research projects ("Sondervereinbarung") were carried out (perhaps the list is not full):

1) Geodätische Deformationsmessungen und Deformationsanalyse unter besonderer Berücksichtigung von GPS-Messverfahren (1999-2000 period), 2) Nutzung des GPS zur hochgenauen Bestimmung von Deformationen (2002-2004 period), 3) Integrierte geodätische und geodynamische Untersuchungen in verschiedenen natürlichen Labors in Ungarn and Deutschland (2005-2007 and 2007-2009 period), 4) Bestimmung des integrierten atmosphärischen Wasserdampfgehaltes aus GNSS-Beobachtungen (2014-2016). Some early results on the GPS observations in the Sós-kút geodetic-geodynamic network and deformation analysis were published by *Ádám et al.* (2002). Professor Heck was officially invited to take part in the lecturing at the Department of Geodesy, Faculty of Civil Engineering, TU Budapest as “University Guest Professor” supported by the “Pro Renovanda Cultura Hungariae”-Foundation in 1996. He gave lecture and seminar series in our PhD course for the section of Geodesy, Surveying and Geoinformatics of the BME on the following topics: a) Error sources and mitigation in highly precise GPS positioning, b) Geodetic Reference Frames and Systems, c) Gravity field and vertical reference frames. These seminars were delivered in two different weeks, that is: 1) September 30-October 4, and 2) October 29-31, 1996. In the audience there were students, graduate students, collaborators of several Hungarian institutions, and colleagues of the Department.

Mr. Klaus Kaiser from the University of Karlsruhe spent a period of three months (between September and December in 1996) at the Department of Geodesy, BME to prepare his diploma thesis. The subject of his work was “Measurements and Deformation Analysis at the Banks of the Danube”. The whole diploma work was done in close cooperation between our two institutions. Mr Klaus Kaiser was dealing with the classical terrestrial measurement techniques, such as precise levelling, distance and angle measurements. He was responsible for the checking of the instruments, the organisation of the work, the measurements itself and for the data analysis. He had to improve also the GPS-technology in his work. He measured a large part of the deformation network, which was used as a first-time epoch for further control measurements. His advisor, Dr. Károly Dede of my Department was very satisfied with the way he was dealing things.

Three years later Professor Heck presented an other lecture at my Department in October 8th, 1999 under the title “Recent investigations on atmospheric effects in GPS positioning”.

In 2010 Professor Heck was invited to join the Advisory Board of *Acta Geodaetica et Geophysica Hungarica*, a Quarterly of the Hungarian Academy of Sciences, jointly published by the *Akadémiai Kiadó* (Budapest, Hungary) and by Springer (Dordrecht, The Netherlands). It is an other possibility for him to collaborate with his Hungarian colleagues and friends in the Advisory as well as the Editorial Board.

In all Professor Bernhard Heck kindly received for common researches in his Institute and hosted two BME’s colleagues of my Department; namely Dr. Szabolcs Rózsa (for a research stay of three years: from September, 2001 to September of 2004), and Mr. Bence Ambrus (for a half year stay: from September, 2015 to February, 2016). The three-year research stay in Karlsruhe for Szabolcs was very efficient and useful to make a deepened and high level scientific work which resulted in two excellent publications (Rózsa et al., 2005a,b). My colleagues (Szabolcs Rózsa and Bence Ambrus) were at the Geodetic Institute of the KIT from 25th to 29th of September, 2017 in order to prepare the collaboration between our institutions for the near future. Note that Dr. habil Szabolcs Rózsa is my successor as Head of the Department of Geodesy and Surveying, Faculty of Civil Engineering, BME since 2014.

For several years, that is since 2001 Professor Heck has been the Senate Commissioner of the Karlsruhe University for the collaboration with my University, BME. He coordinates the activities of the faculties in the common education program in German language and supports the studies for one semester of about 50 Hungarian students annually in Karlsruhe. He is annually travelling to Budapest in order to attend the diploma celebration of the German speaking courses at the BME.

It is a great recognition and pleasure for us that the Senate of the Karlsruhe Institute of Technology (KIT) has agreed to presenting the honour of a “Dr.-Ing.E.h.” to Professor Péter Biró. The official presentation and celebration took place on February 13th of 2003 at the “Fakultat für Bauingenieur-, Geo- und Umweltwissenschaften”, KIT in which frame his sci-

entific presentation was delivered under the title “Modellbildungen für geodätisch-geodynamische Forschungen”. As I know, only Professor Péter Biró was awarded with this honorary doctor (Dr.-Ing.E.h.) degree from Hungary initiated by this KIT Faculty since 1901. (Great honour, indeed!)

In order to express our honour and gratitude in appreciation of Professor Heck’s scientific activities as well as his intensive cooperation with our Department and our University (BME) he was awarded with the Doctor *honoris causa* (Dr. h.c.) of the Budapest University of Technology and Economics (BME) in 2006. The corresponding diploma was handed over to him by the Rector Magnificus Professor Károly Molnár in the frame of an official BME’s Senate meeting in March 4, 2006 (Ádám, 2006). From the University of Karlsruhe, earlier (to my knowledge, as geodesist) only Professor H. Draheim was awarded by the Doctor *honoris causa* (Dr. h.c.) degree in 1973 (Homoródi, 1974).

Furthermore, Professor Bernhard Heck was elected as Honorary Member of the Hungarian Academy of Sciences in 2013 and kindly asked to present an inaugural address. His scientific presentation was delivered at the famous headquarter of the HAS under the title “Potential of Geodetic Approaches to the Determination of Recent Crustal Movements and Deformations” in September 19, 2013, and was published by the HAS in the series of “Inaugural Lectures at the Hungarian Academy of Sciences” (Heck, 2014).

All in all, Professor Bernhard Heck’s active connection with my University, BME, and especially with my

Department of Geodesy and Surveying has been fruitful for many decades. Dear Bernhard, please accept our sincere thanks for all your efforts. Hopefully our young colleagues are ready and willing to continue the collaboration between our institutions in the future as well.

References

- Ádám, J. (2006): Professor Bernhard Heck is Doctor honoris causa (Dr.h.c.) of the Budapest University of Technology and Economics (in Hungarian). *Geodézia és Kartográfia* 58(4):36–37.
- Ádám, J., Dede, K., Heck, B., Kutterer, H., Mayer, M., Seitz, K., and Szűcs, L. (2002): GPS deformation measurements in the geodynamic test network Sósút. *Periodica Polytechnica, Ser. Civil Engineering* 46(2):169–178.
- Biró, P. and Heck, B. (1986): Variation in satellite geodetic station coordinates and the true surface movements (in Hungarian). *Geodézia és Kartográfia* 38(4):238–243.
- Biró, P., Heck, B., and Thong, N. C. (1986): On a New Approach Into the Solution of the Three-Dimensional Geodetic-Geodynamic Boundary Value Problem. *AVN International Edition* 3:9–21.
- Heck, B. (2014): Potential of Geodetic Approaches to the Determination of Recent Crustal Movements and Deformations. Inaugural Lectures at the Hungarian Academy of Sciences. published by the Hungarian Academy of Sciences, Budapest. ISBN: 978-963-508-724-2.
- Heck, B., Kok, J. J., Welsch, W. M., Baumer, R., Chrzanowski, A., Chen, Y. Q., and Secord, J. M. (1983): Report of the FIG Working Group on the Analysis of Deformation Measurements. In: *Deformation Measurements*. Ed. by I. Joó and Á. Detrekői. Budapest: Akadémiai Kiadó, pp. 373–415.
- Homoródi, L. (1974): Tiszteletbeli doktorrá avatás a Budapesti Műszaki Egyetemen. *Geodézia és Kartográfia* 26(1):68–69.
- Rózsa, S., Heck, B., Mayer, M., Seitz, K., Westerhaus, M., and Zippelt, K. (2005a): Determination of displacements in the Upper Rhine Graben Area from GPS and leveling data. *International Journal of Earth Sciences* 94:538–549.
- Rózsa, S., Mayer, M., Westerhaus, M., Seitz, K., and Heck, B. (2005b): Towards the determination of displacements in the Upper Rhine Graben area using GPS measurements and precise antenna modelling. *Quaternary Science Reviews* 24:425–438.

Hybrid symbolic-numeric methods in geosciences

Joseph L. Awange¹, Béla Paláncz², Lajos Völgyesi³, and Szabolcs Rózsa³

1 Spatial Sciences Discipline, School of Earth and Planetary Sciences, Curtin University, Australia
E-Mail: j.awange@curtin.edu.au

2 Department of Photogrammetry and Geoinformatics, Budapest University of Technology and Economics, Hungary
E-Mail: palancz@epito.bme.hu

3 Department of Geodesy and Surveying, Budapest University of Technology and Economics, Hungary
E-Mail: volgyesi@eik.bme.hu, rozsa.szabolcs@epito.bme.hu

Abstract

Modern computing systems, like *Mathematica*, are blending numeric and symbolic evaluation of many algorithms improving their efficiencies (time, accuracy). In this contribution three toy-examples of the application of hybrid symbolic-numeric computations in geosciences are presented in order to illustrate the features of this advanced technique, namely: ranging GNSS satellites, computing GNSS cycle ambiguities and employing symbolic regression for verifying Kepler's third law.

1 Introduction

Hybrid symbolic-numeric computation (HSNC) is a large and growing area at the boundary of mathematics and computer science, devoted to the study and implementation of methods that mix symbolic with numeric computation.

The ideal computational systems for hybrid methods are able to carry out numeric algorithms with any arithmetic precision as well as algorithms with any symbolic objects (rational numbers, symbolic variables without assigned numeric values or other mathematical objects i. e. digital images). *Maple* and *Mathematica* mention only the flagships of such systems.

Mixed-integer programming (wherein some variables are discrete-valued and others continuous) is also a natural area for HSNC since it combines aspects of exact and numeric methods in the handling of both discrete and continuous variables.

Symbolic Regression, a methodology that blends numerics with evolutionary programming, introduced for

the purpose of modeling data can be similarly considered as a natural part of HSNC.

This paper provides three geodetic examples illustrating the strengths of these techniques. However in our new book Awange et al. (2018) many other areas of HSNC are discussed with geodetic applications.

2 Numeric versus symbolic solution

Plainly speaking, a *numeric (or numerical) method* is one that could be done with a simple hand-held calculator, using basic arithmetic, square roots, some trigonometric functions, and a few other functions that most people learn about in high school. Depending on the task, one may have to press the calculator's buttons thousands (or even millions) of times, but theoretically a person with a calculator and some paper could implement a numerical method. When finished, the paper would be full of arithmetic.

A *symbolic method* involves algebra. It is a method that, if implemented by a person, it would involve al-



gebraic or higher rational thought. A person implementing a symbolic method will rarely need to reach for a calculator. When finished, there may be some numbers, but the paper would be full of variables such as x, y, z .

Numeric computations:

- usually require initial values and iterations. They are sensitive to round off errors, provide only one local solution,
- can be employed for complex problems, and the computation times are short in general because the steps usually translate directly into computer machine language.

Symbolic computations:

- do not require initial values and iterations. They are not sensitive to round-off errors, and provide all solutions,
- often cannot be employed for complex problems, and the computation time is long in general because the steps usually require computer algebra system software.

3 Hybrid solution

Symbolic methods may be hard to develop, and they may be difficult for a computer to implement, but they lead to insight. Fortunately, we are not forced into a strict either/or dichotomy. There are symbolic-numeric methods, hybrids using the strengths of both ideas.

Ideally the best strategy is to divide the algorithm into symbolic and numeric parts in order to utilize the advantages of both techniques. Inevitably, numeric computations will always be used to a certain extent. So using symbolic forms, the *computation time can be reduced* considerably. This so-called *hybrid computation* has an additional advantage too, namely the symbolic part of the algorithm does *not generate round-off errors*.

Another approach of applying the hybrid computation is to *merge* symbolic evaluation with numeric algorithm. For example numeric Runge-Kutta algorithms can be carried out with symbolic variable (s) to solve boundary value problems without iteration.

4 Geodetic applications

4.1 Ranging to more than four GNSS satellites

Throughout history, position determination has been one of the most important tasks of mountaineers, pilots, sailor, civil engineers etc. In modern times, Global Navigation Satellite Systems (GNSS; a collection of the US based GPS, Russian GLONASS, Chinese Beidou and the European Galileo; e.g., Awange (2012, 2018)) provide an ultimate method to accomplish this task. If one has a hand held GNSS receiver, which measures the travel time of the signal transmitted from the satellites, the distance travelled by the signal from the satellites to the receiver can be computed by multiplying the measured time by the speed of light in vacuum. The distance of the receiver from the i -th GNSS satellite, the pseudo-range observations, d_i is related to the unknown position of the receiver, $\{x_1, x_2, x_3\}$ by

$$d_i = \sqrt{(x_1 - a_i)^2 + (x_2 - b_i)^2 + (x_3 - c_i)^2} + x_4, \quad (4.1)$$

where $\{a_i, b_i, c_i\}; i = 0, 1, 2, \dots, n > 3$ are the coordinates of the i -th satellite.

The distance is influenced also by the satellite and receiver' clock biases. The satellite clock bias can be modeled while the receiver' clock bias has to be considered as an unknown variable, x_4 . This means, we have four unknowns, consequently we need four satellites to provide a minimum observation. The general form of the equation for the i -th satellite is

$$f_i = (x_1 - a_i)^2 + (x_2 - b_i)^2 + (x_3 - c_i)^2 - (x_4 - d_i)^2. \quad (4.2)$$

The system can be solved in many ways (see Awange et al., 2010; Awange and Paláncz, 2016). However in general there are two steps of the solution:

- 1) compute approximate solution using Gauss-Jacobi method employing Gröbner basis for every subset of size four,
- 2) then improving the result with local minimization of the sum of square of errors of the equation.

Employing hybrid numeric symbolic computation one can improve the efficiency of the algorithm in both phases. We shall illustrate the hybrid solution with a

small numeric example based on the data in Awange and Paláncz (2016, see Table 15.2 on page 293).

In the first step, to compute an approximate solution, the Gröbner basis with inexact coefficients can be employed. Computing Gröbner bases with inexact coefficients is often desired in industrial applications, but the computation with floating-point numbers is quite unstable if performed naively (Sasaki, 2014). The solution methods of the Gröbner basis are very sensitive to round-off error, therefore sometimes in case of systems that are over-constrained or have roots with multiplicities, and are given with inexact coefficients, hybrid symbolic-numeric methods are required. Recently Szanto (2011) and Lichtblau (2013) discussed computation of Gröbner bases using approximate arithmetic for coefficients and showed how certain considerations of tolerance, corresponding roughly to accuracy and precision from numeric computation, allow us to obtain good approximate solutions to problems that are overdetermined.

Let us consider the list of equations $\mathbf{eqs} = f_i$ with the numerical data for $f_i, i = \{0, 1, \dots, 5\}$, and employ Gröbner basis with inexact coefficients, we get the approximate solution employing *Mathematica*

```
AbsoluteTiming[grb = GroebnerBasis[eqs,
{x1app, x2app, x3app, x4app }, Tolerance→10-3]
{0.00596268, {1.x4app, -4.08821×106+1.x3app,
4.84782×106+1.x2app, -596925.+1.x1app}}
```

This result can be used in the second step, to improve the result. The error to be minimized is

$$R = \sum_{i=0}^5 f_i^2. \quad (4.3)$$

For local minimization Newton method can be employed, since it has quadratic convergency. We can reduce the computation time to half if the gradient (**GradS**) and Hessian matrix (**HessianS**) are pre-computed symbolically instead of computing them numerically in every iteration step

```
AbsoluteTiming[
FindMinimum[f, {{x1, x1app}, {x2, x2app},
{x3, x3app}, {x4, x4app }}, Gradient→GradS,
Method→{"Newton", Hessian→HessianS]
{0.00330805, {2.21338×1018,
```

```
{x1 → 596929., x2 → -4847845.,
x3 → 408822×106, x4 → 13.4524}}}
```

4.2 GNSS cycle ambiguities

Highly accurate static GNSS positioning in surveying is achieved by the processing of relative phase ranges observed to the visible GNSS satellites at both the reference and the rover stations. To eliminate the time-dependent error sources such as the satellite and receiver clock error, the double differenced phase observations are formed and they are adjusted using a least squares adjustment. An alternative technique is to use extended Kalman-filtering for this purpose.

The observation equation of the double differenced phase observations has the following form:

$$\Delta\Delta\Phi_{AB}^{jk} = a_1\delta x_B + a_2\delta y_B + a_3\delta z_B + \lambda N_{AB}^{jk} \quad (4.4)$$

where $\Delta\Delta\Phi_{AB}^{jk}$ is the double differences phase observations taken to the j -th and k -th satellite, $\delta x_B, \delta y_B, \delta z_B$ are the relative coordinate differences between the reference (A) and rover (B) stations, λ is the wavelength of the signal, N_{AB}^{jk} is the double differenced phase ambiguity and j is the so-called pivot satellite, that is used as a reference for forming the double differences.

Let us assume that five satellites are measured concurrently on both the reference and the rover stations in two consecutive epochs. Since one satellite is used as a pivot satellite, four double differences are formed in each epoch. This means that altogether 8 observation equations are formed, which can be used to evaluate 7 unknowns (3 coordinate differences and 4 double-differenced phase ambiguities). A usual solution of the problem is to estimate the unknowns using a least-squares adjustment, which provides a 'float' solution of the integer phase ambiguities. Consequently the computation of the integer least-squares estimates of the GNSS cycle ambiguities reduces to a integer least-squares problem (see Teunissen, 1995, 2012; Grafarend, 2003).

The mixed integer programming problem can be formulated as follows,

$$(y - Ax - Bz)^T Q^{-1} (y - Ax - Bz) \rightarrow \min_{x,z}, \quad (4.5)$$

where y, A, B and Q are known real vector and matrices, while x and z are integer unknown vectors, respectively,

$$x \in \mathbb{R} \text{ and } z \in \mathbb{Z}.$$

Let us consider the actual values of the input arrays as

$$y = \begin{pmatrix} 2.883 \\ 3.020 \\ 2.586 \\ 4.405 \\ 2.922 \\ 3.121 \\ 2.663 \\ 4.267 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 0.25 & 0.20 & 0.45 \\ -0.30 & 0.42 & 0.56 \\ -0.34 & -0.20 & 0.78 \\ 0.22 & 0.54 & 0.33 \\ 0.28 & 0.23 & 0.40 \\ -0.31 & 0.47 & 0.60 \\ -0.31 & -0.22 & 0.87 \\ 0.20 & 0.48 & 0.30 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} 0.19 & & & & & & & & \\ & 0.19 & & & & & & & \\ & & 0.19 & & & & & & \\ & & & 0.19 & & & & & \\ 0.19 & & & & & & & & \\ & 0.19 & & & & & & & \\ & & 0.19 & & & & & & \\ & & & 0.19 & & & & & \\ & & & & 0.19 & & & & \\ & & & & & 0.19 & & & \\ & & & & & & 0.19 & & \\ & & & & & & & 0.19 & \end{pmatrix}$$

$$Q = \text{IdentityMatrix}[8];$$

Now, in order to convert the problem to pure integer programming, three new integer variables for elimination of the real unknown will be introduced as,

$$\xi_1 = 100x_1, \xi_2 = 100x_2, \xi_3 = 100x_3.$$

So the real solutions for x_i will be considered to two decimal digits accuracy (cm). Let us rationalize the input arrays

$$\{yR, QR, AR, BR\} = \text{Rationalize}[\{y, Q, A, B\}]$$

$$\left\{ \left\{ \frac{2883}{1000}, \frac{151}{50}, \frac{1293}{500}, \frac{881}{200} \right\}, \left\{ \frac{1461}{500}, \frac{3121}{1000}, \frac{2663}{1000}, \frac{4267}{1000} \right\}, \{1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}, \{0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}, \{0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0\}, \{0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0\}, \{0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0\}, \{0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0\}, \{0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0\}, \{0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1\} \right\},$$

$$\left\{ \left\{ \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{9}{20} \right\}, \left\{ -\frac{3}{10}, \frac{21}{50}, \frac{14}{25} \right\}, \left\{ \frac{17}{50}, \frac{1}{5}, \frac{39}{50} \right\}, \left\{ \frac{11}{50}, \frac{27}{50}, \frac{33}{100} \right\} \right\},$$

$$\left\{ \left\{ \frac{7}{25}, \frac{23}{100}, \frac{2}{5} \right\}, \left\{ -\frac{31}{100}, \frac{47}{100}, \frac{3}{5} \right\}, \left\{ \frac{31}{100}, \frac{11}{50}, \frac{87}{100} \right\}, \left\{ \frac{1}{5}, \frac{12}{25}, \frac{3}{10} \right\} \right\}$$

$$\left\{ \left\{ \frac{19}{100}, 0, 0, 0 \right\}, \left\{ 0, \frac{19}{100}, 0, 0 \right\}, \left\{ 0, 0, \frac{19}{100}, 0 \right\}, \left\{ 0, 0, 0, \frac{19}{100} \right\}, \left\{ \frac{19}{100}, 0, 0, 0 \right\}, \left\{ 0, \frac{19}{100}, 0, 0 \right\}, \left\{ 0, 0, \frac{19}{100}, 0 \right\}, \left\{ 0, 0, 0, \frac{19}{100} \right\} \right\}$$

Then the objective function to be minimized on the integer field is

$$\text{objective} = ((yR - AR.\{\xi_1 10^{-2}, \xi_2 10^{-2}, \xi_3 10^{-2}\} - BR.\{z_1, z_2, z_3, z_4\}) / \text{Flatten}).\text{Inverse}[QR];$$

$$\text{objective} = \text{objective}.\{(yR - AR.\{\xi_1 10^{-2}, \xi_2 10^{-2}, \xi_3 10^{-2}\} - BR.\{z_1, z_2, z_3, z_4\}) / \text{Simplify} / \text{First}; (1/100000000) (8710109300+7220000z_1^2+7220000z_2^2-199462000z_3+7220000z_3^2-329536000z_4+7220000z_4^2+433740\xi_1-247000z_3\xi_1+159600z_4\xi_1+6271\xi_1^2-14615460\xi_2-159600z_3\xi_2+387600z_4\xi_2+3874\xi_1\xi_2+11006\xi_1^2-3800z_2(61410+61\xi_1-89\xi_2-116\xi_3))-26195180\xi_3+627000z_3\xi_3+239400z_4\xi_3-10636\xi_1\xi_3+13480\xi_2\xi_3+26003\xi_3^2+3800z_1(-58050+53\xi_1+43\xi_2+85\xi_3))\}$$

First we solve the problem on the real field. The global minimum is

$$\text{NMinimize}[\text{objective}, \{z_1, z_2, z_3, z_4, \xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4\}]$$

$$\{3.11759 \times 10^{-6}, \{z_1 \rightarrow 10.1427, z_2 \rightarrow 11.7696, z_3 \rightarrow 13.8032, z_4 \rightarrow 16.0825, \xi_1 \rightarrow 109.707, \xi_2 \rightarrow 154.713, \xi_3 \rightarrow 82.8285\}$$

Now we are looking for the integer solution via extending the region of the constraints step by step until no further decreasing in the objective value occurs and while the solutions are inside the constrain regions.

The first iteration is,

$$\text{constraints} = \text{Apply}[\text{And}, \{9 < z_1 < 11, 11 < z_2 < 12, 13 < z_3 < 14, 16 < z_4 < 17, 109 < \xi_1 < 110, 154 < \xi_2 < 155, 82 < \xi_3 < 83, \text{Element}[\{z_1, z_2, z_3, z_4, \xi_1, \xi_2, \xi_3\}, \text{Integers}]\}]$$

```

9 < z1<11&& 11 < z2<12&& 13 < z3<14 &&
16 < z4<17 && 109 < ξ1<110 &&
154 < ξ2<155 && 82 < ξ3<83 &&
(z1|z2|z3|z4|ξ1|ξ2|ξ3) ∈ Integers]

```

```

AbsoluteTiming[Minimize[objective,
constraints, {z1, z2, z3, z4, ξ1, ξ2, ξ3}]//N]
{0.471928, {0.070728,
{z1 → 10., z2 → 12., z3 → 14., z4 → 17.,
ξ1 → 110., ξ2 → 155., ξ3 → 83.}}}

```

After six iterations,

```

constraints =
Apply[And, {6 < z1 < 14, 8 < z2 < 15,
10 < z3 < 17, 13 < z4 < 20, 118 < ξ1 < 125,
151 < ξ2 < 158, 79 < ξ3 < 86,
Element[{z1, z2, z3, z4, ξ1, ξ2, ξ3}, Integers]}]
6 < z1<14&& 8 < z2<15&& 10 < z3<17 &&
13 < z4<20 && 118 < ξ1<125 &&
151 < ξ2<158 && 79 < ξ3<86 &&
(z1|z2|z3|z4|ξ1|ξ2|ξ3) ∈ Integers]

```

```

AbsoluteTiming[Minimize[objective,
constraints, {z1, z2, z3, z4, ξ1, ξ2, ξ3}]//N]
{17.7336, {0.0005213,
{z1 → 10., z2 → 12., z3 → 14., z4 → 16.,
ξ1 → 122., ξ2 → 153., ξ3 → 83.}}}

```

In the last two iteration steps we have got the same objective value therefore $\mathbf{x}_1=1.22$, $\mathbf{x}_2=1.53$ and $\mathbf{x}_3=0.83$. Blindly rounding of the real solution, we got incorrect solution for the first two coordinates $\mathbf{x}_1=1.10$, $\mathbf{x}_2=1.55$.

```

objective/.{z1 → 10., z2 → 12., z3 → 14.,
z4 → 16., ξ1 → 122., ξ2 → 153., ξ3 → 83.}
0.00844597

```

Remarks

Employing 3 decimal digits approximation, namely

$$\xi_1 = 1000\mathbf{x}_1, \quad \xi_2 = 1000\mathbf{x}_2, \quad \xi_3 = 1000\mathbf{x}_3$$

we can see better results, see Paláncz (2018).

```

constraints =
Apply[And, {6 < z1 < 14, 8 < z2 < 15,

```

```

10 < z3 < 17, 13 < z4 < 20, 118 < ξ1 < 125,
151 < ξ2 < 158, 79 < ξ3 < 86,
Element[{z1, z2, z3, z4, ξ1, ξ2, ξ3}, Integers]}]
6 < z1<14&& 8 < z2<15&& 10 < z3<17 &&
13 < z4<20 && 118 < ξ1<125 &&
151 < ξ2<158 && 79 < ξ3<86 &&
(z1|z2|z3|z4|ξ1|ξ2|ξ3) ∈ Integers]

```

```

AbsoluteTiming[Minimize[objective,
constraints, {z1, z2, z3, z4, ξ1, ξ2, ξ3}]//N]
{544.533, {0.0000191054,
{z1 → 10., z2 → 12., z3 → 14., z4 → 16.,
ξ1 → 1213., ξ2 → 1533., ξ3 → 825.}}}

```

Since the objective function is a second order polynomial and the constraints are linear, the method will always find the global minimum.

4.3 Kepler's third law

Symbolic regression is a type of regression analysis that searches the space of mathematical expressions to find the model that best fits a given dataset, both in terms of accuracy and simplicity. No particular model is provided as a starting point to the algorithm. Instead, initial expressions are formed by randomly combining mathematical building blocks such as mathematical operators, analytic functions, constants, and state variables. (Usually, a subset of these primitives will be specified by the person operating it, but that is not a requirement of the technique.) New equations are then formed by recombining previous equations. To select the optimal set of basic functions, Koza (1992) suggested employment of genetic programming (GP). GP is a biologically inspired machine learning method that evolves computer programs to perform a task. In order to carry out genetic programming, the individuals (competing functions) should be represented by a binary tree. In standard GP, the leaves of the binary tree are called terminal nodes represented by variables and constants, while the other nodes, the so called non-terminal nodes are represented by functions. Since the candidate models can be computed independently, parallel computation is utilized. Complexity and fitness are conflicting features leading to a multi-objective problem. A useful expression is both predictive and parsimonious. Some expressions may be more accu-

rate but over-fit the data, whereas others may be more parsimonious but oversimplify. The prediction error versus complexity or $1 - f$ (fitness) versus complexity of the Pareto front represent the optimal solutions as they vary over expression complexity and maximum prediction error. As Fig. 4.1 shows, functions representing the Pareto front have the following features:

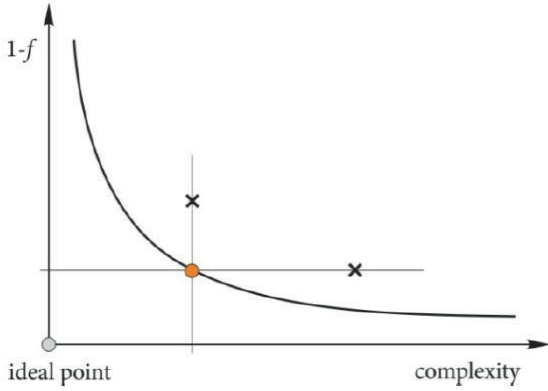


Figure 4.1: The Pareto front

As an illustration let us consider the Kepler problem. The third law of Kepler states: „The square of the orbital period of a planet is directly proportional to the cube of the semi-major axis of its orbit (average distance from the Sun).“

$$P^2 \propto a^3 \quad (4.6)$$

where P is the orbital period of the planet and a is the semi-major axis of the orbit. For example, suppose planet A is 4 times as far from the Sun as planet B . Then planet A must traverse 4 times the distance of planet B for each orbit, and moreover it turns out that planet A travels at half the speed of planet B , in order to maintain equilibrium with the reduced gravitational centripetal force due to being 4 times further from the Sun. In total it takes $4 \times 2 = 8$ times as long for planet A to travel an orbit, in agreement with the law ($8^2 = 4^3$). The third law currently receives additional attention as it can be used to estimate the distance from an exoplanet to its central star, and help to decide if this distance is inside the habitable zone of that star.

The exact relation, which is the same for both elliptical and circular orbits, is given by the formula above. This third law used to be known as the harmonic law, because Kepler enunciated it in a laborious attempt to determine what he viewed as the „music of the sphere“ according to precise laws, and express it in

terms of musical notation. His result is based on the Rudolphine table containing the observations of Tycho Brache 1605, see Table 4.1 where a is given in units of Earth’s semi-major axis. Let us assume that Kepler could have employed one of the function approximation techniques like polynomial regression, artificial neural networks, support vector machine, thin plate spline. Could he find this simple relation with these sophisticated methods? Surprisingly the answer is no. But symbolic regression will work. Fig. 4.2 shows the Pareto-front of the generated models via DataModeler (2018). The points represent the generated models. The red points stand for the models belonging to the Pareto-front. In Table 4.2 some of the models of the Pareto front can be seen.

Table 4.1: Normalized observation planetary data

Planet	Period P (yr)	Semimajor axis a
Mercury	0.24	0.39
Venus	0.61	0.72
Earth	1.00	1.00
Mars	1.88	1.52
Jupiter	11.86	5.20
Saturn	29.46	9.54
Uranus	84.01	19.19
Neptune	164.79	30.06
Pluto	284.54	39.53

It goes without saying that our candidate is the 4-th model, since it has a small error and at the same time its complexity is low. In Table 4.3 we can see the statistics of relative errors of the different techniques in percentage units.

It is inevitable, that statistically the best model is provided by the symbolic regression. Even though its mean error is higher than that of the Kepler solution, it is simple in practice.

5 Conclusion

The term Hybrid Symbolic-Numeric Computation (HSNC) has been with us for over two decades now. We anticipate the day when it falls into disuse, not because the technology goes out of style, but rather, since it is just an integral part of the plumbing of mathematical computation. Further geodetic solutions using HSNC are presented in the book of Awange et al. (2018).

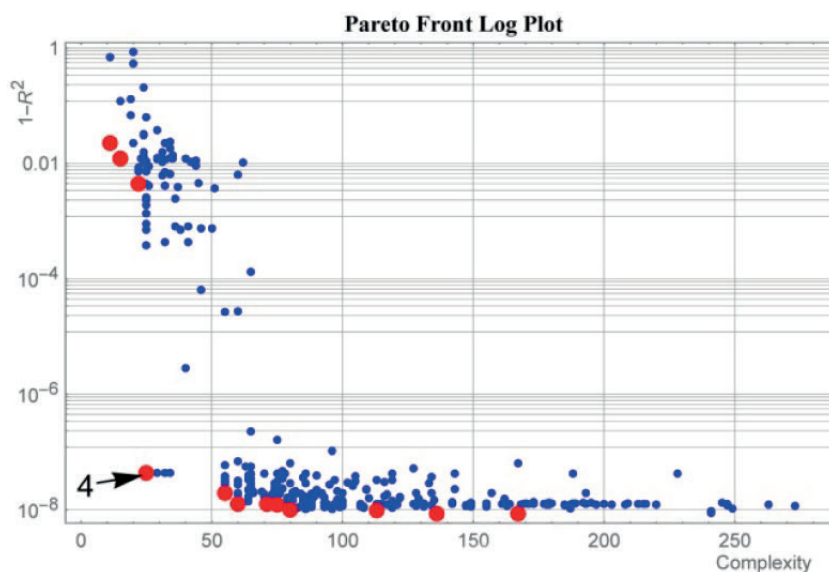


Figure 4.2: The Pareto front (red points) and the evaluated models in case of the Kepler's problem

Table 4.2: Model selection report

Model	Complexity	$1 - R^2$	Function
1	11	0.022	$-12.550 + 6.116x$
2	15	0.012	$7.168 + 0.162x^2$
3	22	0.004	$3.174 + 0.135 \cdot (-8.024 - x)x$
4	25	$4.284 \cdot 10^{-8}$	$-0.006 + 1.000\sqrt{x}$
5	55	$1.927 \cdot 10^{-8}$	$0.009 + 0.0006 \cdot (-x + 157.399x^{3/2})$
6	60	$1.243 \cdot 10^{-8}$	$0.005 + 2.64910 \cdot 10^{-4}(3768.96x^{3/2} + 2x^2)$
7	71	$1.242 \cdot 10^{-8}$	$0.004 + 1.25410 \cdot 10^{-4}(7960.56x^{3/2} + 2x^2)$
8	75	$1.236 \cdot 10^{-8}$	$0.004 + 1.25410 \cdot 10^{-4}(x + 7960.56x^{3/2} + 2x^2)$
9	80	$1.001 \cdot 10^{-8}$	$-0.002 + 0.007(\sqrt{x} + 140.884x^{3/2} + 0.049x^2)$
10	113	$9.624 \cdot 10^{-9}$	$0.028 - 0.002 \cdot (5.674/x + 5x - 478.651x^{3/2} + 1/(-9.892 + 1/(x + x)))$
11	136	$8.632 \cdot 10^{-9}$	$-0.020 + 0.009 \cdot (-x + 115.915x\sqrt{x + \sqrt{x}}/(12 + 2x + x^2))$

Table 4.3: Statistics of the relative error (%) of the different approximation methods

Method	Mean error (%)	Max Error (%)	Standard deviation (%)
Polynomial Regression	25.14	177.49	59.96
Neural Network	26.80	191.34	64.22
Support Vector Machine	8.89	47.47	16.14
Thin Plate spline	29.10	149.87	49.59
Kepler solution	0.23	1.48	0.51
Symbolic Regression	0.32	0.84	0.37

References

- Awange, J. L. (2012): Environmental monitoring using GNSS. Springer, Berlin. DOI: 10.1007/978-3-540-88256-5.
- Awange, J. L. (2018): GNSS environmental sensing. 2nd Edition. Springer International Publishers. DOI: 10.1007/978-3-319-58418-8.
- Awange, J. L., Grafarend, E. W., Paláncz, B., and Zaletnyik, P. (2010): Algebraic Geodesy and Geoinformatics. 2nd ed. Springer, Heidelberg, New York.
- Awange, J. L. and Paláncz, B. (2016): Geospatial Algebraic Computations-Theory and Applications. 3rd ed. Springer, Heidelberg, New York.
- Awange, J. L., Paláncz, B., Lewis, R., and Völgyesi, L. (2018): Mathematical Geosciences - Hybrid symbolic - numeric methods. Springer, Heidelberg, New York.
- DataModeler (2018): symbolic regression package available for Mathematica. URL: <http://www.evolved-analytics.com> (visited on 01/01/2018).
- Grafarend, E. W. (2003): Mixed Integer-Real Valued Adjustment (IRA) Problems: GPS Initial Cycle Ambiguity Resolution by Means of the LLL Algorithm. In: *Geodesy-The Challenge of the 3rd Millennium*. Ed. by E. W. Grafarend, F. W. Krumm, and V. S. Schwarze. URL: https://link.springer.com/chapter/10.1007%2F978-3-54020662-05296-9_32.
- Koza, J. R. (1992): Genetic Programming, On the Programming of Computers by Means of Natural Selection. MIT Press, Cambridge (Massachusetts) USA.
- Lichtblau, D. (2013): Approximate Gröbner Bases, Overdetermined Polynomial Systems, and Approximate GCDs. *ISRN Computational Mathematics* 352806:1–12. DOI: 10.1155/2013/352806. URL: https://www.risc.jku.at/Groebner-Bases-Bibliography/gbbib_files/publication_2822.pdf.
- Paláncz, B. (2018): Numeric-symbolic solution of GPS phase ambiguity problem with Mathematica. *Wolfram Archive* 2018. URL: <http://library.wolfram.com/infocenter/MathSource/9705/>.
- Sasaki, T. (2014): A Practical Method for Floating-Point Gröbner Basis Computation. In: *Computer Mathematics*. Ed. by R. Feng, W. Lee, and Y. Sato. Berlin, Heidelberg: Springer, pp. 109–124.
- Szanto, A. (2011): Hybrid Symbolic-numeric Methods for the Solution of Polynomial Systems: Tutorial Overview. In: Proceedings of the 36th International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation, *ISSAC '11, San Jose, California, USA, June 08 - 11, 2011*. New York, NY, USA: ACM, pp. 9–10. ISBN: 978-1-4503-0675-1. DOI: 10.1145/1993886.1993893.
- Teunissen, P. J. G. (1995): The least-squares ambiguity decorrelation adjustment: a method for fast GPS integer ambiguity estimation. *Journal of Geodesy* 70:65–82.
- Teunissen, P. J. G. (2012): Towards a Unified Framework for GNSS Ambiguity Resolution: Problems & Solutions. Tech. rep. URL: https://www.nav.ei.tum.de/fileadmin/w00bkq/www/Colloquium/colloquium_teunissen_slides.pdf.

Environmental Geodesy: state of the art

Joseph L. Awange

Spatial Sciences Discipline, School of Earth and Planetary Sciences, Curtin University, Australia
E-Mail: J.awange@curtin.edu.au

Abstract

With ever increasing global population, intense pressure is being exerted on the Earth's resources leading to severe changes in its land cover (e. g., deforestation), diminishing biodiversity and natural habitats, dwindling freshwater supplies, and changing weather and climatic patterns (e. g., global warming, changing sea level). Environmental monitoring techniques that provide such information are under scrutiny from an increasingly environmentally conscious society that demands the efficient delivery of such information at a minimal cost. Environmental changes vary both spatially and temporally, thereby putting pressure on traditional methods of data acquisition, some of which are very labour intensive, such as animal tracking for conservation purposes. With these challenges, conventional monitoring techniques, particularly those that record spatial changes call for more sophisticated approaches that deliver the necessary information at an affordable cost. One direction being followed in the development of such techniques involves Environmental Geodesy, which can act as stand-alone method, or to complement traditional methods. This contribution looks at its current state of the art.

1 Introduction

Although the environment has remained at the forefront of scientific interest for well over four decades, see, e. g. Lein (2012), it was not until the last two decades that remote sensing of the environment using geodetic methods started gaining momentum. This has largely been fuelled by the launching of modernized satellites that enable the environment to be measured, mapped, and modelled. The advent of these satellites have given birth to „*Environmental Geodesy*“, which can be viewed as the branch of geodesy that applies geodetic techniques to sense the environment and provide information that contribute towards its effective management by supporting appropriate policies and decision making (e. g. Awange, 2012, 2018; Awange and Kiema, 2013).

Geodetic techniques that are useful in sensing the environmental include: Satellite laser ranging (SLR)

that are useful in monitoring mass redistribution, e. g., postglacial and also in calibrating altimetry satellites; interferometric synthetic aperture radar (InSAR) that are finding use in monitoring land subsidence and oil leaks; satellite altimetry, used in monitoring the melting polar ice; very long baseline interferometry (VLBI), that are useful in plate tectonic studies, etc. Of these methods, perhaps the most revolutionary techniques that have pushed geodesy to the forefront of sensing the environment are the satellites gravity measurements from CHAMP (CHALLENGING Mini-satellite Payload), GRACE (Gravity Recovery And Climate Experiment) and GOCE (Gravity field and the steady state-of-the ocean circulation explorer (see Fig. 1.1).

Apart from the gravimetric sensing satellites, GNSS (Global Navigation Satellite System) satellites such as GPS (Global Positioning System) are playing an increasingly crucial role in tracking low earth orbit-



ing (LEO) remote sensing satellites at altitudes below 3000 km with accuracies of better than 10 cm, see e. g., Yunck et al. (1990).

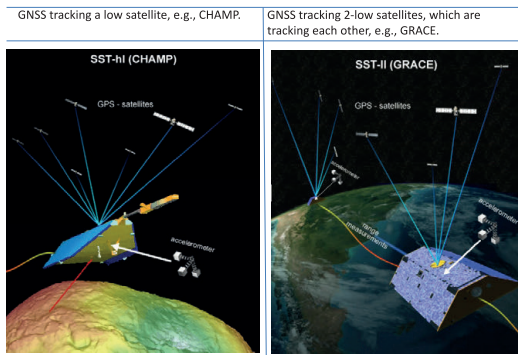


Figure 1.1: Left: SST-hl realized with CHAMP (©GFZ Potsdam ([2.2]). Right: A combination of ll-SST and hl-SST realized with GRACE and GNSS satellites (©GRACE - CSR Texas ([2.2]). Figures modified by D. Rieser (Rieser, 2008)).

2 Environmental sensing

2.1 GNSS-environmental sensing

Never before has there been a tool that in its application spans all the four dimensions of relevance to mankind (position, navigation, timing and the environment). Global Navigation Satellite Systems (GNSS), a satellite microwave (L-band) technique, is such a tool that has widely been used for positioning (both by military and civilians), navigation, timing, and is now revolutionizing the art of monitoring our environment in ways never fathomed before (Awange, 2018).

Over the years, research efforts have been dedicated to modelling atmospheric refraction in order to improve on GNSS positioning accuracy by accounting for the excess path delay (see, e. g. Awange, 2018). In the last two decades, however, GNSS space and ground based remote sensing methods have increasingly become essential tools for measuring atmospheric parameters. Geodetic remote sensing satellites employ a precise global network of GNSS ground receivers operating in concert with receivers onboard the LEO (Low Earth Orbiting) satellites, with all estimating the satellites' orbits, GPS orbits, and selected ground locations simultaneously (Yunck et al., 1990). GNSS radio occultation (GNSS-RO) takes place when a transmitting satellite, setting or rising behind the Earth's limb, is viewed by a LEO satellite as illustrated in Fig. 2.1.

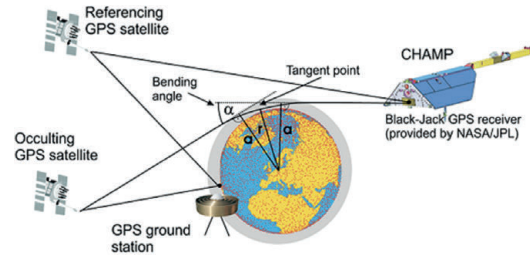


Figure 2.1: GNSS radio occultation. Use is made of (i) an occulting satellite, (ii) a non-occluding GNSS satellite and (iii) a ground-based GNSS station to determine the bending angle α from which the vertical profiles of temperature and pressure are determined. Source: Wickert (2002).

GNSS satellites send radio signals that pass through successively deeper layer of the Earth's atmosphere and are received by LEO satellites. These signals are bent and retarded, causing a delay in their arrival at the LEO. Figure 2.1 shows the occultation geometry where the signal transmitted from a GNSS to a LEO satellite passes through dispersive layers of the ionosphere and atmosphere, and in so doing senses them. As the signal is bent, the total bending angle, α , an impact parameter, a , and a tangent radius, r_t , define the ray passing through the atmosphere. The *refraction angle* is accurately measured and related to the atmospheric parameters; temperature, pressure and water vapour via the refractive index i (see Awange, 2018, for more details). A visual examination of Fig. 2.2 indicates that the COSMIC RO temperature profile agrees very well with its corresponding radiosonde profile with almost no deviation from the radiosonde data.

In a sister approach, also known as the GNSS-reflection (GNSS-R) remote sensing, the microwave signals reflected from various surfaces are received and processed to extract useful environmental information about those surfaces. The possibility of using GNSS reflected signals for sensing sea surface heights was proposed by Martín-Neira (1993), who used fixed-platform experiments to demonstrate that GNSS-reflection altimetry performed to an accuracy of ~ 20 m over the ocean, 450 m above Crater Lake, and 10 m over a pond (see e. g. Lowe et al., 2002, and the references therein). According to Lowe et al. (2002), such GNSS altimetry would involve an orbiting receiver that obtains position and timing information from the GNSS constellation as usual, but measures ocean height using the arrival time of GNSS signals reflected from the surface. The advantage over monostatic radar altimeters is that the receiver could pro-

duce about 10 simultaneous measurements (~ 20 when Galileo becomes fully operational), distributed over an area thousands of km across-track (Lowe et al., 2002). Studies of GNSS-reflections from space include (e. g. Lowe et al., 2002). Applications of GNSS-R remote sensing include water reservoir level and ocean monitoring, soil moisture monitoring, where the observations relating to the flux of water to- and from- the land surface can be gleaned from GNSS multipath measurements of, e. g., snow depth and soil moisture (Larson et al., 2008, 2009; Yang et al., 2009). The advantages of GNSS-R remote sensing over traditional satellite scatterometry and radar altimetry together with their use in sensing vegetation changes are discussed in Awange (2018).

2.2 Geodetic sensing of gravity variations

Two types of gravity field variation exists. The *first* is the long-term, also known as mean gravity field, which is due to the static part of the gravity field. The variation is constant over a very long time interval. Its study is useful in understanding the solid structure of the Earth, ocean circulation, and in achieving a universal height measuring system. In this respect, GOCE satellite products are used to map changes in gravity using state-of-the-art gradiometer with improved accuracy, see e. g., Hirt et al. (2011). GOCE data is expected to benefit other studies such as those concerned with earthquakes, changes in sea level, and volcanoes¹. The *second* type of variation of the Earth's gravity field is associated with those processes that occur

over shorter time scales, such as atmospheric circulation or the hydrological cycle. This is known as the *time-varying gravity field* and is the component which enables the monitoring of, for example, variations in water resources and the melting of the polar ice. By removing the effects of the other processes that cause changes in the gravity field, changes in *terrestrial water storage* can thus be inferred from the observed temporal changes in the terrestrial gravity field.

At the broadest conceptual level, LEO satellites' gravity field missions observe (either directly or indirectly) gradients in the Earth's external gravitational field. This is essentially done through differential measurements between two or more points, thus largely eliminating spatially correlated errors. When done from space, two approaches can be used, e. g., Awange et al. (2009) and Rummel et al. (2002):

- 1) Satellite-to-satellite tracking (SST), or
- 2) A dedicated gravity gradiometer on board a satellite, coupled with SST.

The SST methods can use either low-low inter-satellite tracking (ll-SST, see Fig. 1.1, right), where two LEO satellites track one another and additional observations in terms of high precision ranges and range rates between the two satellites are taken, or high-low inter-satellite tracking (hl-SST, see Fig. 1.1, left), where high-Earth orbiting satellites (notably GPS) track a LEO satellite. The low-low mode, compared to the high-low mode, has the advantage of signal amplification leading to a higher resolution of the obtained gravity variations, up to the medium wavelength spectrum

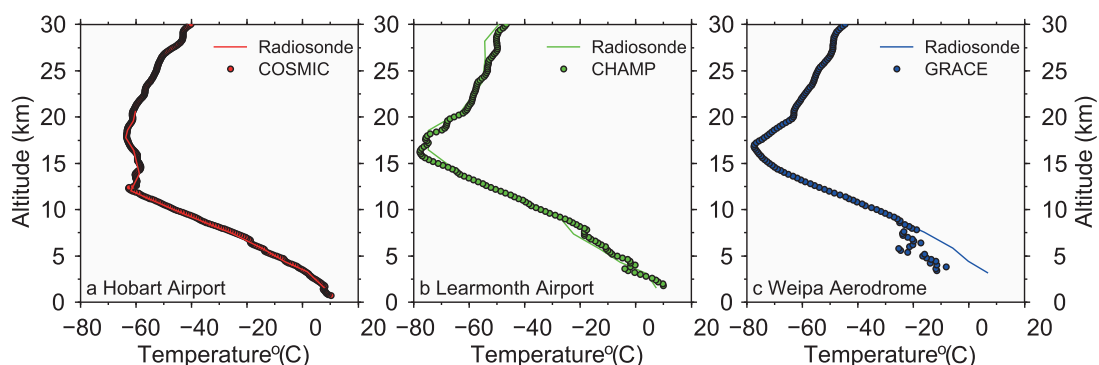


Figure 2.2: GNSS-RO soundings observed on (a) 20 December 2006 over Hobart Airport [42.84°S, 147.50°E] using COSMIC RO data, (b) 14 June 2005 over Learmonth Airport in Western Australia [22.24°S, 114.09°E] using CHAMP RO data and (c) on 8 September 2006 over Weipa Aero using GRACE data [12.68°S, 141.92°E]. Source: Khandu et al. (2010).

¹see, e. g., http://www.esa.int/esaCP/SEM3FO4KKF_Germany_0.html

of a few hundred km in spatial extent (Awange et al., 2009). Taking this further, a combination of ll-SST and hl-SST is conceptually better still, as is demonstrated by the GRACE mission (Fig. 1.1, right) with a baseline length between the two satellites of about 220 km.

In order to detect temporal gravity field variations at smaller spatial scales, the satellite(s) being tracked must be in as-low-as-possible orbits (close to the mass source), with the satellites being as free as possible from the perturbing effects of atmospheric drag (Awange et al., 2009). In addition, so-called de-aliasing models (for correcting short-term - 6 hours - variations due to atmosphere and ocean mass variations) have to be used to mitigate the propagation of unwanted signals (e. g., leakage from the oceans) into the derived gravity solutions (e. g. Schrama and Visser, 2007).

The GRACE mission, launched on 17th of March 2002, consisted of two near-identical satellites following one another in nearly the same orbital plane (about 400 km altitude) separated by a distance of 220 km; the so-called tandem formation (see Fig. 1.1, right). The ll-SST was measured using K-band ranging, coupled with hl-SST tracking of both satellites by GNSS (GPS; Fig. 1.1, right). GNSS receivers were placed on GRACE satellites to measure occulted signals, and also to determine the orbital parameters of GRACE satellites required in order to determine gravity changes. On-board accelerometers monitored orbital perturbations of non-gravitational origin.

The Earth's gravity field is mapped by making accurate measurements of changes in the distance between the satellites, using GNSS and a microwave ranging system. These changes in the distances between the two satellites occur due to the effect of the gravity (mass concentration) of the Earth. As the lead satellite passes through a region of mass concentration, it is pulled away from the trailing satellite (Fig. 1.1, right). As the trailing satellite passes over the same point, it is pulled towards the lead satellite thus changing the distance between the satellites.

Time-variable gravity field solutions are obtained by the exploitation of GRACE observation data over certain time intervals, i.e., every month or less. There are a number of institutions delivering GRACE products, each applying their own processing methodologies and, often, different background models. The pro-

cess causing gravity variations that are being studied by GRACE include (Ramillien et al., 2004);

- changes due to surface and deep currents in the ocean leading to more information about ocean circulation (e. g. Chambers et al., 2005; Wahr et al., 2002),
- changes in groundwater storage on land masses, relevant to water resource managers (e. g. Rodell and Famiglietti, 1999),
- exchanges between ice sheets or glaciers and the oceans, needed for constraining the mass balance of the global ice regime and sea level change, e. g., Baur et al. (2009) and Velicogna (2009), see also Sect. 3.4.
- air and water vapour mass change within the atmosphere, vital for atmospheric studies, e. g., Boy and Chao (2005) and Swenson and Wahr (2002), and
- variations of mass distribution within the Earth arising from, e. g., on-going glacial-isostatic adjustments and earthquakes, e. g., Barletta et al. (2008) and Tregoning et al. (2009).

The GRACE satellites have now been deactivated. However, plans are underway to launch a GRACE follow-on mission given the excellent results that have been delivered so far. The follow up mission may use lasers to measure inter-satellite distances, instead of the traditional microwave, and thus improve the measuring accuracy.

2.3 Satellite altimetric sensing of the environmental

Satellites altimetry (Fig. 2.3) operates in two steps:

- *First*, the precise orbit of the satellite, i.e., its position, is determined. Through this, its *height* above the Earth is obtained.
- *Second*, range measurements are made by obtaining the time an emitted signal (radar or laser) travels to the Earth's surface and reflected back to the satellite.

GNSS contributes to the *first step* where height is determined. This is achieved through GNSS receiver on-board the space satellites that enables monitoring of ranges and timing signals from GNSS satellites. The

observed GNSS ranges provide precise and continuous tracking of the spacecraft, thereby delivering its position $\{\phi, \lambda, h\}$ at any time. The height component h is useful in determining the measured height (see Fig. 2.3).

In the *second step*, the Earth's surface heights (e. g., ocean surface, glaciers, and ice sheets) are measured using ranges from the space altimetry satellite to the surface of interest. Satellite altimeters send microwave signals to the Earth's surface and measures the time taken by the reflected signals to travel back upon which the distance from the satellite to the Earth's surface is derived. Since the signals pass through the atmosphere from and to the satellites, they are affected by the atmosphere and as such, atmospheric corrections have to be made. The sea surface height is then obtained by subtracting the measured ranges in step 2 from the GNSS-derived satellite heights in step 1 (Fig. 2.3).

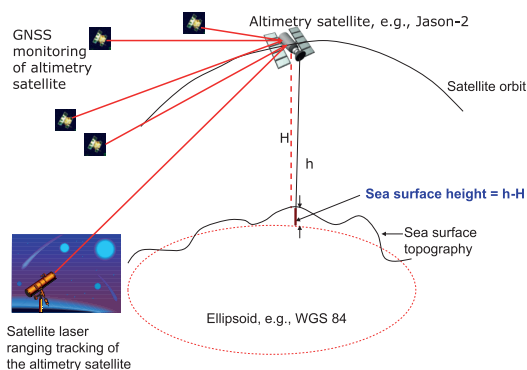


Figure 2.3: GNSS in support of monitoring changes in sea level through the determination of the altimetry satellites' precise orbit. From the precise orbital parameters, the height component h is useful in determining changes in sea level through the difference $\{h - H\}$, where H is measured by multiplying the speed of light with the time taken by the signals to travel from and to the satellite divided by 2, since the same distance is covered twice.

3 State of the art

The last two decades has seen the widening application of Environmental Geodesy. This section highlights a few examples.

3.1 Weather and climate change monitoring

Global Navigation Satellite Systems (GNSS), a general term for the US-based Global Positioning System (GPS), Russian's GLObal NAVigation Satellite System (GLONASS), China's Beidou or Compass, and the European Galileo satellite systems is a satellite tool cur-

rently providing location (spatial) data, remote sensing of the Earth's atmosphere (temperature and pressure) and surface (see Sect. 2.1), assisting in precise orbit determination of low earth orbiting environmental satellites (see Sect. 2.3), and supporting the tracking of elusive fresh underground and surface waters (see Sect. 2.2), among many other uses.

Its spatial data are also integrable with other remote sensing, socio-economic, and field survey data through geographical information systems (GIS) to provide highly continuous real-time spatio-temporal dataset that are of enormous benefit to the emerging field of *geosensor-network* environmental monitoring (e. g. Awange, 2012, 2018; Awange and Kiema, 2013).

The last two decades has seen the emergence of GNSS remote sensing techniques that are capable of monitoring changes in the global tropopause height and in so doing, contribute to monitoring *global warming* (see Fig. 3.1).

With all GNSS satellites (GPS, Galileo, GLONASS and Beidou) becoming operational, multi-signals are now available that are capable of remotely sensing the Earth's atmosphere and surface providing highly precise, continuous, all-weather and near real time environmental monitoring data. In this regard, the refracted GNSS signals (i.e., occulted GNSS signals or GNSS-meteorology) are now emerging as sensors of climate variability while the reflected signals (GNSS-Reflectometry or GNSS-R) are increasingly finding applications in determining, e. g., soil moisture content, ice and snow thickness, ocean heights, and wind speed and direction of ocean surface among others. More recently, GNSS-meteorology is finding use in monitoring climate variability and the associated impacts of global teleconnections across most developing countries in the southern hemisphere where poor reliability of radiosonde records imposes serious challenges in understanding the structure of upper-tropospheric and lower-stratospheric (UTLS) region, i.e., the tropopause (see Fig. 3.2). The Constellation Observing System for Meteorology, Ionosphere, and Climate (COSMIC) mission launched in April 2006 has overcome many observational limitations inherent in conventional atmospheric sounding instruments to provide millions of RO signals.

A recent study by Khandu et al. (2016a) examined the interannual variability of UTLS temperature over

the Ganges-Brahmaputra-Meghna (GBM) River Basin in South Asia using monthly averaged COSMIC radio occultation (RO) data, together with two global reanalyses. Comparisons between August 2006 and December 2013 indicated that MERRA (Modern-Era Retrospective Analysis for Research Application) and ERA-Interim (European Centre for Medium-Range Weather Forecasts reanalysis) were warmer than COSMIC RO data by 2°C between 200 hPa and 50 hPa levels but these warm biases with respect to COSMIC RO data were found to be consistent over time. The UTLS temperature showed considerable inter-annual variability from 2006-2013 in addition to warming (cooling) trends in the troposphere (stratosphere). The cold (warm) anomalies in the upper troposphere (tropopause region) were found to be associated with warm ENSO (El Niño Southern Oscillation) phase, while quasi-biennial oscillation (QBO) was negatively (positively) correlated with temperature anomalies at 70 hPa (50 hPa) level. PCA (Principal Component Analysis) decomposition of tropopause temperatures and heights over the GBM basin indicated that ENSO accounts for 73% of the inter-annual variability with a correlation of 0.77 with Niño3.4 index whereas the quasi-biennial oscillation (QBO) explained about 10% of the variability. The largest tropopause anomaly associated with ENSO occurs during the winter, when ENSO reaches its peak.

The tropopause temperature (height) increased (decreased) by about 1.5°C (300 m) during the last major El Niño event of 2009/2010. In general, a decreasing (increasing) trend in tropopause temperature (height) between 2006 and 2013 was found.

3.2 Agriculture and animal telemetry

Increasing recognition and application of GNSS-supported unmanned aircraft vehicles (UAV)/drones in agriculture (e. g., through the determination of water holding capacity of soil) highlights the new challenges facing GNSS. Frank Veroustraete (2015) puts it candidly:

„A lot is happening lately on the subject of drone applications in agriculture and precision farming. From the ability to image, recreate and analyze individual leaves on a corn plant from 120 meters height, to getting information on the water-holding capacity of soils to variable-rate water applications, agricultural practices are changing due to drones delivering agricultural intelligence for both farmers and agricultural consultants“.

For example, *GNSS-based radio telemetry* is a modern method for observing animal movements, thereby moving the burden of making observations from the

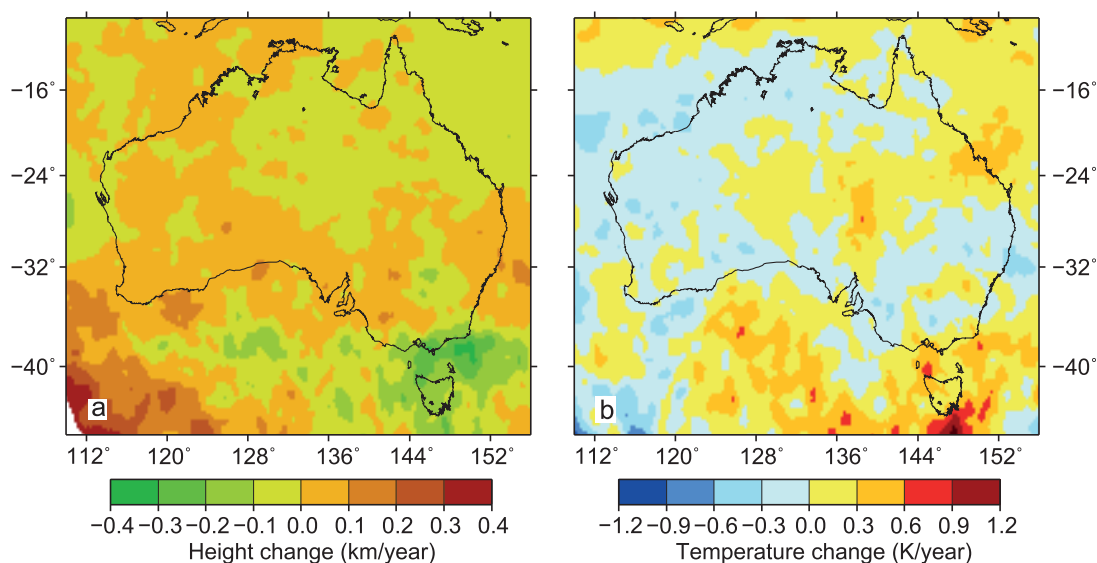


Figure 3.1: Rate of change in (a) the tropopause heights and (b) tropopause temperatures between September 2001 and April 2008. Source: Khandu et al. (2010).

observer (i.e., researcher) to the observed (i.e., animal), and in so doing alleviating the difficulties associated with personal bias, animal reactions to human presence, and animal habits that make most of them secretive and unseen (Cagnacci et al., 2010). This method provides large, continuous, high-frequency data about animal movement, data which, if complemented by other information dealing with animal behaviour, physiology, and the environment itself, contributes significantly to our knowledge of the behaviour and ecological effects of animals, allowing the promotion of quantitative and mechanistic analysis (Cagnacci et al., 2010).

3.3 Monitoring water storage changes and impacts of agricultural drought

The GRACE satellites had been recognized as having the potential to provide the first space-based estimate of changes in terrestrial water storage. In essence, it is a tool that now assist water managers in conserving

and controlling the utilization of dwindling water resources in a sustainable way. Water is arguably one of the most precious resource in the world, therefore, it is logical to try to monitor its distribution as efficiently as possible, and GRACE offers one such opportunity, see e. g., Awange et al. (2008) and Khandu et al. (2016b). This is because one of the environmentally important signals detected by GRACE is the temporal gravity field variation induced by changes in the distribution of water on and below the Earth's surface, i.e., hydrology, e. g., Awange et al. (2009). Satellite altimetry provides the possibility of monitoring sea or lake surface heights as was demonstrated for Lake Naivasha (Awange et al., 2013). GNSS also plays a major role in providing location-based information for monitoring groundwater wells, and source of water pollutants as discussed in Awange (2018). Recent applications to drought monitoring are reported e. g., in Chen et al. (2009) and Agutu et al. (2017) while its use in characterizing geological properties that influence hydrological patterns are discussed in Awange et al. (2014)

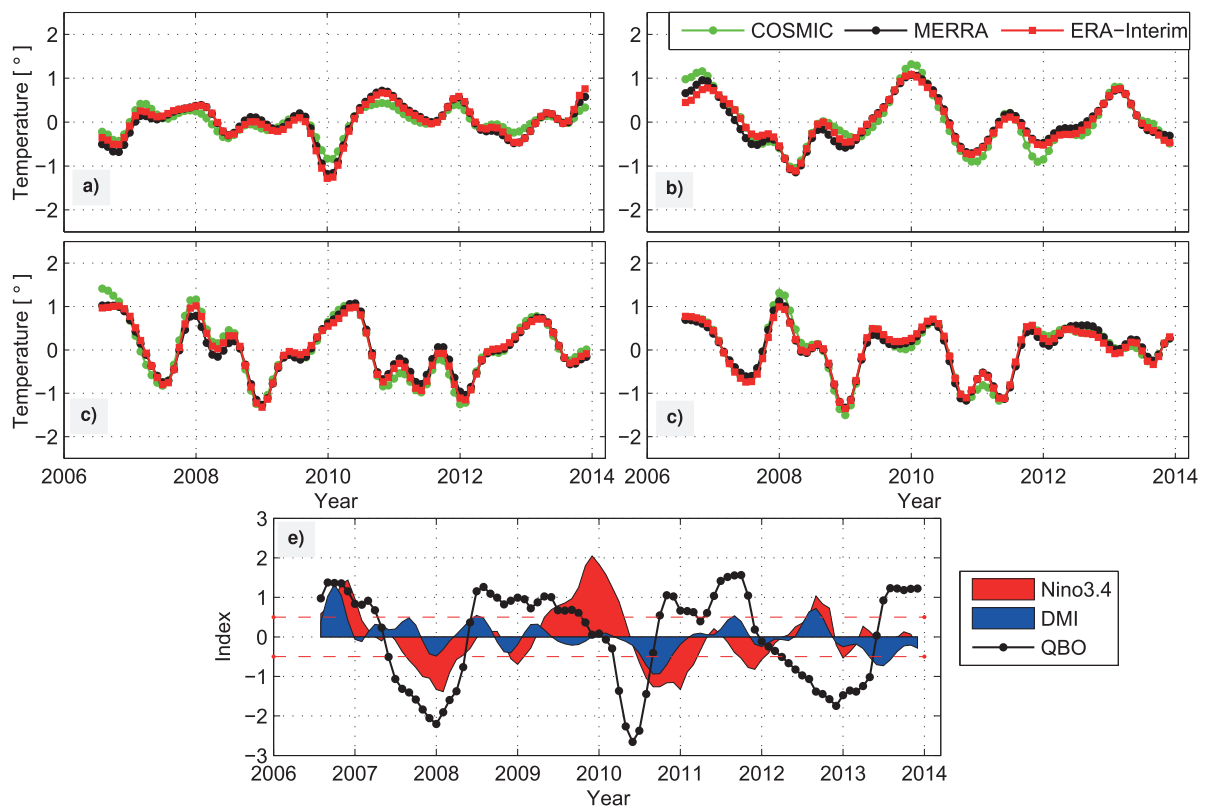


Figure 3.2: Interannual variability of temperature ($^{\circ}\text{C}$) at (a) 200 hPa, (b) 100 hPa, (c) 70 hPa, and (d) 50 hPa from August 2006 to December 2013 based on COSMIC RO, MERRA, and ERA-Interim. (e) Ocean-atmospheric indices: Niño3.4, DMI, and QBO are also plotted for reference. Source: Khandu et al. (2016a)

and Hu et al. (2017). Forootan et al. (2016) pushed the boundary by employing GRACE to study rainfall and teleconnection linkage over Australia, Ndehedehe et al. (2017) looked at the influence of global teleconnections on West Africa's total water storage while Khaki and Awange (2018) used of remotely sensed GRACE, TRMM and soil moisture products to enhance hydrological model's study of climate induced water storage changes over South America.

3.4 Monitoring cryospheric changes

The cryosphere, the subsystem of the Earth characterized by the presence of snow, ice, and permafrost, is fundamental to changes occurring in the Earth's environment, e. g., global warming as a result of the melting snow cover, glaciers, and sea ice that produces more warming due to decreased albedo associated with the greater extent and duration of the dark surface (Slaymaker and Kelly, 2007). Some of the occurrences in the Earth's polar region (Greenland and Antarctic) could have far reaching consequences on the environment and as such, require constant monitoring, which can be achieved through remote sensing using of satellite altimetry such as NASA's ICESat-2 (ice, cloud, and land elevation satellite) and GRACE satellites, e. g., Baur et al. (2009) and Velicogna (2009).

For instance, the Greenland and Antarctic ice sheets are reported to be losing mass at an increasing rate. Fast flowing outlet glaciers and ice streams carrying most of the mass flux from the interiors of the vast Greenland and Antarctic ice sheets toward the ocean have accelerated dramatically, the sea ice that covers the Arctic Ocean has decreased in areal extent far more rapidly than climate models have predicted and has thinned substantially, some of the thick and ancient ice shelves that fringe the Antarctic Peninsula have disintegrated, triggering the acceleration of the outlet glaciers that feed them, see Abdalati et al. (2010, and the references therein).

Abdalati et al. (2010) list the following consequences as the possible likely outcome of the behavior of ice sheets and sea ice changes to society:

- The melting ice sheets from Greenland and Antarctic are thought to contain enough ice to raise sea level by about 7 and 60 m, respectively.

- Sea ice exhibits a major influence on the Earth's planetary energy budget, influencing global weather and climate; and the Arctic ice cover is especially sensitive to and a strong driver of climate change, in large part due to the positive albedo feedbacks associated with melting ice.

GNSS contributes to glaciology measurements as evidenced by the performance of GPS where it has had a remarkable impact on the study of glacier volume, flow, and history in the last few years, leading to improvements in measurements of gross flow velocities, rates of surface snowfall, and isostatic adjustment associated with glacial mass change. In particular, RT-GPS (real-time GPS) can contribute to a better understanding of the dynamics of glaciers by allowing researchers to collect and analyze glacier flow data along with the ocean and atmospheric data (Hammond et al., 2010).

4 Concluding remarks

Geodetic sensing of the environment is a new and active area of research. The data that has been collected so far has provided several environmental (atmospheric) properties that were hitherto difficult to fathom. The new technique clearly promises to contribute significantly to environmental studies. When the life span of the various missions (e. g., GRACE) is reached, thousands of data sets will have been collected that will help to unravel some of the complex nature of atmospheric and environmental phenomenon. From the analysis of water vapour trapped in the atmosphere and tropopause temperature, climate change studies will be significantly enhanced. These are discussed in detail in Awange (2012, 2018) and Awange and Kiema (2013, 2018) leading to the question; should it ideally not be called „Environmental Geoinformatics (see e. g. Awange et al., 2016, where the techniques have been used for drought analysis in Brazil)“ ?

References

- Abdalati, W., Zwally, H. J., Bindschadler, B., Csatho, B., Farrell, S. L., Fricker, H. A., Harding, D., Kwok, R., Lefsky, M., Markus, T., Marshak, A., Neumann, T., Palm, S., Schutz, B., Smith, B., Spinhrine, J., and Webb, C. (2010): The ICESat-2 Laser Altime-

- try Mission. *Proceedings of the IEEE* 98(5):735–751. DOI: 10.1109/JPROC.2009.2034765.
- Agutu, N., Awange, J. L., Zerihun A. Ndehedehe, C., Kuhn, M., and Fukuda, Y. (2017): Assessing Multi-satellite Remote Sensing, Reanalysis, and Land Surface Models' Products in Characterizing Agricultural Drought in East Africa. *Remote Sensing of Environment* 194:287–302. DOI: 10.1016/j.rse.2017.03.041.
- Awange, J. L. (2012): Environmental monitoring using GNSS. Springer, Berlin. DOI: 10.1007/978-3-540-88256-5.
- Awange, J. L. (2018): GNSS environmental sensing. 2nd Edition. Springer International Publishers. DOI: 10.1007/978-3-319-58418-8.
- Awange, J. L., Forootan, E., Kusche, J., Kiema, J. B. K., Omondi, P. A., Heck, B., Fleming, K., Ohanya, S. O., and Gonçalves, R. M. (2013): Understanding the decline of water storage across the Ramsar-Lake Naivasha using satellite-based methods. *Advances in Water Resources* 60:7–23. DOI: 10.1016/j.advwatres.2013.07.002.
- Awange, J. L., Gebremichael, M., Forootan, E., Wakbulcho, G., Anyah, R., Ferreira, C. G., and Alemayehu, T. (2014): Characterization of Ethiopian mega hydrogeological regimes using GRACE, TRMM and GLDAS datasets. *Advances in Water Resources* 74:64–78. DOI: 10.1016/j.advwatres.2014.07.012.
- Awange, J. L. and Kiema, J. B. K. (2013): Environmental Geoinformatics - monitoring and management. Springer International Publishers. ISBN: 978-3-642-34085-7.
- Awange, J. L. and Kiema, J. B. K. (2018): Environmental Geoinformatics - monitoring and management. 2nd Edition. Springer International Publishers.
- Awange, J. L., Mpelasoka, F., and Gonçalves, R. M. (2016): When every drop counts: Analysis of Droughts in Brazil for the 1901–2013 period. *Science of the Total Environment* 566–567:1472–1488. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2016.06.031>.
- Awange, J. L., Sharifi, M. A., Baur, O., Keller, W., Featherstone, W. E., and Kuhn, M. (2009): GRACE hydrological monitoring of Australia – Current limitations and future prospects. *Journal of Spatial Science* 54(1):23–36. DOI: 10.1080/14498596.2009.9635164.
- Awange, J. L., Sharifi, M., Ogonja, G., Wickert, J., Grafarend, E. W., and Omulo, M. (2008): The Falling Lake Victoria Water Level: GRACE, TRIMM and CHAMP Satellite Analysis. *Water Resource Management* 22:775–796. DOI: 10.1007/s11269-007-9191-y.
- Barletta, V., Sabadini, R., and Bordon, A. (2008): Isolating the PGR signal in the GRACE data: impact on mass balance estimates in Antarctica and Greenland. *Geophysical Journal International* 172(1):18–30. DOI: 10.1111/j.1365-246X.2007.03630.x.
- Baur, O., Kuhn, M., and Featherstone, W. (2009): GRACE-derived ice-mass variations over Greenland by accounting for leakage effects. *Journal of Geophysical Research* 114(B06407). DOI: 10.1029/2008JB006239.
- Boy, J.-P. and Chao, B. (2005): Precise evaluation of atmospheric loading effects on Earth's time-variable gravity field. *Journal of Geophysical Research* 110(B08412). DOI: 10.1029/2002JB002333.
- Cagnacci, F., Boitani, L., Powell, P. A., and Boyce, M. S. (2010): Challenges and opportunities of using GPS-based location data in animal ecology. *Philosophical Transaction of the Royal Society B* 365(2155). DOI: 10.1098/rstb.2010.0098.
- Chambers, D., Wahr, J., and Nerem, R. (2005): Preliminary observations of global ocean mass variations with GRACE. *Geophysical Research Letters* 31(L13310). DOI: 10.1029/2004GL020461.
- Chen, J. L., Wilson, C. R., Tapley, B. D., Yang, Z. L., and Niu, G. Y. (2009): 2005 drought event in the Amazon River basin as measured by GRACE and estimated by climate models. *Journal of Geophysical Research* 114(B05404). DOI: 10.1029/2008JB006056.
- Forootan, E., Khandu, Awange, J. L., Schumacher, M., Anyah, A., van Dijk, A., and Kusche, J. (2016): Quantifying the impacts of ENSO and IOD on rain gauge and remotely sensed precipitation products over Australia. *Remote Sensing of Environment* 172:50–66. DOI: 10.1016/j.rse.2015.10.027.
- Hammond, W. C., Brooks, B. A., Bürgmann, R., Heaton, T., Jackson, M., Lowry, A. R., and Anandakrishnan, S. (2010): The scientific value of high-rate, low-latency GPS data, a white paper. http://www.unavco.org/community_science/science_highlights/2010/realtimeGPSWhitePaper2010.pdf. Accessed 2018/01/18.
- Hirt, C., Gruber, T., and Featherstone, W. E. (2011): Evaluation of the first GOCE static gravity field models using terrestrial gravity, vertical deflections and EGM2008 quasigeoid heights. *Journal of Geodesy* 85:723–740. DOI: 10.1007/s00190-011-0482-y.
- Hu, K., Awange, J. L., Khandu, Forootan, E., Goncalves, R. M., and Fleming, K. (2017): Hydrogeological characterisation of groundwater over Brazil using remotely sensed and model products. *Science of the Total Environment* 599–600 2017. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2017.04.188>.
- Khaki, M. and Awange, J. L. (2018): Use of remotely sensed GRACE, TRMM and soil moisture products to enhance hydrological model's study of climate Induced water storage changes over South America. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing* 2018.
- Khandu, Awange, J. L., and Forootan, E. (2016a): Interannual variability of upper tropospheric and lower stratospheric (UTLS) temperature over Ganges-Brahmaputra-Meghna basin based on COSMIC GNSS RO data. *Atmospheric Measurement Technique* 2016. DOI: 10.5194/amt-9-1-2016.
- Khandu, Awange, J. L., Wickert, J., Schmidt, T., Sharifi, M. A., Heck, B., and Fleming, K. (2010): GNSS remote sensing of the Australian tropopause. *Climatic Change* 105(3–4):597–618. DOI: 10.1007/s10584-010-9894-6.
- Khandu, Forootan, E., Schumacher, M., Awange, J. L., and Miler Schmied, H. (2016b): Exploring the influence of precipitation extremes and human water use on total water storage (TWS) changes in the Ganges-Brahmaputra-Meghna River Basin. *Water Resources Research* 52(3):2240–2258.
- Larson, K. M., Gutmann, E. D., Zavorotny, V. U., Braun, J. J., Williams, M. W., and Nievinski, F. G. (2009): Can we measure snow depth with GPS receivers? *Geophysical Research Letters* 36(17). DOI: 10.1029/2009GL039430.
- Larson, K. M., Small, E. E., Gutmann, E. D., Bilich, A. L., Braun, J. J., and Zavorotny, V. U. (2008): Use of GPS receivers as a soil moisture network for water cycle studies. *Geophysical Research Letters* 35(L27705). DOI: 10.1029/2008GL036013.
- Lein, J. K. (2012): Environmental sensing – Analytical techniques for Earth observation. Springer, New York.
- Lowe, S. T., Zuffada, C., Chao, Y., Kroger, P., Young, L. E., and LaBrecque, J. L. (2002): 5-cm-Precision aircraft ocean altimetry using GPS reflections. *Geophysical Research Letters* 29(10):1375. DOI: 10.1029/2002GL014759.
- Martín-Neira, M. (1993): First spaceborne observation of an earth-reflected GPS signal. *ESA Journal* 17(4):331–335.
- Ndehedehe, C. E., Awange, J. L., Kuhn, M., Agutu, N. O., and Fukuda, Y. (2017): Climate teleconnections influence on West Africa's terrestrial water storage. *Hydrological Processes* 31(18):3206–3224. DOI: 10.1002/hyp.11237.
- Ramillien, G., Cazenave, A., and Brunau, O. (2004): Global time variations of hydrological signals from GRACE satellite gravimetry. *Geophysical Journal International* 158(3):813–826. DOI: 10.1111/j.1365-246X.2004.02328.x.
- Rieser, D. (2008): Comparison of GRACE-derived monthly Surface Mass Variations with Rainfall Data in Australia. MA thesis. Graz University of Technology.
- Rodell, M. and Famiglietti, J. S. (1999): Detectability of variations in continental water storage from satellite observations of the time dependent gravity field. *Water Resources Research* 35(9):2705–2724. DOI: 10.1029/1999WR900141.
- Rummel, R., Balmino, G., Johannessen, J., Visser, P. N. A. M., and Woodworth, P. (2002): Dedicated gravity field missions - principles and aims. *Journal of Geodynamics* 33(1):3–20. DOI: 10.1016/S0264-3707(01)00050-3.
- Schrama, E. J. O. and Visser, P. N. A. M. (2007): Accuracy assessment of the monthly GRACE geoids based upon a simulation.

- Journal of Geodesy* 81(1):67–80. DOI: 10.1007/s00190-006-0085-1.
- Slaymaker, O. and Kelly, R. E. J. (2007): The Cryosphere and Global Environmental Change (Environmental Systems and Global Change Series). 1st edition. Wiley-Blackwell, Victoria, Australia.
- Swenson, S. and Wahr, J. (2002): Estimated effects of the vertical structure of atmospheric mass on the time-variable geoid. *Journal of Geophysical Research* 107(B9):2194. DOI: 10.1029/2000JB000024.
- Tregoning, P., Ramillien, G., McQueen, H., and Zwartz, D. (2009): Glacial isostatic adjustment and nonstationary signals observed by GRACE. *Journal of Geophysical Research* 114(B06406). DOI: 10.1029/2008JB006161.
- Velicogna, I. (2009): Increasing rates of ice mass loss from the Greenland and Antarctic ice sheets revealed by GRACE. *Geophysical Research* 36(L19503). DOI: 10.1029/2009GL040222.
- Veroustraete, F. (2015): The Rise of the Drones in Agriculture. *EC Agriculture* 2015. URL: <https://www.researchgate.net/publication/282093589>.
- Wahr, J., Jayne, S., and Bryan, F. (2002): A method of inferring changes in deep ocean currents from satellite measurements of time-variable gravity. *Journal of Geophysical Research* 107(C12, 3218). DOI: 10.1029/2002JC001274.
- Wickert, J. (2002): Das CHAMP-Radiokkultationsexperiment: Algorithmen, Prozessierungssystem und erste Ergebnisse. PhD thesis. Scientific Technical Report STR02/07, GFZ Potsdam.
- Yang, D., Zhou, Y., and Wang, Y. (2009): Remote Sensing with reflected signals – GNSS-R data processing software and test analysis. *Inside GNSS* Sept./Oct.40–45.
- Yunck, T. P., Wu, S. C., Wu, J. T., and Thornton, C. L. (1990): Precise Tracking of Remote Sensing Satellites With the Global Positioning System. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 28:108–116.

Kataster für Brasilien

Hans-Peter Bähr

Institut für Photogrammetrie und Fernerkundung, Karlsruher Institut für Technologie
E-Mail: hans-peter.baehr@kit.edu

Zusammenfassung

Kataster, gleich welcher Art, müssen in Abstimmung mit den gesellschaftlichen Bedingungen eines Landes definiert und betrieben werden. Allein schon aus diesem Grunde verbietet sich eine direkte Übertragung deutscher Kataster auf Brasilien. Gleichzeitig dient ein Kataster der Eigentumssicherung und der Steuergerechtigkeit und gehört damit zur Grundausrüstung eines Rechtsstaates. Ein modernes Mehrzweckkataster erlaubt heute auch die Vernetzung mit weiteren Informationen der öffentlichen Verwaltungen und kann so Geobasisdaten für viele aktuelle Anwendungen abrufbar machen, gerade auch für die Privatwirtschaft. Ohne Anspruch auf Vollständigkeit werden im Folgenden einige Aspekte für Einrichtung und Betrieb von Kataster in Brasilien zusammengestellt.

Persönliche Vorbemerkung

Bernhard Heck hat die geodätische Kooperation von Karlsruhe und Curitiba aufgegriffen und fortgeführt. In Anerkennung seiner erfolgreichen Arbeiten widme ich ihm den vorliegenden Aufsatz. Entstanden ist er aus drei unveröffentlichten eingeladenen Vorträgen (Cadastró satisfaz a demanda da sociedade; Multifinalidade do Cadastro e Integração dos Municípios; Cultura Cadastral na Comunidade Europeia), die ich im Jahre 2016 auf dem COBRAC-Kongress (12° Congresso de Cadastro Técnico Multifinalitário e Gestão Territorial) in Florianópolis gehalten habe.

1 Einführung

„Ein Kataster erfüllt gesellschaftliche Grundbedürfnisse und dient der Daseinsvorsorge“ (Bähr, 1972). Dieser These, so meint der Geodät, wird jedermann spontan zustimmen können. Doch in der Praxis vieler Länder sieht das anders aus. Gerade auch in Brasilien muss diese Behauptung mit einem Fragezeichen versehen werden. Viele Brasilianer erkennen nicht den Zu-

sammenhang zwischen geordneten Eigentumsverhältnissen und allgemeinem Wohlstand oder zwischen zuverlässigen Geodaten und Planungssicherheit in ihrem dynamischen Land. Aus diesem Grunde muss um die Einsicht in die Notwendigkeit für ein Kataster in Brasilien „geworben“ werden. Die drei zitierten Vorträge hatten u. a. den Zweck Aufklärung über und Werbung für den Aufbau von Katastersystemen. Dabei muss klar sein, dass sich von den historisch höchst komplex entwickelten deutschen Katastern kaum etwas auf die gegenwärtigen brasilianischen Verhältnisse übertragen lässt, jedenfalls keine Details. Aber in gleicher Weise wie anderswo bedeutet Kataster auch in Brasilien ein Gerüst für ein gerechtes, geordnetes und gut funktionierendes Staatswesen (good governance).

Die ursprüngliche Herkunft des Wortes „Kataster“ ist nicht eindeutig. Es gibt mehrere Erklärungsversuche (Bähr, 1982):

- Liste von Personen: lat. capitum registrum,
- Kopfsteuer: lat. capitatio, capitastrum,
- Liste, Agenda: gr. catástichon.

In allen Sprachen wird das Wort „Kataster“ in sehr unterschiedlichen Zusammensetzungen gebraucht und



mit unterschiedlicher Semantik. Tabelle 1.1 zeigt die Vielzahl im Deutschen. Für ein System können gleichzeitig mehrere Bezeichnungen gelten. Bähr u. a. (2005) sowie Lucas u. a. (2008) machen Vorschläge, wie verbales brasilianisches Kataster in ein graphisches umgesetzt werden kann. Ziel ist die rechnergestützte, möglichst automatische Überführung der alten verbalen Grenzbeschreibungen in Kartenform.

Tabelle 1.1: Ordnen des Begriffswirrwarrs. Die Reihenfolge in den Spalten entspricht etwa der Reihenfolge der Entstehung

Bezeichnungen nach Inhalt	Bezeichnungen nach Aufgabe	Bezeichnungen nach technischen Eigenschaften
Ländliches Kataster	Steuerkataster	Verbales Kataster
Personenkataster	Eigentumskataster	Graphisches Kataster
Gebäudekataster	Wertkataster	Koordinatenkataster
Bodenschätzung	Mehrzweckkataster	3D-Kataster

Dies ist eine wissenschaftliche Herausforderung für Fusion von Sprache und Graphik. In Florianópolis laufen Vorbereitungen für die Erstellung eines 3D-Katasters für Gebäude zum Zwecke der Steuererhebung. Grundlagen dazu lieferte u. a. Rosenfeldt (2016). Der Grad der Notwendigkeit einerseits und der Möglichkeit andererseits Kataster aufzubauen und zu unterhalten, ist abhängig von verschiedenen Faktoren. Eine grobe Klassifizierung der Verhältnisse soll Abb. 1.1 verdeutlichen.

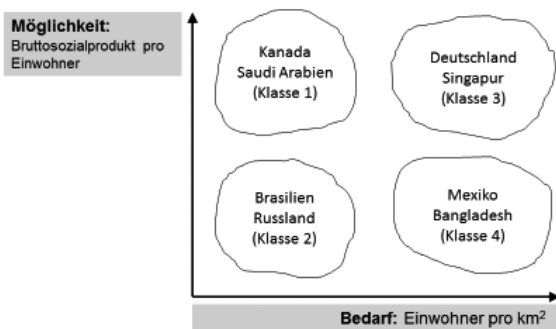


Abbildung 1.1: Bedarf und Möglichkeit für Aufbau eines Katasters (grobe Unterscheidung in vier Klassen; nach Bähr, 1982)

Darin wird die Notwendigkeit eines Katasters in Relation gesetzt zur Bevölkerungsdichte, die Möglichkeit zu dessen Realisierung zum erwirtschafteten Bruttosozialprodukt (BSP) pro Einwohner. Dies führt auf vier typische Klassen. Brasilien fällt (immer noch) in die Gruppe der Länder mit relativ geringer Bevölke-

rungsdichte und geringem Bruttosozialprodukt und erscheint daher im Quadranten links unten (Klasse 2). Deutschland oder Singapur sind rechts oben (Klasse 3) zu finden. Dieses stark vereinfachte und hier nicht weiter quantifizierte Modell zeigt seine Grenzen z. B. am Beispiel Brasiliens: Die Klassenverteilungen für Bevölkerungsdichte und BSP variieren innerhalb des Landes extrem stark von Nord nach Süd und von West nach Ost.

Grund und Boden stellen in allen Ländern sehr große Werte dar, und schon deswegen sollte er mit größter Sorgfalt registriert und verwaltet werden. Nach der klassischen Wertetheorie von David Ricardo (Anfang des 19. Jh.) schaffen Arbeit, Boden und Kapital Werte. Und – verkürzt gesagt – nach marxistischer Arbeitswertlehre ist es in erster Linie die Arbeit, welche Werte schafft, und im Kapitalismus vornehmlich das Kapital (Theimer, 1950). Heute sind Grund und Boden sowie Arbeit Kapital.

2 Katasterinhalt

Ein Kataster ist zunächst ein georeferenziertes Register. Es kann in seiner Gesamtheit aus Elementen sehr unterschiedlicher Art zusammengesetzt sein, z. B. juristische, verwaltungstechnische oder statistische Elemente. Wichtiger als der formale Rahmen eines Katasters ist jedoch sein eigentlicher Inhalt. Dieser wird beim Aufbau eines Katasters häufig vernachlässigt; dabei sind es die Katasterdaten, welche die gesellschaftlichen Bedürfnisse erfüllen und den großen zeitlichen und finanziellen Aufwand rechtfertigen müssen.

Flurstücke mit ihren Attributen sind Basiselemente eines Katasters. Die Attribute kann man nach ihrer Bedeutung folgendermaßen kategorisieren:

- Attribute 1. Ordnung: Eigentümer, Lage, Geometrie, Topologie, ... ,
- Attribute 2. Ordnung: Gebäudebestand, Wert, Nutzung, Nutzungsbeschränkungen, ... ,
- Attribute 3. Ordnung: Verbindung zu anderen Registern, Höheninformation, 3D-Objektmodelle, Geschichte, ...

Die Erfassung und zeitnahe Laufendhaltung aller genannten Attribute ist eine praktisch unlösbare Aufgabe. Daher wird man in der Praxis hier ausdünnen müssen. Andererseits sind auch gerade die Attribute der zweiten und dritten Ordnung für ein modernes Staats-

wesen heute unerlässlich. Daraus folgt die Forderung, Kataster in einen größeren, verteilten Verbund staatlicher Geoinformationssysteme zu integrieren und Zugriff sowie Kompatibilität zu garantieren.

In Deutschland existiert, auch bedingt durch seine föderale Geschichte, eine unglaublich komplizierte Struktur des Katasters. Sie ist heute noch gekennzeichnet durch jeweilige Zuständigkeit der 16 Länder, durch Trennung zwischen Flurstück und Grundstück (Kataster und Grundbuch) und durch die historische Trennung zwischen Kataster und topographischem Dienst. Dies alles kann – trotz Bestrebungen nach Vereinheitlichung durch die „Arbeitsgemeinschaft der Vermessungsverwaltungen der Länder der Bundesrepublik Deutschland (AdV)“ – in den 16 Ländern zudem noch jeweils unterschiedlich geregelt sein.

Die Übernahme dieser Struktur ist anderen Nationen nicht zu empfehlen. Wohl aber resultiert in Deutschland eine 200-jährige umfassende Erfahrung mit Katastersystemen, auf der heute mit Einsatz moderner Technologie und bürgernaher Verwaltung aufgebaut werden kann. Versuche wurden mehrfach unternommen, zumal sich zwischen Deutschland und Brasilien im Vermessungswesen nachhaltig starke Verbindungen entwickelt hatten (Erwes und Bähr, 2004), die bis heute lebendig sind. Speziell zu Kataster sei auf die Kooperation zwischen den Ländern Baden-Württemberg und Paraná verwiesen (Heissler, 1989). Innovativ war dabei der Ansatz, Orthophotos zu integrieren.

3 Administrative Voraussetzungen

Ganz allgemein gibt es folgende Randbedingungen als Voraussetzung für funktionierende Verwaltungen:

- Bedarf der Gesellschaft (des Marktes??),
- Verfügbare Mittel,
- Verfügbare Werkzeuge und Experten,
- Kulturelles Umfeld.

Im Folgenden wird auf „Werkzeuge und Experten“ sowie „Kulturelles Umfeld“ näher eingegangen, zunächst ausgehend von den Erfahrungen in Deutschland.

Kataster ist in Deutschland Teil einer technischen, öffentlichen Verwaltung. Eigentumssicherung ist eine hoheitliche Aufgabe, die grundsätzlich nur von staatlichen Stellen und Beamten durchgeführt werden darf.

Dies ist eine politische, durch die deutsche Verfassung (Grundgesetz) geschützte Regelung. In anderen Ländern muss das jedoch nicht notwendigerweise so sein. Auch den Beamten gibt es in dieser Form in anderen Ländern nicht. Ein Beamter hat besondere Rechte und Pflichten und steht in einem gegenseitigen Dienst- und Treueverhältnis zum Staat und zu der durch den Staat repräsentierten (Kataster-)Verwaltung. Voraussetzung für Ernennung zum Beamten ist eine umfangreiche Fach- und Verwaltungsprüfung nach einer etwa zwei Jahre dauernden Vorbereitungszeit. Beamte haben einen sicheren Arbeitsplatz („auf Lebenszeit“), sie dürfen aber nicht streiken. Sie erhalten zwar eine angemessene Besoldung, diese ist aber in der Regel größenordnungsmäßig nur halb so hoch wie die Vergütungen in Wirtschaft und Industrie. Obwohl in Deutschland das Beamtentum immer starker öffentlicher Kritik ausgesetzt war und ist, so bildet das System doch das Rückgrat der im Allgemeinen gut funktionierenden Verwaltungen. Dazu ein Wort von Otto von Bismarck (Abb. 3.1).

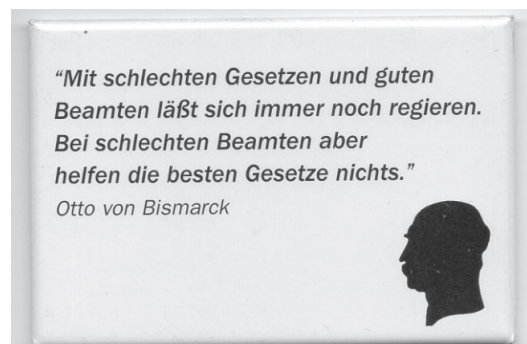


Abbildung 3.1: Magnetsticker

Das Prinzip des Beamtentums trägt in Deutschland mit bei zur Qualität und Seriosität der Katasterverwaltung. Denn Kataster ist ein Feld, welches in hohem Maße anfällig ist für Korruption, weil dabei große Werte verwaltet werden (vgl. Kap. 1). Ausgewählte potenzielle Ansätze für Korruption sind:

- Illegaler Grundstückserwerb,
- Gefälschte Unterlagen,
- Tolerierung illegal genutzter Flächen,
- Verletzung von Bauvorschriften,
- Manipulation von Grundstücks- und Gebäudewerten.

Das Bonmot von Otto von Bismarck darf aber nicht absolut gesetzt werden. Voraussetzung dafür, dass Kataster funktionieren können, sind allemal Gesetze. Sie

sind eine Voraussetzung für die Einrichtung von Kataster und müssen daher vorliegen, wenn mit der Arbeit begonnen wird. Bei Versuchen, in Brasilien Eigentumskataster aufzubauen, nützten auch fachlich kompetente und engagierte „Beamte“ nichts, weil die gesetzlichen Grundlagen fehlten (Heissler, 1989). Solche Grundlagen dienen nicht etwa nur administrativen Zwecken. Ihr Vorhandensein manifestiert auch den politischen Willen zur Realisierung gesellschaftlicher Vorhaben wie die Einrichtung von Katastern.

Ingenieure sind schnell mit technisch überzeugenden Lösungen zur Hand und vergessen oft in ihrer „Begeisterung“ die Randbedingungen des jeweiligen Problems, wie z. B. dessen juristische, ökologische oder ökonomische Aspekte.

4 Herausforderungen durch neue Werkzeuge

Kataster als administrative Aufgabe hat eine konservative Grundlage und ist daher für Neuerungen naturgemäß weniger offen. Im krassen Gegensatz dazu zeigt Kataster als Teil des mathematisch geprägten Vermessungswesens jederzeit einen sehr hohen technischen Stand, jedenfalls in Deutschland. Hier wurden bereits in den 1960er Jahren Digitalrechner in rechnergesteuerten Geräten und bei photogrammetrischen Anwendungen eingesetzt.

Neue Werkzeuge müssen notwendigerweise zu neuen Produkten führen. Dies ist ein allgemeines technologisches Gesetz (Bähr, 2014). Der Weg dahin erfolgt erfahrungsgemäß in zwei Schritten: Zunächst wird versucht, die alten Produkte mit den neuen Werkzeugen herzustellen, ohne die ihnen innewohnenden Möglichkeiten wirklich auszuschöpfen. Dies stellt eine Sackgasse dar. Die eigentliche Innovation erfolgt in der Regel erst in einem zweiten Schritt.

Zwei Beispiele aus dem Bereich des Katasters belegen diese These:

- Digitale Katasterkarten liegen original als Datei im Rechnerarchiv. Ein analoger Ausdruck ist lediglich ein „Quick Look“ für den menschlichen Betrachter. Eine Verknüpfung mit anderen GIS-Dateien erfolgt digital und heute auch mehr und mehr rechnergestützt. Dies ist die eigentliche Innovation.
- Die Trennung von Lage und Höhe im klassischen Vermessungswesen hat meist zu Kataster-

systemen in lediglich 2D geführt. Für die numerischen Digitalen Geländemodelle (DGMs) war in diesem Zusammenhang der erste Schritt unwesentlich, nämlich dass Höhenlinien automatisch ableitbar wurden. Die Innovation durch DGMs für das Kataster bestand darin, dass zunächst die Orthophotoherstellung vereinfacht wurde; vor allem aber später der Schritt zu einer echten großmaßstäbigen 3D-Modellierung der Erdoberfläche erfolgte. Heute sind laserscanningbasierte 3D-Stadtmodelle das innovative Produkt. Dessen Möglichkeiten, auch im Zusammengehen mit Informationen aus dem Kataster, sind bis heute bei Weitem noch nicht ausgeschöpft.

Mit dem Einsatz von Drohnen (UAVs) steht der konventionelle photogrammetrische Bildflug in gleicher Weise vor großen Herausforderungen und Veränderungen, die weit über einen bloßen Ersatz von Bildflugzeugen durch UAVs hinausgehen müssen. Oder wird in Zukunft Google weltweit alle gewünschten Bilddaten in der Cloud anbieten?

5 Eigentumsgrenzen und Grundstücksgrenzen

Wenn ein „klassisches“ Eigentumskataster aufgebaut werden soll, dann ist die zentrale Aufgabe die Festlegung von Eigentumsgrenzen. Für die 8,5 Mio. km² des Landes Brasilien erscheint eine rein terrestrische Aufnahme undurchführbar. Welche Alternativen bieten Luftbilder?

Diese Frage führt weit über „technische“ Antworten hinaus. Luftbilder zeigen möglicherweise Grundstücksgrenzen, also durch Bebauung und Nutzungen gekennzeichnete Flächen, nicht aber Eigentumsgrenzen im juristischen Sinne. Diese können in Deutschland durch die dokumentierte Historie von Kataster und Grundbuch rekonstruiert werden. Bei einer Neueinrichtung in Brasilien muss die Kongruenz von Grundstücksgrenzen (die reale Nutzung bezeichnenden Grenzen) und Eigentumsgrenzen (die juristisch gültigen Grenzen) von den jeweiligen Nachbarn anerkannt werden. Ein solcher in Deutschland Grenzverhandlung genannter Prozess erfordert im Prinzip eine Vereinbarung der Nachbarn vor Ort, also ein in der Praxis für Brasilien nur schwer durchführbares Verfahren.

Abbildung 5.1 zeigt den häufigen Fall eines Widerspruchs zwischen Katasternachweis und Nutzung in der Realität. Die dicke schwarze Linie markiert eine Mauer, welche auch die tatsächliche Nutzung der Grundstücke 1 und 2 trennt. Die rot markierte Fläche wird vom Eigentümer des Grundstücks 2 genutzt, obwohl er nicht Eigentümer dieser Fläche ist. In Deutschland ist in einem solchen Fall der Katasternachweis für das Eigentum maßgebend, auch wenn die örtlichen Verhältnisse (z. B. Mauer) schon sehr lange so bestehen. Eine „Ersitzung“ ist dann ausgeschlossen. In anderen Ländern ist dagegen eine „Ersitzung“ unter bestimmten Voraussetzungen möglich. So wird in Frankreich eine topographische Grenze (z. B. Mauer in Abb. 5.1) nach 20 Jahren als Eigentumsgrenze rechtlich anerkannt, wenn sie in der Zeit nicht strittig war. Eine Bemerkung am Rande: Im französischen Elsass wurde unter preußischer Verwaltung ab 1871 das preußische Kataster eingeführt. Bis heute ist dort, anders als im restlichen Frankreich, eine Ersitzung ausgeschlossen. Maßgebend für das Eigentum sind wie in Deutschland die Katasterunterlagen, unabhängig von den Verhältnissen in der Örtlichkeit.

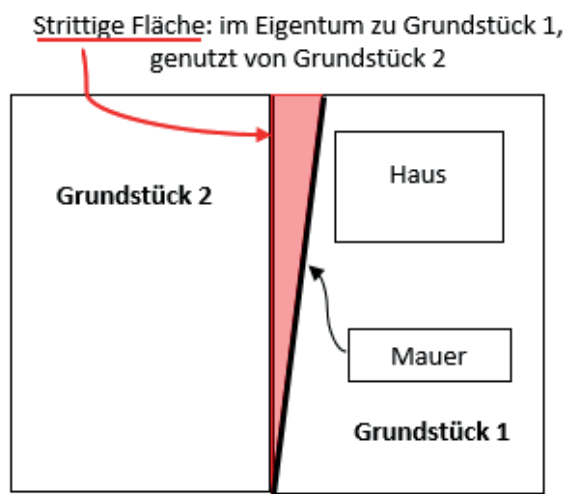


Abbildung 5.1: Widerspruch zwischen Örtlichkeit und Kataster

In Brasilien, wo Kataster nicht existieren oder juristisch und technisch nur sehr unvollkommen funktionieren, ist ein Eigentumsnachweis in der Regel sehr schwierig. Aus diesem Grund ist eine Ersitzung eine nicht unübliche Form des Eigentumserwerbs. Weil dort „Ersitzung“ aber in der Praxis häufig eine „Besetzung“ ist (Phänomen der „posseiros“), führt das vor allem in ländlichen Gebieten zu immensen sozialen Spannungen. Hier geht es dann ja nicht um eine strittige Grenze

wegen eines falsch gesetzten Mäuerchens wie im Beispiel von Abb. 5.1, sondern um ganze Parzellen bis hin zu ganzen Ländereien. Es gibt auch Gesetze im Land Brasilien, wo Eigentum an Grundstücken durch Nicht-Nutzung verloren gehen kann. So kann z. B. ein Bauer Eigentum an seinem Land verlieren, wenn er es viele Jahre hindurch nicht bebaut.

6 Mögliche Aufgaben von Kataster in brasilianischen Gemeinden

Auch wegen der kurz skizzierten Probleme mit Eigentum an Grund und Boden, bedeutet Kataster in Brasilien immer „Mehrzweckkataster“ (Cadastró Técnico Multifinalitário, CTM). Es kann und sollte nicht auf ein Eigentumskataster reduziert werden. Denn ein reines Eigentumskataster hat in Brasilien viele Gegner, die kein Interesse daran haben können, dass Eigentum oder Besitz von Grund und Boden offengelegt wird. Das gilt gleichermaßen für sehr Reiche und für sehr Arme. Die Forderung nach einer „Landreform“ spaltet das Land Brasilien bis heute.

Aber auch ohne den Nachweis und die Sicherung von Eigentum in das Zentrum vom Kataster zu stellen, bleiben noch genügend direkte und indirekte Aufgaben für welche die Gemeinden CTMs benötigen würden. Zu den direkten zählen darunter Herstellung großmaßstäbiger digitaler Karten und Orthophotos sowie digitale 3D-Objektmodelle für Planung, Transport, Navigation, Telekommunikation und zur Erfassung von Landnutzung sowie zum Management von Ver- und Entsorgungsleitungen. Zur mehr indirekten Nutzung von Katasterdaten zählen Katastrophenmanagement, der Gesundheitssektor, die Suche optimaler Industriestandorte, Abfallbeseitigung und Wahlforschung. Leider erfolgt von den brasilianischen Gemeinden der Ruf nach einem CTM meist erst dann, wenn es offensichtlich dringend gebraucht wird, wie etwa im Zusammenhang mit Flutkatastrophen in Santa Catarina.

Ein zentrales Hindernis für die Verwendung solcher Werkzeuge in brasilianischen Verwaltungen ist auch durch den Umstand bedingt, dass viele Entscheidungsträger für den Gebrauch rechnergestützter Verfahren nicht ausgebildet sind oder selbst das Lesen von Plänen und die Analyse von Karten und Diagrammen häufig Schwierigkeiten bereitet. Das Fehlen dieser Werk-

zeuge führt naturgemäß zur fehlenden Erfahrung, damit richtig umzugehen.

Andererseits gibt es in Brasilien erstaunlicherweise allgemein weniger Ressentiments gegenüber Digitalisierung als z. B. in Deutschland. Smartphones und Internet verbreiteten sich dort schneller als hier, und darauf lässt sich beim Aufbau von CTMs aufbauen. Für umfassende Akzeptanz müssten Geo-Basisdaten als App auf Smartphones verfügbar sein. Inhaltlich wären 3D-Stadtmodelle denkbar als geometrische Basis wie in analoger Zeit Karten und Pläne. Die Gemeinden könnten diese Daten für ihre Zwecke nutzen, also als Grundlage für Eigentumsnachweis, Steuererhebung für Grundstücke und Gebäude sowie Standortsuche für Wirtschaft und Industrie. Parallel dazu könnten Privatleute über ihre Smartphones die 3D-Stadtmodelle für attraktive neue Angebote einsetzen (z. B. Suche nach Warenangeboten unter Einschluss von Navigation zum Anbieter).

Als Beispiel für die vielseitige Verwendung eines Mehrzweckkatasters sei auf die Ergebnisse der Forschungsarbeiten von Renuncio und Bähr (2000) verwiesen (Abb. 6.1).

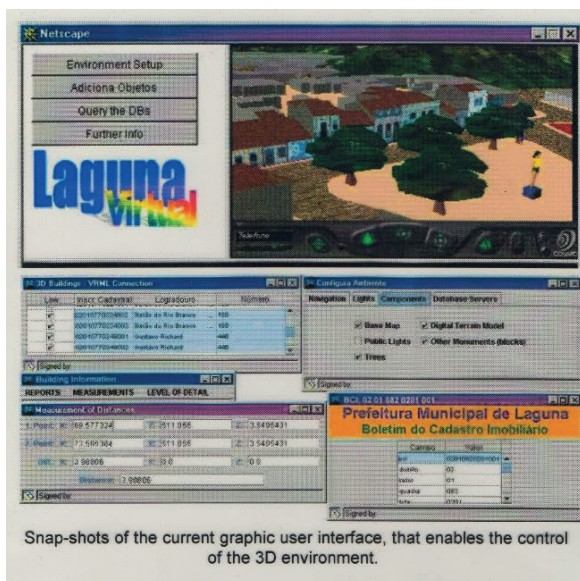


Abbildung 6.1: Beispiel für ein Mehrzweckkataster (CTM) in der Gemeinde Laguna, SC. (Renuncio und Bähr, 2000)

Für die denkmalgeschützte Innenstadt von Laguna im Staat Santa Catarina/Brasilien werden Gebäudekataster, 3D-Stadtmodell, Register von Kulturgütern, kommerzielle Angebote und Navigationsoptionen integriert. Dieser bereits fast 20 Jahre zurückliegende Vorschlag bekommt heute neue Aktualität durch Nutzung von Smartphones.

Viele der möglichen Anwendungen für Mehrzweckkataster sind Aufgaben für die Privatwirtschaft. Es ist bezeichnend, dass große Softwarehäuser, wie die Firma ESRI, in ihrer Werbung Eigentumskataster in aller Regel ausblendet und sich auf aktuelle, sehr attraktive GIS-Themen beschränkt, von Parkraumbewirtschaftung über Bekämpfung von Zika-Virus und Drogen sucht bis hin zur Anwerbung von Industrieunternehmen (vgl. z. B. Esri, 2017).

Die in diesem Kapitel diskutierten möglichen Aufgaben von Kataster in brasilianischen Gemeinden werden detailliert in Rosenfeldt (2016) behandelt. Diese Dissertation kann somit einen Ausgangspunkt für einen vertieften Diskurs darstellen.

7 Politische und kulturelle Elemente eines Katasters

Kataster als Idee und Konzept ist ein Produkt der Aufklärung des 18. Jahrhunderts und der ihr folgenden französischen Revolution. Im Kern soll es Gerechtigkeit für freie und gleiche Staatsbürger schaffen: Garantiertes Recht auf Eigentum und auf gerechte Besteuerung.

So versuchte Napoleon ein Steuerkataster aufzubauen (napoleonisches Kataster; 1803–1808), was aber vor allem wegen fehlender Kartierungen scheiterte. Später (1816, St. Helena) hat Napoleon auch die Funktion des Eigentumskatasters erkannt:

„[...] ein Kataster erlaubt jedem Bürger, seine geschäftlichen Angelegenheiten selbst zu regeln, ohne Despotismus der Mächtigen fürchten zu müssen. Es ist daher die sicherste Methode, um die Unterstützung der Bürger zu gewinnen.“ (nach Hampel, 1979).

Dieser Satz zeigt eine liberale Sicht (wenn auch nicht ohne einen nützlichen Hintergedanken), und man versteht, dass in vielen Teilen Europas Napoleon als Befreier vom feudalen System gefeiert wurde.

Aber selbst im traditionell konservativen Preußen wurde die Idee der Steuergerechtigkeit aufgegriffen, obwohl sich die adeligen Großgrundbesitzer in den östlichen Landesteilen vehement gegen die Abschaffung ihrer Privilegien (Steuerfreiheit auf Grund und Boden) wehrten. Nach dem Gesetz von 1861 sollte die Besteuerung 10 Millionen Goldtaler einbringen, gerecht umgelegt auf alle Grundstücke. Grundsteuer hatte damals eine erheblich größere Bedeutung als aktuell.

In Deutschland sind sich die Menschen heute dieser offensichtlichen Errungenschaften, welche ihnen das Kataster bringt, nicht mehr bewusst, weil es selbstverständlich geworden ist und gut funktioniert. „Eigentumssicherung“ und „Steuergerechtigkeit“ spielen bis heute eine zentrale Rolle, um willkürliche Übergriffe von Staat und Verwaltung auf den Bürger zu verhindern und Korruption so weit wie möglich auszuschließen. Auch wenn die Verhältnisse jetzt mit Blick auf „Eigentum“ und „Steuer“ viel komplizierter liegen als vor 200 Jahren, so sind beides doch auch heute noch Prüfstein jeder Demokratie. Das erkennt man vor allem in Ländern, wo Rechtsstaatlichkeit gefährdet ist oder nicht existiert. Fundament einer Rechtsstaatlichkeit ist Gewaltenteilung. Im deutschen Kataster ist diese erfüllt durch Aufgaben der Exekutive (Einrichtung und Führung des Katasters durch Beamte) und getrennt davon durch Aufgaben der Judikative (Verleihung von Eigentumstiteln und Führung des Grundbuchs durch unabhängige Richter). Es stellen sich enorm hohe Sicherheitshürden entgegen, wollte jemand dies politische Konstrukt etwa durch Korruption oder politische Einflussnahme unterlaufen.

Es darf jedoch nicht der Eindruck entstehen, alles sei gut im deutschen Kataster und auf Dauer gesichert. Es ist zwar nicht wie in Brasilien, dass viele Bürger dem Kataster kritisch oder sogar feindlich gegenüber stehen. Gefahren entstehen heute in Deutschland aber etwa durch Trends hin zu einer Privatisierung. Der Staat versucht heute, sich finanzieller Verpflichtungen durch Privatisierungen zu entledigen. Von der Wirtschaft wird das in der Regel begrüßt, könnte man doch neue Geschäftsfelder eröffnen. Ein privater Träger ist jedoch gegen Angriffe auf Rechtsgüter von außen und innen weit weniger gefeit als staatlich kontrollierte Verwaltungen. Das Kataster gehört daher auch zu den „hoheitlichen Aufgaben“ eines Staates.

Es gibt noch einen weiteren Trend, welcher das Staatswesen heute insgesamt schwächt. Es ist die weltweit feststellbare wachsende Unzufriedenheit der Nationen mit ihren Regierungen. Das ist „traditionell“ etwa in Brasilien der Fall („todos ladrões e corruptos“), aber, etwa seit der „Wende“, auch zunehmend in Deutschland spürbar. Verbunden damit ist ein Vertrauensverlust gegenüber staatlichen Einrichtungen. Ein Grund dafür könnte sein, dass Regierungen ein Kerngeschäft, nämlich die Grundbedürfnisse der Bürger zu garantie-

ren, mehr oder weniger aufgeben. Dabei ist unerheblich, ob das objektiv so ist oder ob die Bürger das lediglich so empfinden.

Die römische Metapher des Gemeinwesens als ein lebendiger Körper mit seinen verschiedenen spezialisierten Gliedern, die aufeinander angewiesen sind und die einander zuarbeiten, wird heute mehr und mehr verdrängt von einer egoismusgesteuerten Leistungs- und Ellenbogengesellschaft, in der Bürger ihre Meinung an Rankingtabellen orientieren.

Kataster als eine politische und soziologische Aufgabe ist unmittelbar eingebettet in die gesellschaftlichen Verhältnisse eines Landes als andere Teile des Vermessungswesens. Wenn es um „Kataster für Brasilien“ geht, dann sind die dortigen Verhältnisse maßgebend, was einen Transfer aus anderen Ländern zu großen Teilen ausschließt. In Brasilien wird von Experten immer wieder eine fehlende „Katasterkultur“ bemängelt („cultura cadastral“, Loch, 2007). Speziell eine solche Kultur gibt es zwar auch nicht in Deutschland, wohl aber – bisher immer noch! – einen gesellschaftlichen Konsens für bürgernahe, unabhängige, effektive und transparente Verwaltungen zur Erfüllung gesellschaftlicher Grundbedürfnisse.

Literatur

- Bähr, H.-P. (1972): Daseinsvorsorge und Katastersubstanz. *Allgemeine Vermessungs-Nachrichten* 1:2–12.
- Bähr, H.-P. (1982): 1. Curso intensivo de cadastro técnico de imóveis rurais. Curitiba, Universidade Federal de Paraná.
- Bähr, H.-P. (2014): Wissenschaftlich-technische Innovationen müssen neue Produkte liefern – Abläufe gezeigt am Beispiel von Geländemodellen. *Allgemeine Vermessungs-Nachrichten* 5:198–206.
- Bähr, H.-P., Philips, J., Jacomino, S. und Müller, M. (2005): Daseinsvorsorge und Katastersubstanz in Brasilien – von verbaler Grenzbeschreibung zum Koordinatenkataster. *Zeitschrift für Vermessungswesen (ZfV)* 6:387–393.
- Erwes, H. und Bähr, H.-P. (2004): Das Wirken deutscher Geodäten in Brasilien – Versuch einer Dokumentation. *Zeitschrift für Vermessungswesen (ZfV)* 5:298–301.
- Esri (2017): ArcGIS Hub: A Catalyst for Creating Smart Communities. In: *ArcNews*. Hrsg. von M. Pratt und C. Stevens. Bd. 39. 4.
- Hampel, G. (1979): Cadastral Surveying, Mapping and Land Information. Carl-Duisberg-Gesellschaft (Hrsg.), Hannover/Köln.
- Heissler, R. (1989): Einrichtung eines Liegenschaftskatasters in Paraná/Brasilien, ein Beitrag Baden-Württembergs zur Entwicklungshilfe. *Zeitschrift für Vermessungswesen (ZfV)* 7/8:398–402.
- Loch, C. (2007): A realidade do cadastro técnico urbano no Brasil. *XIII Sítio Brasileiro de Sensoriamento Remoto, Florianópolis, Anais* 2007.
- Lucas, C., Müller, M. und Bähr, H.-P. (2008): Integration of Language in GIS: Models in Ownership Cadastre and Disaster Management. *Zeitschrift Photogrammetrie, Fernerkundung, Geoinformation (PFG)* 3:217–225.

Renuncio, L. E. und Bähr, H.-P. (2000): Low-Cost Documentation of Brazilian Historical Towns: Integrating Photogrammetry to Virtual Reality and Web-Based Approaches. *International Society of Photogrammetry and Remote Sensing, Congress Amsterdam, Proceedings Comm. V* 2000.

Rosenfeldt, Y. Z. (2016): Integração da Geodésia, Fotogrametria e Fotointerpretação, para construção de Sistema Cadastral adequado para viabilizar a Regularização Fundiária. Diss. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

Theimer, W. (1950): *Der Marxismus, Lehre, Wirkung, Kritik*. 3., 1960. Dalp-Taschenbücher Bern und München.

A method for describing the uncertainty in geophysical models

Riccardo Barzaghi

DICA – Politecnico di Milano
E-Mail: riccardo.barzaghi@polimi.it

Abstract

Geophysical models are more and more complex and can describe, in a very careful way, the geodynamical processes. These models depend on several geometrical and physical parameters, which characterize the models behaviour. These parameters are not errorless since they are known with some uncertainties. Thus, model predictions are affected by these parameter uncertainties. Usually, the model errors are not taken into account and are not propagated to the estimated quantities. This can cause improper hypothesis testing when geodetic data and model predictions are compared. In this paper, a method is presented which allows considering the model errors through the definition of the spatial covariance function of the model. A simulation is set up to prove the method feasibility.

1 Introduction

The availability of precise observations is nowadays rapidly increasing. This demands for a more careful comparison between models (geometrical, physical and so on) and observations in order to have a better validation of these models. In geodesy, GNSS precise measurements are an invaluable tool for improving the geophysical models which are used to analyse the geodynamic of the crust at different spatial and time scales. The present day distribution of permanent GNSS stations allows defining in some details the actual crustal deformation either at global and continental level (Drewes and Heidbach, 2012). Also, in particular cases, these analyses can be performed at the level of a single fault (or of a fault system) (Riva et al., 2007). These observations, further implemented with non-permanent GNSS campaigns, give precise estimates of the velocities of the observed stations, based on a daily coordinates repeatability of 1 – 2 mm. Similarly, considering another geodetic example, radar-altimetry data can estimate the sea surface heights with respect to the ellipsoid at centimetre level precision.

These observations, coupled with a geoid estimate of the same precision, allow defining the Dynamic Ocean Topography (DOT), which is functionally related to the geostrophic currents (Rummel, 1993). Also in this case, the comparison between this kind of data and the oceanographic circulation models allows their refinements.

Commonly, the comparison between data and model predictions is performed considering the observation error of the data without considering any model error. These comparisons are usually carried out using the Chi-square random variable (Mood et al., 1983) in the hypothesis that the discrepancies between observed values and model predictions divided for their standard deviations are independent standard normal random variables.

The observed values x_{obs} are supposed to be a sample from a normal random variable having mean value x_{mod} . Thus, one can write

$$z_{obs} = \frac{x_{obs} - x_{mod}}{\sigma_{obs}}, \quad (1.1)$$

(σ_{obs} = standard deviation of x_{obs})



where z is a standard normal random variable. Since we usually consider more than one observation, we can define the Chi-square random variable as

$$\chi_n^2 = \sum_{k=1}^n \frac{(x_{obs}^k - x_{mod}^k)^2}{\sigma_{obs}^2}, \quad (1.2)$$

$(n = \text{number of observations})$

which can be used to test the coherence between observed values and model predictions.

Following this approach, no error model is considered. In case the model error can be estimated, the more correct Chi-square quantity could be defined as

$$\chi^2 = (x_{obs} - x_{mod})^t (C_{obs} + C_{mod})^{-1} (x_{obs} - x_{mod}), \quad (1.3)$$

which implies that by hypothesis we assume that the model predictions and the observations have the same mean. C_{obs} can be straightforwardly derived from least squares, which are usually applied for adjusting the data. On the other hand, the C_{mod} cannot be easily estimated.

In case the model outcomes x_{mod} are assumed to be linearly depended by a set of parameters x_{par} , i. e., it holds that

$$x_{mod} = Ax_{par} \quad (1.4)$$

one can apply the covariance propagation law (Sansò, 2000) which gives C_{mod} as

$$C_{mod} = AC_{par}A^t. \quad (1.5)$$

The C_{par} matrix can be estimated based on, e. g., physical information on the model parameters.

As an example, if one is considering a geophysical model which depends on parameters such as crustal density and viscoelasticity, suitable mean and range values of these quantities can be defined, based on geophysical assumptions. This will allow a proper definition of the C_{par} . However, in many cases, this cannot be done. In most of the cases, the model is not described in the explicit form (1.4), being it a multi-step complex procedure. Thus, for most of the models, the direct formula (1.5) cannot be applied. An alternative way to estimate C_{mod} is to define the covariance function of x_{mod} , which in turn can be used to compute C_{mod} . Furthermore, by following this approach, one can derive also information on the covari-

ance structure of the model signal, such as its spatial correlation. This information can be used to design in a proper way geodetic monitoring networks (as an example, one can consider to compare a geophysical model predicting crustal deformations in a geodynamical active area and the benchmark distribution of a GNSS permanent network designed for monitoring this physical phenomenon). In the next paragraph, the numerical procedure, which allows estimating the model covariance function based on assumptions on the model parameters variability, will be described.

2 The model covariance function estimate

We assume that a linear (or linearized) relationship holds between the model signal and the model parameters

$$x_{mod} = L(\xi, x_{par}), \quad (2.1)$$

where ξ are other possible parameters defining the model, such as the point position where to estimate the model value x_{mod} : these parameters will not be considered in the error propagation.

We further assume that x_{par} is a normal random variable having m independent components. Based on some feasible assumptions, the values of the mean μ_{par} and of the variances $(\sigma_{par}^k)^2$ ($k = 1, \dots, m$) of the parameters can be defined. By sampling the x_{par}^0 values by means of a random number generator, the corresponding x_{mod}^0 values can be obtained and then used to estimate the covariance function of x_{mod} .

In order to give an example of the devised procedure, let us assume that x_{mod} is a two components signal in the plane. Based on r field estimates computed following this approach, the two auto-covariances and the cross-covariance between the two components of x_{mod} can be derived as

$$C_{lk}(d_n) = \frac{1}{r} \sum_{s=1}^r \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(x_{mod})_{l,r}^i \frac{1}{N_j} \sum_{j=1}^{N_j} \delta(x_{mod})_{k,r}^j \right] \quad (2.2)$$

with

$$\delta(x_{mod})_{k,r}^i = (x_{mod}^0)_{k,r}^i - (\bar{x}_{mod})_k^i, \quad (2.3)$$

$$(\bar{x}_{mod})_k^i = \frac{1}{r} \sum_{s=1}^r (x_{mod}^0)_{k,s}^i. \quad (2.4)$$

The index $i = 1, \dots, N$ runs on the points P_i in the plane where the signal is estimated, the index $j = 1, \dots, N_j$ runs on all the N_j points P_j having distance d_{ij} from P_i such that $d_n \leq d_{ij} < d_n + \Delta d$ with a proper given value Δd and (l, k) label the two components of x_{mod} ($l = 1, 2; k = 1, 2$).

In case $l = k$, the auto-covariances of the two model components are estimated, while for $l \neq k$ the cross-covariances between the two components are derived. These empirical estimates must be then interpolated with suitable model covariances, i. e., with positive definite functions (Barzaghi and Sansò, 1984).

The auto-covariance and the cross-covariance functions of x_{mod} can be in turn used for estimating the C_{mod} that can be used in the testing the model predictions versus the observed data.

The devised procedure is of Bayesian kind since the parameters x_{par} are considered as random variables. Furthermore, assuming that x_{par} is normally distributed allows defining in a proper way the formula (1.3), if we assume that also x_{obs} is normally distributed and independent from x_{mod} . In this hypothesis, being x_{mod} linearly dependent on x_{par} , one can prove that x_{mod} is normally distributed too (Mood et al., 1983), with $\mu_{mod} = L(\xi, \mu_{par})$ and covariance C_{mod} .

Finally, it has to be mentioned that this procedure, developed here for a two-dimensional process, can be generalized to multi-dimensional process.

3 A simulated test

In order to test the feasibility of the proposed approach, a simulation has been devised. Starting from a given covariance function, a covariance matrix on a given set of points in the plane and the signal on these points having this covariance structure can be computed (Barzaghi et al., 1992).

This procedure has been carried out starting from the following covariance function

$$C(d) = A J_0(\alpha d), \quad (3.1)$$

where J_0 is the zero order Bessel function (Watson, 1948) and d is the standard Cartesian distance in the plane.

The values $A = 50$ and $\alpha = 0, 15 \text{ km}^{-1}$ have been set and the related covariance matrix C has been computed

over points in the plane placed on a regular square grid having a grid step of 5 km and linear dimension of 100 km (the covariance matrix has thus dimension $n = 400$).

The simulated signal in the plane is then estimated according to the formula

$$s(P) = T^t \mathbf{v} \quad (3.2)$$

with

$$C = T^t T \quad (3.3)$$

following the Cholesky decomposition method (Benciolini and Mussio, 1984). \mathbf{v} is a sample from a random variable having

$$E(\mathbf{v}) = 0, \quad C_{\mathbf{v}\mathbf{v}} = I. \quad (3.4)$$

As it can be easily proved, the covariance matrix of the simulated signal (3.2) is exactly equal to C since

$$\begin{aligned} C_{ss} &= E [s s^t] = E \left[(T^t \mathbf{v}) (T^t \mathbf{v})^t \right] = \\ &= T^t E [\mathbf{v} \mathbf{v}^t] T = T^t C_{\mathbf{v}\mathbf{v}} T = T^t T = C. \end{aligned} \quad (3.5)$$

This procedure has been repeated 100 times, based on different \mathbf{v} samples, so that 100 different realization of the signal s have been computed. Given the simulated values, the formula (2.2) has been applied: in this case $r = 100$ and $l = k = 1$.

The values of the empirical covariance and the model covariance (3.1), using the values of A and α previously defined, are presented in Figure 3.1.

As one can see, the estimated empirical values are remarkably close to the model function. Thus, this simulation proves that formula (2.2) can give a correct estimate of the signal covariance.

Furthermore, in the presented simulation, every single realization has, by definition, the given covariance structure that can be estimated according to the approach described in Mussio (1984). In Figure 3.2, the empirical covariances estimated with the signals s_{10} , s_{50} and s_{90} , selected among the 100 computed simulations of the signal, and the model (3.1) are plotted.

Contrary to the previous case, the empirical covariance values are not so close to the model covariance, particularly for large d values. This is quite obvious since formula (2.2) is the mean of the empirical co-

variances of the different signal realizations. Thus, the values in (2.2) are more reliable than those computed on a single realization.

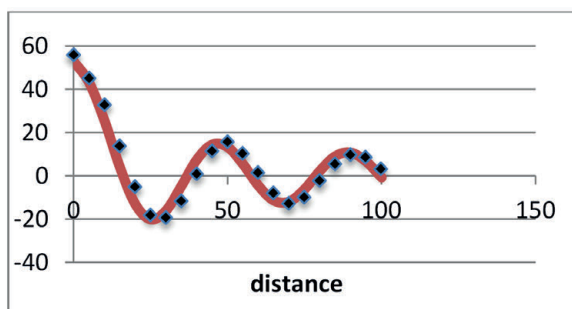


Figure 3.1: The empirical covariance (formula (2.2) - black dots) and the model covariance (solid red line).

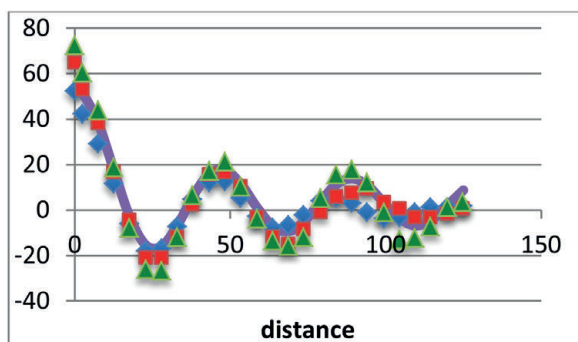


Figure 3.2: The empirical covariances of the three signals and the model function (solid line).

4 Conclusions

The proposed procedure can be efficiently applied for the estimation of the covariance function of the signal implied by an arbitrary model, which depends on a given set of parameters. If each parameter is considered as a normal random variable, having mean and variance that can be derived from physical assumptions on the model, one can estimate the covariance function of the signal derived from the model. In turn, this allows having a testing procedure between model and observed values that takes into account not only the

covariance of the observation but also the model covariance. In a recent application of this method to a geophysical model describing the crustal deformation in the Calabrian Arc region, interesting results were obtained that allowed a clearer definition of this geodynamical process (Barzaghi et al., 2014). In the future, the same procedure will be applied to other geodynamical areas in the Italian region and to oceanographic circulation models in the comparison with altimetry data.

References

- Barzaghi, R., Gandino, A., Sansò, F., and Zenuchini, C. (1992): The collocation approach to the inversion of gravity data. *Geophysical Prospecting* 40(4):429–451. DOI: 10.1111/j.1365-2478.1992.tb00535.x.
- Barzaghi, R., Marotta, A. M., Splendore, R., De Gaetani, C., and Borghi, A. (2014): Statistical assessment of predictive modelling uncertainty: a geophysical case study. *Geophysical Journal International* 197(1):22–32. DOI: 10.1093/gji/ggt510.
- Barzaghi, R. and Sansò, F. (1984): La collocazione in geodesia fisica. *Bollettino di Geodesia e Scienze Affini* 43(2):117–152.
- Benciolini, B. and Mussio, L. (1984): Algoritmi “esatti” per la soluzione di grandi sistemi. *Ricerche di Geodesia, Topografia e Fotogrammetria*, vol. 4. CLUP, Milano.
- Drewes, H. and Heidbach, O. (2012): The 2009 Horizontal Velocity Field for South America and the Caribbean. In: *Geodesy for Planet Earth: Proceedings of the 2009 IAG Symposium, Buenos Aires, Argentina, 31 August 31 - 4 September 2009*. Ed. by S. Kenyon, M. C. Pacino, and U. Marti. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, pp. 657–664. DOI: 10.1007/978-3-642-20338-1_81.
- Mood, A. M., Graybill Franklin, A., and Boes, D. C. (1983): Introduction to the theory of statistics. McGraw-Hill: series in probability and statistics, p. 577. ISBN: 0-07-042864-6.
- Mussio, L. (1984): Il metodo della collocazione minimi quadrati e le sue applicazioni per l’analisi statistica dei risultati delle compensazioni. *Ricerche di Geodesia, Topografia e Fotogrammetria*, vol. 4. CLUP, Milano.
- Riva, R. E. M., Borghi, A., Aoudia, A., Barzaghi, R., Sabadini, R., and Panza, G. F. (2007): Viscoelastic relaxation and long-lasting after-slip following the 1997 Umbria-Marche (Central Italy) earthquakes. *Geophysical Journal International* 169(2):534–546. DOI: 10.1111/j.1365-246X.2007.03315.x.
- Rummel, R. (1993): Principle of Satellite Altimetry and Elimination of Radial Orbit Errors. In: *Satellite Altimetry in Geodesy and Oceanography (Lecture Notes in Earth Sciences)*. Ed. by R. Rummel and F. Sansò. Vol. 50. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, pp. 190–241. DOI: 10.1007/BFb0117924.
- Sansò, F. (2000): Elementi di teoria della probabilità. Quaderni di trattamento statistico dei dati, Città Studi Edizioni, Milano.
- Watson, G. N. (1948): A treatise on the theory of Bessel functions. Cambridge University Press.

Ein Blick auf die Randverwerfung des Oberrheingrabens – die geodätische Messstation „darmstadtium“

Matthias Becker¹, Andreas Henk² und Rouwen Lehné³

1 Institut für Geodäsie, TU Darmstadt
E-Mail: becker@psg.tu-darmstadt.de

2 Institut für Angewandte Geowissenschaften, TU Darmstadt
E-Mail: henk@geo.tu-darmstadt.de

3 Hessisches Landesamt für Naturschutz, Umwelt und Geologie, Wiesbaden
E-Mail: rouwen.lehne@hlnug.hessen.de

Zusammenfassung

Die Stadt Darmstadt liegt am Rande des Oberrheingrabens und das Kongresszentrum „darmstadtium“ wurde direkt auf der Randstörung errichtet. Der dabei freigelegte Anschnitt der Verwerfung wurde zugänglich gemacht und zur Einrichtung einer Messstation genutzt. Hier beschreiben wir den Neuaufbau der Station ab dem Jahre 2016 mit dem jetzt verfügbaren Instrumentarium zur Überwachung der Kriechvorgänge an der Störung.

1 Einleitung

Das darmstadtium, das Wissenschafts- und Kongresszentrum in Darmstadt, wurde im Januar 2008 eröffnet. Benannt nach dem chemischen Element Darmstadtium, das 1994 bei der Gesellschaft für Schwerionenforschung in Darmstadt erzeugt wurde, dient es als Veranstaltungshaus der Wissenschaftsstadt Darmstadt zum Austausch von Gesellschaft, Wissenschaft und Wirtschaft. Neben einer avantgardistischen Architektur und einem innovativen und mehrfach ausgezeichneten Nachhaltigkeitskonzept wurde auch Wert auf die Verbindung zur Wissenschaft gelegt.

Die im Zuge des Baugrubenaushubs freigelegte Ost-randstörung des Oberrheingrabens wurde zugänglich gemacht und mit einer Messstation für geowissenschaftliche Untersuchungen vorbereitet (Hoppe u. a., 2015).

Die östliche Hauptrandverwerfung des Oberrheingrabens, siehe Abbildung 1.1, gehört zu einem ganz Europa durchziehenden Bruchsystem und ist eine der bedeutendsten strukturellen Elemente in Mit-

teleuropa. Mit dem Bruchsystem verbunden sind seismische Aktivitäten, siehe Abbildung 1.2, entnommen aus dem Hessischen Umweltatlas (<http://atlas.umwelt.hessen.de/> - Geologie und Boden), wobei insbesondere die im Raum Darmstadt auftretenden Erdbebenschwärme von besonderem Interesse sind.

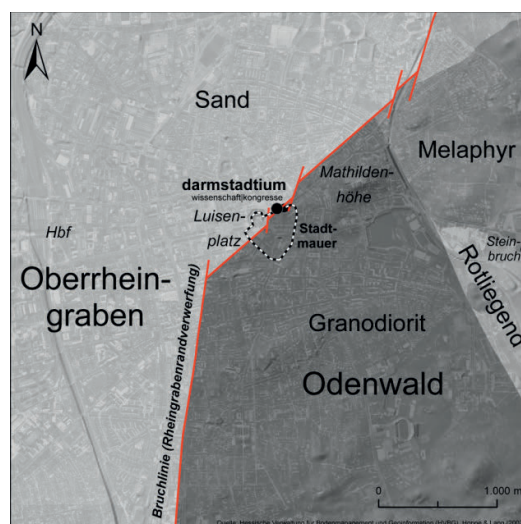


Abbildung 1.1: Ostrandstörung des Oberrheingrabens um Darmstadt (Bild Hoppe u. a., 2015).

In Zusammenarbeit von TU Darmstadt, darmstadtium und Hessischem Landesamt für Naturschutz, Umwelt und Geologie (HLNUG) wurde im Jahre 2016 ein neues Observatorium an der Verwerfung eingerichtet, in dem Bewegungen an der Verwerfung direkt gemessen werden können.

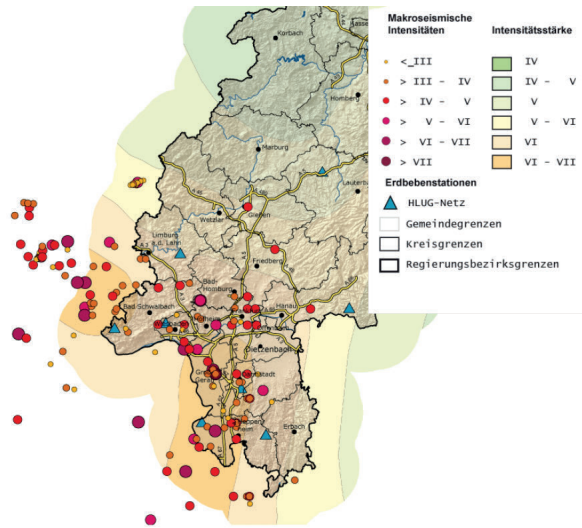


Abbildung 1.2: Erdbeben in Oberrheingraben und Südhessen. Die Größe der Kreise zeigt die Stärke der Erdbeben an (Bild: Hessisches Landesamt für Naturschutz, Umwelt und Geologie).

2 Messstation

Die Messstation befindet sich an der Ostseite des darmstadtiums zwischen Gebäudeaußenwand und der mit einem Eisenverbau bergmännisch gegen Einsturz und Nachrutschung von Lockergestein befestigten Wand der ehemaligen Baugrube. In Abbildung 2.1 und 2.2 sind der Verlauf der Störung auf dem Boden der Baugrube und die heutige Messstation zu sehen. Hier trennt die Störung die Kristallingesteine des Odenwaldes von den Sedimenten des nördlichen Oberrheingrabens.

Die Störung wurde 2007 mit einem optomechanischen Messgerät instrumentiert, das die Relativbewegungen zwischen den beiden Schollen erfasst. Nachdem Teile der Messstation aufgrund Verwitterung des ursprünglich hölzernen Baugrubenverbau verschüttet wurden, wurde sie mit Mitteln der TU Darmstadt, des Hessischen Landesamtes für Naturschutz, Umwelt und Geologie (HLNUG) und des Wissenschafts- und Kongresszentrums Darmstadt GmbH & Co. KG aufwändig saniert und wesentlich erweitert.

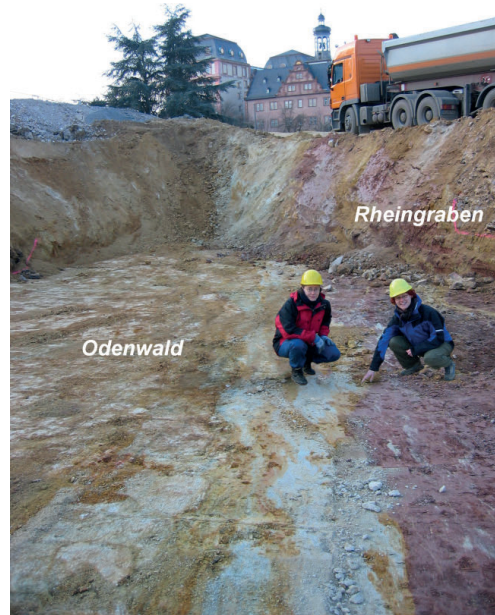


Abbildung 2.1: Baugrube des darmstadtiums mit Verwerfungslinie der Randstörung, die deutlich durch die Farbunterschiede des Bodens gekennzeichnet ist.

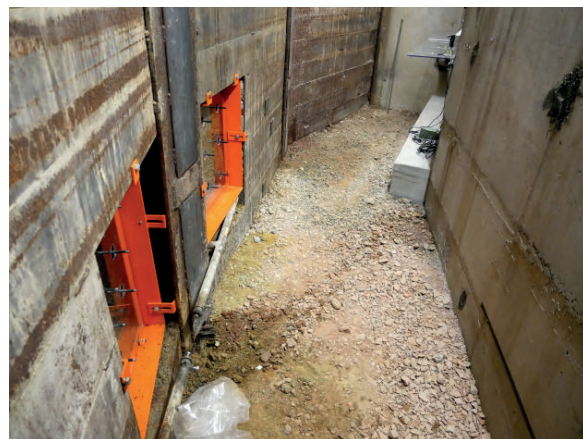


Abbildung 2.2: Blick in die Messstation, links die Ausschnitte in der Verbauung mit direkter Sicht auf die Störung.

Abbildung 2.2 zeigt die Verbauung mit zwei Fenstern auf die Störung zur photogrammetrischen Vermessung der Deformationen. An der Außenwand des darmstadtiums befindet sich ein betonierter Sims zur Aufnahme der Messinstrumente und der Datenerfassung mit Anschluss an das Internet zum Online Zugriff auf die Messdaten.

Da die Station nicht öffentlich zugänglich ist, werden die Daten über ein Web-Interface auf einem speziell für die Information der Öffentlichkeit eingerichteten Web-Server im Foyer des darmstadtiums abrufbar sein. Dort sind auch Hintergrundinformationen zu Station, Geologie und geodätischer Messstation interaktiv zu erfahren.

3 Sensorik

Im Zuge der Renovierung der Messstation wurde ein erweitertes interdisziplinäres Konzept zur Nutzung als Natur-Labor in der Lehre und Forschung der beteiligten Institute entwickelt. Die spektakuläre geologische Struktur wird nun mit einer erweiterten Instrumentierung und mit neuen Messverfahren und Parametern kontinuierlich überwacht. Das Instrumentarium besteht aus einem optomechanischen 3D Extensometer, einem Seismometer, einem Radon-Messgerät, einer Kamera zur Deformationsmessung und meteorologischen Sensoren (siehe Abbildung 3.1).

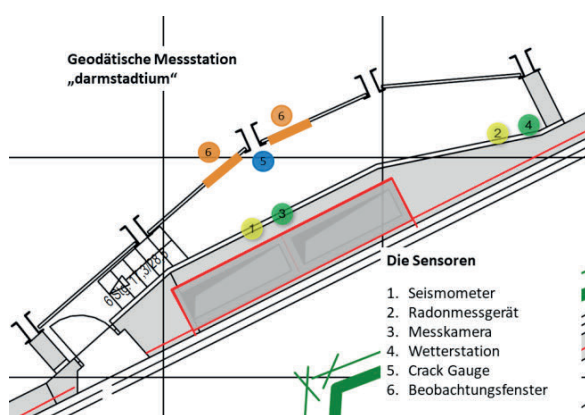


Abbildung 3.1: Skizze der Station mit Anordnung der Messinstrumente.

Das Seismometer, ein TitanSMA „Strong Motion Accelerograph“, beinhaltet einen Beschleunigungssensor, der die Gebäudebewegungen in allen drei Raumrichtungen aufzeichnet. Er ist eingebunden in das seismische Stationsnetz des beim HLNUG betriebenen Hessischen Erdbebendienstes (HED) zur Überwachung der Erdbebenaktivität in Hessen. Die aktuellen Daten und Analysen der Erdbebenherde mit den entsprechenden Magnituden stehen online unter www.hlnug.de/index.php?id=425 zur Verfügung.

Das optomechanische Extensometer TM-71 nach Košťák (Košťák und Avramova-Tačeva, 1988) misst seit 2007 die Relativbewegungen zwischen den beiden Schollen. Die seitdem gewonnenen Messreihen haben überraschend hohe Relativgeschwindigkeiten von ca. 1 mm pro Jahr in horizontaler Richtung und 0,6 mm pro Jahr in vertikaler Richtung ergeben. Das Instrument wurde modernisiert und mit einer elektronischen

Ableseeinrichtung ausgestattet (Rowberry u. a., 2016), so dass die Messungen automatisch erfasst und gespeichert werden können.

Das Extensometer in der Messstation „darmstadtium“ ist damit einer von nur dreien in Süddeutschland. Alle Instrumente und Ergebnisse sind im Internet abrufbar (tecnet.cz/index_en.php).

Ein AlphaGUARD-Radon Monitor PQ 2000 misst die Radonkonzentration mit einer Ionisationskammer. Mit den Messungen soll untersucht werden, ob in Zusammenhang mit tektonischen Bewegungen entlang von Schwächezonen im Untergrund bzw. bei Erdbeben zeitliche Veränderungen im Radongehalt der Raumluft der Messstation auftreten.

Im Rahmen von studentischen Projekten wird ein Kamerasystem entwickelt, das in regelmäßigen Intervallen ein Bild der freigelegten Verwerfungsspur registriert. Das Fenster auf die Verwerfung ist mit einem Raster von tief im Fels verankerten Stahlstäben versehen. Aus der Serie von Bildern können mit der Zeit mit photogrammetrischen Verfahren kleinste Änderungen der relativen Positionen der Stäbe abgeleitet werden. In Ergänzung zum Extensometer TM-71 sollen so die Bewegungsraten erfasst werden.

Basierend auf den Höhenfestpunkten der Landesvermessung und den hier seit mehr als 100 Jahren vorliegenden Wiederholungsnivellements des Haupthöhennetzes werden in studentischen Projekten die lokalen Höhenänderungen in Darmstadt in Wiederholungsnivellements erfasst. Seit etwa 10 Jahren können auch Messungen mit GPS und mit Erdbeobachtungssatelliten Höhenänderungen im sub-cm Bereich detektieren und so effizient als Ergänzung eingesetzt werden.

Dazu werden die permanenten GNSS Stationen auf den Gebäuden der TU in der Stadtmitte (d.h. im Rheingraben) und auf dem Campus Lichtwiese im festen Granodiorit des Odenwaldes genutzt. Die Stationen sind in das SAPOS-Netz der Hessischen Verwaltung für Bodenmanagement und Geoinformation (<http://sapos.hvbg.hessen.de>) eingebunden. Aus den langjährigen Zeitreihen der Koordinatenänderungen lassen sich die Bewegungsraten in Lage und Höhe sehr genau ableiten. Eine erste Analyse der gegenwärtigen Stationsbewegungen in Süd-West Deutschland wurde in Kooperation mit dem Institut für Geodäsie des KIT und dessen GURN-GNSS Net-

zes 2014 begonnen. Ziel ist die Erstellung eines regionalen Geschwindigkeitsfeldes für das gesamte Gebiet des Oberrheingrabens.

Gegenwärtig laufen die Vorbereitungen zur Installation von Corner-Reflektoren, um die satellitenbasierten Interferometrischen SAR-Techniken zur Überwachung von Bodenbewegungen auch für die Gebäude der TU Darmstadt besser nutzen zu können. Mit diesem einmaligen Multi-Sensoransatz und der interdisziplinären Zusammenarbeit soll ein wesentlicher Beitrag zu Lehre und Forschung an einer exemplarischen Typokalität mit direktem Zugang zu einem kontinentalen Riftsystem geschaffen werden.

Danksagung

Die Autoren danken den beteiligten Mitarbeitern des Instituts für Geodäsie, des Instituts für Angewandte Geologie, des Hessischen Landesamtes für Naturschutz, Umwelt und Geologie und dem Team des darmstadtiums für den Einsatz an der Messstation, sowie Text und Bildbeiträge. Insbesondere Dank an den Kanzler der TU Darmstadt, Herrn Dr. Efinger für die Unterstützung der Einrichtung.

Nachwort

Dieser Artikel ist meinem lieben Kollegen Prof. Dr.-Ing. habil. Dr. h.c. Bernhard Heck, KIT, gewidmet, mit dem ich durch den Oberrheingraben geographisch und thematisch seit langem verbunden bin. In lockerer Zusammenarbeit und kontinuierlichem fachlichen Austausch habe ich viel gelernt und die Kontakte mit dem Geodätischen Institut in Karlsruhe immer wertgeschätzt.

Mit den besten Wünschen, *Dein Matthias*

Literatur

- Hoppe, A., Košťák, B., Kuhn, G., Lehné, R., Simons, U. und Stemberk, J. (2015): Rezente Bewegungen an den Haupttrandverwerfungen im Nördlichen Oberrheingraben. 97. Stuttgart, S. 321–332. DOI: 10.1127/jmogv/97/0014.
- Košťák, B. und Avramova-Tačeva, E. (1988): A method for contemporary displacement Measurement on a tectonic fault. *Journal of Geodynamics* 1988.
- Rowberry, M. D., Kriegner, D., Vaclav, H., Frontera, C., Llull, M., Olejnik, K. und Marti, X. (2016): The instrumental resolution of a moire extensometer in light of its recent automatisisation. *Measurement* 91:258–265. DOI: 10.1016/j.measurement.2016.05.048.

Außeruniversitärer Berufsalltag im Studium

**Luz Berendt¹, Erwin Drixler², Christoph Hermann³, Wolf-Dieter Simmank⁴
und Jürgen Trenkle⁵**

- 1 Präsident des Landesamtes für Geoinformation und Landentwicklung Baden-Württemberg
- 2 Fachbereichsleiter Bauservice der Stadt Offenburg
- 3 Referatsleiter Kartographie beim Landesamt für Geoinformation und Landentwicklung Baden-Württemberg
- 4 Leitender Fachbeamter Vermessung beim Landkreis Rastatt
- 5 Vizepräsident des Bundes Deutscher Baumeister, Architekten und Ingenieure Baden-Württemberg e.V.

Zusammenfassung

Wer könnte besser einen Vorgeschmack auf die Berufspraxis außerhalb der Universität vermitteln als diejenigen, die diese Situationen schon seit vielen Jahren erleben: die Lehrbeauftragten. Im Studiengang „Geodäsie und Geoinformatik (GuG)“ des KIT obliegt es ihnen, konkrete Aufgabenstellungen und dafür geeignete Lösungsansätze aus Flurneuordnung, Landentwicklung, Stadtplanung und Stadtentwicklung, Baulandumlegung, Liegenschaftskataster, Ingenieurvermessung, Landesvermessung oder Kartographie zu vermitteln. Gleichzeitig verkörpern sie mögliche spätere Arbeitgeber und zeigen, welche Aufgaben und Herausforderungen nach einem erfolgreich absolvierten Bachelor- und Masterstudium in der freien Wirtschaft und in der Verwaltung warten.

1 Aus der Praxis für die Lehre

Lehrbeauftragte machen darauf aufmerksam, wie facettenreich das künftige Berufsbild von Geodäten und Geoinformatikern sein kann. Sie zeigen, wie vielseitig Geobasisdaten und Geodaten erzeugt und im täglichen Leben verwendet werden und wie einfache aber auch sehr umfangreiche Veränderungen von Grundstücken geplant und umgesetzt werden können. Dabei spielt der Bezug zu Bürgerinnen und Bürgern, zu Verwaltungsmitarbeiterinnen und -mitarbeitern und zu Interessenvertretern jeglicher Art eine zentrale Rolle. Die wissenschaftliche Theorie erfährt Wirklichkeit, verkörpert durch die Lehrbeauftragten, die sich ihr täglich zu stellen haben.

Die zu vermittelnden Themen sind dabei so systematisch aufzuarbeiten, zu strukturieren und so vereinfacht darzustellen, dass junge Menschen auf ihren bisherigen Lebenserfahrungen aufbauend Zusammenhänge erkennen und lernen, wie komplexe Formeln und wis-

senschaftliche Ansätze im geodätischen Berufsalltag Anwendung finden. Dass Studierende dieser Praxisvermittlung durchaus zugeneigt sind und sich für entsprechende Tätigkeiten begeistern lassen, zeigen die durchweg sehr guten Evaluierungen der Vorlesungen.

Diese Tätigkeit bringt für die Lehrbeauftragten den positiven Effekt mit sich, in anderen beruflichen Situationen, zum Beispiel in Presseinterviews oder telefonischen Bürgeranfragen, aus dem Stand auf eine plakative Darstellung zurückgreifen zu können.

Derzeit sind am Geodätischen Institut (GIK) des KIT im GuG-Studiengang fünf Lehrbeauftragte tätig. Sie geben denjenigen Studierenden, die Interesse an einer Laufbahn in der Verwaltung, d.h. zum Beispiel beim Land, den Landkreisen und den Städten oder an der Tätigkeit als Öffentlich bestellter Vermessungsingenieur haben, auch Einblicke aus erster Hand in den dafür erforderlichen Vorbereitungsdienst bzw. Referendariat. Dessen Inhalte sind als Ergänzung zum Studium



ganz bewusst so gewählt, dass all das, was die Lehrbeauftragten an der Universität nur thematisch anreißern können, über Monate hinweg vertieft wird. Mit der 2. Staatsprüfung verfügen die Master- und Bachelorabsolventen dann zusätzlich über ein solides verwaltungstechnisches Hintergrund- und Praxiswissen, mit dem sie von Anfang an auch als Führungskraft bestehen können.

2 Zusammenarbeit zwischen dem GIK und ...

2.1 ... dem Landesamt für Geoinformation und Landentwicklung (LGL)

Das LGL begleitet studentische Abschlussarbeiten, unterstützt aktiv und engagiert Forschungs- sowie studentische Projekte des GIK mit Know-how, Personal, Instrumentarium und amtlichen Geobasisdaten. Zahlreiche Ergebnisse früherer Studien- und Diplomarbeiten beziehungsweise der heutigen Bachelor- und Masterarbeiten fanden und finden direkten Eingang in die Anwendung, für jeden Studierenden sicherlich eine ganz besondere Bestätigung der Sinnhaftigkeit des eigenen Studiums.

Mit Herrn Professor Bernhard Heck an der Spitze seines Lehrstuhls entwickelten sich zwischen Universität und LGL gemeinsame Forschungsprojekte, oft über die Landesgrenzen hinaus.

Beispielsweise werden im Forschungsprojekt GURN (GNSS Upper Rhine Graben Network), das vom GIK und der Universität Strasbourg 2008 initiiert wurde, rezente Krustenbewegungen des Oberrheingrabens detektiert. Statt bisheriger Kampagnenmessungen, bei denen wenige Punkte für einzelne Tage mittels GPS-Ausrüstungen besetzt und die Daten ausgewertet wurden, werden hier erstmals die Daten aller verfügbaren permanent betriebenen GNSS-Stationen dieser Region konsistent ausgewertet. Die Datenbasis für die Untersuchungen sind die Beobachtungsdaten von rund 75 permanent betriebenen GNSS-Stationen der Kooperationspartner, nämlich der Vermessungsverwaltungen aus Baden-Württemberg, Rheinland-Pfalz, Frankreich und der Schweiz sowie privaten Partnern.

Die Kooperation zwischen GIK und LGL zeigt sich beispielsweise auch bei der seit 2008 durchgeführten Berechnung des Multipath-Indexes zur Quantifizie-

rung der Signalqualität von baden-württembergischen SAPOS[®]-Stationen. Als Konsequenz dieser Index-Bestimmungen verlegte das LGL im Jahr 2013 die SAPOS[®]-Station Heidelberg nach Mannheim und steigerte dadurch nachweislich die Qualität der SAPOS[®]-Produkte.

Das LGL profitiert insofern aus den gemeinsamen Forschungsprojekten, dass Messanordnungen und Messabläufe wissenschaftlich geprüft und unterlegt werden. Für die Studentinnen und Studenten verkörpern die Projekte ein selbständiges Arbeiten mit Praxisrelevanz. So wurden zum Beispiel die Höhenlinien aus der tachymetrischen Geländeaufnahme, die im Rahmen der Hauptvermessungsübungen im Schwarzwald durchgeführt wird, in die amtlichen Grundkarten übernommen.

Im Besonderen diese Hauptvermessungsübungen, die das LGL personell unterstützt, belegen, wie intensiv sich die Kooperation zwischen GIK und LGL zwischenzeitlich entwickeln konnte.

Langjährige Tradition ist inzwischen, dass Referentinnen und Referenten aus dem LGL aktuelle Themen der baden-württembergischen Vermessungs- und Flurneuordnungsverwaltung in geodätischen Kolloquien des GIK und des Instituts für Photogrammetrie und Fernerkundung präsentieren und diskutieren.

Die Vorlesung „Neuordnung der Ländlichen Räume“ zeigt den Geodäsie-Studierenden, warum und wie gerade sie und nicht andere Studiengänge gefragt sind, wenn es in Flurneuordnungen in einem Guss um die Neugestaltung in Lage, Form und Größe von wenigen bis hin zu Tausenden von Grundstücken von bis zu Hunderten von Grundeigentümern geht. Die Interessen einer Vielzahl von Behörden, Organisationen und Vereinen aufgreifend ermöglichen solche (Groß-)Projekte eine deutlich bessere Nutzung der Grundstücke, sei es durch bzw. für die Land- und Forstwirtschaft, die Gemeinden, den Natur-, Landschafts- und Umweltschutz oder den Tourismus.

2.2 ... dem Landkreis Rastatt

Der Lehrauftrag „Einführung in das Liegenschaftskataster“ bietet sich als die ideale Gelegenheit an, die Studierenden auf die vielseitigen Tätigkeiten und Aufgaben in einer Vermessungsbehörde oder im freien Beruf aufmerksam und neugierig machen zu können.

Als ehemaliger Geodäsie-Student der Universität Karlsruhe (TH) und nun Leiter einer unteren Vermessungsbehörde hat sich nach rund 25 Jahren der Kreis geschlossen. Jetzt, aber auf der anderen Seite stehend, ist es möglich, den Studierenden aus der Praxis heraus Einblick in das amtliche Vermessungswesen, insbesondere in das Liegenschaftskataster zu geben. Zum besseren Gesamtverständnis wird zunächst ein Überblick vermittelt, und zwar von den Anfängen der Landesvermessung und des Katasters bis in die heutige Zeit mit SAPOS[®] und dem neuen ETRS89/UTM-Koordinatensystem. Dazu gehört auch die Bedeutung des Liegenschaftskataster für die Gesellschaft und die enge Verbindung zu Grundbuch sowie Bodenschätzung bzw. der Datenaustausch mit dem zuständigen Amtsgericht und Finanzamt.

Auch die Neuheiten und aktuellen Entwicklungen kommen nicht zu kurz, so werden z. B. der „Integrierte geodätische Raumbezug“ mit dem Lagebezugsrahmen ETRS89/DREF91 (R2016), Höhenbezugsrahmen DHHN2016 und Schwerebezugsrahmen DHSN2016 sowie dem Quasigeoid GCG2016 erläutert oder die Überlegungen zur Nutzung der hochaktuellen Daten des Erdbeobachtungsprogramms Copernicus vorgestellt. Dabei wird stets auf die Zusammenhänge zwischen den anderen Studieninhalten bzw. Vorlesungen und der Praxis hingewiesen.

Das Amtliche Vermessungswesen ist tatsächlich angewandte Geodäsie!

Die Absolventen des Studiengangs GuG sind im benachbarten Rastatt immer willkommen, denn in der Verwaltung und dem freien Beruf werden derzeit viele Nachwuchskräfte gesucht, die es auszubilden gilt!

2.3 ... der Stadt Offenburg

Städte wachsen, Einwohnerzahlen steigen, Wohnraum, vor allem bezahlbarer Wohnraum, wird knapp. Zudem fordert die Nationale Nachhaltigkeitsstrategie eine deutliche Reduzierung der Flächenneuinanspruchnahme unter dem Grundsatz „Innenentwicklung vor Außenentwicklung“. Damit führt kein Weg an der Entwicklung und Aktivierung von Brachflächen, Baulücken und leerstehenden Gebäuden vorbei.

Mit der Lösung dieser Aufgabe sind die Kommunen bundesweit befasst. Was es braucht, sind grundlegende Datenerhebungen und Analysen sowie darauf aufbau-

end die Entwicklung von umsetzbaren Konzepten. Alleine können die Kommunen dies kaum lösen. Eine wissenschaftliche Unterstützung wird benötigt. Dies kann vielschichtig sein. Und hier beweist sich der Vorteil der Lehrbeauftragten, die ihre alltäglichen praxisrelevanten Fragestellungen in die Universität einbringen und im wissenschaftlichen Umfeld diskutieren, um so gemeinsam Antworten zu finden.

Am Beispiel der Stadt Offenburg ist dies u.a. durch mehrere studentische Abschlussarbeiten erfolgt. Über bundesweite Vergleichsstudien konnte so beispielsweise ermittelt werden, welches ein für Offenburg effizienter Weg ist, das über das gesamte Stadtgebiet hinweg vorhandene Bauflächenpotential aufzufinden und darzustellen. Im Ergebnis wurde ein vom Gemeinderat beschlossenes GIS-gestütztes Baulandkataster erstellt und veröffentlicht. Damit ist es möglich, tagesaktuell abzurufen, wo in Offenburg welche Baumaßnahme realisierbar ist.

In weiteren Arbeiten wurden auf der Grundlage des Geoinformationssystems der Stadt Offenburg Realexperimente zur Reduzierung der Flächeninanspruchnahme durchgeführt. Wie können nicht ausgenutzte Kapazitäten im Siedlungsbestand ermittelt werden? Wie lässt sich eine automatisierte Klassifizierung der aufgefundenen Flächen durchführen? Diese Arbeiten flossen in das neue Siedlungsinnenentwicklungskonzept der Stadt Offenburg ein. Dieses Konzept stellt heute einen wichtigen Baustein der städtebaulichen Entwicklung von Offenburg dar. Das damit verbundene Ziel „Bauland flächenschonend zur richtigen Zeit der richtigen Bevölkerungsgruppe bereit zu stellen“ konnte so weitgehend realisiert werden.

Diese wenigen Beispiele zeigen, wie wertvoll der Austausch zwischen kommunaler Praxis und wissenschaftlichem Studium sein kann. Dies ist dabei keineswegs eine Einbahnstraße, bei der lediglich die Kommunen durch wissenschaftlichen Input profitieren. Vielmehr erleben auch die Studierenden, welche Bedeutung die kommunale Vermessung für das alltägliche Leben besitzt. Dazu dienen neben den oben exemplarisch aufgeführten Arbeiten vielfältige Exkursionen und vor allem auch Vorlesungen der Lehrbeauftragten, die durch zahlreiche tagesaktuelle Praxisbeispiele angereichert sind.

2.4 ... den freien Vermessungsberufen

Es ist schon etwas außergewöhnlich, dass eine Universität im Binnenland, d.h. weit weg vom Meer und großen Seen, in der Ingenieurvermessung das Modul „Hydrographische Vermessungen/Meeresgeodäsie“ anbietet. Zeigt es doch das Bestreben, GuG-Studierenden im Masterstudiengang ein breites Basiswissen zu vermitteln und auf alle anstehenden Aufgaben im späteren Berufsleben vorzubereiten.

In der Hydrographie werden die Topographie, die Dynamik und die morphologische Struktur von Gewässersohlen sowie die Lage und Beschaffenheit von Objekten in und am Gewässer raumbezogen erfasst. Die Ergebnisse werden in Informationssystemen verbreitet oder in Karten und Detailplänen aufbereitet. Die Daten sind Grundlage für die Planungen im Wasser-, Brücken- und Kraftwerksbau aber auch von ökologischen Projekten.

Die Untersuchung kritischer Unterwassergeologie von Seeböschungen, der Fließdynamik von Flüssen, der Gefahrenortung im Schiffsverkehr sowie Massenermittlungen von Anlandungen und Auskolkungen sind nur ein kleiner Auszug weiterer interessanter Ingenieurleistungen.

Gelehrt wird z. B. der Einsatz modernster Sensorik, physikalisches Grundwissen in der Schallausbreitung

im Meer- und Süßwasser, Gezeiten, Beschickung sowie unterschiedliche Ortungs- und Positionierungssysteme.

Die Studierenden nehmen insbesondere die Aufarbeitung vieler Praxisbeispiele sowie die Fahrten mit dem Messboot und die Nutzung eines Fächerecholotsystems auf einem regionalen See sehr interessiert an. Auch die Einführung in die Kostenkalkulation und Angebotsausarbeitung von Projektbeispielen stellt eine gute Grundlage für eventuelle spätere freiberufliche Tätigkeiten dar.

Das Modul „Hydrographische Vermessungen/Meeresgeodäsie“ fügt sich deshalb gut in weitere hochinteressante Aufgaben der Geodäsie ein, welche in der Ingenieurvermessung gelehrt werden.

3 Dank

Wir fünf Lehrbeauftragten sind Herrn Professor Bernhard Heck dankbar, dass er uns in der Gestaltung der Vorlesungen und Übungen freie Hand ließ. Das vertrauensvolle, kollegiale und unkomplizierte Miteinander auf Augenhöhe ermöglichte den Aufbau eines Netzwerks auf allen Ebenen. Dies brachte den besonderen Erfolg, dass sich GIK und LGL in einer intakten und intensiven Kooperation um den beruflichen Nachwuchs kümmern.

The role of two-point functions in geodesy and their classification

Balaji Devaraju¹ and Nico Sneeuw²

1 Institute of Geodesy, Leibniz University Hannover, Germany

E-Mail: devaraju@ife.uni-hannover.de

2 Institute of Geodesy, University of Stuttgart, Germany

E-Mail: sneeuw@gis.uni-stuttgart.de

Abstract

In geodesy, two-point functions appear as covariance functions, convolution kernels like the Green functions, transfer functions of the gravity field functionals and filter kernels. Knowledge of their structure both in the spatial and the spectral domains opens vistas not only for understanding their behaviour, but also enabling their design. Here, we develop the two-point functions in terms of spherical harmonic functions and discuss their structure. We identify homogeneity and isotropy as the two key structural properties of the two-point functions that provide a solid basis for their classification.

1 Introduction

A two-point function $b(\theta, \lambda, \theta', \lambda')$ is one which takes two positions as its input, one a *calculation point* (θ, λ) , also known as *evaluation point* and the other a *data point* (θ', λ') , also known as *source point*. Geodesy is replete with such functions, for example, the Stokes and Vening Meinesz kernels (Heiskanen and Moritz, 1967), filters (Pellinen, 1966; Jekeli, 1981), covariance functions (Rummel and Schwarz, 1977), Green functions (Farrell, 1972), Meissl scheme (Meissl, 1971), upward and downward continuation operators (Heiskanen and Moritz, 1967). Many of these functions are similar in their mathematical form in that the function values depend only on the distance between the calculation and data points, and such functions are commonly referred to as (*homogeneous*) *isotropic* functions. The spectral structure and utility of other types of two-point functions were explored

by Rummel and Schwarz (1977) in the context of covariance functions for collocation. Later, Jekeli (1981) introduced ideas of filtering with the use of isotropic and *anisotropic* two-point *weight* functions. It is only the advent of the Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) mission and the need for filtering its data has brought to the fore a variety of two-point functions (Han et al., 2005; Swenson and Wahr, 2006; Kusche, 2007; Klees et al., 2008). Given the importance of the GRACE mission for climate research, and the absolute necessity for filtering GRACE data, provided the right impetus to explore the characteristics of two-point functions. In this contribution, we will discuss the structural characteristics of the two-point functions as they directly influence their spherical harmonic spectrum.



2 Two-point functions

A general two-point function $b(\cdot, \cdot)$ in terms of a spherical harmonic transform pair is given as (e.g., Varshalovich et al. 1988)

$$b(\theta, \lambda, \theta', \lambda') = \sum_{l,m} Y_{lm}(\theta, \lambda) \sum_{n,k} B_{lm}^{nk} Y_{nk}^*(\theta', \lambda'), \quad (2.1a)$$

$$B_{lm}^{nk} = \frac{1}{16\pi^2} \iint_{\Omega, \Omega'} b(\theta, \lambda, \theta', \lambda') Y_{lm}^*(\theta, \lambda) \times Y_{nk}(\theta', \lambda') d\Omega d\Omega'. \quad (2.1b)$$

$$Y_{lm}(\theta, \lambda) = \begin{cases} N_{lm} P_{lm}(\cos \theta) e^{im\lambda}, & m \geq 0 \\ (-1)^m Y_{l,-m}^*(\theta, \lambda), & m < 0 \end{cases}$$

$$N_{lm} = (-1)^m \sqrt{(2l+1) \frac{(l-m)!}{(l+m)!}}$$

$$\sum_{l,m} = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l$$

$$d\Omega = \sin \theta d\theta d\lambda$$

where $Y_{lm}(\cdot)$ are the 4π -normalized complex surface spherical harmonics of degree l and order m ; $(\theta, \lambda) \in \Omega$ and $(\theta', \lambda') \in \Omega'$ are the coordinates of the calculation and data points, respectively; B_{lm}^{nk} are the spherical harmonic coefficients of the two-point function $b(\cdot, \cdot)$; $P_{lm}(\cos \theta)$ are the associated Legendre functions normalized using the factor N_{lm} .

An alternative representation of (2.1a) can be obtained by taking the calculation point as the pole of the sphere Ω' (cf. Figure 2.1). This accounts for a rotation of the coordinate system of the sphere Ω' and thereby allowing for the data points on the rotated sphere to be viewed as points at certain spherical distances and

azimuths from the calculation point. The rotation of the coordinate system also corresponds to the rotation of the spherical harmonics, which is accomplished by the use of *Wigner-D functions*, for example (Edmonds, 1960).

$$Y_{nq}(\psi, \pi - A) = \sum_k D_{nkq}(\lambda, \theta, 0) Y_{nk}(\theta', \lambda') \quad (2.2a)$$

$$Y_{nk}(\theta', \lambda') = \sum_q D_{nkq}(0, -\theta, -\lambda) Y_{nq}(\psi, \pi - A) \quad (2.2b)$$

$$= \sum_q D_{nkq}^*(0, \theta, \lambda) Y_{nq}(\psi, \pi - A) \quad (2.2c)$$

where $D_{nkq}(0, -\theta, -\lambda)$ are the 4π -normalized Wigner-D symbols with the three Euler rotation angles ($\alpha = 0$, $\beta = -\theta$, $\gamma = -\lambda$), ψ is the spherical distance and A is the azimuth between (θ, λ) and (θ', λ') . The Wigner-D symbol is defined as

$$D_{nkq}(\alpha, \beta, \gamma) = e^{-ik\gamma} d_{nkq}(\beta) e^{-iq\alpha} \quad (2.3)$$

For a complete overview on different normalization conventions and the methods of computation used for the Wigner-D functions, consult (Sneeuw, 1991).

Inserting (2.2b) into (2.1a) gives

$$b(\theta, \lambda, \psi, A) = \sum_{l,m} Y_{lm}(\theta, \lambda) \sum_{n,k} B_{lm}^{nk} \times \sum_q D_{nkq}^*(0, -\theta, -\lambda) Y_{nq}^*(\psi, \pi - A) \quad (2.4a)$$

$$= \sum_{l,m} Y_{lm}(\theta, \lambda) \sum_{n,q} Y_{nq}^*(\psi, \pi - A) \times \sum_k B_{lm}^{nk} D_{nkq}^*(0, -\theta, -\lambda) \quad (2.4b)$$

Such an expression was already presented to the geodetic community by Rummel and Schwarz (1977),

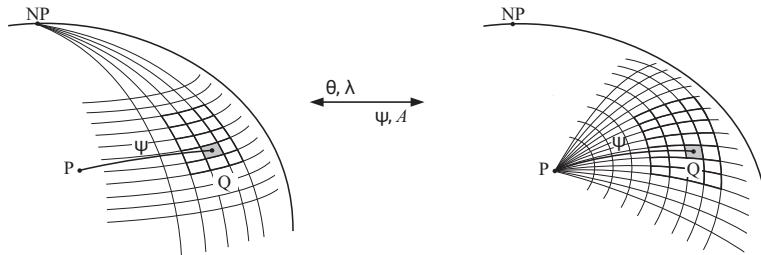


Figure 2.1: Alternative representation of the two-point function.

where they use expression (2.4a) to compute inhomogeneous covariance functions for use in collocation studies. Also, Martinec and Pěč (1985) provide two more expressions for representing the two-point function, which arise by the use of *bipolar spherical harmonics* and *Clebsch-Gordan coefficients* as used in the quantum mechanics and astronomy communities. In this document the expressions and methods of (Rummel and Schwarz, 1977) will be followed.

3 Structural properties of two-point functions

The convenience of the representation shown in (2.4a) is that all the points on the sphere can be referred and/or visualized as points at certain spherical distances and azimuths. This representation also allows an intuitive understanding of the behaviour of the two-point function in terms of the distribution of the function values over the whole sphere.

The values of the two-point function depends on the four arguments – the coordinates of the calculation point and the (spherical) distance and direction (azimuth) of the data point with respect to the calculation point. In the most general case the function value changes with every calculation point given the same values for the ψ and A . In the other extreme, the two-point function only depends on only one argument. For example, the Stokes function depends only on the spherical distance between the calculation and data points, but not on the calculation point and the azimuth.

The independence of the two-point function with respect to its calculation point gives rise to an important property called *homogeneity*. A two-point function is homogeneous if the distribution of the function values over the domain of the data points (ψ, A) remain the same for all the calculation points (θ, λ) . For example, a homogeneous covariance function would mean that all the calculation points on the sphere have the same covariance function. Homogeneous functions are also referred to as *translation invariant* functions.

Another important property of the two-point functions comes from the *directional invariance* of the function values. Here, the functions values are independent of the azimuth, and therefore, they depend only on the spherical distance. Thus, they are axially symmetric

around the calculation point, and this property is called *isotropy*.

It must be evident from the description of the structural properties that homogeneity/inhomogeneity is a *global property* as it concerns all the calculation points, while isotropy/anisotropy is a *local property* since it concerns the axial symmetry at a given calculation point.

4 Classifying two-point functions

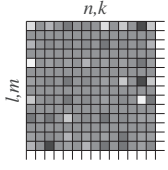
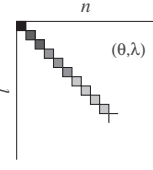
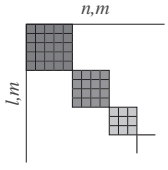
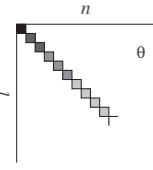
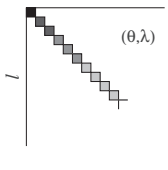
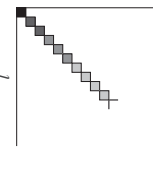
The properties homogeneity and isotropy can be used to classify the two-point functions in terms of their spatial structure. It needs to be ascertained whether such specific spatial structures also correspond to specific spectral structures. One way of identifying the spectral structures is by taking the average of the two-point functions with respect to specific arguments that make them homogeneous and/or isotropic.

$$\text{Homogeneity} \Rightarrow \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} b(\theta, \lambda, \psi, A) d\Omega = b(\psi, A) \quad (4.1)$$

$$\text{Isotropy} \Rightarrow \frac{1}{2\pi} \int_A b(\theta, \lambda, \psi, A) dA = b(\theta, \lambda, \psi) \quad (4.2)$$

It must be mentioned here that although in the homogeneous case (4.1) there is no explicit reference to the calculation point (θ, λ) , it is embedded in the spherical distance (ψ) and the azimuth (A) values. Hence, it is still a two-point function. In the following sections, we will use these two integrals to identify the spectra of the various two-point functions (cf. Table 3.1). Also, we will only show the important results. For a complete discussion and detailed derivations of the different classes of the two-point functions, the reader is referred to (Rummel and Schwarz, 1977; Devaraju, 2015).

Table 3.1: The different classes of two-point functions, their spherical harmonic expansion and spectral structure. Notice that only the anisotropic filters are dependent on the spherical harmonic order, while the isotropic filters are all degree dependent. Also, in the anisotropic case the inhomogeneity is manifest in the structural changes of the spectrum, while in the isotropic case it is manifest in the change of coefficient values depending on the location.

		Anisotropic	Isotropic
Inhomogeneous	Location dependent	$b(\theta, \lambda, \psi, A) = \sum_{l,m} Y_{lm}(\theta, \lambda) \sum_{n,k} Y_{nk}^*(\theta', \lambda') B_{lm}^{nk}$ 	$b(\theta, \lambda, \psi) = \sum_l (2l+1) P_l(\cos \psi) B_l(\theta, \lambda)$ 
	Latitude dependent	$b(\theta, \psi, A) = \sum_{l,m} Y_{lm}(\theta, \lambda) \sum_n B_{lm}^{nm} Y_{nm}(\theta', \lambda')$ 	$b(\theta, \psi) = \sum_l (2l+1) P_l(\cos \psi) B_l(\theta)$ 
Homogeneous		$b(\psi, A) = \sum_{l,m} Y_{lm}^*(\psi, \pi - A) B_{lm}$ 	$b(\psi) = \sum_l (2l+1) P_l(\cos \psi) B_l$ 

4.1 Homogeneous functions

Convolution (in the classical sense) is a standard operation in signal processing, and homogeneous functions are at the heart of convolution. Convolution can be performed either using an isotropic or an anisotropic kernel. Jekeli (1981) refers to the convolutions with homogeneous isotropic kernels as *convolution of the first kind* and those with homogeneous anisotropic kernels as *convolution of the second kind*. Apart from convolution, homogeneous functions have implications for covariance functions. In the sequel, the general form of the isotropic and anisotropic homogeneous functions will be described and their implications discussed.

Isotropic

The two-point homogeneous isotropic functions on the sphere depend only on the spherical distance ψ be-

tween the calculation and the data points. They are the simplest class of two-point functions defined on the sphere, also the most ubiquitous form. Rummel and Schwarz (1977) provide a detailed derivation of the homogeneous isotropic two-point function derived from the general two-point function. Here, only the final formulae of the spherical harmonic transform pair are given.

$$b(\psi) = \frac{1}{8\pi^2} \int_{\Omega} \int_A b(\theta, \lambda, \psi, A) d\Omega dA \quad (4.3a)$$

$$= \sum_{l=0}^{\infty} P_l(\cos \psi) \sum_{m=-l}^l B_{lm}^{lm} \quad (4.3b)$$

$$= \sum_{l=0}^{\infty} P_l(\cos \psi) (2l+1) B_l \quad (4.3c)$$

$$B_l = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} b(\psi) P_l(\cos \psi) \sin \psi d\psi \quad (4.3d)$$

where $b(\psi)$ is the homogeneous isotropic function, $P_l(\cos\psi)$ are the unnormalized Legendre polynomials of degree l and B_l is the spectrum of $b(\psi)$. One of the most important use of the homogeneous isotropic functions is in the description of the power spectrum of the gravity field as devised by Kaula (1967).

$$C(\psi) = \sum_l \sigma_l^2 P_l(\cos\psi) \quad (4.4a)$$

$$\text{where } \sigma_l^2 = \sum_m |K_{lm}|^2 \quad (4.4b)$$

in which K_{lm} are the 4π -normalized complex spherical harmonic coefficients of a given gravity field model. Comparing (4.3a) and (4.4a), it is evident that the power spectrum that is routinely computed is indeed a global average of the covariance function. It tells us about the *average* behaviour of the signal covariance of the given gravity field model.

Anisotropic

The two-point homogeneous anisotropic functions depend both on the spherical distance ψ and the azimuth A . The values of the function can be derived by averaging the general two-point function over all the calculation points as follows:

$$\begin{aligned} b(\psi, A) &= \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} b(\theta, \lambda, \psi, A) d\Omega \\ &= \sum_{l,m} B_{lm} Y_{lm}(\psi, \pi - A) \end{aligned} \quad (4.5)$$

Since co-latitude and longitude are the spherical distance and direction from the pole to any other point on the sphere, the spectrum of the homogeneous anisotropic function resembles that of a function defined on the sphere. This function has very limited (so far) use in geodesy.

4.2 Inhomogeneous functions

Inhomogeneity in its strict sense results in a two-point function that at every calculation point has a unique field of values $b(\cdot, \psi, A)$. In a less restricted sense the two-point function is inhomogeneous only with respect to either the latitude or the longitude. In the following we will discuss only the strict and latitude dependent inhomogeneities.

Isotropic

Inhomogeneous isotropic functions are generated by integrating the general two-point kernel over the azimuth.

$$b(\theta, \lambda, \psi) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} b(\theta, \lambda, \psi, A) dA \quad (4.6a)$$

$$= \sum_{l,m} Y_{lm}(\theta, \lambda) \sum_{n,k} B_{lm}^{nk} Y_{nk}^*(\theta, \lambda) \bar{P}_n(\cos\psi) \quad (4.6b)$$

$$= \sum_n B^n(\theta, \lambda) \bar{P}_n(\cos\psi) \quad (4.6c)$$

Equation (4.6c) is the spectrum for a location dependent isotropic function. The inhomogeneity of the two-point function in (4.6a) can be restricted only to the latitude and this results in

$$b(\theta, \psi) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} b(\theta, \lambda, \psi) d\lambda \quad (4.7a)$$

$$= \sum_{l,m,n} \bar{P}_{lm}(\cos\theta) B_{lm}^{nm} \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \bar{P}_n(\cos\psi) \quad (4.7b)$$

$$= \sum_n B^n(\theta) \bar{P}_n(\cos\psi) \quad (4.7c)$$

Although such functions, to the best of our knowledge, have not been used in geodesy, they can be employed for describing location dependent Green functions.

Anisotropic

The general two-point function is a completely inhomogeneous and completely anisotropic kernel (i.e., asymmetric). Such a function can be imagined to have a unique field $f(\psi, A)$ defined at each calculation point (θ, λ) . Although Rummel and Schwarz (1977) indicate that the most general of such inhomogeneous functions will not be physically meaningful, Klees et al. (2008) describe an optimal filter for the GRACE data that is completely inhomogeneous and anisotropic (and asymmetric). This is an example of the general two-point function. As in the isotropic case, anisotropic two-point functions can also be made only latitude dependent. Again, it is accomplished by averaging the

general two-point function over the longitudes of the calculation points.

$$b(\theta, \psi, A) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} b(\theta, \lambda, \psi, A) d\lambda \quad (4.8a)$$

$$= \sum_{l,m,n} \bar{P}_{lm}(\cos \theta) B_{lm}^{nm} Y_{nm}^*(\theta', \Delta\lambda) \quad (4.8b)$$

$$= \sum_{l,m} Y_{lm}(\theta, \lambda) \sum_n B_{lm}^{nm} Y_{nm}^*(\theta', \lambda') \quad (4.8c)$$

The spectrum of the latitude dependent two-point function (4.8c) has a clear order-leading block-diagonal structure, because it depends on only one order m instead of two m and k (cf. Table 3.1). The latitude dependent anisotropic two-point functions are an important class of functions for satellite gravimetry, since the covariance derived from the satellite data have an order-leading block diagonal structure (Colombo, 1986; Sneeuw, 2000). For this reason, the most effective filters for the noisy GRACE data have block diagonal structures (Han et al., 2005; Swenson and Wahr, 2006; Kusche, 2007) (cf. Figure 4.1).

A peculiarity of the latitude dependent two-point functions is that they are all isotropic at the poles ($\theta = \{0, \pi\}$) due to convergence (cf. Figure 4.1).

Mathematically, it means that the spherical harmonics become order independent at the poles, and hence, the coefficients become degree dependent.

$$\begin{aligned} b(0, \psi, A) &= \sum_{l,n,m} Y_{lm}(0, \lambda) B_{lm}^{nm} Y_{nm}(\theta', \lambda') \\ &= \sum_{l,n,m} \sqrt{2l+1} \delta_{m0} e^{im\lambda} B_{lm}^{nm} Y_{nm}(\theta', \lambda') \\ &= \sum_{l,n} \sqrt{2l+1} \sqrt{2n+1} B_{l0}^{n0} P_n(\cos \theta') \end{aligned}$$

An interesting case develops when the off-diagonal elements of each of the m blocks of the spectrum of the two-point function become zero. Then the spectrum of the two-point function takes the following form:

$$b(\theta, \psi, A) = \sum_{l,m} Y_{lm}(\theta, \lambda) B_{lm}^{lm} Y_{lm}^*(\theta', \lambda') \quad (4.9a)$$

and the area under the function at each calculation point is

$$\begin{aligned} \int_{\Omega'} b(\theta, \psi, A) d\Omega' &= \sum_{l,m} Y_{lm}(\theta, \lambda) B_{lm}^{lm} \int_{\Omega'} Y_{lm}^*(\theta', \lambda') d\Omega' \\ &= 4\pi \sum_{l,m} Y_{lm}(\theta, \lambda) B_{lm}^{lm} \delta_{l0} \delta_{m0} \\ &= 4\pi B_{00}^{00} \quad (4.9b) \end{aligned}$$

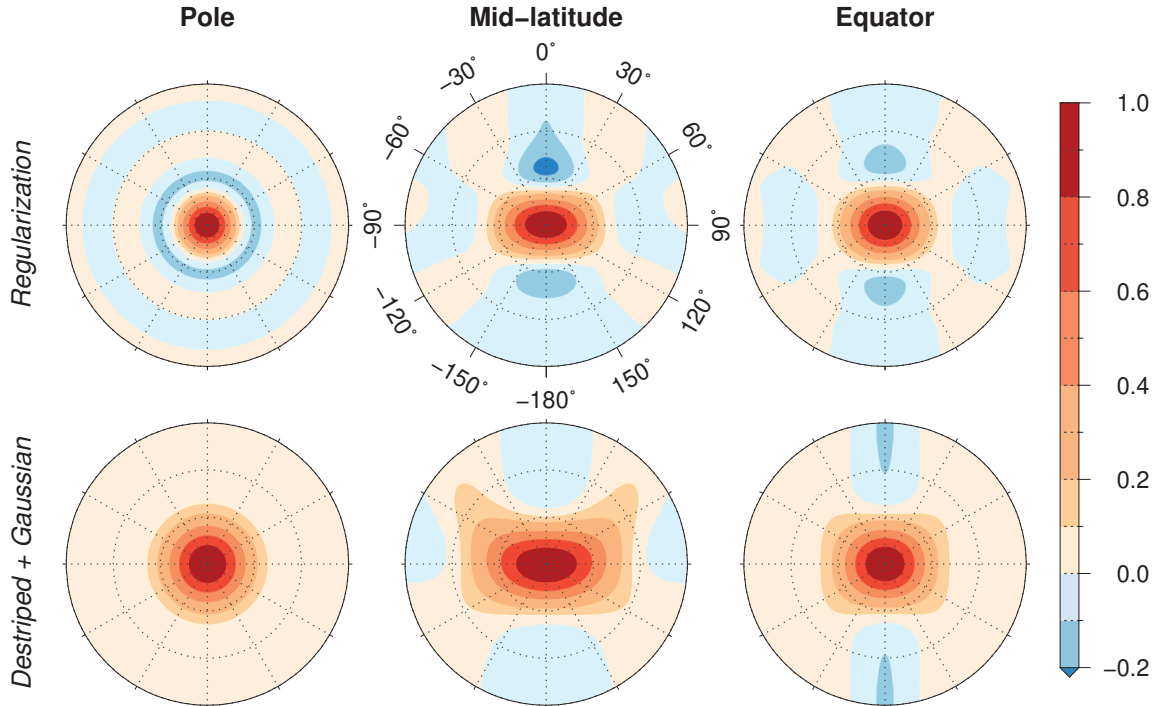


Figure 4.1: Spatial plots of the two of the most commonly used filter kernels in GRACE community – the destriping filter cascaded with a Gaussian filter and the regularization filter – shown here for three different latitudes. Both the filter kernels are anisotropic, but inhomogeneous only in the latitude-direction.

which implies that the area under the two-point function is independent of the latitude. The underlying meaning is that no matter which latitude the function is located, the area under the function must be a constant. This is an important criterion for designing such latitude dependent anisotropic two-point functions.

5 Summary

The two-point function on the sphere is a ubiquitous function in geodesy. It manifests as a transfer function of gravity functionals, as a filter kernel, as a Green function and also as a covariance function. Here, we identified two structural properties of the two-point functions, namely, homogeneity and isotropy, which allowed us to devise a classification scheme. The classification turned out to be meaningful as each structural class had its unique spectrum. We also indicated two classes that play an important role in geodesy, viz. homogeneous isotropic functions and latitude dependent anisotropic functions. In the classification, we did not, however, explore directional two-point functions $b(\cdot, A)$ and longitude dependent two-point functions $b(\lambda, \cdot)$.

References

- Colombo, O. L. (1986): Notes on the mapping of the gravity field using satellite data. In: *Mathematical and Numerical Techniques in Physical Geodesy: Lectures delivered at the Fourth International Summer School in the Mountains on Mathematical and Numerical Techniques in Physical Geodesy Admont, Austria, August 25 to September 5, 1986*. Ed. by H. Sünkel. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, pp. 261–315. DOI: 10.1007/BFb0010134.
- Devaraju, B. (2015): Understanding filtering on the sphere : Experiences from filtering GRACE data. PhD thesis. Universität Stuttgart. DOI: 10.18419/opus-3985.
- Edmonds, A. R. (1960): Angular momentum in quantum mechanics. 2nd ed. Princeton University Press.
- Farrell, W. E. (1972): Deformation of the Earth by surface loads. *Reviews of Geophysics* 10(3):761–797. ISSN: 1944-9208. DOI: 10.1029/RG010i003p00761.
- Han, S.-C., Shum, C. K., Jekeli, C., Kuo, C.-Y., Wilson, C., and Seo, K.-W. (2005): Non-isotropic filtering of GRACE temporal gravity for geophysical signal enhancement. *Geophysical Journal International* 163:18–25. DOI: 10.1111/j.1365-246X.2005.02756.
- Heiskanen, W. A. and Moritz, H. (1967): Physical geodesy. W. H. Freeman & Co., San Francisco, USA.
- Jekeli, C. (1981): Alternative methods to smooth the Earth's gravity field. Report 327. Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus, USA.
- Kaula, W. M. (1967): Theory of statistical analysis of data distributed over a sphere. *Reviews of Geophysics* 5(1):83–107.
- Klees, R., Revtova, E. A., Gunter, B. C., Ditmar, P., Oudman, E., Winsemius, H. C., and Savenije, H. H. G. (2008): The design of an optimal filter for monthly GRACE gravity models. *Geophysical Journal International* 175:417–432. DOI: 10.1111/j.1365-246X.2008.03922.x.
- Kusche, J. (2007): Approximate decorrelation and non-isotropic smoothing of time-variable GRACE-type gravity field models. *Journal of Geodesy* 81:733–749. DOI: 10.1007/s00190-007-0143-3.
- Martinec, Z. and Pěč, K. (1985): Expansions of the double product of the global gravity field. *Studia Geoph. et Geod.* 29:211–219.
- Meissl, P. (1971): A study of covariance functions related to the Earth's disturbing potential. Report 151. Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus, USA.
- Pellinen, L. P. (1966): A method for expanding the gravity potential of the earth in spherical functions. *Transactions of the Central Scientific Research Institute of Geodesy, Aerial Survey and Cartography* 171:65–116.
- Rummel, R. and Schwarz, K. P. (1977): On the nonhomogeneity of the global covariance function. *Bull. Géod.* 51:93–103.
- Sneeuw, N. (1991): Inclination Functions: Group Theoretical Background and a Recursive Algorithm. Tech. rep. 91.2. Mathematical and Physical Geodesy, Faculty of Geodetic Engineering, Delft University of Technology.
- Sneeuw, N. (2000): A semi-analytical approach to gravity field analysis from satellite observations. PhD thesis. Technische Universität München.
- Swenson, S. and Wahr, J. (2006): Post-processing removal of correlated errors in GRACE data. *Geophysical Research Letters* 33:L08402. DOI: 10.1029/2005GL025285.
- Varshalovich, D. A., Moskalev, A. N., and Khersonskii, V. K. (1988): Quantum theory of angular momentum. World Scientific.

Frequency response of the superconducting gravimeter SG 056

Thomas Forbriger¹ and Alexandra Heck²

¹ Geophysical Institute, Karlsruhe Institute of Technology, Black Forest Observatory (BFO), Germany
E-Mail: Thomas.Forbriger@kit.edu

² Geodetic Institute, Karlsruhe Institute of Technology, Germany
E-Mail: Alexandra.Heck@kit.edu

Abstract

The two sensors of the SG 056 double-sphere superconducting gravimeter at BFO (Black Forest Observatory, Germany) show differences in their response to long-period seismic signals. Their frequency response deviates from the nominal GGP1-filter (8th-order Bessel low-pass). We experimentally derive parameterized models for the sensor's full frequency response by application of square-wave and down-sweep drive signals to the feedback circuit and subsequent inversion. The latter is carried out with the program `calex` in the time domain which iteratively minimizes the least-squares misfit between the output signal predicted with the filter model and the actual output of the sensor. We seek for values of eigenperiod and damping of the four 2nd-order subsystems of 8th-order low-pass filters. The resulting filters deviate considerably from the nominal response of the GGP1-filter also in that they are not Bessel filters. Remaining residuals indicate that the models are not able to capture the exact response. Nevertheless, they substantially reduce amplitudes of waveform-residuals in long-period earthquake recordings by a factor of four. The filter response curves approach their DC-limit (frequency $f = 0$ Hz) within the frequency band of the drive signals. Thus we estimate the asymptotic signal delay Δt_{DC} to be considered in tidal analysis to be $\Delta t_{DCG1} = 10.44$ s for the lower sensor G1 (heavier sphere) and $\Delta t_{DCG2} = 9.86$ s for the upper sensor G2 (standard sphere). The accuracy of these values appears to be not better than 0.07 s. For signals recorded with voltmeters on the UIPC data-acquisition and distributed through the IGETS data center (formerly GGP) $\Delta t_{DCG1} = 9.84$ s and $\Delta t_{DCG2} = 9.26$ s.

1 Introduction

Superconducting gravimeters (Prothero Jr. and Goodkind, 1968; Goodkind, 1999) are valuable for their exceptional stability and low drift (Crossley et al., 2013; Hinderer et al., 2007). They are the preferred instrument type for the observation of secular changes of gravity and tidal gravity signals. Widmer-Schmidrig (2003) demonstrated that they even outperform the most sensitive broad-band seismometers currently available at frequencies up to 1 mHz in the frequency-band of Earth's normal modes, if data are

appropriately corrected for the effect of atmospheric masses (Zürn and Widmer, 1995). Rosat and Hinderer (2011) compared several superconducting gravimeters with respect to their noise-floor from the tidal frequency band to the frequencies of long period seismic signals. In the global comparison, the lower (heavier) sphere (sensor G1) of SG 056 at BFO provides the smallest background noise. Therefore it might not be surprising that Häfner and Widmer-Schmidrig (2013) were able to estimate the parameters of the free mode ${}_0S_2$ with unprecedented accuracy when using this instrument.



By design superconducting gravimeters provide an output voltage whose relation (amplitude and phase) to gravity is independent of frequency at large signal periods. The calibration factor for the amplitude (gain, sensitivity) commonly is obtained by comparison with readings of absolute gravity (Geib, 2010; Van Camp et al., 2016). The phase usually is expressed in terms of the asymptotic signal delay time for frequency $f = 0$ Hz (DC), which is relevant for tidal analysis (Hinderer et al., 2007, sec. 3.04.2.4.4).

At smaller signal periods, in particular in the seismic frequency band, the roll-off of the instrument's frequency response becomes apparent. This becomes obvious in particular with instruments like SG 056 which contain two independent gravity sensors. The difference between both recorded gravity signals should vanish. While this is the case in the tidal frequency band, at smaller signal period, significant residuals remain for long-period seismic signals. The roll-off at higher frequency is expected to be primarily controlled by the low-pass filter in the output. Recent installations of superconducting gravimeters use an 8th-order Bessel low-pass, specified as GGP1-filter with a corner frequency of 61.5 mHz (Warburton, 1997).

The full frequency response is rarely determined for superconducting gravimeters in full detail. Van Camp et al. (2000) as well as Francis et al. (2011) analyze the step response and the phase shift of sinusoidal signals in the entire system after electromagnetic excitation. All instruments in their studies are equipped with a GGP1-filter. Van Camp et al. (2000) calibrated the SG-C021 at Membach (Belgium). They present diagrams for the frequency response in the period band from 3 s to 2000 s and extrapolate to DC where they specify $\Delta t_{DC} = (12.103 \pm 0.002)$ s and (12.101 ± 0.003) s as asymptotic delay time obtained with sine waves and step functions, respectively. Francis et al. (2011) investigated the response of OSG-CT40 (Walferdange, Luxembourg), SG-C021 (Membach, Belgium), and OSG-050 (Pecný, Czech Republic). They mistake the GGP1-filter for a Butterworth filter, but at the end even do not use a parametric model for an 8th-order low-pass. They use a transfer function with six poles and six zeroes to approximate the experimentally determined response and provide numerical values for the polynomial coefficients together with a graphical display of amplification and phase delay. Unfortunately

Δt_{DC} cannot easily be computed from the provided numbers. The presented frequency response, surprisingly, is non-monotonic with a maximum amplification and maximum phase delay near 10 mHz for all three instruments. For OSG-CT40 at a period of 2000 s they specify $\Delta t_{DC} = (8.281 \pm 0.020)$ s and (8.256 ± 0.136) s for sine waves and step functions, respectively. In the graphical display (Francis et al., 2011, Fig. 4b) the value for SG-C021 appears to be smaller than the value given by Van Camp et al. (2000) by more than 2.5 s, which might be due to a different data acquisition used in their setup.

The current contribution reports results of a detailed study of the frequency response for SG 056 (BFO, Germany) carried out by Heck (2014).

2 The instrument

The SG 056 is a dual-sphere instrument, where two sensors are confined in a single OSG-type dewar (Hinderer et al., 2007, Sec. 3.04.1.5.2). It was installed in September 2009 at the Black Forest Observatory (BFO) and is the first of its kind, where both sensors have a different probe mass. The heavier sphere (G1, lower sensor) has a mass of 17.7 g and the standard sphere (G2, upper sensor) has a mass of 4.34 g. Two different data acquisitions systems each record the signals of both sensors. Digital voltmeters (Agilent 34420A) take readings at a rate of one sample per second. These data are recorded by the so-called UIPC-system and are distributed through the IGETS data center (International Geodynamics and Earth Tide Service, 2017; Voigt et al., 2016). The secondary output of the sensors is connected to a Q330HR digitizer (Forbriger, 2011) which uses sigma-delta conversion and oversampling with a zero-phase FIR decimation filter. These data are distributed through the data management center of the Incorporated Research Institutions for Seismology (2017, network II, station BFO, channels BG1, BG2, LG1, and LG2).

The sensors in the superconducting gravimeter are operated in a force-balance feedback loop (Wielandt, 2012b) with an electromagnetic force transducer. This maintains the position of the probe mass with respect to the frame of the instrument by balancing forces acting on the probe mass. The output voltage of each sensor is directly proportional to the current in its feed-

Table 2.1: Characteristics of GGP1 filter intended for 1 Hz sampling rate as defined by GWR (literally copied from Warburton, 1997). The parameters of the GGP_{LP}-filter actually found in SG 056 (Tab. 5.1a) slightly differ from the nominal values.

-
- 8 pole Bessel filter
 - Corner frequency at 61.5 mHz (16.3 sec period)
 - Constant time delay of 8.2 seconds (Phase lag 0.034 deg/cpd)
 - 100 dB attenuation at 0.5 Hz (f_{nyq} for 1 Hz sampling)
 - Attenuation < 1% (-0.086 dB) below 0.01 Hz (100 sec period)
 - Attenuation < 4% (-0.341 dB) below 0.02 Hz (50 sec period)
-

back coil and thus, at sufficiently large loop-gain, is a measure of external forces acting on the probe mass.

The multi-slope integration analog-to-digital conversion of the digital voltmeters requires an appropriate analog anti-alias filter. This is provided by a low-pass filter with GGP1 characteristics (Tab. 2.1) in series to the sensor's output.

The nominal response function

$$\begin{aligned} T_{\text{nom}}(\omega) &= \frac{\tilde{U}_r(\omega)}{\tilde{g}(\omega)} = K T_{\text{GGP1}}(\omega) \\ &= \frac{K}{\prod_{k=1}^4 \left(-\frac{T_{0,k}^2}{4\pi^2} \omega^2 + 2i h_k \frac{T_{0,k}}{2\pi} \omega + 1 \right)} \end{aligned} \quad (2.1)$$

of the instrument thus essentially is an eighth order low-pass Bessel filter. It relates the Fourier transform

$$\tilde{g}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) e^{-i\omega t} dt \quad (2.2)$$

of the change in gravity $g(t)$ to the Fourier transform $\tilde{U}_r(\omega)$ of the recorded voltage by the response function $T_{\text{GGP1}}(\omega)$ of the GGP1 filter and the instrument's gain K . The eighth order Bessel filter can be factored into four 2nd-order systems. By analysis of the circuit diagram for the filters actually installed in SG 056, we obtain their nominal parameters for eigenperiod $T_{0,k}$ and damping h_k as a fraction of critical damping. They are closer to an eighth-order Bessel low-pass with -3 dB corner frequency of 61.8 mHz than to the nominal GGP1-response. The parameters of this filter, which we call GGP_{LP}, are given in Tab. 5.1a. We assume their accuracy to be not better than 0.2 per cent. Of particular interest for tidal analysis is the asymptotic DC phase- and group-delay at frequency $f = 0$ Hz which are both equal (Heck, 2014, sec. 6.2.2.3)

$$\Delta t_{\text{DC}} = \sum_{k=1}^4 \frac{h_k T_{0,k}}{\pi}. \quad (2.3)$$

3 Method of calibration

For the calibration of the frequency response we use the `calex`-procedure as described by Wielandt (2012b). The gravimeter in this case is excited electrically. In the case of the SG 056 we feed an electric current into the junction in front of the feedback driver. The current then is proportional to a force acting on the probe mass. Other than in broad-band seismometers, which provide a dedicated calibration coil, there not necessarily acts a force on the mechanical system. The feedback's controller can compensate the current equivalent to the force directly.

The significant benefit of exciting the instrument with an electric current is the possibility to record the very same current on the data acquisition system which is used to record the output of the instrument. Thus we know the excitation of the instrument very well (independent of the nature of the signal) and can compute the expected response in the output signal by digital signal processing based on a mathematical model for the instrument under investigation. The `calex`-procedure then minimizes the residual between the predicted output and the actually recorded response in a least-squares sense by iterative modification of the instrument's model parameters. Actually we solve an inverse problem. The remaining residual contains actual ground acceleration and gravity changes along with systematic remainders of the drive signal due to shortcomings of the mathematical model used to describe the sensor. We exemplify this approach in Fig. 3.1.

The program `calex`, which is available open source (Wielandt, 2012a; Wielandt and Forbriger, 2016), carries out the necessary computations. Wielandt (2012c) presents practical examples of its application. Starting at an initial model, `calex` does a local search in model space by application of a conjugate gradient algorithm. The user can control the condition number of the mis-

fit function by a kind of pre-conditioning (parameter 'unc', 'uncertainty', or 'search range' in the jargon of `calex`). This also affects the preferred down-hill direction.

Because SG 056 has two nearly identical sensors, we use the signal of sensor G1 to remove ground motion signals (at least partly) from the recording of sensor G2, before feeding the G2-signal to `calex`, and vice versa. This preprocessing is necessary because due to the instruments response the short-period background signals (marine microseisms) as well as the tidal signals occupy (by intention) a significant portion of the dynamic range. This is unfavorable for the calibration signal and causes a low signal-to-noise ratio if no correction would be applied.

4 Application to SG 056

We applied five test signals in total to the two sensors of SG 056 (Tab. 4.1). We alternatively use two different sources for the drive signal. The first source is offered by the controller of the SG 056 itself. It is a square wave signal of 20 minutes period (a fundamental signal frequency of 0.833 mHz, near the frequency of the fundamental radial free mode ${}_0S_0$) synchronized to recording time (a signal edge appears exactly at clock hour). We inject four cycles into the feedback loop for calibration of G1 and five for G2. The signal also is presented at an auxiliary output from where we record it on the seismological data acquisition system (Q330HR). The second source is an externally generated sine-wave down-sweep signal with a constant number of cycles per frequency decade (Wielandt, 1986) over about 3 decades. We inject the signal into the electronics of the SG 056 and record it on the seismological data acquisition (Q330HR) in parallel. All drive signals have a peak-to-peak amplitude of about 10 V. The differential buffer amplifier in front of the Q330HR doubles all voltages in the recordings. For the inversion we use data sampled synchronously from the gravity signal outputs G1 and G2 of SG 056 as well as the drive signal at a rate of 40 Hz by the Q330HR-digitizer. This keeps the Nyquist-frequency at a comfortable distance to the frequencies of interest at about 0.06 Hz, the -3 dB corner of the GGP_{LP}-filter.

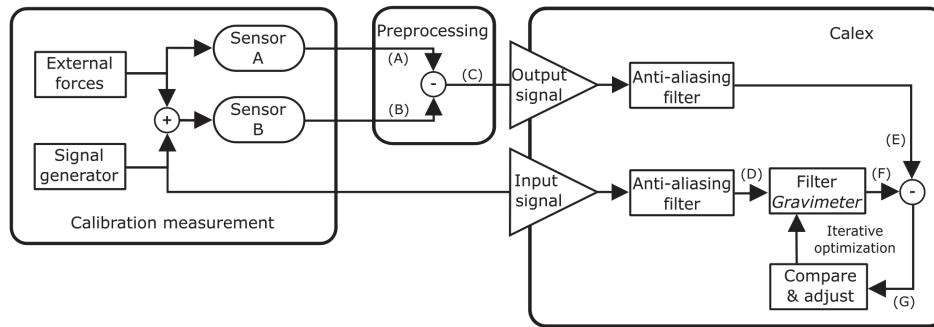
The bandwidth of signals and simulation filters used for the inversion is limited by the anti-alias filter of `calex`, which we set to 2 Hz in the current case.

As initial model for the iterative inversion we use the nominal parameters for the GGP_{LP}-filter (Tab. 5.1a). All eight parameters of the 8th-order filter are used for optimization. Additionally we let `calex` adjust an amplitude factor and a small phase delay. The latter may account for a small delay produced by signal transducers or filters with corner-frequency outside the pass-band of the instrument and assumes only insignificant values of less than 1 ms in our case. The frequency response of the buffer amplifier in front of the Q330HR is ignored. Except for differential delay (Forbriger, 2011, about 0.14 ms due to component tolerance), which is too small to be significant here, the response of the buffer amplifier cancels in the `calex`-analysis, because it is similarly present in the recording of the drive signal as well as in the recorded output signal.

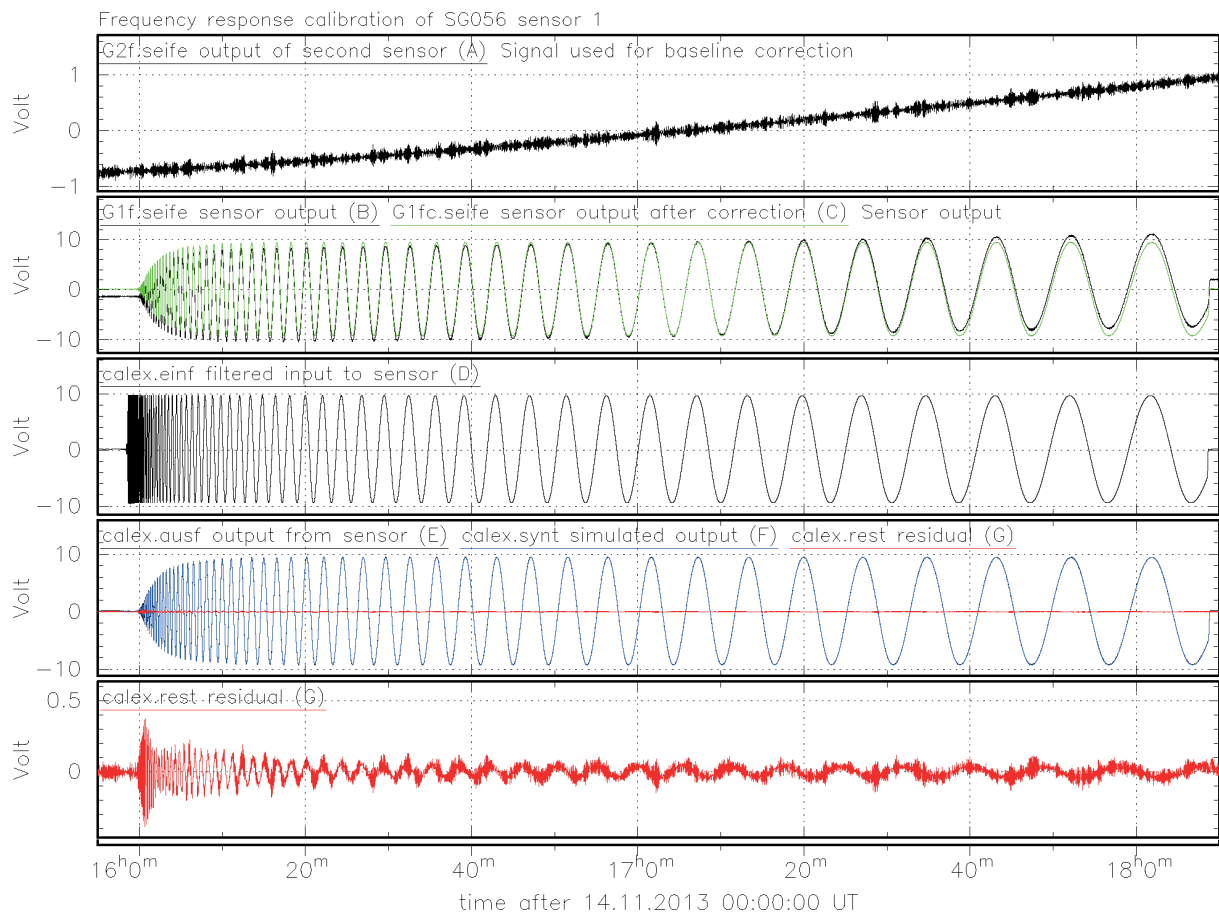
The ten degrees of freedom make the inverse problem inherently unstable and non-unique in the presence of noise in the signals. This goes along with trade-off between eigenperiod and damping of the four sub-systems. If not controlled by pre-conditioning, final models vary significantly and can contain unreasonable system parameters (poles on the imaginary ω -axis) without significant benefit for the residual rms (root-mean-square). After testing different adjustments (Heck, 2014, Abb. 5.6) we choose a configuration which favors a change in eigenperiod over a change in damping.

We obtain an improved set of filter parameters for each of the five test signals (Tab. 4.1) in the sense that the predicted output signal fits the recorded output signal with a significantly smaller rms residual. The rms-amplitude of the residual for signals predicted with the nominal GGP_{LP} filter are about 5 per cent of the total signal for the square waves and 10 per cent to 24 per cent for the sweep signals. With the optimized filters the rms-amplitudes are less than 1 per cent in each of the cases and the variance always is reduced by more than 99 per cent.

To investigate the stability and significance of the obtained filter parameters, we compare the results for different drive signals at each sensor (Tab. 4.1). For dif-



(a) Conceptual diagram of the calibration of instrument response with `calex` (Wielandt, 2012b). Examples of signals at labels (A to G) are displayed in diagram (b). Left box: The drive signal (*Signal generator*) is applied to *Sensor B* in this example and is recorded in parallel. Both sensors experience *External forces* (ground motion, gravity). Middle box: The recording of *Sensor A* (A), after appropriate scaling with the ratio of sensors gain values, is used to remove the external component at least partly from the output of the sensor under calibration (B). Their difference (C) primarily contains the response of *Sensor B* to the drive signal. Right box: `calex` simulates the sensor recording (*Output signal*) from the recording of the drive signal (*Input signal*). To both an identical *Anti-aliasing filter* is applied, which is necessary with the impulse-invariant recursive filters (Schüßler, 1981) used for system simulation. The output of the sensor is simulated from the drive signal (D) based on a model for the instrument's response (*Filter Gravimeter*). In the current study an eighth-order low-pass, an amplitude factor, and a signal delay are applied. Simulated output (F) and actual output (E) are compared and `calex` adjusts the filter parameters iteratively to minimize the residual (G) in a least-squares sense.



(b) Signals from the calibration of SG 056 sensor G1 with down-sweep 2 (Tab. 4.1). Labels (A to G) at the signals refer to the diagram (a). Panels from top to bottom: 1st panel: The recording of G2 (A) displays marine microseisms and tidal signals. 2nd panel: The signal of G2 is used to remove externally generated signals at least partly from the recording of G1 (B, black). The result (C, green) primarily shows the response of G1 to the drive signal. 3rd panel: Recording of the anti-alias filtered drive signal (D) which is understood as input to the sensor under calibration. 4th panel: The recorded output of G1 (E, black) is compared with the simulation (F, blue) and their residual (G, red). 5th panel: Display of the residual (G) at full scale.

Figure 3.1: Example of a complete `calex`-calibration analysis with a sweep-signal applied to sensor G1. (a) displays a conceptual diagram of the calibration recording with subsequent `calex`-inversion. Signals for the example are displayed in (b).

Table 4.1: Test signals used to drive the sensors of SG 056 in the calibration experiments.

sensor	signal	signal properties
G1	square-wave	20 minutes period; four cycles; duration 1 hour 20 minutes
G1	down-sweep 1	10Hz to 10mHz; duration about 1 hour; approximately 50 cycles per decade
G1	down-sweep 2	1 Hz to less than 2 mHz; duration about 2 hours; approximately 20 cycles per decade
G2	square-wave	20 minutes period; five cycles; duration 1 hour 40 minutes
G2	down-sweep	1 Hz to less than 2 mHz; duration about 2 hours; approximately 20 cycles per decade

ferent drive signals the filter parameters are reproduced within 1 per cent or less (Heck, 2014, Tab. 5.3). Compared to this, the variation of filter parameters due to different initial models is insignificant (Heck, 2014, Tab. 5.6). In the absence of a more elaborate measure, we take the variation between results for different drive signals as a lower limit for uncertainty.

Signal-residuals remain in particular at 10 s period in the band of marine microseisms (also with remainders of the drive signal) and for signal periods larger than 30 s. The minimum in the residual near 20 s might indicate that the chosen parameterization is not able to fit the actual response for smaller and larger periods simultaneously and that `calex` makes a compromise. An 8th-order low-pass filter apparently cannot exactly match the actual response. In addition to the `calex`-analysis we compute the frequency response function

$$T(\omega) = \frac{\tilde{U}_r(\omega)\tilde{d}(\omega)^*}{\tilde{d}(\omega)\tilde{d}(\omega)^* + \varepsilon} \quad (4.1)$$

from the Fourier transforms $\tilde{U}_r(\omega)$ of the recorded output voltage and $\tilde{d}(\omega)$ of the drive signal, where $*$ means the complex conjugate and ε is a water-level for stabilization. It turns out that stabilization is not needed for the available signals. In contrast to the 8th-order filter, eq. (4.1) is not forced to a parameterized curvature. We obtain an independent value for each frequency ω .

5 Results

In Tabs. 5.1b and 5.1c we present the optimized parameters of the four 2nd-order subsystems for sensor G1 and G2, respectively. They are average values for the drive signals (Tab. 4.1) used with each sensor. Results

for different drive signals vary by 0.15 s for $T_{0,k}$ and by 0.0004 for h_k , at most, which gives a lower limit for uncertainty. The additional signal delay applied by `calex` is less than 1 ms in all cases (Heck, 2014, Tab. 8.1). We do not further discuss this delay because of its insignificance. All values for eigenperiod $T_{0,k}$ are significantly larger than those of the GGP_{LP} -filter. Consequently the -3 dB corner frequencies of the optimized systems are smaller than those of the GGP_{LP} -filter (Tab. 5.1). The filter parameters of G1 and G2 no longer represent Bessel-filters (Heck, 2014, Figs. 5.7 and 6.8). Also their asymptotic signal delay is larger than that of the GGP_{LP} -filter in each case in Tab. 5.2.

In Fig. 5.1 we display the frequency response of the optimized models in comparison with the GGP_{LP} -filter. While the phase delay and the group delay of the GGP_{LP} -filter is constant at its asymptotic value for all frequencies smaller than the corner frequency f_c (a design-property of Bessel filters), this is not the case for the models found by calibration. The delay times are obviously frequency dependent at frequencies smaller than f_c . The sensors turn out to be dispersive in the seismic frequency band and consequently phase-delay (Tab. 5.2a) differs from group-delay (Tab. 5.2b) in this band. Although these effects are small, they definitely are a deviation from the response of a Bessel-filter.

Figs. 5.1a, 5.1b, and 5.1c give additional evidence that the 8th-order systems do not exactly match the actual response. The response obtained from Fourier transforms by eq. (4.1) is not precisely aligned with the curves for the parameterized models. The residual displayed in Fig. 3.1b gives a similar indication. However, deviation is small for both sensors when compared with the difference to the nominal GGP_{LP} -filter.

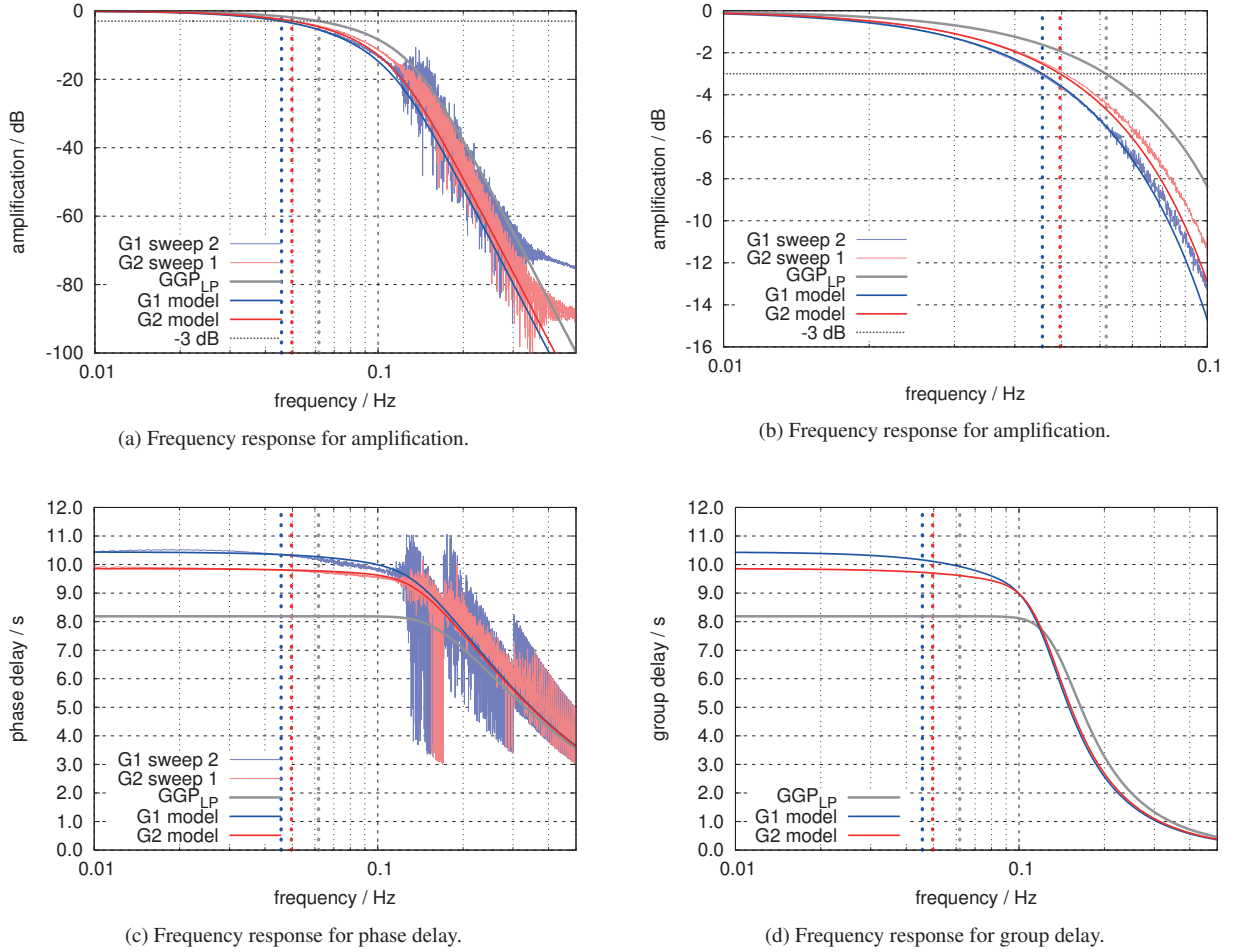


Figure 5.1: Frequency response curves for the models presented in Tab. 5.1 (gray: GGP_{LP} Tab. 5.1a, blue: G1 Tab. 5.1b, red: G2 Tab. 5.1c) and frequency response obtained from Fourier coefficients as defined in eq. (4.1) (light blue: G1 down-sweep 2 in Tab. 4.1, light red: G2 down-sweep) are shown additionally in the diagrams (a), (b), and (c). In (a) and (b) a horizontal, gray, dotted line indicates the level of -3 dB. Corner frequencies are read with respect to this level and are marked by vertical dashed lines in all diagrams.

At frequency larger than 0.11 Hz values from the ratio of Fourier coefficients suffer from the signal of microseisms present in the output of SG 056. As a consequence the signal-to-noise ratio for the calibration deteriorates. Values become unstable and in (c) partly suffer from phase-unwrapping artifacts.

Diagram (a) shows the stop-band properties for the GGP_{LP} -anti-alias-filter amplification dropping to -100 dB at Nyquist frequency. The response of the models found by calibration differs significantly from GGP_{LP} . At higher frequency they slightly underestimate signal amplitude (see also Fig. 5.2). The phase delay (c) and the group delay (d) differ from GGP_{LP} in particular by about 2 s at the low-frequency limit. While both are flat to five digits for GGP_{LP} for frequency smaller than corner frequency (Tab. 5.2), this property of the Bessel filter is missed by G1 and G2. At least the comparison with Fourier coefficients for G1 leaves some doubt, whether the curves approach the DC-limit for delay of the actual instrument.

Table 5.1: System parameters of 8th-order low-pass filters. The response is factorized into four 2nd-order subsystems. The properties of subsystem k are expressed in terms of eigenperiod $T_{0,k}$ and damping as a fraction h_k of critical, where angular eigenfrequency is $\omega_0 = 2\pi T_0^{-1}$. The poles of each factor of the respective subsystem in the response function (Fourier domain) as defined in eq. (2.1) are $\omega_{1,2} = 2\pi T_0^{-1} (ih \pm \sqrt{1-h^2})$. The poles for the transfer function (Laplace domain) are $s_{1,2} = 2\pi T_0^{-1} (-h \pm i\sqrt{1-h^2})$. We read the -3 dB corner frequency f_c by eye from the amplitude response curve with an accuracy of 0.1 mHz. The asymptotic phase- and group-delay Δt_{DC} at DC (frequency $f = 0$ Hz) is defined by eq. (2.3). See Tab. 5.2 for phase- and group-delay of the filters at other values of frequency.

(a) defines the 8th-order Bessel low-pass derived from parameters of electronic components in the circuit diagram of the GGP_{LP}-filters as implemented in SG 056. The parameters are expected to match the actual filters with an accuracy of at least 0.2 per cent. (b) and (c) give the parameters for 8th-order low-pass (not Bessel) filters for the system response of sensor G1 and G2, respectively, of SG 056. The values are obtained by calibration and are optimal in the sense that they minimize the least-squares misfit to the calibration output signal. The values are averages for two (G2) or three (G1) different drive signals (Heck, 2014, Tab. 5.3). Results for different drive signals differ by 0.15 s for $T_{0,k}$, by 0.0004 for h_k , and by 0.07 s for Δt_{DC} , at most. If we disregard the results for down-sweep 1 on G1 (Tab. 4.1), the variation of Δt_{DC} reduces to ± 0.007 s. When using Δt_{DC} with data recorded by the UIPC system, values must be reduced by 600 ms in both cases because the voltmeters apparently advance signals (see Section 6).

(a) GGP _{LP} -filter as implemented in the electronics of SG 056.			(b) Model for the response function of sensor G1 as estimated with <code>calex</code> .			(c) Model for the response function of sensor G2 as estimated with <code>calex</code> .		
k	$T_{0,k} / \text{s}$	h_k	k	$T_{0,k} / \text{s}$	h_k	k	$T_{0,k} / \text{s}$	h_k
1	9.09897	0.98806	1	11.850	0.99070	1	11.077	0.98980
2	8.83175	0.89355	2	11.415	0.89625	2	10.701	0.89530
3	8.28409	0.70338	3	10.394	0.70609	3	9.884	0.70514
4	7.39218	0.40802	4	8.506	0.41040	4	8.432	0.40970
$f_c = 0.0618 \text{ Hz}$ $\Delta t_{DC} = 8.1885 \text{ s}$			$f_c = 0.0456 \text{ Hz}$ $\Delta t_{DC} = 10.4407 \text{ s} (-0.6 \text{ s})$			$f_c = 0.0496 \text{ Hz}$ $\Delta t_{DC} = 9.8577 \text{ s} (-0.6 \text{ s})$		

Table 5.2: Values of delay time as computed for system parameters listed in Tab. 5.1. For a Bessel-filter like GGP_{LP} the delay is practically independent of frequency for values smaller than the -3 dB corner frequency f_c . The system response derived by calibration for sensor G1 and G2 significantly differs from a Bessel low-pass in this respect. Delay times with filter parameters optimized for different drive signals differ by 0.07 s at most.

	(a) Phase delay in seconds.				(b) Group delay in seconds.			
	frequency f → 0 Hz	0.001 Hz	0.01 Hz	f_c	frequency f → 0 Hz	0.001 Hz	0.01 Hz	f_c
GGP _{LP}	8.1885	8.1885	8.1885	8.1885	8.1885	8.1885	8.1885	8.1882
G1	10.4407	10.4407	10.4362	10.3476	10.4407	10.4406	10.4272	10.1622
G2	9.8577	9.8577	9.8555	9.8054	9.8577	9.8576	9.8513	9.7009

6 Intricacies of the UIPC-digitizer

Data recorded with the UIPC-digitizer present gravity with a delay reduced by 600 ms. This system makes use of two high-precision digital voltmeters to convert voltage to a digital representation of the value. They are multi-slope integration analog-to-digital converters. To come as close as possible to DC accuracy, the voltmeters take a reference reading (auto zero) prior to each data sample. The voltmeters take 400 ms for the zero reading and 400 ms for the data conversion. In consequence the centroid of the time window when the actual data sample is taken is delayed by 600 ms with respect to the wall clock second and thus also to time indicated in the data file for the respective sample

(GWR Instruments, 2011). This value was confirmed by the phase shift between signals recorded with the UIPC-system on the one hand and the Q330HR-system on the other hand. Thus all signal delay is effectively reduced by 0.6 s in data presented by the UIPC-system.

7 Discussion and Conclusions

The filter parameters we found by calibration of sensor G1 (Tab. 5.1b) and G2 (Tab. 5.1c) differ from parameters of the electronic low-pass GGP_{LP}-filter (Tab. 5.1a) by up to 30 per cent. In return they capture the response of SG 056 significantly better than the nominal values. This is true even though remaining residuals indicate, that the actual response of the sensors is not exactly

captured by the eight poles. In the calibration procedure signal variance was reduced by more than 99 per cent.

The remaining residual as well as the deviation of the parameterized models from values obtained by Fourier transformation in Fig. 5.1 might indicate that the models in Tab. 5.1 are primarily optimal for the drive signals we chose. In Fig. 5.2 we demonstrate an application of the calibration result to recorded ground motion of earthquake body-waves, although we do not intend to use SG 056 for observation of that type of signal. With the system parameters as given in Tab. 5.1 we reduce the waveform-residuals to the reference signal (recorded with a broad-band seismometer) as well as the waveform-residual between sensor G1 and G2 by about a factor of four.

We do not expect the actual implementation of the GGP_{LP} -filter to be the cause of the deviation from the nominal response. While some of the sensor parameters deviate up to 30 per cent from GGP_{LP} , electronic circuitry can be constructed with an accuracy at the level of 0.1 per cent and the GGP_{LP} Bessel filter specified in Tab. 5.1a matches the values obtained from circuit analysis by 0.2 per cent or better. Further, we repeated the calibration with a set of replacement boards for the gravity cards in the GEP (gravimeter electronics package). This confirmed the results presented here, such that the deviation must be due to a different cause and not to component tolerance. In our opinion, the deviation is caused by the loop-gain of the feedback system becoming finite and rather small near the corner frequency of the GGP_{LP} -filter. This hypothesis is supported by a rather large amplitude of the error signal in the feedback control at frequencies of a few 100 mHz. With small loop-gain the effective response of the mechanical system (superconducting probe mass levitated in magnetic field) gains influence in the overall system response. This cause still has to be confirmed by additional experiments with the open loop system and a computation of the overall theoretical feedback response.

The studies by Van Camp et al. (2000) and Francis et al. (2011) as well show significant deviations from the nominal response of a GGP1 -filter. However, the frequency response curves presented by Francis et al. (2011) are arguable in that they result from a parame-

terization with six poles and six zeroes, which apparently produces a non-monotonic response with a maximum amplification and maximum phase delay near 10 mHz for all three instruments under investigation. The value of $\Delta t_{\text{DC}} = 12.1$ s presented by Van Camp et al. (2000) for SG-C021 is larger than the value we obtain for SG 056. However, according to the authors, a delay of 2.635 s in the data acquisition contributes to this. This appears in agreement with curves showing a smaller delay than presented by Francis et al. (2011, Fig. 4b) for the same instrument recorded on a Quanterra 330 data logger. The accuracy of ± 0.003 s claimed by Van Camp et al. (2000) for the delay determined for the GGP1 -output with a less than 3 minutes long step signal may appear surprisingly small when compared with results for other instrument outputs in the same study.

The parameterized filters which we obtain for the two sensors of SG 056 approach their asymptotic signal delay Δt_{DC} within the bandwidth of the drive signals of calibration in the accuracy-margin of 0.07 s (Tab. 5.2). However, in particular for G1 we observe a deviation for signal delay computed from Fourier transforms (Fig. 5.1c). This may challenge the applicability of Δt_{DC} given in Tab. 5.1 for the delay tidal signals experience in the actual systems. We therefore test, whether we can recover the differential delay of 0.58 s for which signals of G1 appear later than signals recorded with G2 using a tidal analysis with Eterna 3.40 (Wenzel, 1996). Eva Schroth carried out the analysis of high-pass filtered data and provides us with tidal parameters for the diurnal and semi-diurnal wave-groups. She used recordings from January 1, 2010 to March 30, 2016 which were not corrected with respect to nominal delay. The phase residuals between sensors G1 and G2 for the major tidal wave groups (O1, P1, K1, and M2) are about 0.21 s to 0.32 s and of the expected sign. Standard deviation as computed by Eterna for a band-limited noise model are larger than 0.42 s in all cases. The differences between models for G1 and G2 as given in Tab. 5.1 may therefore be insignificant to tidal analysis. The deviation from the nominal delay of 8.2 s, however, is significant. Riccardi et al. (2012, Tab. 2) present a similar analysis with slightly more than four months of data, only. Consequently their values of standard deviation are considerably larger.

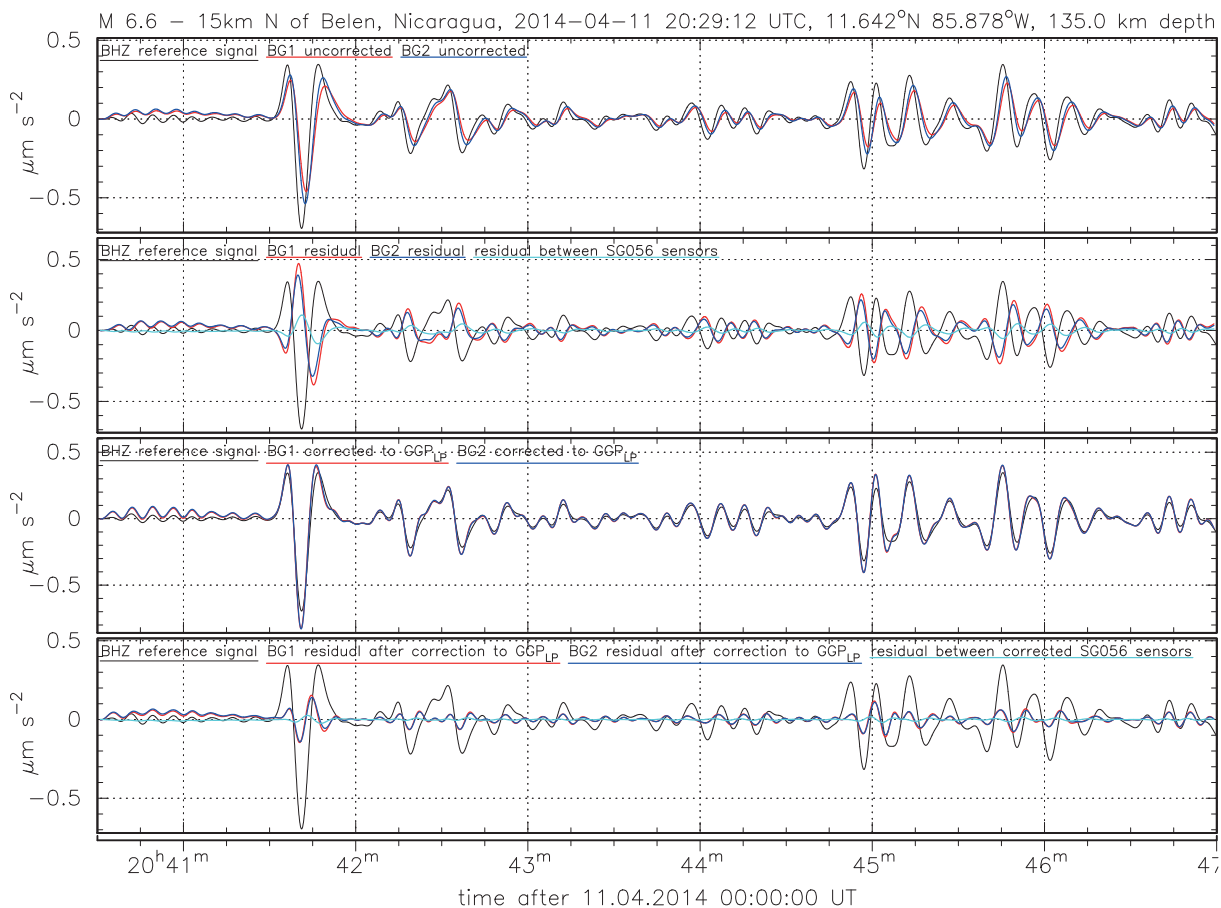


Figure 5.2: Recordings of long-period body-wave signals (P 20:41:30, PP 20:44:45) of a magnitude 6.6 earthquake in Nicaragua. We use this recording to test the usefulness of the response models (Tab. 5.1) in application to ground motion data. BHZ (black): recording of the STS-2 seismometer’s vertical component at BFO. BG1 (red) and BG2 (blue): recordings of SG 056 sensors G1 and G2, respectively. cyan: difference between SG 056-sensors (G1-G2). The BHZ-signal is converted to acceleration and the GGP_{LP} -filter is applied to the recording. Similarly the STS-2-response (2nd-order high-pass with eigenperiod $T_0 = 120$ s and $h = 0.719$ of critical damping) is applied to the signals of G1 and G2 such that all three represent ground acceleration in the frequency band from about 8.3 mHz to about 62 mHz. Top two panels: Only the STS-2-high-pass is applied to G1 and G2, but no further correction. Bottom two panels: The response of G1 and G2 additionally is corrected by an equalizer from the parameters given in Tab. 5.1b and 5.1c, respectively, to GGP_{LP} (Tab. 5.1a). The first and third panel (from the top) display the actual recording of ground motion. The second and fourth panel display the reference signal (LHZ, black) together with the residuals with respect to the reference (red, blue) and the difference between the two sensors of SG 056 (G1-G2, cyan). Without correction G1 and G2 show shortcomings not only in amplitude, but in signal phase in particular. The correction to the GGP_{LP} -response fixes the phase and slightly overestimates amplitude. The remaining residuals are of higher frequency. When expressing the peak-to-peak amplitude of the P-wave waveform residual with respect to the reference signal, the correction reduces the residual from almost 90 per cent to 30 per cent. The difference G1-G2 is reduced from 20 per cent to less than 5 per cent.

Acknowledgments

This contribution is part of the festschrift in honor of Bernhard Heck on the occasion of his retirement. We are grateful to Bernhard Heck for his continuing support of BFO over so many years. The SG 056 is one of the major investments made at BFO while Bernhard served as the executive director of the observatory. Bernhard, we dedicate this contribution to you, with best wishes for many years to come with happiness and health for you after your retirement.

We thank Peter Duffner, Ruedi Widmer-Schmidrig, Walter Zürn, and Malte Westerhaus for their friendly cooperation in operating the observatory and SG 056, in particular. We thank Eva Schroth for supporting this contribution with results from tidal analysis.

References

- Crossley, D., Hinderer, J., and Riccardi, U. (2013): The measurement of surface gravity. *Reports on Progress in Physics* 76(4):046101. DOI: 10.1088/0034-4885/76/4/046101.
- Forbriger, T. (2011): Buffer amplifier for SG-056 signals to Q330HR. Technical report. unpublished. Black Forest Observatory (BFO). URL: <http://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:swb:90-741065> (visited on 11/28/2017).
- Francis, O., Lampitelli, C., Klein, G., Van Camp, M., and Pálinkáš, V. (2011): Comparison between the Transfer Functions of three Superconducting Gravimeters. *Bull. Inf. Marées Terrestres* 147:11857–11868. URL: <http://www.bim-icet.org/> (visited on 09/18/2017).
- Geib, T. (2010): Genauigkeit der in-situ Kalibrierung des supraleitenden Gravimeters SG-056 am BFO. German. Accuracy of the in-situ calibration of the superconducting gravimeter SG-056 at BFO. Diploma thesis. Karlsruhe Institute of Technology (KIT), Geophysical Institute, Germany. URL: <http://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:swb:90-466628>.
- Goodkind, J. M. (1999): The superconducting gravimeter. *Review of Scientific Instruments* 70(11):4131–4151. DOI: 10.1063/1.1150092.
- GWR Instruments (2011): DAC-3: Data Acquisition Controller Description and Installation Procedures. unpublished system documentation, 2011-08-03.
- Häfner, R. and Widmer-Schmidrig, R. (2013): Signature of 3-D density structure in spectra of the spheroidal free oscillation ${}_0S_2$. *Geophysical Journal International* 192(1):285–294. DOI: 10.1093/gji/ggs013.
- Heck, A. (2014): Bestimmung des Frequenzgangs des supraleitenden Gravimeters SG056. German. Frequency response calibration of the superconducting gravimeter SG056. Bachelor thesis. Karlsruhe Institute of Technology (KIT). URL: <http://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:swb:90-466570>.
- Hinderer, J., Crossley, D., and Warburton, R. J. (2007): Gravimetric Methods - Superconducting Gravity Meters. In: *Geodesy*. Ed. by G. Schubert. Vol. 3. Treatise on Geophysics. Elsevier B.V. Chap. 3.04, pp. 65–120. DOI: 10.1016/B978-0-44452748-6.00172-3.
- Incorporated Research Institutions for Seismology (2017): IRIS DMC MetaData Aggregator for Station II/BFO. data centre. URL: <http://ds.iris.edu/mda/II/BFO> (visited on 09/19/2017).
- International Geodynamics and Earth Tide Service (2017): The IGETS data base at GFZ Potsdam. data centre. URL: <http://isdc.gfz-potsdam.de/igets-data-base/> (visited on 10/19/2017).
- Prothero Jr., W. A. and Goodkind, J. M. (1968): A Superconducting Gravimeter. *Review of Scientific Instruments* 39(9):1257–1262. DOI: 10.1063/1.1683645.
- Riccardi, U., Rosat, S., and Hinderer, J. (2012): On the Accuracy of the Calibration of Superconducting Gravimeters Using Absolute and Spring Sensors: a Critical Comparison. *Pure and Applied Geophysics* 169:1343–1356. DOI: 10.1007/s00024-011-0398-8.
- Rosat, S. and Hinderer, J. (2011): Noise Levels of Superconducting Gravimeters: Updated Comparison and Time Stability. *Bull. Seism. Soc. Am.* 101(3):1233–1241. DOI: 10.1785/0120100217.
- Schüßler, H.-W. (1981): A Signalprocessing Approach to Simulation. *Frequenz* 35(7):174–184. DOI: 10.1515/FREQ.1981.35.7.174.
- Van Camp, M., Meurers, B., de Viron, O., and Forbriger, T. (2016): Optimized strategy for the calibration of superconducting gravimeters at the one per mille level. *Journal of Geodesy* 90(1):91–99. ISSN: 0949-7714. DOI: 10.1007/s00190-015-0856-7. URL: <http://dx.doi.org/10.1007/s00190-015-0856-7>.
- Van Camp, M., Wenzel, H.-G., Schott, P., Vauterin, P., and Francis, O. (2000): Accurate transfer function determination for superconducting gravimeters. *Geophysical Research Letters* 27(1):37–40. DOI: 10.1029/1999GL010495.
- Voigt, C., Förste, C., Wziontek, H., Crossley, D., Meurers, B., Pálinkáš, V., Hinderer, J., Boy, J.-P., Barriot, J.-P., and Sun, H. (2016): Report on the Data Base of the International Geodynamics and Earth Tide Service (IGETS). Tech. rep. Scientific Technical Report STR - Data; 16/08. Potsdam, Germany: GFZ German Research Centre for Geosciences, p. 24. DOI: 10.2312/GFZ.b103-16087.
- Warburton, R. (1997): Optimizing the Performance of the SG during the GGP. Presentation at First GGP Workshop. URL: <http://www.eas.slu.edu/GGP/gwrwrk1.html> (visited on 09/21/2017).
- Wenzel, H. G. (1996): The nanogal software: Earth tide data processing package ETERNA 3.30. *Bulletin d'Information des Marées Terrestres* 124:9425–9439. URL: <http://www.bim-icet.org/> (visited on 12/07/2017).
- Widmer-Schmidrig, R. (2003): What can superconducting gravimeters contribute to normal-mode seismology? *Bull. Seism. Soc. Am.* 93(3):1370–1380. DOI: 10.1785/0120020149.
- Wielandt, E. (1986): Circuit diagram for a down-sweeper with constant number of cycles per decade. URL: <http://www.software-for-seismometry.de/lectures/calib-c/figures/Sweeper-Circuit-c.jpg> (visited on 10/20/2017).
- Wielandt, E. (2012a): Program CALEX. open source software. URL: <http://www.software-for-seismometry.de/software/calex/> (visited on 09/18/2017).
- Wielandt, E. (2012b): Seismic Sensors and their Calibration. In: *New Manual of Seismological Observatory Practice 2 (NMSOP-2)*. Ed. by P. Bormann. Technical Report. Potsdam, Germany: GeoForschungsZentrum GFZ, pp. 1–51. DOI: 10.2312/GFZ.NMSOP-2_ch5.
- Wielandt, E. (2012c): Seismometer calibration with program CALEX. In: *New Manual of Seismological Observatory Practice 2 (NMSOP-2)*. Ed. by P. Bormann. Exercise 5.4. Potsdam, Germany: GeoForschungsZentrum GFZ, pp. 1–3. DOI: 10.2312/GFZ.NMSOP-2_EX_5.4.
- Wielandt, E. and Forbriger, T. (2016): Linux version of program CALEX. open source software. URL: <https://git.scc.kit.edu/Seitosh/software-for-seismometry-linux/tree/master/software/calex> (visited on 09/18/2017).
- Zürn, W. and Widmer, R. (1995): On noise reduction in vertical seismic records below 2 mHz using local barometric pressure. *Geophysical Research Letters* 22(24):3537–3540. DOI: 10.1029/95GL03369.

The Brazilian GNSS antenna calibration station: technical results and achievements of a cooperation between Brazil and Germany

Jaime Freiburger Junior¹, Suelen Cristina Movio Huinca², Cláudia Pereira Krueger³,
Andreas Knöpfler⁴, Michael Mayer⁵, and Kurt Seitz⁵

- 1 Federal University of Santa Maria, Brazil
E-Mail: jaimebrasil@hotmail.com
- 2 Federal University of Pelotas, Brazil
E-Mail: suelen.huinca@gmail.com
- 3 Federal University of Paraná, Brazil
E-Mail: cpkrueger64@gmail.com
- 4 Stadt Heidelberg, Vermessungsamt, Germany
E-Mail: andreas.knoepfler@heidelberg.de
- 5 Geodetic Institute, Karlsruhe Institute of Technology, Germany
E-Mail: michael.mayer@kit.edu, kurt.seitz@kit.edu

Abstract

This paper presents technical outcomes of the Brazilian Calibration Station for GNSS Antennas at Universidade Federal do Paraná – BCAL/UFPR – since its establishment in 2007. As a result of a scientific and technological cooperation with the Geodetic Institute of the University Karlsruhe (TH) resp. Karlsruhe Institute of Technology, the Baseline Calibration Station provides an infrastructure for geodetic measurements to determine precise model parameters for GNSS receiver antennas.

1 Introduction

Taking into account the behavior of GPS/GNSS antenna models is of great importance in relative and absolute positioning applications, especially when millimeter precision is required for applications such as the monitoring of engineering structures or for GNSS attitude determination. To fully meet the precision requirements of such applications, a reliable and precise model for the individual behavior of sending and receiving GNSS antennas has to be taken into account.

While satellite antenna models and type-specific receiver antenna models are provided, for example, by the IGS (International GNSS Service, www.igs.org), individual receiver antennas have to be determined dur-

ing calibration procedures. Within this framework, the BCAL/UFPR station was designed to be the first infrastructure aiming at the calibration of GNSS receiver antennas in South America (Freiburger Junior, 2007). It was established at the Federal University of Paraná (Curitiba, Brasil) in close cooperation with the Geodetic Institute (GIK) of the University Karlsruhe (TH) resp. the Karlsruhe Institute of Technology (KIT). This contribution reviews the close and long-term cooperation in the field of GNSS antenna calibration, in which German and Brazilian researchers collaborated successfully. Facts related to this fruitful cooperation can be found in Krueger and Centeno (2018) as well as in the final PROBRAL report (PROBRAL, 2012).



2 Fundamentals

Incoming signals from GNSS satellites are referred to the so-called electrical antenna phase center, a point on the receiving patch elements inside the GNSS antenna, which necessarily doesn't coincide with the geometric center of the receiver antenna. In addition, the GNSS (phase) measurements have to be related to a physically known point (antenna reference point, ARP), for instance on the bottom of the antenna to link the measurements to the physical reference point (e. g., marker).

The position of the antenna phase center is not constant, but depends on the direction (azimuth resp. elevation angle) of the incoming signal. To model the behavior of the antenna, the phase center is defined as the so-called apparent source of radiation and differences to an ideal antenna are determined during the calibration procedure. The antenna model consists of frequency-dependent 3D values of the mean phase center offset (PCO) and the phase center variations (PCV), which describe the variations of the mean phase center. The neglecting of this antenna characteristic can cause errors at the centimeter level depending on antenna type and data processing strategy. Figure 2.1 shows the antenna model where the signal path is described by the azimuth α and elevation β in the antenna coordinate system.

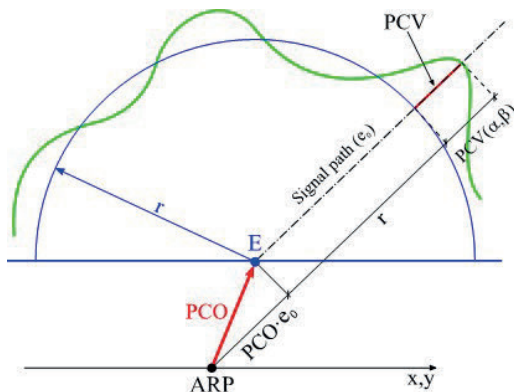


Figure 2.1: Antenna phase center properties.

The range $d(\alpha, \beta)$ is the desired correction:

$$d(\alpha, \beta) = r + \text{PCO} \cdot e_0(\alpha, \beta) + \text{PCV}(\alpha, \beta) + \varepsilon, \quad (2.1)$$

where the term e_0 is the unit vector in the direction α and β of the satellite, r is the error-free behavior of an ideal source of radiation and ε corresponds to the noise of the observation. Because PCV can reach values up

to 20 mm it is necessary to use the full antenna model consisting of PCO with related PCV if highest accuracy is required.

3 Initial investigations on GNSS antenna calibration

In the framework of the close cooperation between UFPR and KIT various research was carried out jointly. Therefore, between 2004 and 2009 Brazilian researchers visited Germany and German researchers traveled to Brazil. All work was focusing on the establishment of the first antenna calibration infrastructure of South America. This section gives insight in scientific work, which was carried out under the umbrella of a PROBRAL funded project (PROBRAL, 2012).

Among the known calibration procedures – relative field calibration (Bilich and Mader, 2010), absolute calibration in anechoic chamber (Campbell et al., 2004) and absolute field calibration (Wübbena et al., 1997) – the absolute field method provides absolute values that are independent from a reference antenna (Rothacher, 2001). Within the relative procedure both antennas are mounted close together on stable monuments (e. g., pillars) with precisely known coordinates. The calibration is based on the analysis of single or double difference residuals with the elevation- and sometimes azimuth-dependent PCV model using e. g. polynomial or spherical harmonics. Applying the relative field calibration method, individual absolute antenna parameters are obtained with considerably low equipment costs and less complex tasks to fulfill in comparison to the absolute process, when one absolute calibrated antenna is used as reference antenna.

Dedicated tests on relative GNSS antenna calibration were performed in the beginning of the PROBRAL project at GIK in cooperation with the ordnance survey of Baden-Württemberg investigating the phase center variability of several geodetic antenna models (Freiberger Junior et al., 2007, 2005b). The elevation-dependent PCV curves of seven individually calibrated TRM22020.00+GP antennas are shown in Figure 3.1 with the elevation angle on the horizontal axis and the PCV in millimeters on the vertical axis.

Azimuth- and elevation-dependent PCV for L1 and L2 frequencies were also analyzed (Figure 3.2). Based on these tests, further experiments with respect to affect-

ing effects (e. g., multipath; Smyrniotis et al. (2013) were carried out, in order to gain valuable insights for the establishment of the BCAL/UFPR station. Representing these experiments, Fig. 3.2 shows near-field multipath effects (Balanis, 2005) in northern direction at approx. $20^\circ - 30^\circ$ elevation.

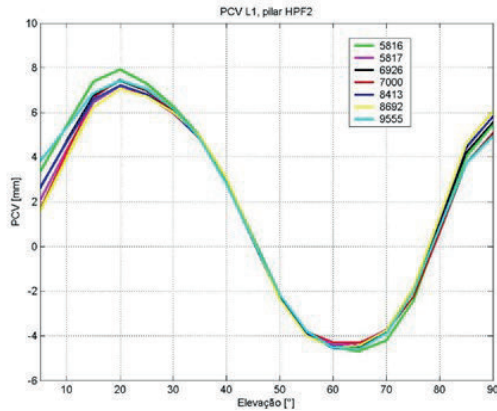


Figure 3.1: Elevation dependent L1-PCV-values of seven TRM22020.00+GP antennas.

In addition, tests were carried out at GIK quantifying the effects of multipath reducing equipment (e. g., ground plane, absorber material). In Fig. 3.3, the PCV-pattern of TRM22020.00 antenna is shown, when removing the ground plane. The peaks correspond to the antenna case characteristic of the receiver element.

4 Establishment of BCAL/UFPR – validation and calibration results

Before in 2006 two tubular pillars – named 1000 and 2000 – were built on the rooftop of the astronomical observatory of the Federal University of Paraná in

Curitiba (Krueger et al., 2009) using appropriate material (e. g., multipath absorbing), initial tests on the BCAL/UFPR station were carried out focusing on the PCO estimation of GPS antennas (Freiberger Junior et al., 2005a). In addition, investigations related to GNSS data processing strategies (Knoch, 2007) and multipath effects were carried out by Schäfer (2007). This research was performed by two German exchange students. In 2009, a third pillar (no 3000) was established. Fig. 4.1 presents the resulting present-day build-up of the BCAL/UFPR station. Further insights into GNSS antenna calibration experiments are treated in the following sections. In addition to these GNSS-related work, a vertical monitoring network consisting of six control points (P1-P6) aiming at the stability of the astronomical observatory was established and repeatedly observed. Based on the evaluation of levelling campaigns vertical displacement rates were calculated, which prove the stability of the observatory (Euriques, 2016).

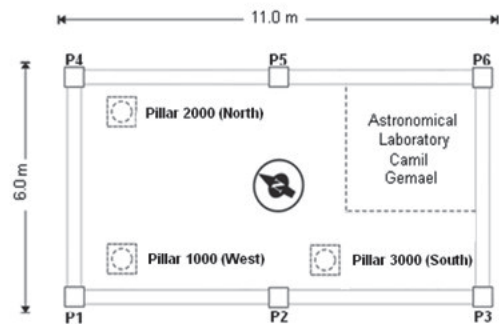


Figure 4.1: The BCAL/UFPR floor plan.

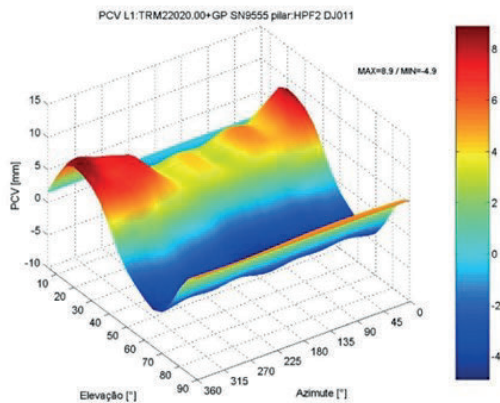


Figure 3.2: Example of azimuth- and elevation-dependent PCV-values.

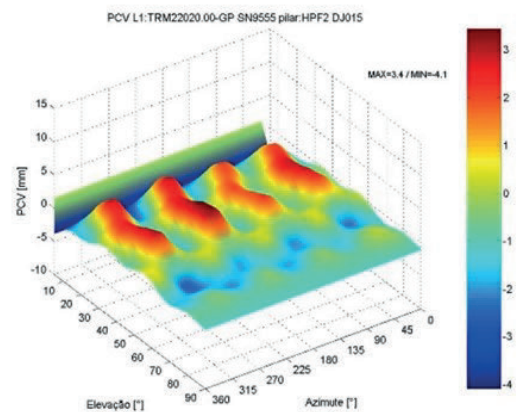


Figure 3.3: Example of azimuth- and elevation-dependent PCV-values of a TRM22020.00-GP antenna.

4.1 Influence of multipath effect on antenna calibration

Before starting experiments aiming at calibration procedures, GNSS measurements were carried out to evaluate the site multipath (Huinca, 2009). The main goal was to select pillars for the establishment of two reference antennas. GNSS dual-frequency data from four sites were analyzed using the WaSoft/Multipath software to perform specific analysis regarding multipath conditions. In addition to the three sites on the roof top of the astronomical laboratory, the nearby (distance approx. 50 m) IGS site UFPR was included. Figure 4.2 shows that all three pillars of the BCAL/UFPR station are slightly affected by multipath. Since pillar 2000 showed less impact of multipath, it was selected as the calibration site while pillars 1000 and 3000 were chosen as reference sites.

4.2 Development of calibration method and evaluation measurements

In order to validate GNSS antenna calibration procedures in accordance with international standards, experimental measurements were carried out starting in 2011 considering equipment and software aspects, especially. A LEIAX1202GG antenna was tested at site 2000. It was mounted on a software-controlled motorized device enabling axial rotation of the antenna on pre-defined azimuthal directions (Figure 4.3). This equipment guarantees good coverage for the whole antenna horizon and meets the needs of scientific experiments especially in GNSS antenna calibration (Frevert

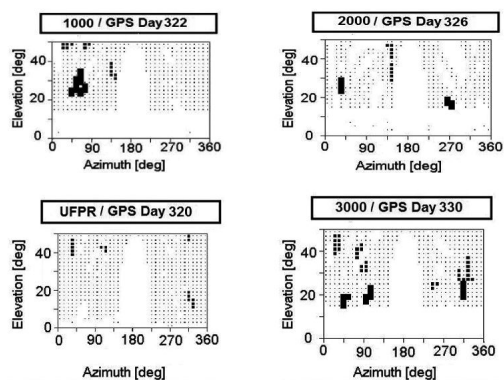


Figure 4.2: Multipath at pillars 1000, 2000 and 3000 resp. the CORS UFPR. No symbol: No data; dot: No Multipath; small square: Multipath/Standard deviation: 5 – 15 mm.

et al., 2003). Two absolute calibrated antenna models LEIAR25 and LEIAT504 were considered as redundant reference sites on pillars 1000 and 3000, respectively.

Calibration procedures of 24-hour measurements (tracking rate: 15 s) were performed using the WaSoft/Kalib software (Wanninger, 2009) to derive the calibration parameters PCO and PCV on L1 and L2 carriers as well as associated standard deviations. Later, this test antenna was calibrated at the Technical University of Dresden and also by the Geo++ Company in Hannover, the latter using absolute robot field calibration procedure (Wübbena et al., 1997). The comparison of these calibration results – considering in addition type-specific antenna calibration values published by the National Geodetic Survey (NGS) – proved the appropriateness of the calibration infrastructure. See Huinca et al. (2012, 2016) for details.

4.3 Repeatability of results

Various calibration procedures were performed using a LEIAX1202GG antenna, to check the repeatability of antenna products provided by the BCAL/UFPR station. Within these experiments different reference antennas (LEIAR25, LEIAT504) were used. In all cases the PCO-differences were less than 1 mm. A special focus was set on the comparison with respect to the NGS-values. It is important to emphasize that NGS parameters represent averages of antenna calibration procedure, too. These experiments demonstrated that the GNSS antenna calibration method of BCAL/UFPR is not significantly different to NGS-values.



Figure 4.3: Motorized device (left) and reference antennas.

In addition to the LEIAX1202GG five Trimble Zephyr Geodetic II antennas (NGS code: TRM57971.00) were tested in November 2012 based on two consecutive 24 h sessions for each antenna. Analyzing horizontal PCO sets derived from two independent calibration procedures, no significant differences were observed (differences less than 1 mm).

Besides PCO-related analyses, elevation-dependent PCV were evaluated in detail. Since each PCV-set has its own matching PCO, it is required that all PCV-results are converted to a common PCO to enable valid comparison. See Freiberger Junior (2007) and Huinca (2014) for a detailed review of PCV-analyses. These two doctoral dissertations represent – besides other scientific output (e. g., approx. 90 contributions; Krueger and Heck (2012) – the tremendous success of the collaboration between UFPR and GIK.

5 Conclusions

This paper gave a descriptive overview on the works related to the establishment of GNSS antenna calibration at the BCAL/UFPR station, which was the aim of the scientific PROBRAL project between UFPR and GIK/KIT and started more than ten years ago. Another goal was to sensitize the South American GNSS community for site-specific effects (e. g., receiver antenna modelling, multipath). The results of the research and experiments carried out in Germany and Brazil collaboratively prove that the products derived at BCAL/UFPR are equivalent to products of renowned services (e. g., NGS).

Acknowledgements

Our thank goes out to Prof. Dr.-Ing. habil. Lambert Wanninger for helpful advices and the grant of a Wa-soft/Multipath software license.

This research work has partly been funded by the Coordination for higher Education Staff Development (CAPES) and the German Academic Exchange Service in Brazil (DAAD) under the umbrella of PROBRAL.

Last but not least: This paper was prepared in order to deeply thank Prof. Bernhard Heck for his excellent engagement as coordinator, motivator and researcher within the Brazilian activities of GIK/KIT during the last two decades.

References

- Balanis, C. A. (2005): Antenna Theory. John Wiley & Sons, Third Edition, New York.
- Bilich, A. and Mader, G. L. (2010): GNSS Antenna Calibration at the National Geodetic Survey. In: *Proceedings of ION GNSS 2010, Portland, OR*, pp. 1369–1377.
- Campbell, J., Görres, B., Siemes, M., Wirsch, J., and Becker, M. (2004): Zur Genauigkeit der GPS Antennenkalibrierung auf der Grundlage von Labormessungen und deren Vergleich mit anderen Verfahren. *Allgemeine Vermessungs-Nachrichten* 111:2–11.
- Euriques, J. F. (2016): Monitoramento da Estrutura da BCAL/UFPR por Meio de Nivelamento Geométrico de Primeira Ordem. Portuguese. Research Report, Federal University of Paraná. Curitiba: UFPR.
- Freiberger Junior, J. (2007): Investigações para a Calibração Relativa de Antenas de Receptores GNSS. Portuguese. PhD Thesis (Doctorate in Geodetic Sciences), Federal University of Paraná, Curitiba, UFPR.
- Freiberger Junior, J., Heck, B., Pereira Krueger, C., Mayer, M., and Seitz, K. (2005a): Estimação do centro de fase médio de antenas GPS. *Série em Ciências Geodésicas: As Ciências Geodésicas nas Políticas de Desenvolvimento* 5:36–48.
- Freiberger Junior, J., Mayer, M., Seitz, K., Heck, B., and Krueger, C. P. (2005b): Calibração de antenas GPS em diferentes estações. *Boletim de Ciências Geodésicas* 11(2):157–178.
- Freiberger Junior, J., Seitz, K., Nuckelt, A., and Knöpfler, A. (2007): Calibração de antenas GPS no Instituto de Geodésia de Karlsruhe. Portuguese. Scientific report, Geodetic Institute, University Karlsruhe (TH) & LAGE UFPR, p. 21.
- Frevert, V., Nuckelt, A., and Stöcker, D. (2003): Beschleunigte Feldkalibrierung von GPS-Antennen. In: *DGON-Symposium POS-NAV 2003, Dresden, 18./19.3.2003*. Vol. 3. TU Dresden (Germany): Schriftenreihe des Geodätischen Instituts, pp. 353–359.
- Huinca, S. C. M. (2009): Calibração Relativa de Antenas GNSS na BCAL/UFPR. Portuguese. MSc (Master in Geodetic Sciences), Federal University of Paraná. Curitiba: UFPR, (unpublished).
- Huinca, S. C. M. (2014): Análise de Influências Ambientais na Calibração de Antenas de Receptores GPS. Portuguese. PhD Thesis, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- Huinca, S. C. M., Krueger, C. P., Heck, B., Mayer, M., and Knöpfler, A. (2016): BCAL/UFPR: The GNSS Antenna Calibration Service of Latin America. In: *IAG 150 Years: Proceedings of the IAG Scientific Assembly in Postdam, Germany, 2013*. Ed. by C. Rizos and P. Willis. Cham: Springer International Publishing, pp. 603–609. DOI: 10.1007/1345_2015_21.
- Huinca, S. C. M., Krueger, C. P., Mayer, M., Knöpfler, A., and Heck, B. (2012): First Results of Relative Field Calibration of a GPS Antenna at BCAL/UFPR (Baseline Calibration Station for GNSS Antennas at UFPR/Brazil). In: *IAG Symposium 2009 Scientific Assembly - Geodesy for Planet Earth, vol. 136*. Ed. by C. Rizos and P. Willis. Cham: Springer International Publishing, pp. 739–744. DOI: 10.1007/1345_2015_21.
- Knoch, P. (2007): The influence of different sets of antenna calibration values on point positioning. Scientific Study Paper, Geodetic Institute, University Karlsruhe (TH) & LAGE UFPR, (unpublished).
- Krueger, C. P. and Centeno, J. A. S. (2018): A long-term cooperation in Education and Research in the field Geodesy between KIT and UFPR. In: *Festschrift für Bernhard Heck*, 209–215.

- Krueger, C. P., Freiberger Junior, J., Heck, B., Mayer, M., Knöpfler, A., and Schäfer, B. (2009): Establishing A Gns Receiver Antenna Calibration Field in the Framework Of Probral. In: *Observing our Changing Earth. Proceedings of the 2007 IAG General Assembly, Perugia, Italy, July 2 - 13, 2007, vol. 133*. Ed. by M. G. Sideris. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, pp. 701–707. DOI: 10.1007/978-3-540-85426-5_80.
- Krueger, C. P. and Heck, B. (2012): The transnational cooperation between CPGCG and GIK in the framework of ProBrAl. Ed. by M. Mayer, C. P. Krueger, and B. Heck. Karlsruhe Institute of Technology, KIT Scientific Reports 7604.
- PROBRAL (2012): Highly Precise Positioning and Height Determination using GPS – Results of a PROBRAL project by Universidade Federal do Paraná (UFPR, Curitiba, Brazil) and Karlsruhe Institut of Technology (KIT, Karlsruhe, Germany). Ed. by M. Mayer, C. P. Krueger, and B. Heck. Karlsruhe Institute of Technology, KIT Scientific Reports 7604.
- Rothacher, M. (2001): Comparison of Absolute and Relative Antenna Phase Center Variations. *GPS Solutions* 4:55–60.
- Schäfer, B. (2007): Investigations on multipath effects of GPS reference stations in Paraná and the First Baseline Calibration Station of Brazil (1aBCALBR) in Curitiba, PR. Scientific Study Paper, Geodetic Institute, University Karlsruhe (TH) & LAGE UFPR, (unpublished).
- Smyrniotis, M., Schön, S., and Nicolás, M. L. (2013): Multipath Propagation, Characterization and Modeling in GNSS. In: *Geodetic Sciences - Observations, Modeling and Applications*. Ed. by S. Jin. DOI: 10.5772/54567.
- Wanninger, L. (2009): Anleitung Wa1/Kalib. Ingenieurbüro Wanninger.
- Wübbena, G., Schmitz, M., Menge, F., Seeber, G., and Völksen, C. (1997): A New Approach for Field Calibration of Absolute Antenna Phase Center Variations. *Journal of The Institute of Navigation* 44(2):247–256.

Efforts for aligning the Brazilian Height System to the International Height Reference System

Sílvio R. C. de Freitas¹, Vagner G. Ferreira², and Roberto T. Luz³

1 Graduate Program in Geodesy, Federal University of Paraná, Brazil
E-Mail: sfreitas@ufpr.br

2 School of Earth Sciences and Engineering, Hohai University, China
E-Mail: vagnergf@hhu.edu.cn

3 Coordination of Geodesy, Brazilian Institute of Geography and Statistics, Brazil
E-Mail: roberto.luz@ibge.gov.br

Abstract

The International Height Reference System (IHRM) consolidated the idea of a world height system (WHS) according to the IAG Resolution 1/2015. Since 2000, the majority of activities related to the modernization of the Brazilian Height System (BHS) has referred to a physical meaning for the heights and have linked two existing vertical datums in the country to a same equipotential surface. Today, these activities relate to the BHS and its realization by the Brazilian Vertical Reference Network (BVRN) agrees with the IHRM precepts. In this context, the main developed activities related to BHS/BVRN and achieved goals are described in this work.

1 Introduction

The Global Geodetic Observing System (GGOS) of the International Association of Geodesy (IAG) was established in July 2003. It integrates several contributions of Geodesy for quantifying global changes in space and time with accuracy and reliability. The United Nations (UN) in its Asian Regional Cartographic Conference at Bangkok recommended the GGOS adoption in November 2012. Three main themes were established by GGOS: (1) unified height system; (2) geohazards monitoring; and (3) sea level change, variability, and forecasting.

The United Nations Global Geospatial Information Management (UN-GGIM), aimed at “a global geodetic reference frame for sustainable development” and recognizing the importance of the coordinated approach in Geodesy by the IAG/GGOS, established the key elements of the Global Geodetic Reference Frame

(GGRF) as realization of the Global Geodetic Reference System (GGRS) (A/RES/69/266), February 26th, 2015 (UN, 2017).

The IAG Resolution 1 (July 2015) established the criteria of definition and realization of an International Height Reference System (IHRM) in the geopotential space. The basic elements are the specification of a geopotential number, given by

$$C_P = -\Delta W_P = W_0 - W_P \quad (1.1)$$

as primary vertical coordinates and the global reference level specified by the geopotential value $W_0 = 62636853.4m^2s^{-2}$. The IAG Resolution 2 (July 2015) established the Global Absolute Gravity Reference System for initiating the replacement of the International Gravity Standardization Net 1971 (IGSN71) and the latest International Absolute Gravity Base Standardization Network.



Following the efforts for establishing a reference system suitable for quantifying global changes, the IAG delimited that “the GGRS comprises terrestrial and celestial components. The terrestrial component is a common reference for the geometry and the gravity field of the Earth, where a physical point P has a corresponding coordinate X , potential of the Earth’s gravity field W , physical height H , and gravity vector g ” (IAG, 2016). Hence, it is possible to conclude that the GGRS results from the integration of the ITRS and the IHRF. This emphasizes the present importance of establishing the IHRF as a set of stations distributed in all continents as a basis for integrating all the national vertical reference frames for the same definition given by the IHRF.

In 1997 the SIRGAS (Geocentric Reference System for the Americas) established its Working Group III – Vertical Datum (WG-III), charged of a unified height system and frame in the context of South America, Central America and the Caribbean. Since then, several activities have been developed for establishing standards related to the realization of the SIRGAS Vertical Reference Network (SVRN) with physical meaning based on geopotential numbers (VeReS, 2002). The road map for establishing the SVRN was exposed by Drewes et al. (2002). Nevertheless, the basic strategies for connecting vertical reference networks were proposed by de Freitas et al. (2002a) inspired by the previous works of Heck and Rummel (1990) and Lehmann (2000). Luz (2008) developed a deep diagnostic of the BHS/BVRN and the aspects for integrating the BHS/BVRN to a WHS were discussed by Ferreira (2008, 2011).

Given these points, in this paper we present the foundations and analysis of the main activities towards a modernization of the BHS and BVRN. Furthermore, new tendencies related to the guidelines for modern vertical systems and networks, and the Brazilian insertion in the WG-III of the SIRGAS project are presented.

2 Overview of main activities for modernizing the BHS

2.1 Altimetry-gauge-leveling approach

Since 1994, the Coordination of Geodesy in the Brazilian Institute of Geography and Statistics (IBGE) and

the Post-Graduation Program in Geodesy at the Federal University of Paraná (UFPR) decided to cooperate for supporting the modernizations of BHS and its BVRN. The first activities have focused on the instrumentation and reactivation of sea level observations in the Brazilian Vertical Datum at Imbituba (BVD-I), Southern Brazil. A multi parametric experiment was established for determining the geocentric position of the BVD-I (de Freitas et al., 1999) followed by the determination of local effects for modeling the interaction of ocean-continent (de Freitas et al., 2002b). Strategies for connecting vertical networks in South America were proposed in the context of the SIRGAS project mainly by considering modernization of vertical networks in the continent and adoption of strategies for connecting them (e. g. Drewes et al., 2002; de Freitas et al., 2002a; Luz et al., 2002). Following these efforts related to the BVD-I, the task force, composed by IBGE and UFPR, decided to recover the local vertical reference network around the BVD-I. The main aim was to understand the historical level references and their relationship with the apparent observed position. As discriminator for the sea level rising was considered an available satellite altimetry time series since 1992 in near beans for recovering local trends (see Dalazoana, 2006; Dalazoana et al., 2007; Luz et al., 2009b).

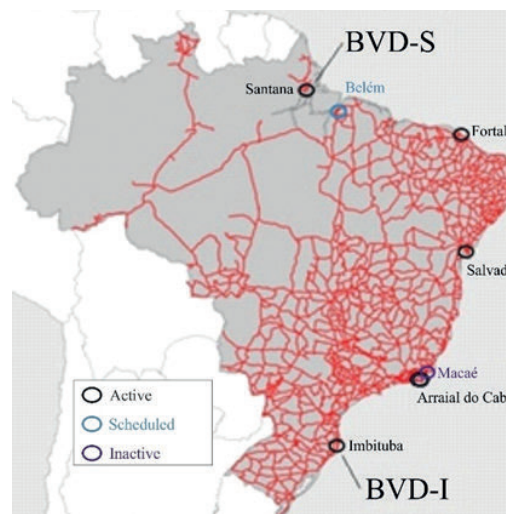


Figure 2.1: The BVRN (red dots) and the Permanent Geodetic Tide Gauge Network (RMPG) identified on the map by their respective names, from south to north, Imbituba, Arraial do Cabo, Macaé, Salvador, Fortaleza, Belém and Santana, respectively.

Luz (2008) established in his doctoral thesis, (which was supported by UFPR, Geodetic Institute of Karlsruhe (GIK), and Deutsches Geodätisches

Forschungsinstitut (DGFI)), a deep analysis of the BVRN by recovering historical information about its evolution. His results are supported in comparison to former sequential adjustment and a simultaneous least square adjustment of the whole network (Preliminary Height Global Adjustment – AAGP). Several needs were detected and propositions were established including strategies for the analysis of temporal evolution and its new realization in the geopotential space. The external control of the incorporation of data from satellite altimetry and the Permanent Geodetic Tide Gauge Network (RMPG) presented in Fig. 2.1 was also discussed.

Furthermore, Luz (2008) has used gravity and leveling data provided by IBGE in order to identify the main difficulties on the computation of geopotential differences. A subset of more recent lines was identified, in which virtually all benchmarks (BMs) had direct and homogeneous gravimetric information. A computer program was developed specifically for the integration of gravity information into the leveling data and the organization of the network of internodal geopotential differences (Luz et al., 2007; Luz et al., 2009a). With this sub-network of BVRN, it was possible to simulate various scenarios of the lack of gravity over BMs, assessing the interpolated values through least squares collocation using a script provided by SIRGAS project. The simulations indicated an overestimation of the quality of interpolation based on least squares collocation, especially in the scenario of inadequate distribution of the reference gravity values. We discussed the influence of spatial and temporal heterogeneities in the adjustment of internodal geopotential differences through the analysis of the effects of the partitioning strategy adopted in the AAGP of the BVRN, which IBGE computed the heights at that time and stored their values in its geodetic database (BDG). The simultaneous adjustment of the same network originally partitioned in AAGP showed excessive distortions in the height values as well as correcting a problem arising from spatial-temporal heterogeneities of the BVRN near the BVD-I. The partial assessment of AAGP has provided insights for the organization of a sub-network connecting three tide-gauges from RMPG (i.e., Imbituba, Macaé, and Salvador), with the aim of establishing a reference for the study of the sea surface topography (SSTop) effects by using data from

satellite altimetry. A configuration was designed so that the tracks of the most recent altimeter missions were virtually co-linear to those RMPG tide-gauges. In order to homogenize the reference levels of the observations of these TG-tracks, reference tracks were chosen in the open ocean far from small depth areas where satellite altimetry observations present poor quality. Along these tracks, the global SSTop solution from the DGFI was examined, whose results for the TG-tracks showed inconsistencies regarding the reference tracks at their crossing points, especially around the Abrolhos plateau. These inconsistencies were interpreted as a possible residual effect due to the plateau, spreading to the neighboring crossings during the SSTop filtering.

The studies carried out by Luz (2008) helped to define the procedures for integrating leveling, gravity, sea level, and satellite altimetry data, considering the challenges presented IBGE decided to concentrate efforts on new approaches. Old-fashioned gravity data without sure positioning or gravity data (available only as gravity anomalies) as well as the observed heterogeneities in quality and/or absence of quality control, positional information in different GRFs imposed the search by new strategies. In this sense a stronger cooperation in the Brazilian context. These last aspects were considered in a recent doctoral thesis (Silva, 2017) by introducing the integration of a 10yr GNSS time series of the geocentric position of the BVD-I from 2007 to 2016 with the corresponding tide gauge time series. The obtained up crustal velocity determined by GNSS at BVD-I was $\sim 3.02 \pm 0.34$ mm/yr. The obtained relative trend of the Mean Sea Level by tide gauge was 5.26 ± 0.11 mm/yr. The integration of these two trends pointed out a rising value of 2.24 ± 0.36 mm/yr in the MSL at BVD-I. This result agrees very well with the value of 2.23 ± 0.42 mm/yr obtained from Jason 2 satellite altimetry in offshore stable beans near to BVD-I.

Ferreira (2008) presented an experiment for determining the geopotential in the BVD-I, which showed a lack of geodetic information necessary for its connection with other vertical networks as preconceived for a WHS. The referred purpose is fundamental for the future Vertical Datum SIRGAS (DV-SIRGAS). In the BVD-I region, several BMs have been lost. In order to improve the distribution of data in this region, a study

was conducted on the behaviour of a lagoon system covering an approximate surface of 600 km^2 in the contiguous region of the DVB-I (Fig. 2.2). The central idea was to regard the mean level of the lagoon system as a smoothed indicator for a natural equipotential surface close to the local MSL, which could be understood as a materialization of the local “geoid” (or quasi-geoid).

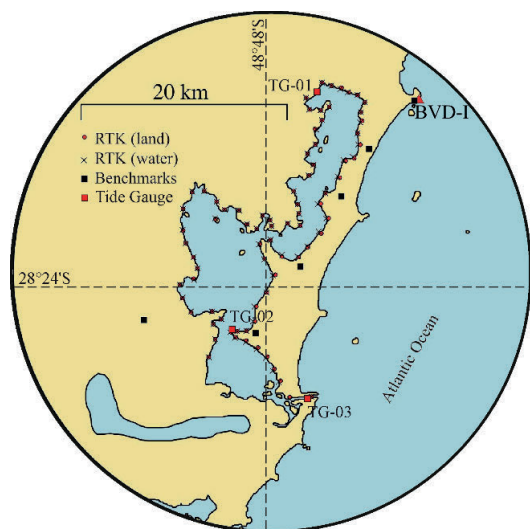


Figure 2.2: Imarui lagoon system and Brazilian Vertical Datum.

A local geodetic network with about two hundred points where observed gravity and precise position with Global Positioning System (GPS) was established on the lagoon perimeter (about 150 km long) and nearby the BVD-I (Fig. 2.2). Some of these points coincide with existing BMs belonging to leveling lines departing from the BVD-I. Three tide gauges that recorded the heights of the water level in the lagoon system over a period of approximately three months were also employed (Fig. 2.1). In this lagoon system, it was possible to adjust one equipotential surface from the mean lake levels. From the observations and known parameters from Global Geopotential Models (GGMs) it was possible to realize another robust estimation of the shift between the BVD-I and a global equipotential reference surface. Thus, the availability of information necessary to the knowledge of the gravity field in the BVD-I was increased. Then, it was possible to determine a provisory value for the geopotential in the BVD-I and to estimate a value for the SSTop. Because the difficulties for modernizing the BHS/BVRN come from identified problems in previous works, UFPR and with GIK started. Then, aim-

ing to introduce new paradigms related the development of BHS/BVRN in the geopotential space, other data sources and paradigms were considered mainly to avoid indirect effects on the data base coming from different GRFs and for overcoming problems in regions with poor data coverage. Techniques such as Residual Terrain Modeling (RTM) and fixed solution of the Geodetic Boundary Value Problem (GBVP) became usual in the SIRGAS and UFPR/IBGE cooperation context.

2.2 Regional gravity field approach

Ferreira (2011), in his doctoral thesis, worked on the GBVP. He carried out his research with the support of UFPR and GIK regarding the possibilities of practical applications of the GBVP. Among the existing GBVPs solutions, he focused the fixed GBVP, which is compatible with the technologies emerging from GNSS, which gives the boundary surface, i.e., the Earth’s surface. The employed solution in his work was based on the Brovar’s type, originally applied for solving the Molodenskii’s boundary value problem. This approach allows us to solve the problem of the oblique derivative by adding suitable correction terms. The solution is compatible with current techniques for smoothing the external gravity field namely: remove-restore technique, the topographic-isostatic masses reduction; RTM, the high resolution GGMs; integration over a spherical cap by modifying the Hotine’s kernel. All discussions were in the context of the modernization of the BHS considering that a modern height system allows the determination of heights in relation to the vertical datum everywhere in a country employing the GNSS technology. Two case studies, one in the Federal State of Baden-Württemberg, Germany, and another in Paraná State, Brazil, showed that the problem in determining the gravity field in Brazil is the omission error in gravity data. Accuracy analysis showed an insufficient discretization of the gravity field used for determining the geoid in the state of Paraná. Assuming that the commission error in the gravity values is random, an absolute error expected in the quasi-geoid model due to omission error is in the order of decimeter. But, for the relative sense, the evaluation of this error is 0.2 ppm for distances beyond the resolution of the model, i.e., 4.6 km . As a contribution, the

ellipsoidal correction was determined to the boundary value of the order $O(e^4)$.

2.3 Estimation of BVRF offset related to a WHS by disturbing potential approach

A simple and practical method for direct transformation of normal-orthometric heights, currently employed in Brazil in normal height system, (which has physical meaning) was proposed in Ferreira et al. (2016). By exploring the mathematical definition of both height systems, the difference between normal height H^n and normal-orthometric height H^{no} , can be easily expressed as:

$$\delta H = H^n - H^{no} \approx \frac{T_g - T_P}{\bar{\gamma}} + \frac{\delta U}{\bar{\gamma}} \quad (2.1)$$

where, T_g and T_P refer to the disturbing potentials at the geoid and the Earth's surface respectively, and δU is the unknown normal potential difference between the zero reference for the $H^{no}(U_0^{no})$ and the geoid U_g . The relation (2.1) can be further simplified and re-written as:

$$\delta H = \frac{\gamma_0}{\bar{\gamma}} \cdot (N - \zeta) - \frac{T_P}{\bar{\gamma}} \cdot \left(1 - \frac{\gamma_0}{\gamma_Q}\right) + \frac{\delta U}{\bar{\gamma}} \quad (2.2)$$

where γ_0 and γ_Q are the normal gravity at the reference ellipsoid and at the telluroid respectively; N is the geoidal height; and ζ is the height anomaly. Note that the difference $N - \zeta$ is the same as the difference between normal height and orthometric height and can be computed, for example, as proposed in Sjöberg (2010).

3 Inconsistencies of the BHS/BVRN

As pointed out in sub-Section 2.1, the BVRN has spatio-temporal heterogeneities with large distortions because of its realization starting from south to north-east (1945-1969 and 1981-2005) and later from Central-West to the North (1970-1980). In order to investigate such inconsistencies due to the spatio-temporal propagation of the BVRN as well as due to errors in the leveling procedure, lack of actual gravity measurements, etc., potential tilts in the north-south and east-west direction as well as bias in the BVRN w.r.t. to a suitable geopotential model was forwarded. For instance, in Ferreira et al. (2016) a suitable geopotential model was considered by spectrally enhancing

a GOCE (Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer) based model, namely TIM-R4 (Pail et al., 2011), and a high-resolution model namely Earth Gravity Model 2008 - EGM2008 (Pavlis et al., 2012). This enhancement scheme was carried out aiming to take advantage of both, that is, the improvement in long wavelength determination provided by GOCE relatively to the previous gravity field mission GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment) and the short wavelength contents of the EGM2008, which is based on observed and topography-generated gravity values. The spectral enhancement was carried out using least-squares adjustment, thereby making the best use of the available data.

The results have shown that the enhanced geopotential model fits the GNSS-leveling with a root mean square error (RMSE) of 20.2 *cm*. The estimated bias of -0.40 ± 0.6 *cm* (w.r.t. the centroid of the network) implies that any future changes to the geopotential value W_0 (62636856.0 m^2s^{-2}) should be minor for the BHS w.r.t. to any potential WHS. Furthermore, the authors have estimated systematic effects in the north-south and the west-east directions of the order of -0.90 ± 0.08 and 2.27 ± 0.10 *cm/degree*, respectively. The tilts in both directions are in agreement with the Brazilian leveling specification of ± 4 *mm* \sqrt{k} where k is the length of the leveled line in *km*, which is equivalent to approximately 4.2 *cm/degree* at the equator. More recently, Grombein et al. (2016) used high-frequency topography-generated gravity signals and a GOCE-based geopotential model to unify height systems, and among others, BHS was investigated. The authors have proposed spectrally enhanced geopotential models using an adapted Hanning window. They have found a bias of -1.1 ± 0.7 *cm* and tilts of the order of -1.20 ± 0.9 and 2.70 ± 0.11 *cm/degree* at the north-south and east-west direction, respectively. Despite the difference in the methodologies and data, the results provided by Grombein et al. (2016) confirm the previous findings in Ferreira et al. (2016). This implies that, despite the issues in sub-Section 2.1, the BHS (through its BVRN) is consistent and provides the minimal requirements for any potential connection to WHS in the future. Improvements shall be achieved by considering the transformation of a normal-orthometric height system to normal height system using, for example, the option described in sub-Section 2.3.

4 Strategies for connecting two segments of the BVRN

Due to the challenge imposed by the Amazon River basin for traditional geodetic surveys, BVRN is materialized in two independent parts: the southern segment is linked to the Imbituba tide gauge and the northern part is linked to the Santana tide gauge (Fig. 2.1). The mouth of the Amazon River and its surrounding wetlands generate a large area without access for spirit leveling and conventional gravimetry. There is a minimum distance of about 330 km between the nearest benchmarks of the two above mentioned parts. The gravity field mission GOCE makes it possible to explore new solutions based on GGMs obtained from satellite data only. Digital elevation models (DEMs) allow an improvement in the spectral resolution of the GGMs based on Residual Terrain Modeling (RTM). Such an approach is an alternative to filling the information gaps in the GGMs by reducing the omission errors. The spectral improvement of the GGMs allows us to integrate the vertical datums in a more realistic way, and with a reduction of terrestrial gravity dependency. Some alternatives for connecting were initially explored by considering GGMs and improvements in their resolutions by the RTM technique (Montecino and de Freitas, 2014). The basis of the solution is given by:

$$\zeta_{RTM} = \frac{1}{\gamma_Q} \sum_k V_k \quad (4.1)$$

and

$$\zeta = \zeta_{GGM}^{N_{max}} + \zeta_{RTM}^{>N_{max}}. \quad (4.2)$$

In this solution, only a combination of GGM satellite-only data from the GOCE mission and the spectral contribution of the RTM were applied. Another solution was based on the integration of information from GOCE, EGM2008, and the RTM effect considering a spectral decomposition given by:

$$\zeta = \zeta_{GOCE}^{240} + \zeta_{EGM08}^{241-2190} + \zeta_{RTM}^{>N_{max}}. \quad (4.3)$$

The offset obtained shows that the Imbituba datum is located 1.32 m and 1.43 m below the Santana datum for the solutions GOCE+RTM and GOCE+EGM2008+RTM, respectively.

Following these attempts, a connection in the geopotential space was tried with a basis in spectral decom-

position by using available gravimetry in the region of the mouth of Amazon River, as well as several GGMs with different spectral resolutions and the RTM technique. The basis of analysis was to determine the offset of each vertical reference surface (DVB-I and DVB-S) related to the global reference given by recovering the reference equipotential, which pointed out a discrepancy showed in Fig. 4.1 (Moreira and De Freitas, 2016).

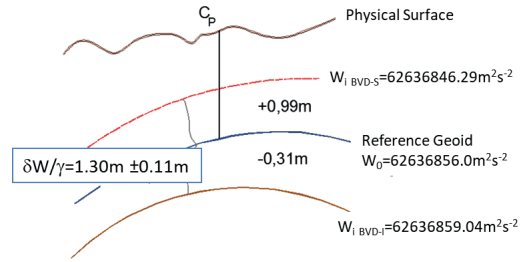


Figure 4.1: Connection of two segments of BVRN in the geopotential space at the Amazon River estuary region.

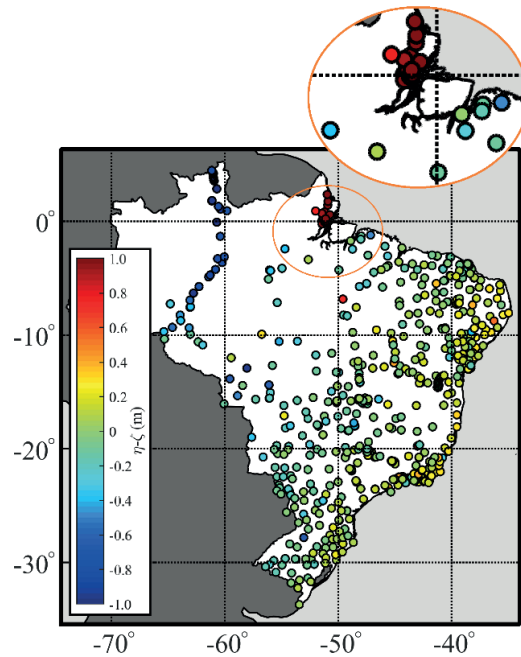


Figure 4.2: Observed offsets in GPS/Leveling stations in the two segments of BVRN.

Because a suspect of a systematic effect on the transported height values along the BVRN until the connection region, a new attempt was realized by considering an enhanced GGM obtained by combining GO_CONS DIR-R5 (Bruinsma et al., 2013) and EGM2008, and observations of co-located GPS and leveling benchmarks, which provide $N - \zeta$ (see Eq. (2.2)) on 638 sites for BVD-I and 16 sites for BVD-S (Fig. 4.2). The offset between the two segments, considering the

reduction to the respective barycenter, was 1.416 m (± 0.120 m) (de Freitas et al., 2016).

5 Concluding remarks and future prospects

The spatial and temporal heterogeneities of the BVRN, besides the lack of full physical meaning for its heights, are the major problems to be faced in its modernization process. Several activities have already been successfully developed since the 2000's; however, it is still necessary to accomplish some fundamental tasks. Because the new precepts of the IHRS/IHRF road mapped the modernization of BVRN and was established by considering the following standards:

- Realization based on physical heights in the form $H_P = f(C_P)$, where the geopotential number is the adjusted primary coordinate;
- BVRN connected to the SIRGAS-CON continuous GNSS stations;
- Integration with vertical reference networks of neighboring countries;
- Reference equipotential surface given by the W_0 IHRS value; and
- Referred to a reference epoch; i.e. to realize the determination of coordinates' velocities or adopt the variations observed in SIRGAS-CON or future GGRF stations by segments of BVRN.

The end of 2017 expects the conclusion of the first global adjustment of the BVRN in terms of geopotential number differences.

Today, a physical leveling link between the two segments of BVRN at Amazonian region in the geopotential space is in development. A set of about 40 new stations associated with gravity measurements covering a GPS leveling line will determine the disturbing potential in each station by fixed GBVP solution. These solutions will integrate new available gravity observations, high resolution GGM, and the RTM technique.

Acknowledgements

The authors would like to thank Prof. Dr. Bernhard Heck by his cooperation in the efforts for modernizing the BVRN as well as by his friendly participation

in the doctoral studies of Roberto and Vagner. Many thanks to the Brazilian National Council for Scientific and Technological Development by the research grant for Sílvia R.C. de Freitas, Process No. 306936/2015-1. Vagner G. Ferreira acknowledge the supported from National Natural Science Foundation of China (Grant No. 41574001) and the Fundamental Research Funds for the Central Universities (Grant No. 2015B21014).

References

- Bruinsma, S. L., Förste, C., Abrikosov, O., Marty, J.-C., Rio, M.-H., Mulet, S., and Bonvalot, S. (2013): The new ESA satellite-only gravity field model via the direct approach. *Geophysical Research Letters* 40(14):3607–3612. DOI: 10.1002/grl.50716.
- Dalazoana, R., de Freitas, S. R. C., Baez, J. C., and Luz, R. T. (2007): Brazilian Vertical Datum Monitoring - Vertical Land Movements and Sea Level Variations. In: *Dynamic Planet. IAG Symposium Cairns, Australia 22–26 August, 2005, vol. 130*. Ed. by P. Tregoning and C. Rizos. Springer Berlin Heidelberg, pp. 71–74. DOI: 10.1007/978-3-540-49350-1_12.
- Dalazoana, R. (2006): Studies on the temporal analysis of the Brazilian Vertical Datum. Portuguese. PhD Thesis, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, p. 188. URL: <http://hdl.handle.net/1884/3922>.
- De Freitas, S. R. C., Cordini, J., Krueger, C., and Santos, M. C. (1999): The geocentric position of the Brazilian vertical Datum. In: *Proceedings of International Symposium on Marini Positioning*. Ed. by M. Kumar and G. Maul. Florida Institute of Technology: Melbourne, Florida USA, pp. 230–238.
- De Freitas, S. R. C., Medina, A. S., and Lima, S. R. S. (2002a): Associated Problems to Link South American Vertical Networks and Possible Approaches to Face Them. In: *Vertical Reference Systems: IAG Symposium Cartagena, Colombia, February 20–23, 2001, vol. 124*. Ed. by H. Drewes, A. H. Dodson, L. P. S. Fortes, L. Sánchez, and P. Sandoval. Springer Berlin Heidelberg, pp. 318–323. DOI: 10.1007/978-3-662-04683-8_59.
- De Freitas, S. R. C., Santacruz, A. G., Luz, R. T., Ferreira, V. G., Montecino, H. D., and Sánchez, J. L. (2016): Connection of the two segments of the Brazilian Vertical Reference Network. In: *International Symposium on Gravity, Geoid and Height Systems. Thessalonica, Greece*.
- De Freitas, S. R. C., Schwab, S. H. S., Marone, E., Pires, A. O., and Dalazoana, R. (2002b): Local Effects in the Brazilian Vertical Datum. In: *Vistas for Geodesy in the New Millennium: IAG 2001 Scientific Assembly, Budapest, Hungary September 2–7, 2001, vol. 125*. Ed. by J. Adam and K.-P. Schwarz. Springer Berlin Heidelberg, pp. 102–107. DOI: 10.1007/978-3-662-04709-5_18.
- Drewes, H., Sánchez, L., Blitzkow, D., and de Freitas, S. R. C. (2002): Scientific Foundations of the SIRGAS Vertical Reference System. In: *Vertical Reference Systems: IAG Symposium Cartagena, Colombia, February 20–23, 2001, vol. 124*. Ed. by H. Drewes, A. H. Dodson, L. P. S. Fortes, L. Sánchez, and P. Sandoval. Springer Berlin Heidelberg, pp. 297–301. DOI: 10.1007/978-3-662-04683-8_55.
- Ferreira, V. G. (2008): Analysis of disturbing potential component at the Brazilian Vertical Datum with basis in the Imaruá Lagoon System. Portuguese. MSc Thesis, Universidade Federal do Paraná, Curitiba. URL: www.idea.ufpr.br/documents/201/download.
- Ferreira, V. G. (2011): Brovar's solution for the second Geodetic Boundary Value Problem. Portuguese. PhD Thesis, Universidade Federal do Paraná, Curitiba. URL: <http://acervodigital.ufpr.br/handle/1884/25954>.
- Ferreira, V. G., de Freitas, S. R. C., and Heck, B. (2016): Analysis of the Discrepancies Between the Brazilian Vertical Reference Frame and GOCE-Based Geopotential Model. In: *IAG 150 Years*:

- Proceedings of the IAG Scientific Assembly in Postdam, Germany, 2013, vol. 143*. Ed. by C. Rizos and P. Willis. Springer International Publishing, pp. 227–232. DOI: 10.1007/1345_2015_20.
- Grombein, T., Seitz, K., and Heck, B. (2016): Height System Unification Based on the Fixed GBVP Approach. In: *IAG 150 Years: Proceedings of the IAG Scientific Assembly in Postdam, Germany, 2013, vol. 143*. Ed. by C. Rizos and P. Willis. Springer International Publishing, pp. 305–311. DOI: 10.1007/1345_2015_104.
- Heck, B. and Rummel, R. (1990): Strategies for Solving the Vertical Datum Problem Using Terrestrial and Satellite Geodetic Data. In: *Sea Surface Topography and the Geoid: Edinburgh, Scotland, August 10–11, 1989, vol. 104*. Ed. by H. Sünkel and T. Baker. Springer New York, pp. 116–128. DOI: 10.1007/978-1-4684-7098-7_14.
- IAG (2016): Description of the Global Geodetic Reference Frame. In: *International Association of Geodesy News Letter*. Ed. by G. Tóth, pp. 3–6.
- Lehmann, R. (2000): Altimetry–gravimetry problems with free vertical datum. *Journal of Geodesy* 74(3):327–334. DOI: 10.1007/s001900050290.
- Luz, R. T., de Freitas, S. R. C., Dalazoana, R., Baez, J. C., and Palmeiro, A. S. (2007): Tests on Integrating Gravity and Leveling to Realize SIRGAS Vertical Reference System in Brazil. In: *Dynamic Planet: Monitoring and Understanding a Dynamic Planet with Geodetic and Oceanographic Tools IAG Symposium Cairns, Australia 22–26 August, 2005, vol. 130*. Ed. by P. Tregoning and C. Rizos. Springer Berlin Heidelberg, pp. 646–652. DOI: 10.1007/978-3-540-49350-1_93.
- Luz, R. T., Fortes, L. P. S., Hoyer, M., and Drewes, H. (2002): The Vertical Reference Frame for the Americas – The Sirgas 2000 GPS Campaign –. In: *Vertical Reference Systems: IAG Symposium Cartagena, Colombia, February 20–23, 2001, vol. 124*. Ed. by H. Drewes, A. H. Dodson, L. P. S. Fortes, L. Sánchez, and P. Sandoval. Springer Berlin Heidelberg, pp. 302–305. DOI: 10.1007/978-3-662-04683-8_56.
- Luz, R. T. (2008): Strategies for modernizing the vertical component of Brazilian Geodetic System and its integration to SIRGAS. Portuguese. PhD Thesis, Universidade Federal do Paraná, Curitiba. URL: www.sirgas.org/fileadmin/docs/Roberto_Teixeira_Luz_Tese_de_Doutorado.pdf.
- Luz, R. T., de Freitas, S. R., Heck, B., and Bosch, W. (2009a): Challenges and First Results Towards the Realization of a Consistent Height System in Brazil. In: *Geodetic Reference Frames: IAG Symposium Munich, Germany, 9-14 October 2006, vol. 134*. Ed. by H. Drewes. Springer Berlin Heidelberg, pp. 291–296. DOI: 10.1007/978-3-642-00860-3_45.
- Luz, R. T., Bosch, W., de Freitas, S. R., Heck, B., and Dalazoana, R. (2009b): Evaluating the Brazilian Vertical Datum Through Improved Coastal Satellite Altimetry Data. In: *Observing our Changing Earth, IAGS vol. 133*. Ed. by M. G. Sideris. Springer Berlin Heidelberg, pp. 735–741. DOI: 10.1007/978-3-540-85426-5_84.
- Montecino, H. D. and de Freitas, S. R. C. (2014): Strategies for Connecting Imbituba and Santana Brazilian Datums Based on Satellite Gravimetry and Residual Terrain Model. In: *Earth on the Edge: Science for a Sustainable Planet: Proceedings of the IAG General Assembly, Melbourne, Australia, June 28 - July 2, 2011, vol. 139*. Ed. by C. Rizos and P. Willis. Springer Berlin Heidelberg, pp. 543–549. DOI: 10.1007/978-3-642-37222-3_72.
- Moreira, R. M. and De Freitas, S. R. C. (2016): Connection of local vertical reference systems to Brazilian geodetic system based on a global vertical reference system. *Boletim de Ciências Geodésicas* 22(2):232–247. DOI: 10.1590/S1982-21702016000200013.
- Pail, R., Bruinsma, S., Migliaccio, F., Förste, C., Goiginger, H., Schuh, W.-D., Höck, E., Reguzzoni, M., Brockmann, J. M., Abrikosov, O., Veicherts, M., Fecher, T., Mayrhofer, R., Krasbutter, I., Sansò, F., and Tscherning, C. C. (2011): First GOCE gravity field models derived by three different approaches. *Journal of Geodesy* 85(11):819. DOI: 10.1007/s00190-011-0467-x.
- Pavlis, N. K., Holmes, S. A., Kenyon, S. C., and Factor, J. K. (2012): The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008. *Journal of Geophysical Research* 117:B04406. DOI: 10.1029/2011JB008916.
- Silva, L. (2017): Análise da evolução temporal do Datum Vertical Brasileiro de Imbituba. Portuguese. PhD Thesis, Graduation in Geodesy, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- Sjöberg, L. E. (2010): A strict formula for geoid-to-quasigeoid separation. *Journal of Geodesy* 84(11):699–702. DOI: 10.1007/s00190-010-0407-1.
- UN (2017): UN –GGIM. Accessed September 2017. URL: http://ggim.un.org/UN_GGIM_%20wg1.html.
- VeReS (2002): Vertical Reference Systems: IAG Symposium Cartagena, Colombia, February 20–23, 2001, vol. 124. Ed. by H. Drewes, A. H. Dodson, L. P. S. Fortes, L. Sánchez, and P. Sandoval. Springer Berlin Heidelberg, p. 368. ISBN: 3540430113.

Combination of GNSS and InSAR measured at co-located geodetic monitoring sites

Thomas Fuhrmann and Matthew Garthwaite

Geodesy Section, Community Safety and Earth Monitoring Division, Geoscience Australia, Australia
E-Mail: thomas.fuhrmann@ga.gov.au, matt.garthwaite@ga.gov.au

Abstract

Global Navigation Satellite Systems (GNSS) can provide a temporally dense set of geodetic coordinate observations in three dimensions at a limited number of discrete measurement points on the ground. Compared to this, the Interferometric Synthetic Aperture Radar (InSAR) technique gives a spatially dense set of geodetic observations of ground surface movement in the viewing geometry of the satellite platform, but with a temporal sampling limited to the orbital revisit of the satellite. Using both of these methods together can leverage the advantages of each to derive more accurate, validated surface displacement estimates with both high temporal and spatial resolution. In this paper, we discuss the properties of both techniques with a view to combined usage for improving future national datums. We apply differential GNSS processing to data observed at a local geodetic network in the Sydney region as well as time series InSAR analysis of Radarsat-2 data. We compare and validate surface displacements resulting from the two techniques at 21 geodetic monitoring sites equipped with GNSS and radar corner reflectors (CRs). The resulting GNSS/InSAR displacement time series agree at the level of 5 to 10 mm. This case study shows that co-located GNSS/CR sites are well-suited to compare and combine GNSS and InSAR measurements. An investigation of potential multipath effects introduced by the CRs attached directly to GNSS monumentation found that daily site coordinates are affected at a level below 0.1 mm. The GNSS/CR sites may hence serve as a local tie for future incorporation of InSAR into national datums. This will allow frequent updates of national geodetic networks and corresponding datums by using the large-scale and spatially dense information on surface displacements resulting from InSAR analyses.

1 Introduction

National geodetic networks consist of a set of fixed benchmarks (or reference sites) and provide a country with coordinates to form a national datum (Heck, 2003). Current horizontal datums usually consider the general movement trend of tectonic plates measured with Global Navigation Satellite Systems (GNSS), but usually do not account for local deformation of the Earth's surface. Vertical datums are usually based on levelling and gravity measurements to provide physical heights at fixed benchmarks. Often, the benchmark

heights are not frequently re-measured and may become outdated where local deformation causes surface movements. The source of local deformation can be natural (e.g. intra-plate tectonics, landslides or groundwater changes) or anthropogenic (e.g. subsurface mining or construction activities) and induce horizontal and vertical coordinate changes with magnitudes of several millimetres to metres.

Heckmann et al. (2015) state that benchmark coordinates, heights and gravity values are generally time-dependent values. Currently, the only way to up-



date benchmark coordinates affected by surface deformation is to re-measure the coordinates by conducting a repeat GNSS or levelling survey. This is a time-consuming and costly exercise. In this paper, we propose the use of satellite radar remote sensing to characterise local surface deformation, and to update coordinates and datums on a routine basis. Interferometric Synthetic Aperture Radar (InSAR) is a satellite remote sensing technique which enables the detection of millimetre-scale movements of the Earth's surface over large areas. In contrast to the point-wise information provided by GNSS or levelling, InSAR can cover large areas with a high spatial density of observations and, therefore, is well-suited to cover the spatial scales of surface deformation phenomena. High accuracy in the horizontal coordinate and displacement components is obtained from GNSS, whereas InSAR is more sensitive to vertical surface displacements. Combining the two techniques can therefore take advantage of their complementary properties with respect to spatial and temporal resolution as well as sensitivity to different displacement components.

The primary objective of the work presented here is to investigate the potential for improving the spatial and temporal resolution of geodetic datums by routinely combining these independent geodetic data in the future. We present a case study in which we analyse data acquired since July 2016 from a local network of 21 geodetic monitoring sites in the Sydney region, covering an area of about 20 km x 20 km. Each site consists of a co-located GNSS monument and two radar corner reflectors (CRs), which reflect the radar signal back to the satellite with a high signal-to-noise ratio for exploitation in the InSAR analysis. These geodetic monitoring sites demonstrate that InSAR measures the same deformation signal as GNSS and, serve as a proof of concept that co-location of GNSS/InSAR CRs provides opportunity to conduct a local tie between the techniques.

2 Geodetic methods

This section gives a brief overview of how surface displacements are derived from GNSS and InSAR data as

well as the major characteristics of both geodetic techniques. Some remarks on using radar CRs and local ties between GNSS and InSAR at co-located sites are included in sub-Section 2.3.

2.1 Surface displacements from GNSS

Three-dimensional (3D) position coordinates are estimated from multiple GNSS observations over a certain time period, e.g. one daily coordinate estimate from 24 hours of GNSS observations. Surface displacements are subsequently derived as a change of position over time. A relative (or differential) positioning strategy enables most of the perturbation terms affecting GNSS signals to be eliminated, or at least reduced, by combining observations of different satellites and receivers at different measurement epochs (e.g. Hofmann-Wellenhof et al., 2008). Differential GNSS analyses make use of a network of surrounding reference sites and are suitable to estimate coordinates of a local network at high precision (Torge and Müller, 2012). The GNSS data presented in Section 3.2 were analysed as a differential network using a stochastic connection to surrounding International GNSS Service (IGS) sites¹, and surrounding Asia Pacific Reference Frame (APREF) sites². The results are daily geocentric coordinates (XYZ) at each site in ITRF2014 (Altamimi et al., 2016).

The major displacement trend follows the movement vector of the Australian tectonic plate across the area of interest. In order to obtain local deformation, the linear trend is calculated at each GNSS site from an Australian tectonic plate model (see ICSM, 2017) and subtracted from the XYZ coordinate time series. Subsequently, XYZ coordinates are transformed to longitude, latitude and ellipsoidal height. The first daily coordinate estimate serves as a temporal reference and is set to zero. Finally the longitude, latitude and height differences with respect to the first day are transformed to topocentric metric coordinate differences (East, North, Up) using the local radii of curvature of the Ellipsoid. Table 2.1 summarises the characteristics of surface displacements derived from GNSS using the described method. Note that precision of the Up component of displacement is a factor of three poorer

¹Seven sites located on the Australian tectonic plate.

²Ten sites at distances between 30 and 200 km from the area of interest.

Table 2.1: Characteristics of GNSS and InSAR with respect to surface displacement estimation; values given in brackets for spatial and temporal resolution of InSAR relate to the Radarsat-2 data used within this paper

	Temporal resolution	Spatial resolution	Spatial reference	Precision	Sensitivity to East, North, Up displacem.
GNSS:	high: daily (for continuously operating sites)	low: point-wise, at least several km between points	reference sites used for differential processing	high: 1 mm horizontal, 3 mm vertical	high, high, medium
InSAR:	medium: weeks to months (24 days)	high: pixel size of the sensor (9 m x 9 m pixels)	reference area, often chosen arbitrarily	medium: 3-6 mm (for C-band sensors)	medium, low, high

than the horizontal components. This is because visible GNSS satellites are only distributed in the hemisphere above the local horizon (e.g. Choi et al., 2007).

2.2 Surface displacements from InSAR

Spaceborne synthetic aperture radar (SAR) systems measure the range (i.e. the distance to the detected object) and the intensity of radar backscattering from the ground surface. From their side-looking image geometry, SAR sensors provide a 2D map of the Earth's surface in the coordinate system of the platform. As for GNSS, the distance to an object is expressed by a phase measurement. InSAR is a processing technique that makes use of two or more SAR images acquired at different times to derive relative surface displacements from changes in the measured phase signal. When a stack of SAR data is available, images of phase difference are calculated (so-called "interferograms"), resulting in a displacement time series for each image pixel. However, the phase information may be noisy at some pixels if the backscattering characteristics of the ground change through time (this phenomenon is particularly apparent in vegetated areas). Ferretti et al. (2000, 2001) introduced the concept of Persistent Scatterer (PS) InSAR (PS-InSAR) processing, which makes use of a subset of pixels with consistent backscattering through time. At selected PS pixels the phase signal is analysed and other nuisance terms contributing to the signal, such as atmospheric or orbital effects, are separated from the phase signal with the remainder assumed to be related to surface displacement (e.g. Hooper et al., 2004; Hooper et al., 2007; Adam et al., 2003; Kampes, 2005). The displacement signal is subsequently transformed to a metric displacement using the wavelength of the radar sen-

sor. Common radar wavelengths used by SAR satellite sensors are 3.1 cm (X-band), 5.6 cm (C-band) and 23.6 cm (L-band).

As for GNSS displacement analysis, a spatial and temporal reference must be defined during the processing. In the case of InSAR, the spatial reference must be located within the imaged area. It is common practice to choose an area presumed to be stable and containing several hundreds to thousands of PS pixels. All displacements can then be interpreted relative to this presumably stable reference area. The temporal reference is restricted to the SAR image acquisition dates. As for GNSS, the first acquisition of a given image stack can be used as a temporal reference. Table 2.1 summarises the characteristics of surface displacements derived from PS-InSAR. Note that displacements from InSAR are measured along a slanted, 1D line of sight (LOS) towards the satellite. Radar satellites acquire image data of the same area on ascending (travelling south to north) and descending (travelling north to south) orbital passes. When information from both orbital viewing geometries is present, LOS displacements can be mathematically transformed to East-West and Up-Down components of the 3D displacement field. Sensitivity to North-South displacements is low due to the polar orbit of all SAR satellites and the side-looking image geometry.

In order to derive horizontal and vertical displacement components from InSAR, we combine the displacement data observed in ascending and descending image geometries. This is possible if LOS displacements are available (i) at the same location for all analysed tracks and (ii) within the same time period. To fulfil (i), spatial interpolation is needed as the location of PS pixels is different for each analysed stack of images. The Kriging technique (e.g. Li and Heap, 2008)

is applied to interpolate LOS displacements to a common grid taking into account the geostatistical properties of the displacements at each measurement epoch. By combining displacement rates (i. e. velocities) resulting from linear regression of the displacement time series at each pixel, no temporal reference is needed. Combination of epoch displacements instead of linear rates would require interpolation in time in addition to the spatial interpolation. The conversion of LOS displacement rates from one ascending and one descending geometry can only solve for vertical and one horizontal component (East-West), since InSAR is insensitive to displacements in the North-South direction. Therefore, we solve for Up-Down and East-West velocities (v_E and v_U , respectively) by inversion of

$$\begin{pmatrix} V_{asc} \\ V_{desc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin\theta_{asc} \cos\alpha_{asc} & \cos\theta_{asc} \\ -\sin\theta_{desc} \cos\alpha_{desc} & \cos\theta_{desc} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_E \\ v_U \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

at each pixel with given ascending and descending LOS velocities (V_{asc} and V_{desc} , respectively) and corresponding incidence angle θ and satellite heading α . Equation 2.1 implicitly assumes no displacement in North-South direction is measurable by InSAR. This assumption is valid in most cases since only a small fraction of a North-South-oriented displacement would map into the InSAR LOS geometry. From the projection vectors of East, North and Up components of deformation into the LOS geometry, a sensitivity decomposition can be derived (Samieie-Esfahany et al., 2010). For θ and α of the ascending or descending Radarsat-2 data used in our case study (Section 3) the sensitivity decomposition of deformation results in values of 0.60, 0.18 and 0.78 for the East, North and Up component, respectively. Hence, any North-South deformation will have significantly less influence on the resulting combined displacement rates (East and Up components). However, neglecting East-West deformation by converting LOS displacements from one direction only (ascending or descending) into vertical displacements would result in incorrect estimates as the East-West component has a strong contribution to the LOS geometry. For more information on spatial interpolation of InSAR displacements at PS pixels and data combination see Fuhrmann et al. (2015a) and Fuhrmann (2016).

2.3 Co-located GNSS/InSAR measurements using Radar corner reflectors

Generally, the exact position of radar backscattering within a PS pixel is unknown and the total signal response is usually due to contributions from many scatterers within the pixel. However, artificial targets designed to backscatter a high proportion of incident radar energy, such as radar corner reflectors (CRs), enable the absolute position of a PS pixel to be known. CRs can therefore be used to validate and combine InSAR with other geodetic techniques for surface displacement analysis. Furthermore, geodetic monitoring sites consisting of a GNSS antenna and a CR may serve as a local tie to connect InSAR observations into national datum determination. National networks of GNSS sites provide a large-scale absolute reference frame which could be densified using information on local deformation derived from InSAR, in the future. In this case the local tie of GNSS and InSAR connects relative displacements derived from InSAR on adjacent satellite tracks to the national GNSS (and other geodetic) networks that are used to derive displacements.



Figure 2.1: Geodetic monitoring site CA19 consisting of GNSS antenna/receiver and two CRs aligned for ascending and descending passes of Radarsat-2

Figure 2.1 shows an example of a co-located geodetic monitoring site (CA19) as used in the case study described in Section 3. GNSS observations are acquired continuously at CA19. The CRs are oriented for SAR signals transmitted by the Radarsat-2 satellite on ascending and descending orbital passes with a repeat time of 24 days on each pass. A CR reflects incoming radar energy back to the SAR sensor by way of a

triple bounce reflection off the three orthogonal reflector plates. The amount of energy reflected to the SAR sensor depends on the size, shape and material of the reflector as well as on the orientation of the reflector with respect to the transmitted radar signal. The deployed CRs have square reflector panels, 60 x 60 cm. A detailed description of suitable sizes of CRs for use with commonly employed SAR frequencies as well as considerations with respect to manufacturing and long-term installation of these artificial targets is given by Garthwaite et al. (2015) and Garthwaite (2017).

The received signal from a CR in a certain InSAR dataset depends on the magnitude of the signal returned from the CR, but also the summed signal from all the other scatterers within the imaged pixel. The latter component of the received signal is referred to as clutter. The level of clutter in the vicinity of the deployed CR has a detrimental effect on the level of noise in phase observations. The Signal-to-Clutter Ratio (SCR) is therefore a quantity that can be used to determine the likely quality of PS-InSAR observations originating from a deployed CR.

SCR values calculated at the CRs of site CA19 for the period of Radarsat-2 acquisitions in the case study area (since July 2015) are shown in Figure 2.2 for SAR data acquired on both ascending and descending passes. Although some seasonal variability is evident, the SCR at CA19 is generally above 20 dB for the period between July 2016 (when the geodetic monitoring site was established) and November 2017 compared to the period before CR installation. The SCR is also generally above 20 dB at all other CRs in the geodetic network. The level of phase noise expected in C-band SAR data for an SCR of 20 dB is approximately 0.3 mm (Garthwaite, 2017), which is a small fraction of any deformation signal of interest. We therefore judge our CR design to be suitable for the Radarsat-2 data used and the environmental conditions in the vicinity of the geodetic monitoring sites. At some CRs, we observe a sudden decrease of SCR values, which can be related to damage and/or misalignment of the CR. Monitoring the SCR is therefore a useful way to remotely detect potential issues at monitoring sites that can then be quickly fixed in the field.

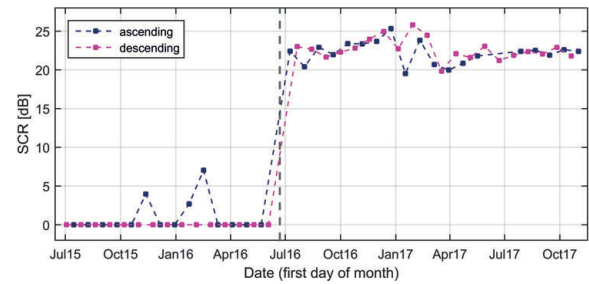


Figure 2.2: SCR values (given in dB, with linear-scale SCR values below 1 set to 0 dB) derived from ascending and descending Radarsat-2 data captures of the CRs at site CA19; the time of CR deployment is indicated by the vertical dashed gray line

3 Case study in the Sydney region

This section presents the case study to combine surface displacements from GNSS and InSAR in the Sydney region of New South Wales (NSW), Australia. The case study area and database are described (Section 3.1) as well as the displacement results (Section 3.2). Section 3.3 presents the results of an investigation into the potential multipath effects that could be introduced by CRs attached directly to GNSS monumentation.

3.1 Case study area and database

The studied area and the available datasets are shown in Figure 3.1. Radarsat-2 data were acquired on one ascending and one descending track with a 24 day repeat time since July 2015. Figure 3.1 also displays the GNSS sites located within the area of interest. Three of the sites are part of CORSnet-NSW GNSS network operated by NSW Spatial Services, (i.e. sites CRDX, PCTN and MENA). In cooperation with NSW Spatial Services, CRs were attached to the GNSS monument at site MENA in June 2016 (see Section 3.3). In addition, 20 new geodetic monitoring sites were established in May 2016 consisting of the setup shown in Figure 2.1. Most of these new sites are operated on a campaign basis, with 24 hours of GNSS observations being acquired at monthly intervals since July 2016. Four of the new sites are operated continuously.

3.2 Results: surface displacements

The GNSS database is analysed as described in Section 2.1 using the Bernese GNSS Software (Dach et al., 2015) to calculate XYZ coordinates for each site and each analysed day. Note that for consistency with

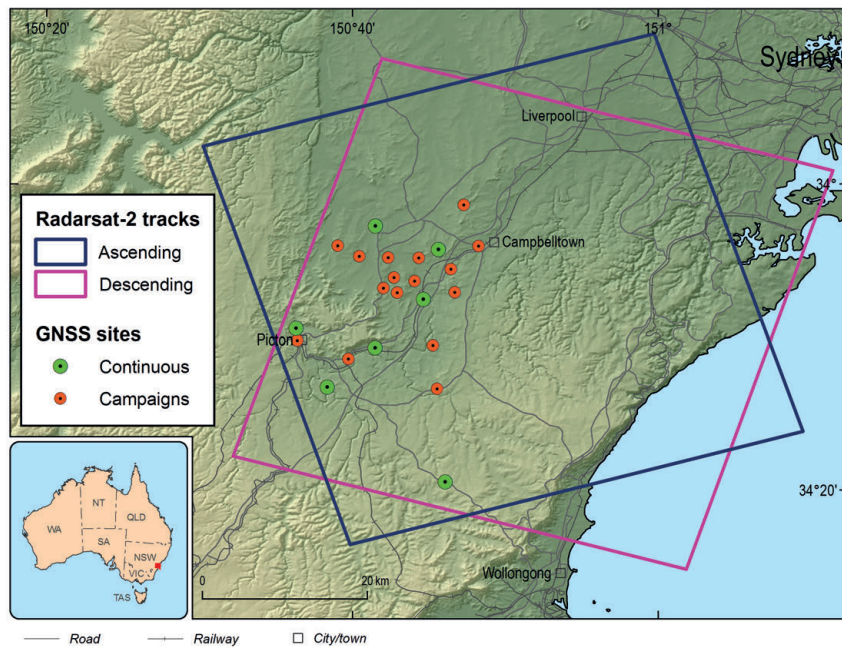


Figure 3.1: Overview of the database: GNSS sites and SAR tracks in ascending and descending geometries; Background: Digital Elevation Model

the surrounding reference network, only data from the Global Positioning System (GPS) have been analysed to estimate daily site coordinates. Figure 3.2 displays the resulting coordinate time series at continuously operating site CA19 after subtraction of the general trend of the Australian Plate.

This site is affected by strong horizontal motion particularly at the beginning of the time series. The total horizontal displacement sums to about 5 cm in the Southeasterly direction. The resulting coordinate time series for the Up component is noisier than the East and North components. This is because vertical coordinate estimates and corresponding coordinate changes are less accurate compared to horizontal coordinate estimates. Despite this, a slight downward displacement trend totalling about 1.5 cm can be observed at CA19. Mean coordinate standard deviations (2σ) are 1.1 mm

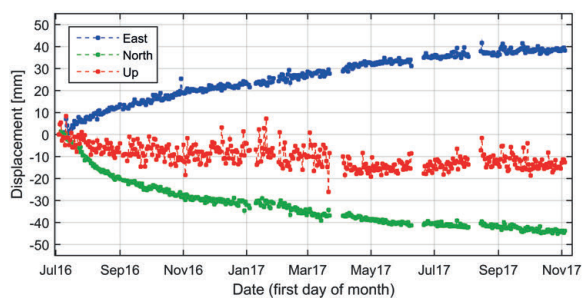


Figure 3.2: Displacement (i.e. coordinate changes in East, North and Up component) at site CA19 with respect to the first observed epoch (4 July 2016)

and 2.9 mm for horizontal and vertical components, respectively. Although all three dimensions of the displacement vector can be observed from GNSS analysis, only 1D information in the LOS is provided by a single InSAR analysis. However, instead of a point-wise displacement, InSAR is able to provide a spatially dense image of surface displacements. Figure 3.3 displays linear displacement rates (i.e. velocities) for the area of interest derived from separate PS-InSAR analyses, as described in Section 2.2, for the ascending and descending Radarsat-2 tracks between July 2015 and November 2017. Note that the displacements are observed along the slanted LOS towards the satellite which is different for the ascending and descending image geometries: the ascending pass observes the ground at an angle of 38.6° against the vertical, looking towards the east; the descending pass at an angle of 38.6° against the vertical, looking towards the west. The LOS displacement rates shown in Figure 3.3 are relative to an arbitrarily chosen reference area located in western Sydney. Note that the same reference area was used for InSAR analyses in both tracks in order to enable a consistent combination of ascending and descending displacement data. Mean standard deviations (2σ) of linear velocities are 1.0 mm/yr and 0.7 mm/yr for the ascending and descending passes, respectively.

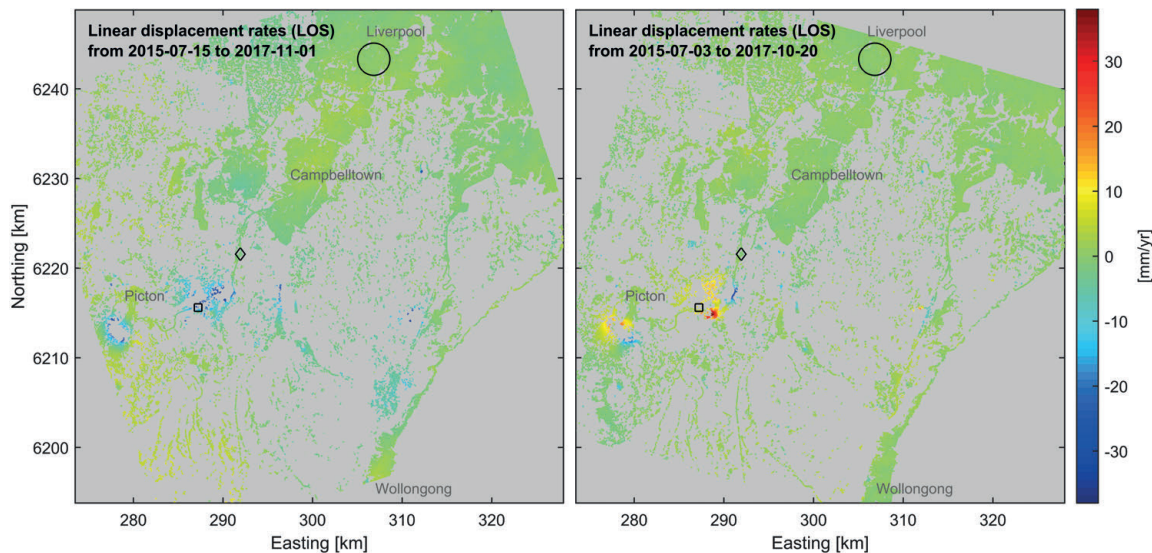


Figure 3.3: LOS displacement rates from analysis of ascending (left image) and descending (right image) Radarsat-2 data; the black circle marks the reference area, the black square and diamond mark the location of site CA19 and MENA, respectively

The LOS displacement rates shown in Figure 3.3 are interpolated to a 50 m grid, where interpolation is only performed if a certain number of PS pixels is available in the surroundings of a given interpolation location. The time period of the available Radarsat-2 data is roughly the same for both tracks. The two LOS datasets are, therefore, suitable for combination to vertical and East-West displacement rates using Equation 2.1 as described in Section 2.2. From the resulting velocity fields shown in Figure 3.4 (East-West and Up-Down components) one can state that the northern part of the analysed area was stable in the period between July 2015 and November 2017 within ± 2 mm/yr (green colours) and that several significant movements with velocities of up to 30 mm/yr occurred in the area south-west of Sydney. The combined results shown in Figure 3.4 demonstrate how PS-InSAR can deliver a spatially dense dataset of horizontal and vertical surface displacement observations, particularly when applied in urban areas, such as Sydney, where PS pixel density is high.

The geodetic monitoring sites enable the comparison of the displacements derived from GNSS and InSAR at the same measurement location. Figure 3.5 shows the LOS displacements at site CA19 (pictured in Figure 2.1) resulting from analysis of Radarsat-2 data since July 2016. By that time, the CRs had been installed and show reasonable SCR values (see Figure 2.2). For validation, we project the 3D displacement changes resulting from GPS analysis into the

ascending and descending LOS of the corresponding Radarsat-2 track. For the descending geometry there is a good fit between the InSAR and GPS displacements. Note that the GPS displacements are noisier compared to InSAR because of the strong influence of the GPS-derived Up component on the projected LOS displacement vector. For the ascending LOS the fit between GPS and InSAR is good for the first 10 months of the time series, becoming slightly worse after April 2017. This discrepancy is possibly due to un-modelled phase contributions present in the ascending pass InSAR data and could improve with the acquisition of more InSAR data.

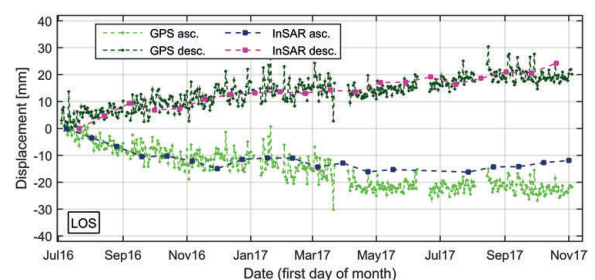


Figure 3.5: LOS displacements measured at site CA19 by InSAR at ascending (asc.) and descending (desc.) CRs and by GPS at the antenna on top of the pole (see 2.1); GPS East, North and Up components are projected into ascending and descending LOS geometry.

Similar results for the agreement between GNSS and InSAR are observed at other geodetic monitoring sites in the network. A statistical assessment of LOS displacements derived by InSAR and GNSS at the 21 GNSS sites equipped with CRs results in an average

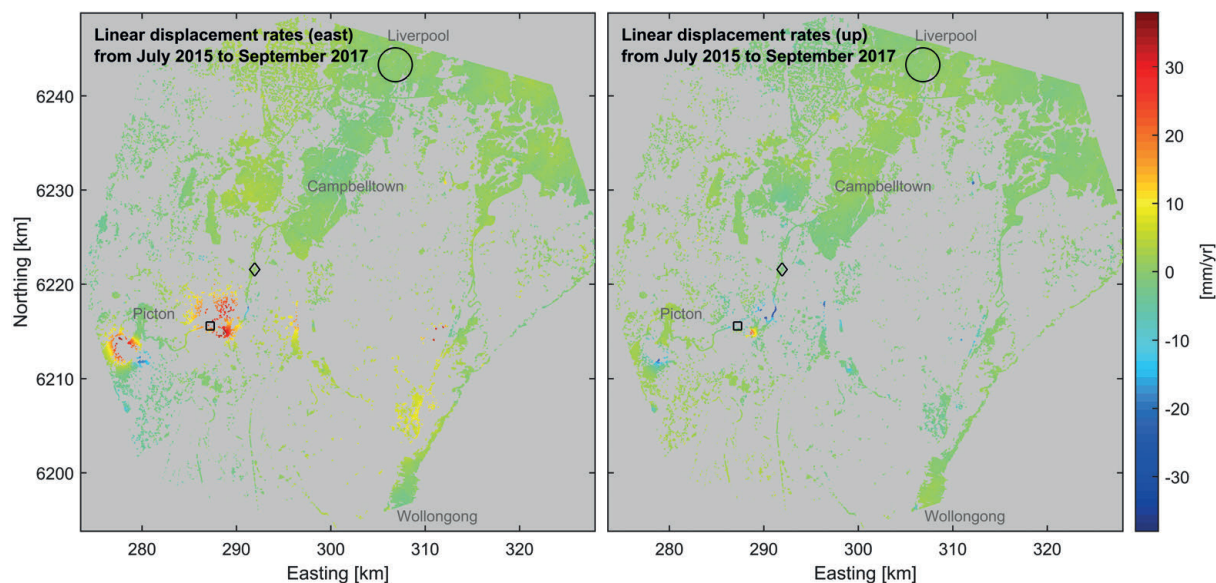


Figure 3.4: Displacement rates from combination of ascending and descending Radarsat-2 tracks, left: East component, right: Up component; the black circle marks the reference area, the black square and diamond mark the location of site CA19 and MENA, respectively

difference of 4.8 mm and 4.2 mm for the ascending and descending LOS, respectively, with most differences being within 10 mm (maximum difference of 20 mm). Consequently, we can state that displacements measured by both techniques agree at the level of 5 to 10 mm at our geodetic monitoring sites, but CA19 is the only site in the analysed geodetic network affected by surface displacement greater than 10 mm in magnitude.

3.3 GNSS multipath caused by co-located corner reflectors

Multipath effects, caused by reflections in the near- and far-fields of a GNSS antenna, distort the originally transmitted GNSS signal through interference. As a consequence, all objects surrounding a GNSS antenna can potentially be sources of multipath. Hence, the CRs attached directly to the GNSS monument are likely to induce some kind of multipath to observed GNSS signals. At site MENA (Menangle, NSW, see Figure 3.6), GNSS data had been acquired for over three years prior to the attachment of the CRs on 25 May 2016. This site is therefore suitable to assess the effect of potential GNSS signal interference with the CRs.

We compare coordinate variability and standard deviations resulting from daily GPS processing from the periods before and after CRs were attached at the site.



Figure 3.6: Site MENA before (left image) and after (right image) radar CRs were attached to the antenna pole

A similar investigation has been performed by Parker et al. (2017) for CRs which are located several tens of metres away from a continuous GNSS site. For this scenario, no detectable increase in the average RMS of GNSS carrier-phase residuals was found, when comparing the residuals before and after CRs were deployed. At MENA and the other geodetic monitoring sites in the area, the CRs are mounted directly underneath the GNSS antenna and could therefore affect GNSS observations more significantly.

Figure 3.7, left image, displays the time series of coordinate changes at site MENA since January 2013 for the East component of displacement. In order to assess the effect of the CRs on the coordinate estimates, we calculate the mean absolute difference with respect to a moving average for each analysed day (red line in Fig-

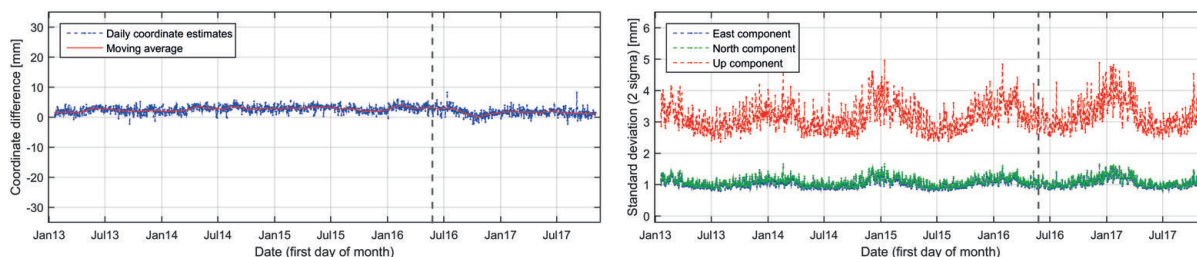


Figure 3.7: Coordinate differences (East component, left image) and coordinate standard deviations (right image) at site MENA with respect to the first observed day (18 January 2013); the dashed grey line marks the date of the CR deployment on 25 May 2016

ure 3.7, left image). This measure of coordinate variability is subsequently compared for the periods before and after the CRs were attached (2013-01-19 to 2016-05-24, and 2016-05-26 to 2017-11-04, respectively). The coordinate variability and a comparison of mean standard deviations for the periods before and after CR deployment are given in Table 3.1.

The difference in standard deviations between winter and summer months is much larger than the differences for the period before and after deployment (as seen in Figure 3.7, right image). In general, a slight increase of standard deviation and coordinate variability is observed after the CR deployment for all coordinate components (East, North and Up). However, the effect is less than 0.1 mm for all components and, therefore, negligible for long-term monitoring of surface displacements. More in-depth investigations in to multipath effects induced by the CRs could include using multipath stacking maps generated for a certain analysis period (e.g. Fuhrmann et al., 2015b).

Table 3.1: Statistical assessment of GPS coordinate variability at site MENA before and after CRs were deployed

Period	East	North	Up
Coordinate variability [mm]:			
before (1222 days)	0.70	0.63	3.20
after (527 days)	0.77	0.68	3.32
<hr/>			
2 σ standard deviation [mm]:			
before (1222 days)	1.04	1.09	3.15
after (527 days)	1.06	1.10	3.21

4 Conclusions

In this contribution, we have demonstrated the ability of InSAR to accurately measure surface displacements

and displacement rates at a dense set of measurement points. The ability of satellite radar data to cover large areas presents a promising opportunity to include surface displacements detected by InSAR into national datums, particularly to update the vertical datum. In contrast to large-scale GNSS networks providing an accurate solution for continental plate tectonics, InSAR is well-suited to detect regional scale deformation phenomena. Future geodetic networks could make use of InSAR as a technique to densify geodetic measurements between existing GNSS sites in order to detect and characterise ground surface deformation at various spatial scales. Furthermore, InSAR can be used to frequently update coordinates of geodetic benchmarks affected by surface deformation without the need to directly take measurements on the ground at those benchmarks.

CRs can be deployed as part of geodetic monitoring networks in order to validate displacements measured by InSAR with displacements measured at the same location by GNSS or levelling. First results of the validation of InSAR and GPS observations from co-located geodetic monitoring sites reveal good agreement at the level of 5 to 10 mm. Co-located CR/GNSS sites may serve as a local tie to incorporate InSAR into national datums in the future. Validation and combination of InSAR with ground-based measurement techniques (such as GNSS or levelling) is important to account for the limitations of InSAR, which can include un-modelled atmospheric effects and the low sensitivity to North-South displacements. Statistical analysis of coordinate time series presented here has proven that potential GNSS multipath effects induced by CRs attached directly to GNSS monumentation have a negligible influence on daily site coordinates derived from GPS observations (below 0.1 mm).

The Sentinel-1 satellite mission launched in 2014 by European Space Agency (ESA) provides coverage of radar images over large areas with a generally short revisit time (usually 6 or 12 days). This creates the opportunity to use InSAR on a national scale in the future (Kalia et al., 2017). In compliance with ESA's new data policy (Aschbacher and Milagro-Pérez, 2012), Sentinel-1 data is provided completely free of charge. Therefore, it is possible to provide regular updates of InSAR deformation map products at a low cost once the data processing of the huge archive of Sentinel-1 data is streamlined and automated as far as practicable. National GNSS networks will help to link deformation maps derived at adjacent Sentinel-1 tracks and provide the opportunity to incorporate InSAR into the determination of vertical datums. InSAR analysis on a national scale will result in detailed and timely information on surface deformation to be used along with GNSS to update benchmark coordinates and to detect potential natural or anthropogenic deformation phenomena.

Acknowledgements

The authors would like to thank the Geological Survey of NSW, Department of Planning & Environment, for project funding and collaboration. We are grateful to all the property owners who provided access for the installation and usage of geodetic monitoring sites on their properties. We also want to thank all colleagues at Geoscience Australia involved in the construction of geodetic monitoring sites, GNSS survey campaigns, and analysis of GNSS and InSAR data. Many thanks to Josh Batchelor and Adrienne Moseley for internal review of the paper. This paper is published with the permission of the CEO, Geoscience Australia and the Executive Director, Geological Survey of NSW.

Persönlicher Gruß von Thomas Fuhrmann

Mehr als zehn Jahre lang hat Prof. Heck meinen beruflichen Werdegang begleitet und geprägt, zunächst als Student im Studiengang Geodäsie und Geoinformatik, später war er Hauptbetreuer meiner Doktorarbeit am Lehrstuhl für Physikalische und Satellitengeodäsie des

KIT. Ich bedanke mich herzlich für die tolle Zusammenarbeit und die fachliche Unterstützung während meiner Zeit am "Lehrstuhl Heck". Seine positive und herzliche Art sowie sein konstruktives Feedback haben mich zu jeder Zeit motiviert die geodätischen Untersuchungen zu Oberflächenbewegungen im Oberrheingrabengebiet voranzutreiben, und schließlich maßgeblich zu meiner erfolgreichen Promotion am KIT beigetragen. Der obige Beitrag und die Tatsache, dass ich direkt nach meiner Promotion eine Stelle bei Geoscience Australia in Canberra antreten konnte, zeigen, dass das von Prof. Heck und Dr. Westerhaus geleitete und von mir bearbeitete DFG-Projekt zum Nachweis von Oberflächenbewegungen aus der Kombination verschiedener geodätischer Messtechniken (Nivellement, GNSS, InSAR) ein international aktuelles und praxisrelevantes Forschungsthema aufgegriffen hat. Vielen Dank für das mir entgegengebrachte Vertrauen und die Möglichkeit sowohl DFG-Projekt als auch Dissertation im Rahmen einer Vollzeitstelle als wissenschaftlicher Mitarbeiter durchzuführen. Ich wünsche Prof. Heck und seiner Frau alles Gute für den wohlverdienten Ruhestand und hoffe wir sehen uns bald wieder, in Deutschland oder Australien!?!)

References

- Adam, N., Kampes, B. M., Eineder, M., Worawattanamateekul, J., and Kircher, M. (2003): The Development of a Scientific Permanent Scatterer System. In: Schroeder, M., Jacobsen, K., and Heipke, C. (eds.) Proceedings of the Joint ISPRS/EARSel Workshop "High Resolution Mapping from Space 2003", Hannover, Germany, 6–8 Oct 2003, pp. 1–6.
- Altamimi, Z., Rebischung, P., Métivier, L., and Collilieux, X. (2016): ITRF2014: A new release of the International Terrestrial Reference Frame modeling nonlinear station motions. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 121(8):6109–6131. DOI: 10.1002/2016JB013098.
- Aschbacher, J. and Milagro-Pérez, M. P. (2012): The European Earth monitoring (GMES) programme: Status and perspectives. *Remote Sensing of Environment* 120:3–8. DOI: 10.1016/j.rse.2011.08.028.
- Choi, D. C. T., Wong, J. Y. K., and Chan, B. S. B. (2007): Investigation on GPS Heighting Accuracy with the use of Hong Kong Satellite Positioning Reference Station Network (SatRef). In: Strategic Integration of Surveying Services, FIG Working Week 2007, Hong Kong SAR, China, 13–17 May 2007.
- Dach, R., Lutz, S., Walser, P., and Fridez, P. (2015): Bernese GNSS Software Version 5.2 (User Manual). Astronomical Institute, University of Bern, Switzerland. ISBN: 978-3-906813-05-9.
- Ferretti, A., Prati, C., and Rocca, F. (2000): Nonlinear subsidence rate estimation using permanent scatterers in differential SAR interferometry. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 38(5):2202–2212. DOI: 10.1109/36.868878.
- Ferretti, A., Prati, C., and Rocca, F. (2001): Permanent scatterers in SAR interferometry. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 39(1):8–20. DOI: 10.1109/36.898661.

- Fuhrmann, T. (2016): Surface Displacements from Fusion of Geodetic Measurement Techniques Applied to the Upper Rhine Graben Area. PhD thesis. Karlsruhe Institute of Technology, Germany. DOI: 10.5445/IR/1000056073.
- Fuhrmann, T., Caro Cuenca, M., Knöpfler, A., van Leijen, F. J., Mayer, M., Westerhaus, M., Hanssen, R. F., and Heck, B. (2015a): Estimation of small surface displacements in the Upper Rhine Graben area from a combined analysis of PS-InSAR, levelling and GNSS data. *Geophysical Journal International* 203(1):614–631. DOI: 10.1093/gji/ggv328.
- Fuhrmann, T., Luo, X., Knöpfler, A., and Mayer, M. (2015b): Generating statistically robust multipath stacking maps using congruent cells. *GPS Solutions* 19(1):83–92. DOI: 10.1007/s10291-014-0367-7.
- Garthwaite, M. C., Nancarrow, S., Hislop, A., Thankappan, M., Dawson, J. H., and Lawrie, S. (2015): Design of Radar Corner Reflectors for the Australian Geophysical Observing System. Tech. rep. Geoscience Australia, Canberra, Australia.
- Garthwaite, M. C. (2017): On the Design of Radar Corner Reflectors for Deformation Monitoring in Multi-Frequency InSAR. *Remote Sensing* 9(7). DOI: 10.3390/rs9070648.
- Heck, B. (2003): Rechenverfahren und Auswertemodelle in der Landesvermessung. 3rd. Wichmann, Heidelberg, Germany.
- Heckmann, B., Berg, G., Heitmann, S., Jahn, C.-H., Klauser, B., Liebsch, G., and Liebscher, R. (2015): Der bundeseinheitliche geodätische Raumbezug – integriert und qualitätsgesichert. *Zeitschrift für Vermessungswesen* 3/2015:180–184. DOI: 10.12902/zfv-0069-2015.
- Hofmann-Wellenhof, B., Lichtenberger, H., and Wasle, E. (2008): GNSS – Global Navigation Satellite Systems. Springer, Vienna, Austria.
- Hooper, A., Segall, P., and Zebker, H. A. (2007): Persistent scatterer interferometric synthetic aperture radar for crustal deformation analysis, with application to Volcán Alcedo, Galápagos. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 112(B7):1–21. DOI: 10.1029/2006JB004763.
- Hooper, A., Zebker, H. A., Segall, P., and Kampes, B. M. (2004): A new method for measuring deformation on volcanoes and other natural terrains using InSAR persistent scatterers. *Geophysical Research Letters* 31(23):1–5. DOI: 10.1029/2004GL021737.
- ICSM (2017): Geocentric Datum of Australia 2020 Technical Manual Version 1.0. Tech. rep. Intergovernmental Committee on Surveying and Mapping, Australia.
- Kalia, A. C., Frei, M., and Lege, T. (2017): A Copernicus downstream-service for the nationwide monitoring of surface displacements in Germany. *Remote Sensing of Environment* 202:234–249. DOI: 10.1016/j.rse.2017.05.015.
- Kampes, B. M. (2005): Displacement parameter estimation using permanent scatterer interferometry. PhD thesis. Delft University of Technology, Delft, The Netherlands.
- Li, J. and Heap, A. D. (2008): A Review of Spatial Interpolation Methods for Environmental Scientists. *Record 2008/23*. Geoscience Australia, Canberra, Australia, p. 137.
- Parker, A. L., Featherstone, W. E., Penna, N. T., Filmer, M. S., and Garthwaite, M. C. (2017): Practical Considerations before Installing Ground-Based Geodetic Infrastructure for Integrated InSAR and cGNSS Monitoring of Vertical Land Motion. *Sensors* 17(8). DOI: 10.3390/s17081753.
- Samieie-Esfahany, S., Hanssen, R. F., van Thienen-Visser, K., and Muntendam-Bos, A. (2010): On the effect of horizontal deformation on InSAR subsidence estimates. In: Lacoste, H. (ed.) Proceedings of Fringe 2009 Workshop, Frascati, Italy, 30 November – 4 December 2009, *ESA Publications SP-677*, pp. 1–7.
- Torge, W. and Müller, J. (2012): Geodesy. 4th. de Gruyter, Berlin, Germany.

Research frame work at LACCOST, UFPE, Brazil

Rodrigo Mikosz Gonçalves¹, Joseph L. Awange², Heithor Alexandre de Araujo Queiroz¹, Absalão Aranha Nascimento¹, Inessa Racine Gomes de Araújo¹, and Daniel Quintino Silva¹

- 1 Geodetic Science and Technology of Geoinformation Post Graduation Program, Federal University of Pernambuco (UFPE), Recife, Brazil
E-Mail: rodrigo.mikosz@ufpe.br, heithorqueiroz@gmail.com, absalaonascimento@hotmail.com, inessa.racine10@gmail.com, d.quintino@hotmail.com
- 2 Department of Spatial Sciences, Curtin University, Perth, Australia
E-Mail: J.Awange@curtin.edu.au

Abstract

After finishing PhD sandwich (Rodrigo) under co-supervision of Professor Bernhard Heck in 2010 at GIK (Geodetic Institute of Geodesy) KIT, new ideas came true to start a laboratory of research dedicated to coastal studies (LACCOST) at Federal University of Pernambuco, Brazil. Also the contact made at GIK with Professor Joseph Awange spreading his ideas about “Environmental Geodesy” add latter an international cooperation with Curtin University, Australia, improving this team and including beside coastal related studies researches with spatial geodesy as background to support questions about the environment, using Brazil and South America as study case. The objectives of this paper is firstly to thank Professor Heck for keeping always looking for international cooperation with naturally become an example and model to follow up and his incredible skills to support researches all over the world. Secondly propagate what has been the topic of master’s students showing researches under development at this laboratory.

1 Introduction

The Federal University of Pernambuco (UFPE), Recife, Brazil houses the Department of Cartographic Engineering. This department among its tasks supports the under graduation in survey engineering and also a post-graduation program in Geodetic Science and Technology of Geoinformation. It is considered the only post-graduation program in this field that is covering north and north-east regions of Brazil and has been training human resources in Geodetic Sciences. In 2011 was created the Coastal Cartography Laboratory called LACCOST to support research concerning ICZM (Integrated Coastal Zone Manage-

ment) and coastal monitoring. After this, naturally research projects were submitted and founded by different Brazilian agencies of research like CAPES, CNPq and FACEPE. Nowadays are under developing two research projects called “Climate Change Impacts on the Brazilian Water Resources” supported by CAPES and “Environmental Geodesy: Monitoring of Water Resources, Shoreline and Related Impacts” by CNPq, both related with the primary task of Geodesy that is measuring the Earth’s surface and using some modern techniques to map and model the environment.

According to Awange and Kiema (2013) “Environmental Geodesy” can be argued as that branch of



geodesy that applies geodetic techniques to monitor the environment by appropriate decision making. Using this general concept this paper has the aim to show research topics that has been under developing by master's students in LACCOST. The structure of this paper is divided into five keywords to present its research characteristics and among of them are: UAVs (Unmanned Aerial Vehicle), GNSS RO (Global Navigation Satellite Systems, Radio Occultation), AVHRR (Very High Resolution Radiometer)/TRMM (Tropical Rainfall Measuring Mission) and MSWEP (Multi-Source Weighted-Ensemble Precipitation). All of them used as baseline to give support to environmental challenges in Brazil and South America.

2 UAVs

The use of UAVs has become a current paradigm in research in several areas, however they are still a novelty for coastal mapping. Monitoring coastal stability is vital for environmental management and is part of the set of tasks and activities that contribute to coastal management (Gonçalves et al., 2012). In particular, it becomes crucial to determine the spatial position of the shoreline and beach profiles. Through the continuous monitoring of these elements, decision makers are able to analyze the agents and factors involved in coastal zone behaviour.

For Turner et al. (2016) UAVs brings practicality and agility to the execution of coastal activities, and can be used for different types of studies, such as natural disaster analysis, coastal vulnerability to erosion, shoreline mapping, and geomorphology, among others.

The present research aims to evaluate the potential of UAVs for three-dimensional mapping and coastal monitoring considering horizontal information through the spatial position of the shoreline as well as vertical with the extraction of beach profiles from DTM (Digital Terrain Models), having as case study the Coroa do Avião Islet, located in the municipality of Igarassu, Pernambuco state, north-east of Brazil.

The accuracy of this mapping will be compared with reference to the Technical Specification for Quality Control of Geospatial Data, in Brazil. This document is part of a set of norms and standards that must be observed by all public and private entities that producing and use cartographic services and related activities.

In order to validate the spatial information generated, a comparisons will be made regarding the positional quality of the UAVs data (restitution of the shoreline from orthophoto mosaic and beach profiles through DTM) with data obtained through GNSS survey.

It is expected that UAVs complement coastal monitoring activities and give more options to support decision makers to preserve and plan coastal environment.

3 GNSS meteorology

The tropopause is the transition zone in the atmosphere between the upper troposphere and lower stratosphere, being of great importance for thermal equilibrium and energy balance between stratosphere and troposphere. The height and temperature of the tropopause were sensitive to temperature changes in the troposphere and stratosphere (Melbourne et al., 1994). One of the mechanisms that leads to an increase in the height of the tropopause is the warming of the troposphere due to more CO₂ (greenhouse effect) and a cooling of the lower stratosphere due to the decrease of stratospheric ozone, both observed in the last decades (Schmidt et al., 2008).

The global height of the tropopause presents an upward trend in the reanalysis and radiosonde observations for the period from 1979 to 2001 (Santer et al., 2004). Thus, the height and temperature of the tropopause can be considered as a parameter for the detection of climate change processes and, therefore, identifying and monitoring the tropopause is an important objective in climate research (Santer et al., 2003; Schmidt et al., 2008).

In South America, tropopause studies use data from radiosonde stations, reanalysis models and recently radio occultation data and are related to meteorological events or the quality of the reanalysis products (e.g. Santos (2016), Fontinele (2012), Holzschuh (2010)). However, no study presented the temporal variation of the height and temperature of the tropopause over the entire region of South America based on radio occultation data.

GNSS radio occultation (GNSS-RO) uses GNSS (Global Navigation Satellite Systems) signals in conjunction with LEO (Low Earth Orbit) satellites, this method has the potential to overcome the limitations of classical methods (radiosondes and reanalysis mod-

els) due to high accuracy, greater vertical profile, data distributed almost uniformly across the globe and long-term stability of the system, excluding problems such as discontinuities in time series (Melbourne et al., 1994).

3.1 GNSS RO

In April 1995, the United States launched the Microlab-1 LEO satellite to investigate the potential of the GNSS RO method in obtaining neutral atmosphere and ionosphere data. The mission became known as GPS/MET and collected atmospheric data for the period 1995-1997. Following the success of the mission, several countries carried out their own scientific missions, such as: CHAMP (Challenging Minisatellite Payload of Geophysical Research and Application) launched by Germany collecting data from 2001 to 2008. FORMOSAT-3/COSMIC (Constellation Observing System for Meteorology Ionosphere & Climate) of the US and Taiwan consortium, has been in operation since 2006. GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment) and TERRASAR-X both launched by Germany and in operation since 2001 and 2008 respectively. South Korea's KOMPSAT-5 (Korea Multi-Purpose Satellite-5) mission in operation since 2015. And the European Union's Meteorological Operational Satellite (METOP) operating since 2007.

The LEO satellite equipped with a GNSS receiver orbiting around the Earth will receive navigation signals from the satellites of the GNSS constellation. A occultation event occurs when the GNSS satellite that is opposite to the LEO satellite transmits a tangent signal to the atmosphere, as the LEO and GNSS satellites move, the signal traverses the various layers of the atmosphere which leaves the path traveled by the signal slightly flexed (see Figure 3.1). The other satellites of the GNSS constellation that are not in the geometric position to perform the radio occultation are used to accurately determine the positions, speeds and errors of the clocks in the GNSS transmitter and LEO receiver (Jin et al., 2014).

A single radio occultation event lasts approximately 1 to 3 minutes, performing 4000 measurements per profile, ranging from 100 km in the ionosphere to approximately 1 km in the troposphere (Sapucci, 2014).

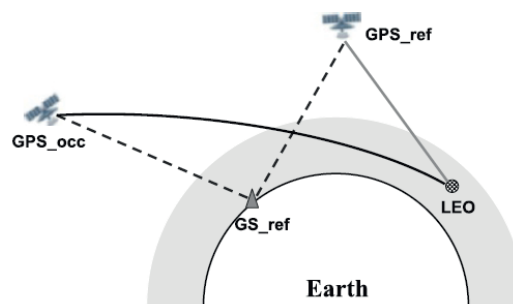


Figure 3.1: Geometry of the radio occultation composed of atmospheric GNSS that transmits the RO signal, a GNSS as a reference (not hidden), GNSS LEO receiver and a ground station.

3.2 Formosat-3/COSMIC

The Corporate University for Atmospheric Research (UCAR) in partnership with the National Space Organization of Taiwan (NSPO) is responsible for the Formosa Satellite Mission - 3/Constellation Observing System for Meteorology, Ionosphere and Climate (Formosat-3/COSMIC) project. This is a scientific mission to develop observation techniques using signals from the Global Satellite Navigation System (GNSS) in weather forecasting and climate analysis. On April 14, 2006 the Formosat-3/COSMIC mission entered orbit with a constellation of six low-orbit (LEO) satellites generating 2,500 probes per day, distributed globally, with data available as of April 22, 2006.

Due to the success of COSMIC-1, US and Taiwanese agencies have decided to move forward with a subsequent RO-GNSS mission called FORMOSAT-7/COSMIC-2, which will launch 12 satellites until 2020. With continued operation of COSMIC-1 and COSMIC-2 mission, which will increase the time series and the amount of radio occultation data to support atmospheric research for years to come.

The GNSS RO Formosat-3/COSMIC data is provided by the COSMIC Data Analysis and Data Center (CDAAC) of the UCAR and from the Doppler displacement they provide the angle of refraction (α) in each signal, (N), which is related to total pressure (P), temperature (T) and water vapour pressure (P_w) (Awange and Grafarend, 2005).

The level 2 data format, available from the CDAAC, contains refractivity profiles inverted by the Abel transformation with air temperature, water vapour, air pres-

sure, height above mean sea level and location of radio occultation (Khandu et al., 2011).

In the proposed study under development, the altitude, temperature and hiding position will be used as variables for South America from April 2006 to April 2017, during which time the COSMIC satellites recorded 543,909 atmospheric profiles distributed over the study area.

This study aims to investigate the regional trends in tropopause height and temperature in relation to South America through: (i) Validation of COSMIC atmospheric profiles in relation to radiosonde station data; (ii) Compare the atmospheric profiles obtained through the COSMIC mission with the CPTEC/INPE PNT (Numerical Time Forecast) reanalysis product for South America; (iii) To determine the annual variations of the height and temperature of the tropopause in South America (2006-2017) and to compare with global estimates present in the literature; (iv) To correlate the variations of the height and temperature of the tropopause with latitudinal and longitudinal variations over the Americas and (v) Generate a map that represents the annual variations of the tropopause covering the surface of South America.

4 AVHRR and TRMM

Monitoring drought in agriculture consists of measuring its intensity and capturing its spatial extent and temporal persistence (Wardlow et al., 2012). In Brazil, a country whose Gross Domestic Product relies on agricultural production, drought is a phenomenon that often negatively impacts it (Mariano, 2015). The present study was based on the hypothesis that it is possible to detect the occurrence of drought in agriculture using Remote Sensing data, together with vegetation indexes and precipitation. Thus, it would be possible to propose an effective methodology for the characterization and monitoring of drought and its effects on agriculture, using data from the visible and infrared spectral for the NDVI from the Advanced Very High Resolution Radiometer (AVHRR) sensor and Tropical Rainfall Measuring Mission (TRMM) products, as well to evaluate the efficacy and relationship of these indicators with the national data of agricultural production, during the study period.

4.1 Advanced very high resolution radiometer (AVHRR)

The AVHRR system is a five-channel imager radiometer, sensitive to portions of the visible, near infrared and thermal of the electromagnetic spectrum, by “cross track” imaging system (Kidwell, 1991).

In 1982 the Global Inventory and Monitoring Modeling Group (GIMMS) of the National Aeronautics and Space Administration (NASA) dedicated to multi-temporal vegetation studies using AVHRR/NOAA data. The main objective of the group was to evaluate the use of satellite data of low spatial resolution to provide information on the distribution and phenology of vegetation.

Although the spectral channels have been chosen to provide meteorological, oceanographic and hydrological parameters, the system has characteristics that make it possible to study vegetation monitoring. Channel 1 corresponds to the visible region of the spectrum where there is the peak of radiation absorption by chlorophyll (0.67 μm), related to the photosynthetic activity of the vegetation. Channel 2 is in the infrared portion of the spectrum where the reflectance of this radiation by the vegetation is intense. Associates, channels 1 and 2 allow to infer about photosynthetically active foliar biomass in the forest community (Tucker et al., 1991).

The AVHRR, time series with the NDVI product, was used to calculate VCI (Kogan, 1995). According to Du et al. (2013) the climatic variation that impacts the vegetation will be evidenced by the VCI, thus exerting its potential in the monitoring of agricultural drought.

4.2 Tropical rainfall measuring mission (TRMM)

The TRMM (Kummerow et al., 1998) satellite was launched in 1997 by the National Aeronautics and Space Agency (NASA) and the National Space Development Agency of Japan (JAXA). The satellite was put into a near circular orbit of approximately 350 km height with a period of 92.5 minutes, characterizing a short period of translation. The objective of the TRMM satellite is to monitor precipitation in the tropical and subtropical regions of the terrestrial globe (Kummerow et al., 2000).

The TRMM 3B43 product consists of a $0.25^\circ \times 0.25^\circ$ grid providing daily and three-hourly estimates that were calibrated with the support of observed monthly precipitation rates (Huffman et al., 2007). In this work, daily TRMM data covering Brazil's terrestrial surface will be aggregated to obtain monthly estimates of precipitation through the product TRMM 3B43. Time series (1983-2013) for each cell will be analyzed in order to derive the SPI for durations corresponding to one, three and six months, respectively. The main objective of the study will be to characterize, through the vegetation condition index (VCI) and the standardized precipitation index (SPI), detecting the agricultural drought events occurring in Brazil.

4.3 MSWEP

Beck et al. (2016) and Beck et al. (2017a,b) presented Multi-Source Weighted-Ensemble Precipitation (MSWEP) retrospective, that is a new fully global precipitation dataset (1979-2016) of high resolution with 3-hourly temporal and 0.25° or 0.1° global gridded precipitation, by merging gauge, satellite, and reanalysis data.

The MSWEP, whose temporal variability was determined based on several data products including TMPA 3B42 RT, is one of the most recent data set for climatic and environmental researches. Some scientific projects have been devoting effort to assess MSWEP precipitation products among them are. Alijanian et al. (2017) performing the evaluation of satellite rainfall climatology using CMORPH (NOAA CPC Morphing Technique), PERSIANN-CDR (Precipitation Estimation from Remotely Sensed Information using Artificial Neural Networks- Climate Data Record), Tropical Rainfall Measuring Mission (TRMM) and MSWEP over Iran. These satellite rainfall estimates (SREs) were evaluated against gauge data based on different rainfall regimes over Iran. The evaluated SREs are Climate Prediction Center Morphing Technique, Precipitation Estimation from Remotely Sensed Information using Artificial Neural Networks (PERSIANN). As results they showed that MSWEP, PERSIANN-CDR, and TRMM performed well to distinguish rain from no-rain condition.

On the other hand, Nair and Indu (2017) have assessed the quality of MSWEP over India, evaluating

the performance of the newly released multi-satellite (MSWEP) product. The assessment was conducted with respect to the IMD-gauge-based rainfall for pre-monsoon, monsoon, and post-monsoon seasons at daily scale for a 35-year (1979-2013) period and presented that while the MSWEP was observed to perform well for daily rainfall, it suffered from poor detection capabilities for higher quantiles, making it unsuitable for the study of extremes.

In the same way, looking for new results and expanding the horizon, the main goal of the project approaching MSWEP in LACCOST is to assess precipitation products and their future use in monitoring extreme hydro-climatic changes over South America. This continent chosen as the study area to perform experiments, presents a large territory (about 17,840,000 square kilometers) and extremes climatic conditions, being home to the world's largest river (the Amazon) as well as the world's driest place (the Atacama Desert).

So, evaluating the MSWEP performance by comparing with TRMM, CHIRPS (Climate Hazards Group InfraRed Precipitation with Station data), GPCC (Global Precipitation Climatology Centre) and a Global Network of Micrometeorological Tower Sites (Fluxnet), this research will be conducted to analyses data set ranging 1979 to the latest year, using Cross Correlation and Principal Component Analysis to compare and extract the information from these satellite rainfall estimates.

4.4 Conclusion

In this work, we highlight master's projects that are under development in a postgraduate program in Geodesic Sciences and Technologies of Geoinformation at UFPE, Brazil. It is noteworthy that in all cases the background is topics related with environment using Brazil/South America as study case. Thereby it represents the importance to have a postgraduate program in geodesy for training human resources in this region of the country.

Acknowledgements

We would like to express our thanks to Professor Bernhard Heck, a great man that definitely is truly dedicated to Geodesy and Science.

Also the authors are grateful for CAPES Grant No. 88881.068057/2014-01 and CNPq Grant No. 310412/2015-3/PQ level 2.

References

- Alijani, M., Rakhshandehroo, G. R., Mishra, A. K., and Dehghani, M. (2017): Evaluation of satellite rainfall climatology using CMORPH, PERSIANN-CDR, PERSIANN, TRMM, MSWEP over Iran. In: *International Journal of Climatology*, vol. 37(14), pp. 4896–4914.
- Awange, J. L. and Grafarend, E. W. (2005): GPS meteorology in environmental monitoring: solving algebraic computational problems in geodesy and geoinformatics. Springer, Berlin, pp. 217–244.
- Awange, J. L. and Kiema, J. B. K. (2013): Environmental Geoinformatics - monitoring and management. Springer International Publishers. ISBN: 978-3-642-34085-7.
- Beck, H. E., Van Dijk, A. I. J. M., Levizzani, V., Schellekens, J., Miralles, D. G., Martens, B., and De Roo, A. (2017a): MSWEP: 3-hourly 0.25° global gridded precipitation (1979-2015) by merging gauge, satellite, and reanalysis data. In: *Hydrology and Earth System Sciences*, vol. 21(1), p. 589.
- Beck, H. E., Van Dijk, A. I. J. M., Levizzani, V., Schellekens, J., Miralles, D. G., Martens, B., De Roo, A., Pappenberger, F., G., H., and Wood, E. (2017b): MSWEP: 3-hourly 0.1° fully global precipitation (1979-present) by merging gauge, satellite, and weather model data. In: *EGU General Assembly*, vol. 19, p. 18289.
- Beck, H., De Roo, A., and Van Dijk, A. I. J. M. (2016): A daily high-resolution global gridded precipitation product (1979-2016) based on gauge, satellite, and reanalysis data. In: *EGU General Assembly*, vol. 18, p. 13511.
- Du, L., Tian, Q., Yu, T., Meng, Q., Jancso, T., Udvardy, P., and Huang, Y. (2013): A comprehensive drought monitoring method integrating MODIS and TRMM data. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation* 23:245–253.
- Fontinele, J. L. (2012): Tropopause envelopment in southern South America: Relationships between high jet stream and total ozone column. MA thesis. Graduate Program in University Federal Meteorology of Santa Maria (UFMS), Santa Maria-RS, p. 82.
- Gonçalves, R. M., Awange, J. L., Krueger, C. P., Heck, B., and Coelho, L. S. (2012): A comparison between three short-term shoreline prediction models. *Ocean & Coastal Management* 69:102–110. DOI: 10.1016/j.ocecoaman.2012.07.024.
- Holzschuh, M. L. (2010): Evaluation of atmospheric profiles of GPS satellite cloaking CHAMP over South America. *Rev. bras. meteorology* 25(2):147–155.
- Huffman, G. J., Bolvin, D. T., Nelkin, E. J., Wolff, D. B., Adler, R. F., Gu, G., Hong, Y., Bowman, K. P., and Stocker, E. F. (2007): The TRMM multisatellite precipitation analysis (TMPA): Quasiglobal, multiyear, combined-sensor precipitation estimates at fine scales. *J. Hydrometeorol.* 8:38–55.
- Jin, S., Cardellach, E., and Xie, F. (2014): GNSS Remote Sensing – Theory, Methods and Applications. Springer, Países Baixos, p. 276.
- Khandu, Awange, J. L., Wickert, J., Schmidt, T., Sharifi, M. A., Heck, B., and Fleming, K. (2011): GNSS remote sensing of the Australian tropopause. *Climate Change* 105:597–618.
- Kidwell, K. B. (1991): NOAA polar orbiter data (TIROS-N, NOAA-6, NOAA-7, NOAA-8 and NOAA-9): users guide. Washington, D. C.: U.S. Department of Commerce.
- Kogan, F. N. (1995): Droughts of the late 1980s in the United States as derived from NOAA polar-orbiting satellite data. *Bulletin of the American Meteorological Society* 76(5):655–668.
- Kummerow, C., Barnes, W., Kozu, T., Shiue, J., and Simpson, J. (1998): The tropical rainfall measuring mission (TRMM) sensor package. *J. Atmos. Ocean. Technol.* 15:809–817.
- Kummerow, C., Simpson, J., Thiele, O., Barnes, W., Chang, A. T. C., Stocker, E., Adler, R. F., Hou, A., Kakar, R., Wentz, F., Ashcroft, P., Kozu, T., Hong, Y., Okamoto, K., Iguchi, T., Kuroiwa, H., Im, E., Haddad, Z., Huffman, G., Ferrier, B., Olson, W. S., Zipser, E., Smith, E. A., Wilhelm, T. T., North, G., Krishnamurti, T., and Nakamura, K. (2000): The status of the Tropical Rainfall Measuring Mission (TRMM) after two years in orbit. *Journal of Applied Meteorology* 39(12):1965–1982.
- Mariano, D. A. (2015): Detection and evaluation of agronomic drought through the analysis of time series of MODIS and PERSIANN data. MA thesis. National Institute of Space Research, São José dos Campos, p. 86.
- Melbourne, W. G., Davis, E. S., Duncan, C. B., Hajj, G. A., Hardy, K. R., Kursinski, E. R., Meehan, T. K., Young, L. E., and Yunc, T. P. (1994): The application of spaceborne GPS to atmospheric limb sounding and global change monitoring. Tech. rep. Pasadena, CA, US: Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, pp. 94–118.
- Nair, A. S. and Indu, J. (2017): Performance Assessment of Multi-Source Weighted-Ensemble Precipitation (MSWEP) Product over India. In: *Climate*, vol. 5(1). Vol. 5, pp. 1–20.
- Santer, B. D., Wehner, M. F., Wigley, T. M. L., Sausen, R., Meehl, G. A., Taylor, K. E., Ammann, C., Arblaster, J., Washington, W. M., Boyle, J. S., and Brüggemann, W. (2003): Contributions of anthropogenic and natural forcing to recent tropopause height changes. *Science* 301:479–483.
- Santer, B. D., Wigley, T. M. L., Simmons, A. J., Kallberg, P. W., Kelly, G. A., Uppala, S. M., Ammann, C., Boyle, J. S., Brüggemann, W., Doutriaux, C., Fiorino, M., Mears, C., Meehl, G. A., Sausen, R., Taylor, K. E., Washington, W. M., Wehner, M. F., and Wentz, F. J. (2004): Identification of anthropogenic climate change using a second-generation reanalysis. *J. Geophys. Res.* 109.
- Santos, L. O. (2016): Changes in the stratosphere and its influence on the ozone content in the central region of Rio Grande do Sul. MA thesis. Postgraduate program in meteorology Federal University of Santa Maria (UFMS), Santa Maria-RS, p. 90.
- Sapucci, L. F. (2014): Impact of GNSS radio-occultation profiles on the quality of CPTEC / INPE Weather Forecasts. *Rev. bras. Meteorology* 29(4):551–567.
- Schmidt, T., Wickert, J., Beyerle, G., and Heise, S. (2008): Global tropopause height trends estimated from GPS radio occultation data. *Geophys. Res. Lett.* 35:L11806.
- Tucker, C. J., Newcomb, W. W., Los, S. O., and Prince, S. D. (1991): Mean and inter-year variation of growing season Normalized Difference Vegetation Index for the Sahel 1981-1989. *International Journal of Remote Sensing* 12:1133–1135.
- Turner, I. L., Harley, M. D., and Drummond, C. D. (2016): UAVs for coastal surveying. In: *Costal Engineering*, vol. 114, pp. 19–24.
- Wardlow, B. D., Anderson, M. C., and Verdin, J. P. (2012): Remote Sensing of Drought: Innovative Monitoring Approaches. Boca Raton, FL: CRC Press, p. 484.

Zur Realisierung eines einheitlichen globalen Höhendatums

Thomas Grombein und Kurt Seitz

Geodätisches Institut, Karlsruher Institut für Technologie
E-Mail: thomas.grombein@kit.edu, kurt.seitz@kit.edu

Zusammenfassung

Nationalen Höhensystemen liegt im Allgemeinen ein individuelles vertikales Datum zu Grunde, welches durch einen lokalen Meeresspiegel definiert ist. Global gesehen unterscheiden sich die Niveaus verschiedener Höhensysteme dadurch um $\pm 1\text{--}2$ m. Bei vielen globalen geodätischen Aufgabenstellungen sowie bei der Bewertung globaler geodynamischer und klimatologischer Prozesse ist es allerdings erforderlich, sich auf ein einheitliches physikalisches Höhenniveau zu beziehen. Die Realisierung eines einheitlichen globalen Höhendatums ist hierfür von zentraler Bedeutung und erfordert die Ableitung von geeigneten Datumparametern, mit denen eine Integration nationaler Höhensysteme in ein globales vertikales Datum ermöglicht wird. Vor dem Hintergrund dieser Höhendatumsproblematik werden in diesem Beitrag zwei Verfahren mit unterschiedlichem Genauigkeitsniveau vorgeschlagen und deren theoretischen Grundlagen präsentiert. Das erste Verfahren beruht auf einer satellitengestützten Höhenübertragung und kommt ohne terrestrische Punktschweremessungen aus. Es eignet sich daher vor allem für den Einsatz in Entwicklungs- und Schwellenländern mit geringer geodätischer Infrastruktur. Das zweite Verfahren basiert auf einem fixen geodätischen Randwertproblem (GRWP) und ermöglicht es durch die zusätzliche Einbeziehung von terrestrischen Schweremessungen eine hochgenaue Lösung zu erhalten.

1 Einleitung

Bei vertikalen Referenzsystemen muss grundsätzlich zwischen geometrisch und physikalisch definierten Höhensystemen unterschieden werden. Geometrische Höhen, die sich auf ein Referenzellipsoid beziehen, können mit GNSS-Verfahren (Global Navigation Satellite Systems) absolut und hochgenau gemessen werden. Hieraus abgeleitete dreidimensionale terrestrische Referenzsysteme erreichen Genauigkeiten im Subzentimeterbereich (z. B. ITRF2014, Altamimi u. a., 2016). Im Gegensatz hierzu basieren die meisten nationalen, physikalisch definierten Höhensysteme auf der relativen Höhenbestimmung mittels geometrischen Nivellements in Verbindung mit Schweremessungen.

Physikalischen Höhensystemen liegt i.d.R. ein individuelles vertikales Datum zu Grunde, welches traditio-

nell durch den lokalen mittleren Meeresspiegel an einem Pegelbezugspunkt realisiert wurde. Bedingt durch Variationen der Meeresflächentopographie liegen diese Bezugspunkte nicht auf derselben Äquipotentialfläche, wodurch sich die so festgelegten Bezugsflächen nationaler Höhensysteme global gesehen um ca. $\pm 1\text{--}2$ m unterscheiden (Heck, 1990). Die physikalischen Höhen verschiedener Länder sind somit inkonsistent und nicht direkt miteinander vergleichbar. Auf der einen Seite kann dies zu praktischen Problem bei regionalen Fragestellungen führen, wenn Höheninformationen von benachbarten Ländern verknüpft werden müssen, z. B. bei grenzübergreifenden Ingenieurprojekten. Auf der anderen Seite ist auch für die Überwachung des „Systems Erde“ und die damit verbundene Bewertung globaler geodynamischer und klimatologischer Prozesse wie dem Meeresspiegelanstieg ein weltweit ein-



heitliches physikalisches Höhenniveau zwingend notwendig. Dies gilt auch für weitere globale geodätische Aufgabenstellungen wie dem Aufbau des Global Geodetic Observing System (GGOS, Kutterer und Neilan, 2016).

Zur Vereinheitlichung von Höhensystemen werden im Folgenden zwei Verfahren vorgeschlagen, die beide auf dem fundamentalen Zusammenhang

$$h = H + \zeta \quad (1.1)$$

zwischen ellipsoidischer Höhe h , Normalhöhe H und zugehöriger Höhenanomalie ζ basieren (siehe Heiskanen und Moritz, 1967, S. 291ff.).

Nachfolgend wird angenommen, dass die Erdoberfläche S in n lokale Datumszonen σ^i , $i = 1, \dots, n$, unterteilt ist. Wird eine Normalhöhe H^i der Datumszone σ^i betrachtet, so kann der Höhenoffset δH^i dieser Zone durch die Diskrepanz der drei Größen berechnet werden

$$\delta H^i = h - H^i - \zeta, \quad (1.2)$$

wobei vorausgesetzt wird, dass h und ζ nicht vom Höhenoffset betroffen sind. Für die praktische Auswertung von Gl. (1.2) werden in jeder Datumszone GNSS/Nivellementpunkte (GNSS/Niv-Punkte) benötigt, d. h. Beobachtungspunkte $P_j^i \in \sigma^i$, $j = 1, \dots, m_i$, in denen neben GNSS-basierten ellipsoidischen Höhen $h(P_j^i)$ auch die aus Nivellement und Schweremessungen abgeleiteten Normalhöhen $H^i(P_j^i)$ im lokalen Datum bekannt sind.

Für die Bestimmung der Höhenanomalie $\zeta(P_j^i)$ in Gl. (1.2) sind unabhängige Schwereinformationen notwendig. In Abhängigkeit von den Genauigkeitsanforderungen können diese z. B. aus einem globalen satellitenbasierten Geopotentialmodell (Kapitel 2) oder unter Einbeziehung von terrestrischen Schweremessungen aus der Lösung einer geodätischen Randwertaufgabe (Kapitel 3) abgeleitet werden.

2 Satellitengestütztes Verfahren

2.1 Grundlagen

Bei diesem ersten Verfahren wird die für Gl. (1.2) benötigte Höhenanomalie ζ aus den Kugelfunktionskoeffizienten eines Geopotentialmodells (GPM) bestimmt. Unter Verwendung geozentrisch sphärischer Koordi-

naten (r, φ, λ) erfolgt die Synthese eines GPM bis zu einem maximalen Entwicklungsgrad n_{\max} durch

$$\begin{aligned} \zeta^{\text{GPM}} = & \frac{GM}{r\gamma} \sum_{n=0}^{n_{\max}} \left(\frac{R}{r}\right)^n \\ & \times \sum_{m=0}^n (\Delta\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \Delta\bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin \varphi). \end{aligned} \quad (2.1)$$

Hierbei ist GM die geozentrische Gravitationskonstante, R der Referenzradius und γ die Normalschwere am Oberflächenpunkt. Die zugeordneten Legendreschen Funktionen vom Grad n und Ordnung m sind mit \bar{P}_{nm} , die zugehörigen Koeffizienten nach Subtraktion eines Normalfeldes mit $\Delta\bar{C}_{nm}$ und $\Delta\bar{S}_{nm}$ bezeichnet.

Bei dieser Vorgehensweise eignen sich vor allem satellitenbasierte GPMs, welche aus Daten von Schwerefeldmissionen wie GOCE (Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer) abgeleitet sind. Diese GPMs liefern unabhängige und homogene Schwereinformationen, die nicht von den Diskrepanzen im vertikalen Datum betroffen sind (Rummel, 2002). Es ist allerdings zu beachten, dass durch die Messung in Satellitenhöhe und die begrenzte Messbandbreite des Instrumentariums die abgeleiteten GPMs eine eingeschränkte spektrale Auflösung aufweisen ($n_{\max}^{\text{GOCE}} \leq 300$) und sich daher nur zur Darstellung langwelliger Signalanteile ζ^{LW} eignen.

Um Konsistenz zur vollen Spektralinformation der GNSS/Niv-Daten herzustellen, ist es notwendig die GPM-Information um fehlende mittel- und kurzwellige Signalanteile zu erweitern:

$$\zeta = \zeta^{\text{LW}} + \zeta^{\text{MW}} + \zeta^{\text{KW}}, \quad (2.2)$$

wobei die mittelwelligen Anteile ζ^{MW} aus dem hochauflösenden Modell EGM2008 (Pavlis u. a., 2012) mit $n_{\max}^{\text{EGM}} = 2190$ abgeleitet und die verbleibenden hochfrequenten Signale ζ^{KW} mittels Vorwärtsmodellierung aus digitalen Geländemodellen berechnet werden können. Um eine geeignete spektrale Erweiterung in Gl. (2.2) zu erreichen, müssen die Signalkomponenten unter Berücksichtigung ihrer jeweiligen Spektralanteile sorgfältig miteinander kombiniert werden.

2.2 Kombination von GOCE-GPMs und EGM2008

Die spektralen Anteile eines GOCE-GPM und EGM2008 können durch eine Kombination ihrer jeweiligen Kugelfunktionskoeffizienten $(\overline{C}_{nm}^{\text{GOCE}}, \overline{S}_{nm}^{\text{GOCE}})$ und $(\overline{C}_{nm}^{\text{EGM}}, \overline{S}_{nm}^{\text{EGM}})$ miteinander verknüpft werden. Um einen glatten Übergang zwischen beiden Modellen zu erreichen, wird empfohlen hierzu eine Fensterfunktion zu verwenden, die durch einen zentralen Grad N , den sogenannten Kombinationsgrad, und die Fensterbreite dN zu parametrisierten ist.

Die kombinierten Koeffizienten $(\overline{C}_{nm}^{\text{G/E}}, \overline{S}_{nm}^{\text{G/E}})$ können dann durch eine (konvexe) Linearkombination berechnet werden:

$$\begin{cases} \overline{C}_{nm}^{\text{G/E}} \\ \overline{S}_{nm}^{\text{G/E}} \end{cases} = [1 - w(n)] \begin{cases} \overline{C}_{nm}^{\text{GOCE}} \\ \overline{S}_{nm}^{\text{GOCE}} \end{cases} + w(n) \begin{cases} \overline{C}_{nm}^{\text{EGM}} \\ \overline{S}_{nm}^{\text{EGM}} \end{cases}, \quad (2.3)$$

wobei

$$w(n) = \begin{cases} 0, & 0 \leq n \leq N - dN, \\ f(n), & N - dN < n \leq N + dN \leq n_{\text{max}}^{\text{GOCE}}, \\ 1, & N + dN < n \leq n_{\text{max}}^{\text{EGM}}, \end{cases} \quad (2.4)$$

vom Grad n abhängende Gewichtungsfaktoren sind und $f(n) \in (0, 1)$ die verwendete Fensterfunktion ist, wie z. B. eine angepasste Hanning-Fensterfunktion:

$$f(n) = \frac{1}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{\pi(N - dN - n)}{2dN} \right) \right]. \quad (2.5)$$

Unter Verwendung der kombinierten Kugelfunktionskoeffizienten $(\overline{C}_{nm}^{\text{G/E}}, \overline{S}_{nm}^{\text{G/E}})$ für die Synthese in Gl. (2.1), ergibt sich die Höhenanomalie $\zeta^{\text{G/E}}$, die zur Darstellung der lang- und mittelwelligen Signalanteile in Gl. (2.2) genutzt werden kann

$$\zeta^{\text{LW}} + \zeta^{\text{MW}} := \zeta^{\text{G/E}}. \quad (2.6)$$

2.3 Topographische Schwerefeldsignale

Durch die Informationen von hochauflösenden digitalen Geländemodellen (DGMs) kann der Einfluss der topographischen Erdmassen auf das Schwerefeld mittels Vorwärtsmodellierung basierend auf dem Newton-Integral berechnet werden (Heiskanen und Moritz,

1967, S. 3). Im Folgenden wird hierfür eine Vorwärtsmodellierung im Ortsbereich basierend auf der Rock-Water-Ice (RWI)-Methode betrachtet (siehe Grombein u. a., 2014, 2016a). Die RWI-Methode ist durch eine Zerlegung der Erdtopographie in drei Schichten gekennzeichnet, die es erlaubt eine strenge, separate Modellierung der Gesteins-, Wasser-, und Eismassen mit individuellen Dichtewerten durchzuführen.

Für die Massendiskretisierung des Newton-Integrals wird dabei die von Heck und Seitz (2007) entwickelte und von Grombein u. a. (2013) optimierte Tesseroidmethode verwendet. Im Fall der Höhenanomalie ζ ergibt sich der gravitative Einfluss eines einzelnen homogenen Tesseroids mit einem Dichtewert ρ zu

$$\zeta^*(P) = \frac{G\rho}{\gamma} \int_{r_1}^{r_2} \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{r'^2 \cos \varphi'}{\ell} dr' d\varphi' d\lambda', \quad (2.7)$$

wobei G die Newtonsche Gravitationskonstante ist und ℓ den euklidischen Abstand zwischen dem Berechnungspunkt $P(r, \varphi, \lambda)$ und dem laufenden Integrationspunkt $Q(r', \varphi', \lambda')$ bezeichnet. Der gesamte topographische Effekt ergibt sich nach dem Superpositionsprinzip schließlich aus der Summe der Einflüsse der einzelnen Tesseroiden der drei RWI-Schichten ($s = 1, 2, 3$):

$$\zeta^{\text{Topo}} = \sum_{s=1}^3 \zeta_s^*. \quad (2.8)$$

Da die Höhenanomalie ζ^{Topo} in Gl. (2.8) zu allen spektralen Skalen des Schwerefeldes beiträgt, kann diese nicht direkt für die spektrale Erweiterung der GPM-Information verwendet werden, sondern muss zunächst in geeigneter Weise hochpassgefiltert werden. Für diesen Schritt wird meist die weitverbreitete RTM-Methode (Residual Terrain Modelling, Forsberg und Tscherning, 1997) verwendet. Bei dieser Methode wird bei der Vorwärtsmodellierung die Schwerewirkung einer residualen Topographie berechnet, die sich aus der Differenz zwischen einem hochauflösenden DGM und einem geglätteten Modell ergibt und welche daher nur noch langwellige Strukturen aufweist. Die zentrale Annahme, die hinter dieser Vorgehensweise steht, ist die spektrale Übereinstimmung von topographischen Höhen und abgeleiteten Schwerewerten, die allerdings nicht als allgemeingültig angesehen werden kann, siehe z. B. Hirt und Kuhn (2014).

Es wird daher vorgeschlagen, die aus Gl. (2.8) stammenden topographischen Effekte um konsistente Signalanteile ζ^{RWI} des topographischen Schwerefeldmodells RWI_TOPO_2015 (Grombein u. a., 2016a) zu reduzieren. Durch die Wahl eines geeigneten Entwicklungsgrades bei der Synthese können somit die bereits durch die GPM-Information modellierten lang- und mittelwelligen Signalanteile aus den ursprünglichen topographischen Effekten entfernt werden

$$\delta\zeta^{\text{Topo}} = \zeta^{\text{Topo}} - \zeta^{\text{RWI}} =: \zeta^{\text{KW}}. \quad (2.9)$$

Im Gegensatz zur RTM-Methode ermöglicht diese Herangehensweise eine direkte Hochpassfilterung im Schwerebereich.

2.4 Ausgleichungsansatz

Durch Einsetzen von Gl. (2.2) in Gl. (1.2) kann der Höhenoffset δH^i punktweise in jedem GNSS/Niv-Punkt P_j^i separat bestimmt werden. Bedingt durch Approximations- und Messfehler werden die so abgeleiteten Höhenoffsets regional mehr oder weniger stark streuen, so dass die Genauigkeit und Zuverlässigkeit durch eine Mittelwertbildung über einen größeren Bereich bzw. über die gesamte Datumszone gesteigert werden kann. Um zusätzlich systematische Fehler im Nivellementsnetz aufzufangen, wird der unbekannte Höhenoffset δH^i über einen 3-Parameter-Ausgleichungsansatz bestimmt.

Unter Verwendung von

$$\zeta^{\text{GNSS/Niv}} = h - H^i, \quad (2.10)$$

ergibt sich für jeden GNSS/Niv-Punkt P_j^i , dargestellt in geographischen Koordinaten (B_j, L_j) , die folgende Beobachtungsgleichung:

$$\begin{aligned} l_j^i &= \zeta^{\text{GNSS/Niv}} - \zeta^{\text{G/E}} - \delta\zeta^{\text{Topo}} \Big|_{P_j^i} \\ &= \delta H^i + a^i \mathcal{B}_j^i + b^i \mathcal{L}_j^i \end{aligned} \quad (2.11)$$

mit

$$\mathcal{B}_j^i := B_j^i - B_0^i \quad \text{und} \quad \mathcal{L}_j^i := (L_j^i - L_0^i) \cos B_j^i, \quad (2.12)$$

wobei δH^i der unbekannte Höhenoffset im Referenzpunkt (B_0, L_0) ist, und a^i und b^i die Neigungen

des Nivellementsnetzes in Nord/Süd- bzw. Ost/West-Richtung darstellen.

Das auf Gl. (2.11) beruhende funktionale Modell kann durch

$$\vec{l} + \vec{v} = A\vec{x} \quad (2.13)$$

bzw.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} l_1^i + v_1^i \\ l_2^i + v_2^i \\ \vdots \\ l_{m_i}^i + v_{m_i}^i \end{pmatrix}}_{\vec{l} + \vec{v}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & \mathcal{B}_1^i & \mathcal{L}_1^i \\ 1 & \mathcal{B}_2^i & \mathcal{L}_2^i \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \mathcal{B}_{m_i}^i & \mathcal{L}_{m_i}^i \end{pmatrix}}_A \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} \delta H^i \\ a^i \\ b^i \end{pmatrix}}_{\vec{x}} \quad (2.14)$$

angegeben werden, wobei \vec{l} der Beobachtungsvektor, \vec{v} der Spaltenvektor der Verbesserungen, A die Designmatrix und \vec{x} der Vektor der Unbekannten ist. Durch Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate können schließlich der Höhenoffset und die Neigungen für jede Datumszone σ^i über

$$\vec{\hat{x}} = \mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \mathbf{P} \cdot \vec{l} \quad (2.15)$$

geschätzt werden, wobei $\mathbf{N} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A}$ die Normalgleichungsmatrix und \mathbf{P} die Gewichtsmatrix ist, welche durch ein zusätzliches stochastisches Modell festgelegt werden kann.

3 Fixes geodätisches Randwertproblem

Während die abgeleiteten Höhenoffsets mit dem ersten Verfahren in einem cm–dm Genauigkeitsbereich liegen, wird die Genauigkeit beim zweiten Verfahren durch die zusätzlich Verwendung terrestrischer Schweremessungen weiter erhöht. Hierzu wird die in Gl. (1.2) benötigte Höhenanomalie ζ durch die Lösung eines geodätischen Randwertproblems (GRWP) in den GNSS/Niv-Punkten bestimmt. Im Gegensatz zu Studien basierend auf dem klassischen skalar-freien GRWP (Rummel und Teunissen, 1988; Gerlach und Rummel, 2013) wird hierbei eine alternative Methodik auf der Grundlage des fixen GRWP vorgeschlagen.

3.1 Grundlagen

In der modernen Formulierung des fixen GRWP werden Schwerestörungen

$$\delta g := g - \gamma(\varphi, h) \approx - \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_S \quad (3.1)$$

als Randwerte verwendet, die als Differenz zwischen gemessener Schwere g und Normalschwere $\gamma(\varphi, h)$ an der Erdoberfläche S definiert sind. Für die Berechnung der Normalschwere muss die ellipsoidische Höhe h der Punkte bekannt sein, z. B. durch den Einsatz von GNSS-Positionierungsverfahren.

In konstanter Radiusapproximation kann die analytische Lösung des fixen GRWP durch die sphärische Integralformel von Hotine angegeben werden (Hotine, 1969, S. 311ff.; Heck, 2011). Im Falle der Höhenanomalie ergibt sich

$$\zeta = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} \delta g \cdot H(\psi) d\sigma, \quad (3.2)$$

wobei ψ die sphärische Distanz zwischen den Positionsvektoren des Berechnungs- und des laufenden Integrationspunktes auf der Kugel mit dem Radius R ist. Die Oberfläche der Einheitskugel ist mit σ , das zugehörige Oberflächenelement mit $d\sigma$ bezeichnet. Die unter dem Integral auftretende Kernfunktion $H(\psi)$ wird Hotine-Funktion genannt und ergibt sich aus einer Reihenentwicklung nach Legendreschen Polynomen P_n :

$$H(\psi) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{n+1} P_n(\cos \psi). \quad (3.3)$$

3.2 Erweiterung auf Schwereanomalien

Die praktische Auswertung von Gl. (3.2) wird dadurch erschwert, dass für die meisten (historischen) Schwere messpunkte vor dem GNSS-Zeitalter keine ellipsoidische Höhe h bestimmt werden konnte und somit eine Berechnung von Schwerestörungen nach Gl. (3.1) nicht möglich ist. Stattdessen wurden meist Schwereanomalien (Heiskanen und Moritz, 1967, S. 291 ff.)

$$\Delta g := g - \gamma(\varphi, H) \approx \left(- \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{2\gamma}{r} \zeta \right) \Big|_{\Sigma} \quad (3.4)$$

verwendet, wobei die Normalschwere $\gamma(\varphi, H)$ am Telluroid Σ in der Normalhöhe H ausgewertet wird. Bei Betrachtung einer lokalen Datumszone σ^i sind

Schwereanomalien aufgrund der Abhängigkeit von der Normalhöhe H^i im lokalen Datum ebenfalls durch den Höhenoffset δH^i verfälscht (Heck, 1990; Heck und Seitz, 2017).

Durch Kombination der Randbedingungen in den Gl. (3.1) und (3.4) können Schwerestörungen δg in linearer Approximation als eine Funktion der Schwereanomalien Δg^i im lokalen Datum und des Höhenoffsets δH^i angegeben werden:

$$\delta g \approx \Delta g^i + \frac{2}{r} T + \frac{2\gamma}{r} \delta H^i, \quad (3.5)$$

wobei das zunächst unbekannte Störpotential T aus einem a priori Schwerefeldmodell zu berechnen ist.

3.3 Ausgleichungsansatz

Wie ausführlich in Grombein u. a. (2016b) dargelegt, führt die Kombination von Gl. (1.2), (3.2) und (3.5) schließlich zur Beobachtungsgleichung

$$\begin{aligned} l_j^i &= \zeta^{\text{GNSS/Niv}} - \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} \left(\Delta g^i + \frac{2}{R} T \right) \cdot H(\psi) d\sigma \Big|_{P_j^i} \\ &= \delta H^i + a^i \mathcal{B}_j^i + b^i \mathcal{L}_j^i + \sum_{k=1}^n \delta H^k \cdot \mathcal{G}_j^{i,k} \end{aligned} \quad (3.6)$$

mit

$$\mathcal{G}_j^{i,k} := \frac{1}{2\pi} \iint_{\sigma^k} H(\psi) d\sigma \Big|_{P_j^i}. \quad (3.7)$$

Hieraus ergibt sich das funktionale Modell zu

$$\vec{l} + \vec{v} = A \vec{x} \quad (3.8)$$

mit

$$l \vec{+} v = \left(l_1^1 + v_1^1 \quad l_2^1 + v_2^1 \quad \dots \quad l_1^2 + v_1^2 \quad \dots \quad l_{m_n}^n + v_{m_n}^n \right)^T,$$

$A =$

$$\begin{pmatrix} 1 + G_1^{1,1} & \mathcal{B}_1^1 & \mathcal{L}_1^1 & G_1^{1,2} & 0 & 0 & \dots & G_1^{1,n} & 0 & 0 \\ 1 + G_2^{1,1} & \mathcal{B}_2^1 & \mathcal{L}_2^1 & G_2^{1,2} & 0 & 0 & \dots & G_2^{1,n} & 0 & 0 \\ \vdots & & & & & & & & & \\ G_1^{2,1} & 0 & 0 & 1 + G_1^{2,2} & \mathcal{B}_1^2 & \mathcal{L}_1^2 & \dots & G_1^{2,n} & 0 & 0 \\ \vdots & & & & & & & & & \\ G_{m_n}^{n,1} & 0 & 0 & G_{m_n}^{n,2} & 0 & 0 & \dots & 1 + G_{m_n}^{n,n} & \mathcal{B}_{m_n}^n & \mathcal{L}_{m_n}^n \end{pmatrix}$$

und

$$\vec{x} = \left(\delta H^1 \ a^1 \ b^1 \ \delta H^2 \ a^2 \ b^2 \ \dots \ \delta H^n \ a^n \ b^n \right)^T,$$

wobei die Unbekannten wiederum aus einer Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate nach Gl. (2.15) bestimmt werden können.

Aufgrund der globalen Integration und der Abhängigkeiten durch die indirekten Höhenoffsets δH^k ist im Gegensatz zum ersten Verfahren zunächst keine separate Auswertung pro Datumszone möglich. Stattdessen müssen die Höhenoffsets aller Datumszonen gemeinsam geschätzt werden.

3.4 Einschränkung des globalen Integrationsbereiches

Für eine praktische Umsetzung des zweiten Verfahrens sind insbesondere hinsichtlich der eingeschränkten Verfügbarkeit von terrestrischen Schweremessungen weitere Anpassungen notwendig. Hierzu ist der globale Integrationsbereich ausgehend vom jeweiligen Berechnungspunkt auf eine innere Zone zu beschränken, innerhalb derer regional hochauflösende Schweredaten vorliegen.

Wie im Fall der Stokeschen Integralformel im skalarfreien GRWP nachgewiesen wurde, kann durch eine geeignete Modifikation der Kernfunktion im Bereich der inneren Zone der dabei entstehende Abbruchfehler minimiert werden. Hierbei gilt allgemein für eine Zielgröße F , Randwerte $f(\varphi, \lambda)$ und eine Kernfunktion $K(\psi)$ mit einer Konstanten k :

$$\begin{aligned} F &= k \iint_{\sigma} f(\varphi, \lambda) \cdot K(\psi) \, d\sigma \\ &= k \int_{\psi=0}^{\psi_{\max}} \int_{\alpha=0}^{2\pi} f(\varphi, \lambda) \cdot K(\psi) \, d\sigma + \delta F_{\text{TE}}, \end{aligned} \quad (3.9)$$

wobei (ψ, α) die auf den Berechnungspunkt bezogenen Polarkoordinaten sind, ψ_{\max} ist die maximale sphärische Distanz der inneren Zone und δF_{TE} der durch die Beschränkung der Integration verursachte Abbruchfehler in der resultierenden Zielgröße F (Truncation Error). Ziel ist es den Einfluss des Abbruchfehlers soweit zu reduzieren, dass er entsprechend den Genauigkeitsanforderungen vernachlässigt werden kann.

Eine Möglichkeit um eine schnelle Konvergenz des Abbruchfehlers zu erreichen, ist die Forderung nach Stetigkeit (vgl. Jekeli, 1981). Betrachtet man den Abbruchfehler

$$\delta F_{\text{TE}} = k \int_0^{2\pi} \int_0^{\psi_{\max}} f(\varphi, \lambda) \cdot \Delta K(\psi) \, d\sigma, \quad (3.10)$$

so weist der eingeführte Integralkern

$$\Delta K(\psi) = \begin{cases} 0, & \psi \leq \psi_{\max}, \\ K(\psi), & \psi > \psi_{\max}, \end{cases} \quad (3.11)$$

an der Stelle ψ_{\max} im Allgemeinen eine Unstetigkeit auf, die durch die Bedingung $K(\psi_{\max}) = 0$ behoben werden kann. Ausgehend von der ursprünglichen Kernfunktion $K(\psi)$ ist es daher zweckmäßig, eine modifizierte Kernfunktion $\tilde{K}(\psi)$ zu verwenden, mit dem Ziel die Lage der ersten Nullstelle von $K(\psi)$ an die Gebietsgröße der inneren Zone anzupassen.

Im Folgenden werden die drei deterministischen Modifikationsverfahren nach Meissl (Meissl, 1971), Wong und Gore (Wong und Gore, 1969) und Heck und Grüninger (Heck und Grüninger, 1987) betrachtet und für den Fall des fixen GRWP auf die Hotine-Funktion $H(\psi)$ übertragen.

Bei der Modifikation nach Meissl wird der Wert der Kernfunktion am Integrationsradius ψ_{\max} durch Subtraktion des konstanten Funktionswerts $H(\psi_{\max})$ zu Null gesetzt:

$$\tilde{H}_{\text{M}, \psi_{\max}}(\psi) = \begin{cases} H(\psi) - H(\psi = \psi_{\max}), & \psi \leq \psi_{\max}, \\ 0, & \psi > \psi_{\max}. \end{cases} \quad (3.12)$$

Hierdurch wird C^0 -Stetigkeit der modifizierten Kernfunktion erreicht.

Ausgehend von der Reihendarstellung der Kernfunktion in Gl. (3.3) werden bei der Modifikation nach Wong und Gore die spektralen Anteile der Legendreschen Polynome bis zum Grad $\tau - 1$ entfernt

$$\tilde{H}_{\text{WG}, \tau}(\psi) = \begin{cases} H(\psi) - \sum_{n=0}^{\tau-1} \frac{2n+1}{n+1} P_n(\cos \psi), & \psi \leq \psi_{\max}, \\ 0, & \psi > \psi_{\max}, \end{cases} \quad (3.13)$$

wodurch bei der Integration die langwelligen Anteile aus den Schweredaten herausgefiltert werden. Um C^0 -Stetigkeit der modifizierten Kernfunktion zu erreichen, ist es sinnvoll den Integrationsradius ψ_{\max} mit der ersten Nullstelle von $\tilde{H}_{\text{WG},\tau}(\psi)$ zu identifizieren.

Die Modifikation nach Heck und Grüniger beruht auf einer Kombination von Gl. (3.12) und (3.13). Der Integrationsradius ψ_{\max} wird hier dem ersten Minimum von $\tilde{H}_{\text{WG},\tau}(\psi)$ gleichgesetzt, anschließend wird der Funktionswert an dieser Stelle subtrahiert:

$$\tilde{H}_{\text{HG},\tau^*}(\psi) = \begin{cases} \tilde{H}_{\text{WG},\tau^*}(\psi) - \tilde{H}_{\text{WG},\tau^*}(\psi = \psi_{\max}), & \psi \leq \psi_{\max}, \\ 0, & \psi > \psi_{\max}. \end{cases} \quad (3.14)$$

Hierdurch wird C^1 -Stetigkeit und somit eine weitere Glättung erreicht.

Als zusätzliche Maßnahme bei der Einschränkung des Integrationsradius empfiehlt sich die Einbeziehung von langwelligen GPM-Informationen im Rahmen eines Remove-Compute-Restore-Ansatzes (RCR, Forsberg, 1984). Hierdurch sollen insbesondere systematische Fehlereinflüsse bei der gravimetrischen Schwerfeldbestimmung reduziert werden. Im Remove-Step werden von den gemessenen Schwerestörungen δg zunächst synthetisierte Werte δg^{GPM} eines GPM abgezogen. Die resultierenden residualen Schwerestörungen werden im Compute-Step mittels Gl. (3.2) in Höhenanomalien feldtransformiert. Um die vollständige Höhenanomalie ζ zu erhalten, werden im Restore-Step durch erneute Auswertung des GPM schließlich wieder konsistente langwellige Anteile ζ^{GPM} hinzuaddiert.

Werden beide Maßnahmen zusammengefasst, so resultiert aus Gl. (3.2) schließlich

$$\zeta = \zeta^{\text{GPM}} + \frac{R}{4\pi\gamma} \int_{\psi=0}^{\psi_{\max}} \int_{\alpha=0}^{2\pi} (\delta g - \delta g^{\text{GPM}}) \cdot \tilde{H}(\psi) d\sigma. \quad (3.15)$$

4 Zusammenfassung und Ausblick

Zur Realisierung eines einheitlichen globalen Höhendatums wurden in diesem Beitrag zwei Verfahren vorgeschlagen. Im ersten Verfahren werden

aktuelle Geopotentialmodelle (GPMs) der GOCE-Satellitenmission, die ein globales einheitliches Bezugsniveau realisieren, zur Verknüpfung von Höhensystemen verwendet. Hierbei werden Höhenoffsets in einer Ausgleichung nach der Methode kleinster Quadrate durch den Vergleich von satellitenbasierten GPM-Informationen mit denen aus GNSS/Nivellementpunkten (GNSS/Niv-Punkte) geschätzt. Die eingeschränkte spektrale Auflösung der GPMs ist dabei zu erweitern, was in der Regel durch eine Kombination mit dem hochauflösenden Modell EGM2008 geschieht. Im Vergleich zu klassischen Vorgehensweisen wurden hierbei zwei wesentliche Optimierungen vorgestellt: (i) Spektrale Kombination von GOCE-GPMs und EGM2008 mittels einer Hanning-Fensterfunktion und (ii) Berücksichtigung von topographischen Effekten durch eine residuale Vorwärtsmodellierung basierend auf einer Hochpassfilterung im Schwerebereich.

Im Rahmen einer numerischen Studie wurde das erste Verfahren auf repräsentative Testgebiete in Deutschland, Österreich und Brasilien angewendet (siehe Grombein u. a., 2017b). Hierbei konnte gezeigt werden, dass die Berücksichtigung von hochfrequenten topographischen Effekten für die Schätzung von Höhenoffsets mit cm- bis dm-Genauigkeit sehr wichtig ist. Da das satellitenbasierte Verfahren ohne terrestrische Punktschweremessungen auskommt, eignet es sich vor allem für den Einsatz in Entwicklungs- und Schwellenländern mit geringer geodätischer Infrastruktur.

Für eine hochgenaue Höhenoffsetbestimmung, wurde in einem zweiten Verfahren eine neue, innovative Vorgehensweise basierend auf einem fixen geodätischen Randwertproblem (GRWP) vorgeschlagen. Hierzu wird das GRWP in den jeweiligen GNSS/Niv-Punkten gelöst und die Datumparameter im Rahmen eines Ausgleichungsansatzes als Zusatzparameter geschätzt. Im Gegensatz zum ersten Verfahren sind hierzu terrestrische Schweremessungen als Datengrundlage erforderlich. Wie im Rahmen einer Closed-Loop-Simulation gezeigt werden konnte, ist mit diesem Verfahren eine mm-Genauigkeit für die zu schätzenden Höhenoffsets prinzipiell möglich (siehe Grombein u. a., 2016b).

Aufgrund der beschränkten Verfügbarkeit von hochgenauen terrestrischen Schweremessungen musste für die praktische Umsetzung des Verfahrens der globale Integrationsradius der Hotine-Integration allerdings

stark eingeschränkt werden. Um den Einfluss des dabei entstehenden Abbruchfehlers zu reduzieren, wird vorgeschlagen eine geeignete Modifikation des Hotine-Integralkerns sowie die zusätzliche Einbindung eines GPM in einem Remove-Compute-Restore-Ansatz zu verwenden. Simulationen in Porz u. a. (2017) haben gezeigt, dass hierdurch für einen in der Praxis realistischen Integrationsradius von $\psi_{\max} = 3^\circ$ der entstehende Abbruchfehler im Rahmen der Genauigkeitsanforderungen vernachlässigt werden kann. Aufbauend auf diesen Erkenntnissen wurde das zweite Verfahren auf einen zusammengestellten terrestrischen Schwere-datensatz in Mitteleuropa zur Schätzung der Höhenoffsets von Deutschland, Österreich und der Schweiz angewendet und erste Ergebnisse in Grombein u. a. (2017a) vorgestellt.

Danksagung

Die Autoren bedanken sich bei der Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) für die finanzielle Unterstützung des Projektes „Methodische und numerische Untersuchungen zur Festlegung eines einheitlichen globalen vertikalen Datums“ unter den Fördernummern HE1433/20-1 und HE1433/20-2.

Literatur

- Altamimi, Z., Rebischung, P., Métivier, L. und Collilieux, X. (2016): ITRF2014: A new release of the international terrestrial reference frame modeling nonlinear station motions. *Journal of Geophysical Research* 121(8):6109–6131. DOI: 10.1002/2016JB013098.
- Forsberg, R. (1984): A study of terrain reductions, density anomalies and geophysical inversion methods in gravity field modelling. Report 355. Department of Geodetic Science und Surveying, The Ohio State University, Columbus, USA.
- Forsberg, R. und Tscherning, C. C. (1997): Topographic effects in gravity field modelling for BVP. In: Sansò, F., und Rummel, R. (Hrsg.) Geodetic boundary value problems in view of the one centimeter geoid, *Lecture Notes in Earth Sciences*, vol. 65. Springer Berlin Heidelberg, S. 239–272. DOI: 10.1007/BFb0011707.
- Gerlach, C. und Rummel, R. (2013): Global height system unification with GOCE: a simulation study on the indirect bias term in the GBVP approach. *Journal of Geodesy* 87(1):57–67. DOI: 10.1007/s00190-012-0579-y.
- Grombein, T., Luo, X., Seitz, K. und Heck, B. (2014): A wavelet-based assessment of topographic-isostatic reductions for GOCE gravity gradients. *Surveys in Geophysics* 35(4):959–982. DOI: 10.1007/s10712-014-9283-1.
- Grombein, T., Porz, L., Seitz, K. und Heck, B. (2017a): On the practical realization of the fixed GBVP approach for a unification of height systems in Central Europe. In: IAG-IASPEI Joint Scientific Assembly 2017. Kobe, Japan, 30. Juli–4. Aug. 2017.
- Grombein, T., Seitz, K. und Heck, B. (2013): Optimized formulas for the gravitational field of a tesseroid. *Journal of Geodesy* 87(7):645–660. DOI: 10.1007/s00190-013-0636-1.
- Grombein, T., Seitz, K. und Heck, B. (2016a): The Rock-Water-Ice topographic gravity field model RWI_TOPO_2015 and its comparison to a conventional rock-equivalent version. *Surveys in Geophysics* 37(5):937–976. DOI: 10.1007/s10712-016-9376-0.
- Grombein, T., Seitz, K. und Heck, B. (2016b): Height system unification based on the fixed GBVP approach. In: Rizos, C., und Willis, P. (Hrsg.) IAG 150 years, *International Association of Geodesy Symposia*, vol. 143. Springer Berlin Heidelberg, S. 305–311. DOI: 10.1007/1345_2015_104.
- Grombein, T., Seitz, K. und Heck, B. (2017b): On high-frequency topography-implied gravity signals for height system unification using GOCE-based global geopotential models. *Surveys in Geophysics* 38(2):443–477. DOI: 10.1007/s10712-016-9400-4.
- Heck, B. (1990): An evaluation of some systematic error sources affecting terrestrial gravity anomalies. *Bulletin Géodésique* 64(1):88–108. DOI: 10.1007/BF02530617.
- Heck, B. (2011): A Brovar-type solution of the fixed geodetic boundary-value problem. *Studia Geophysica et Geodetica* 55(3):441–454. DOI: 10.1007/s11200-011-0025-2.
- Heck, B. und Grüniger, W. (1987): Modification of Stokes’s integral formula by combining two classical approaches. In: Proceedings of the IAG General Assembly, XIX IUGG General Assembly. Vancouver, Canada, 9.–22. Aug. 1987. *International Association of Geodesy Symposia*. Bureau Central de l’IAG, Paris, S. 319–337.
- Heck, B. und Seitz, K. (2007): A comparison of the tesseroid, prism and point-mass approaches for mass reductions in gravity field modelling. *Journal of Geodesy* 81(2):121–136. DOI: 10.1007/s00190-006-0094-0.
- Heck, B. und Seitz, K. (2017): Molodenski – quo vadis? – Aktueller Stand und künftige Entwicklungen des Geodätischen Randwertproblems. In: Rummel, R. (Hrsg.) Erdmessung und Satellitengeodäsie: Handbuch der Geodäsie, *Springer Reference Naturwissenschaften*. Springer Berlin Heidelberg, S. 123–154. DOI: 10.1007/978-3-662-47100-5_14.
- Heiskanen, W. A. und Moritz, H. (1967): Physical geodesy. W. H. Freeman & Co., San Francisco, USA.
- Hirt, C. und Kuhn, M. (2014): Band-limited topographic mass distribution generates full-spectrum gravity field: gravity forward modeling in the spectral and spatial domains revisited. *Journal of Geophysical Research* 119(4):3646–3661. DOI: 10.1002/2013JB010900.
- Hotine, M. (1969): Mathematical geodesy. ESSA Monograph 2, US Department of Commerce, Washington, USA.
- Jekeli, C. (1981): Modifying Stokes’s function to reduce the error of geoid undulation computations. *Journal of Geophysical Research* 86(B8):6985–6990. DOI: 10.1029/JB086iB08p06985.
- Kutterer, H. und Neilan, R. (2016): Global Geodetic Observing System (GGOS). *The Geodesists Handbook 2016*, *Journal of Geodesy* 90(10):1079–1094. DOI: 10.1007/s00190-016-0948-z.
- Meissl, P. (1971): A study of covariance functions related to the Earth’s disturbing potential. Report 151. Department of Geodetic Science und Surveying, The Ohio State University, Columbus, USA.
- Pavlis, N. K., Holmes, S. A., Kenyon, S. C. und Factor, J. K. (2012): The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008. *Journal of Geophysical Research* 117:B04406. DOI: 10.1029/2011JB008916.
- Porz, L., Grombein, T., Seitz, K., Heck, B. und Wenzel, F. (2017): Height system unification based on the Fixed Geodetic Boundary Value Problem with limited availability of gravity data. In: General Assembly of the European Geosciences Union 2017. Vienna, Austria, 23.–28. Apr. 2017. *Geophysical Research Abstracts*, vol. 19. EGU2017-15614.
- Rummel, R. (2002): Global unification of height systems and GOCE. In: Sideris, M. G. (Hrsg.) Gravity, geoid and geodynamics 2000, GGG2000 IAG International Symposium. Banff, Alberta, Canada, 31. Juli–4. Aug. 2000. *International Association of Geodesy Symposia*, vol. 123. Springer Berlin Heidelberg, S. 13–20. DOI: 10.1007/978-3-662-04827-6_3.
- Rummel, R. und Teunissen, P. (1988): Height datum definition, height datum connection and the role of the geodetic boundary value problem. *Bulletin Géodésique* 62(4):477–498. DOI: 10.1007/BF02520239.
- Wong, L. und Gore, R. (1969): Accuracy of geoid heights from modified Stokes kernels. *Geophysical Journal International* 18(1):81–91. DOI: 10.1111/j.1365-246X.1969.tb00264.x.

Geringe Unsicherheit und ein hoher Grad des Vertrauens – zum Abschied von Bernhard Heck

Maria Hennes

Geodätisches Institut, Karlsruher Institut für Technologie
E-Mail: maria.hennes@kit.edu

Zusammenfassung

Die Metrologie lehrt, dass eine Messgröße ohne Angabe der Messunsicherheit, die dem Messwert vernünftigerweise zuzuordnende Streubreite, wertlos ist. Dieser Beitrag zeigt den Mehrwert der Messunsicherheit unter Angabe des Grades des Vertrauens gegenüber der bisher in der Geodäsie gebräuchlichen empirischen Standardabweichung auf und schlägt den Bogen zur Zusammenarbeit mit meinem Kollegen Bernhard Heck.

1 Motivation

In der Bandbreite möglicher Typen von Festschriftbeiträgen zwischen wissenschaftlichem Fachbeitrag und persönlichem Gruß habe ich mich für eine Kombination entschieden, mit der ich zeigen möchte, dass sich gewisse, zunächst sehr fach-spezifisch erscheinende Zusammenhänge auch auf andere Aspekte übertragen lassen. Allem voran möchte ich mit diesem Beitrag meinem Kollegen Bernhard Heck meinen Dank aussprechen für die hervorragende Zusammenarbeit in mehr als 17 Jahren gemeinsamen Schaffens am GIK. „Unsicherheit“ und „Grad des Vertrauens“ sind Begriffe, die auch eng mit der Thematik Messunsicherheit verknüpft sind. Diese Thematik verbindet alle Disziplinen, die sich mit qualitativ hochwertiger Messung und Vermessung beschäftigen. Gleichwohl lassen sich auch Analogien in Bezug auf die Zusammenarbeit unter den Kollegen finden.

2 Das Wesen der Messunsicherheit

Qualität ist hier im Sinne der DIN-EN-ISO-9000:2015-11 (2015) zu verstehen, die Qualität als den Grad, in dem ein Satz inhärenter Merkmale eines

Objekts Anforderungen erfüllt, definiert. Im Kontext des (Ver-)Messens ist eine Messgröße oder Zielgröße qualitativ hochwertig, wenn sie die Anforderung hoher Genauigkeit in Bezug auf die inhärenten, also innewohnenden Merkmale erfüllt. Alle innewohnenden Merkmale tragen zu den Abweichungen der Messwerte vom idealen Wert, dem Sollwert, bei und führen zu mehr oder weniger variierenden bzw. streuenden Beobachtungen.

Bekanntlich ist die Messunsicherheit ein dem Messergebnis zugeordneter Parameter, der die Streuung der Werte kennzeichnet, die in vernünftiger Weise dem Messergebnis zugeordnet werden kann (nach Definition JCGM (2008), vgl. auch Krystek (2012)). Damit ist ein ganz wesentliches Merkmal der Messunsicherheit genannt, nämlich, dass die Messunsicherheit eine realistische und vertrauenswürdige Angabe der möglichen Schwankungs- bzw. Streubreite eines Messergebnisses oder einer Zielgröße darstellt, wobei alle zur Abweichung beitragenden Einflüsse berücksichtigt werden. Demzufolge kann sie in der Regel nicht vollständig empirisch aus stochastisch streuenden Messdaten berechnet werden. Dies kann zum einen durch den zu kleinen Stichprobenumfang verursacht sein. Zum

Erschienen bei KIT Scientific Publishing
Schriftenreihe des Studiengangs
Geodäsie und Geoinformatik 2018,1

DOI Einzelbeitrag:
10.5445/KSP/1000080218

Festschrift zur Verabschiedung von
Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. Bernhard Heck
(Schw)Ehre, wem (Schw)Ehre gebührt

DOI Festschrift:
10.5445/KSP/1000080324



Dieses Werk ist lizenziert unter einer
Creative Commons Namensnennung
- Weitergabe unter gleichen Bedin-
gungen 4.0 International Lizenz (CC BY-SA 4.0): <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.en>

anderen wird es kaum möglich sein, die Stichprobe messtechnisch so zu erfassen, dass sich während der Messung alle wirkenden Einflüsse in der Stichprobe in Form von charakterisierenden Schwankungen in der Messgröße selbst zeigen. Diese Einflüsse sind aber trotzdem (als unbekannt und manchmal sogar systematisch wirkende Abweichungen) vorhanden und beeinflussen die Belastbarkeit des Messergebnisses. Derartige Abweichungen vom tatsächlichen Wert sind heimtückisch, weil sie in der empirischen Datenerhebung nicht erkannt werden können, aber das Messergebnis trotzdem verfälschen – und zwar mehr, als die klassisch empirisch abgeleitete Standardabweichung vermuten lässt. Der Nutzer des Messergebnisses (oder der abgeleiteten Zielgröße) benötigt aber belastbares Wissen über die zu erwartende Schwankungsbreite der Zielgröße einschließlich derartiger potentieller unbekannter systematisch wirkender Einflüsse.

Derartige Abweichungen, die zusätzlich zu den in den (Wiederholungs-)Messungen enthaltenen zufälligen Streuungen die Qualität der Zielgröße charakterisieren, werden – im Gegensatz zur klassisch empirisch ermittelten Standardabweichung – durch die Messunsicherheit abgedeckt. Sie liefert – auch wenn sie mit Unsicherheit bezeichnet wird – eine Sicherheit, nämlich diejenige, dass der Metrologe (sei es nun der Wissenschaftler oder der Ingenieur) davon ausgehen kann, dass vernünftigerweise keine weiteren Beiträge zu erwarten sind, die die Qualität des Messergebnisses darüber hinaus verschlechtern. Dies ist von zentraler Bedeutung, da eine empirisch ermittelte Standardabweichung in der Regel – und naturgemäß – die Situation viel zu optimistisch beschreibt: unter Umständen gilt sie nur für Wiederholbedingungen und erlaubt noch nicht einmal eine Aussage über die Reproduzierbarkeit (die ebenfalls nicht zwingend alle verfälschenden Ursachen enthält).

Dies gilt auch für Standardabweichungen, die im Rahmen einer Ausgleichsrechnung erhalten werden, denn naturgemäß kann dieser Rechenprozess auch nur diejenigen Schwankungen berücksichtigen, die während der Datenerhebung in Form von Variationen der gemessenen Größe selbst aufgetreten sind. Denn der nachfolgende (!) Ausgleichsprozess garantiert

naturgemäß nicht, dass während der Messung selbst alle Abweichungen, die auf den Messwert wirken, in schwankender Form aufgetreten sind und sich in den Beobachtungen niedergeschlagen haben. Diese an sich triviale Feststellung wird allerdings oft übersehen. Die Messunsicherheit hingegen ist ein sicheres, verlässliches und belastbares Qualitätsmaß, wenn sie sachgerecht und nachvollziehbar ermittelt wird.

Der Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen (Guide to the expression of uncertainty in measurement, GUM, vgl. JCGM (2008)¹) sieht daher nicht nur die Berücksichtigung aller Einflüsse vor, sondern empfiehlt auch die Auflistung aller berücksichtigten Unsicherheitsquellen, um einen Überblick zu geben, inwieweit Vollständigkeit erreicht wurde. Die Formulierung dieses Leitfadens als praxisnahe Handreichung täuscht allerdings darüber hinweg, dass die dort dargelegte Vorgehensweise konsistent mit dem Bayes-Theorem ist, das es erlaubt, (Vor-)Wissen über eine Größe mit der ihm zugehörigen Wahrscheinlichkeit zu berücksichtigen. In Fall der Messunsicherheit besteht das Vorwissen in der Kenntnis des Betrags einer möglicherweise auftretenden Messabweichung und ihrer Wahrscheinlichkeit des Auftretens (vgl. auch Weiser und Wöger (1999)).

3 Zur Berechnung der Messunsicherheit

Die Messunsicherheit kann sowohl für unmittelbar gemessene Größen, als auch für aus Messungen abgeleitete Zielgrößen ermittelt werden. Im Folgenden werden die einzelnen Schritte dokumentiert.

- a) Entscheidend ist die vollständige Erfassung aller wirkenden Einflüsse, denn alles, was vernachlässigt und übersehen wird, schadet der Qualität der berechneten Messunsicherheit und damit der Beurteilbarkeit des Messergebnisses. Als Werkzeug für die möglichst vollständige Ermittlung aller Einflüsse eignet sich ein Ishikawa-Diagramm. Die Modifizierung für eine Anwendung des Vermessungswesens zeigt Hennes (2007).

¹Das Joint-Committee for Guides in Metrology (JCGM) hat den 1993 erschienenen korrespondierenden ISO-Guide mit redaktionellen Änderungen für nicht-kommerziellen Gebrauch publiziert. Die deutsche Übersetzung ist als DIN-Vornorm ENV V 13005 im Umlauf.

- b) Die jeweilige Schwankungsbandbreite der einzelnen Einflüsse mitsamt der statistischen Verteilung ist festzustellen. Die Standardunsicherheit kann bei Vorliegen von geeignetem Datenmaterial als Standardabweichung aus empirischen Messreihen berechnet werden. Bei ausreichendem Stichprobenumfang kann auch die statistische Verteilung ermittelt werden. Sollten lediglich die Grenzen der Schwankungsbreite bekannt sein, kann unter der Annahme einer plausiblen Verteilung die Transformation in die Standardabweichung bzw. die Standardunsicherheit erfolgen. Beispielsweise handelt es sich bei digital erfassten Werten um eine Gleichverteilung innerhalb des kleinsten Anzeigewertes (Quantisierungsfehler), so dass sich gemäß

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx \quad (3.1)$$

mit $f(x) = 1$ die Standardabweichung σ_Q für den durch Quantifizierung eingebrachten Unsicherheitsbeitrag durch Division des kleinsten Quantisierungsschritts durch $\sqrt{12}$ ergibt.

Bei fehlendem statistischen Datenmaterial zur Ableitung von Standardabweichungen empfiehlt es sich also, Grenzen der möglichen Schwankungsbreite und die Verteilung innerhalb des Intervalls heranzuziehen, oder sogar die Standardabweichung² abzuschätzen, um eine verlässliche Gesamt-Messunsicherheit berechnen zu können. In der bisherigen Anwendung der Varianzfortpflanzung werden allerdings oft Einflüsse ignoriert, deren Beträge mangels geeigneter empirischer Datengrundlage abgeschätzt werden müssten. Eine derartige Vernachlässigung bekannter Variationen stellt jedoch die Verlässlichkeit (Vertrauenswürdigkeit) des Genauigkeitsmaßes weit mehr in Frage als eine vernünftige Abschätzung ihrer Variationsbandbreite (ohne empirische Datengrundlage). Um die Berücksichtigung von zusätzlichem Wissen über die Messwertvariation, das erst zu einem späteren Zeitpunkt verfügbar ist, zu vereinfachen, empfiehlt sich die tabellenartige Dokumentation aller Unsicherheitsbeiträge und der damit verknüpften Annahmen.

- c) Um die Wirkung der einzelnen Einflüsse auf die Zielgröße zu erkennen, müssen alle Einflüsse in das funktionale Modell der Zielgröße einfließen. Aufgrund des funktionalen Modells zwischen Messgröße(n) und Zielgröße ist auf das Vorliegen systematisch wirkender Einflüsse zu prüfen. Diese sind soweit möglich durch entsprechende Korrekturen im funktionalen (deterministischen) Modell zu beseitigen. Die Wirkung eines systematischen Einflusses, dessen aktuelle Größe unbekannt und dessen mögliche Streubreite bekannt ist, wird durch (ggf. zusätzliche) Parametrisierung im deterministischen Modell berücksichtigt und bei der Berechnung der Zielgröße im deterministischen Modell mit einem entsprechenden Wert belegt (wenn der Einfluss additiv wirkt, z. B. mit Null). Dies garantiert die wirkungsgerechte Berücksichtigung bei der Bestimmung der Messunsicherheit.
- d) Durch Bilden des totalen Differentials wird die Wirkung der einzelnen Einflüsse offensichtlich, oder anders gesagt, es wird deutlich, wie sensitiv die Zielgröße auf jeden einzelnen Einfluss reagiert. Jedes Differential wird daher als Sensitivitätskoeffizient bezeichnet. Die Analyse von Sensitivitätskoeffizienten kann vorteilhaft bei der Optimierung von Messanordnungen genutzt werden.
- e) Analog dem Varianzfortpflanzungsgesetz werden die einzelnen Einflüsse auf die Zielgröße fortgepflanzt: die Wurzel aus der Quadratsumme aller mit dem jeweiligen Differential gewichteten Standardunsicherheiten wird kombinierte Messunsicherheit genannt. Dieser Ansatz folgt einer seit langem in der Geodäsie angewendeten Methode, die bisher allerdings nur empirisch erhaltene Standardabweichungen aus normalverteilten Größen (oder was man dafür hielt) berücksichtigt. In der geodätischen Fachwelt stand man der Einbeziehung von nicht-normalverteilten stochastischen Größen in die Quadratsumme zunächst verhalten gegenüber, weil weder erkannt worden war, dass diese Vorgehensweise konform zur Berücksichtigung von Vorinformationen gemäß des Bayes-Theorems ist, noch dass sich nach dem zentralen Grenzwertsatz

²Zur Abgrenzung, zur empirisch aus einer Messreihe gewonnenen Standardabweichung, wird im Kontext der Messunsicherheitsermittlung jede Standardabweichung mit dem Begriff „Standardunsicherheit“ bezeichnet.

der Statistik (vgl. Koch (2004)) das Ergebnis einer Faltung von sehr vielen unterschiedlichen Verteilungen einer Normalverteilung annähert. Diese Annäherung ist in geodätischen Anwendungen meistens auch bei wenigen Komponenten ausreichend, weil sich hier viele der Einflüsse normalverteilt verhalten. Der durch nicht 100-prozentige Einhaltung des Grenzwertsatzes verbleibende Modellfehler ist in der Regel erheblich kleiner als die grundsätzliche Vernachlässigung von nicht-normalverteilten Komponenten im Gesamtbudget. Die Metrologie empfiehlt daher allen Anwendern, die ein belastbares Ergebnis vertreten müssen, eine vollständige Berücksichtigung aller Einflüsse einer unvollständigen Berechnung vorzuziehen. In Sonderfällen, in denen die Anwendbarkeit des zentralen Grenzwertsatzes fragwürdig ist, empfiehlt der Leitfaden GUM die Anwendung der Monte-Carlo-Methode.

f) Analog zur Varianzfortpflanzung kann eine vollbesetzte Kovarianzmatrix mitgeführt werden, um auftretenden Korrelationen Rechnung zu tragen. Diese sind empirisch aus Messreihen zu ermitteln oder aus bekannten Funktionalen abzuleiten. Die empirische Bestimmung kann nicht immer mit sinnvollem Aufwand für alle Prozesse durchgeführt werden, auch wenn von ausgeprägten Korrelationen auszugehen ist. Auch für die Funktionalen liegen nicht immer Parametrisierungen vor. Daher ist die Berücksichtigung von aus Erfahrung bekannten Korrelationen empfehlenswert, denn auch hier gilt, dass die Vernachlässigung von Korrelationen zu optimistische Standardabweichungen bzw. zu optimistische kombinierte Messunsicherheiten zur Folge hat (vgl. JCGM (2008), Abschnitt 5.2.5). Durch eine vernünftige Besetzung der Kovarianzmatrix verliert die über Varianzfortpflanzung berechnete „Varianz“ zwar an statistischer Exaktheit, gewinnt aber an höherer Qualität, weil die inhärenten Merkmale, nämlich die Korrelationen, so gut es eben geht berücksichtigt sind. Zur Abgrenzung wird diese Größe anstelle von Varianz mit „quadratischer kombinierter Messunsicherheit“ bezeichnet.

g) Die unter (f) erhaltene kombinierte Messunsicherheit beschreibt analog zur aus Varianzfortpflanzung erhaltenen Standardabweichung ein Intervall, in dem 68% der erwarteten Realisierungen der Zielgröße liegen. Anstelle des Begriffs Wahrscheinlichkeit wird der Begriff „Grad des Vertrauens“ verwendet, um von der rein auf Zufallsprozesse basierenden empirischen Ermittlung abzugrenzen. Die so genannte „erweiterte Messunsicherheit“ wird durch Multiplikation der kombinierten Messunsicherheit mit dem Faktor k erhalten, um Schwankungsbreiten angeben zu können, die anderen Wahrscheinlichkeiten entsprechen. Typischerweise wird $k=2$ bzw. $k=3$ verwendet, was einer Erhöhung des Grades des Vertrauens auf etwa 95% bzw. etwa 99% entspricht³.

4 Weitere Eigenschaften der Messunsicherheit

Aus den Berechnungsschritten aus Abschnitt 3 ergeben sich weitere Merkmale der Größe „Messunsicherheit“:

- 1) Die Messunsicherheit berücksichtigt alle beteiligten Einflüsse, nicht nur diejenigen, für die Standardabweichungen durch redundante Beobachtungen gewonnen werden können.
- 2) Das „Werkzeug“ Messunsicherheit betrachtet alle störenden Einflüsse und verschließt nicht die Augen vor schwieriger zu beschreibenden, die vom „normalen“ – also angenommenem normalverteilten – Verhalten abweichen, die gerne als normalverteilt unterstellt oder vernachlässigt werden.
- 3) GUM empfiehlt, nicht nur die Größe des Einflusses, sondern auch seine Wirkung zu betrachten, damit eine Messanordnung zielgerechter optimiert werden kann. Die vollständige Modellierung in einem deterministischen Modell, das alle Einflüsse enthält, liefert also die Grundlage für die Bewertung, wie heikel ein Störeinfluss ist – oder auch die Erkenntnis, dass zwar die Schwankungsbreite eines Einflusses groß ist, aber seine Wirkung aufgrund des kleinen Sensitivitätskoeffizienten vernachlässigbar klein ist. Demselben Prinzip folgt zwar auch die Varianzfortpflanzung, jedoch wurde in der Ver-

³Hier wird impliziert, dass annähernd Normalverteilung vorliegt und der Freiheitsgrad groß ist. Die hiermit verknüpften kleinen Modellfehler sind klein und im Hinblick auf die generelle Verlässlichkeit der Angabe tolerierbar.

gangenheit nicht viel Wert auf die vollständige Erfassung aller Einflüsse gelegt.

- 4) Durch die quadratische Zusammenfassung der Einzelbeiträge werden die betragsmäßig großen und damit kritischen (Unsicherheits-)Beiträge überproportional berücksichtigt. Dies ist konsistent zur klassischen Varianzfortpflanzung.
- 5) Wie in der Varianzfortpflanzung auch bleibt die Wirkrichtung der Einflussgröße (das Vorzeichen) irrelevant.
- 6) Durch den „Grad des Vertrauens“ ist eine intuitive Interpretationshilfe gegeben.

Mit der kombinierten Messunsicherheit liegt also eine Größe vor, die alle Einflüsse auf die Genauigkeit einer Zielgröße sachgerecht berücksichtigt. Im Gegensatz dazu deckt die über Varianzfortpflanzung erhaltene Standardabweichung einer Zielgröße nur selektiv das Augenfällige (mit empirischen Standardabweichungen leicht beschreibbare) ab, wobei in der Praxis nicht-normalverteilte Größen gerne vernachlässigt werden. Die Messunsicherheit enthält das gesamte Zusatzwissen über die Qualität der Mess- bzw. Zielgröße, und zwar nach den Empfehlungen des GUM nachvollziehbar dokumentiert. Damit ist sie eine sehr verlässliche Größe, die letztendlich Sicherheit verschafft, weil alle Unwägbarkeiten abgedeckt sind.

5 Korrelation

Abschließend soll die Korrelation zur Zusammenarbeit mit Bernhard Heck hergestellt werden. Ohne Frage ist er ein hervorragender Forscher und Hochschullehrer. Sich im Detail zur Forschung zu äußern, möchte ich den Fachkollegen überlassen; seine Lehrleistung wird durch zahlreiche erfolgreich tätige Alumni bestätigt. Neben herausragender Forschung und engagierter Lehre war Bernhard Heck stets um ein sehr gutes kollegiales Verhältnis zu allen Menschen in seinem Umfeld besorgt. So möchte ich den Bogen schlagen zu Bernhard Heck als Kollegen und auf die unter Abschnitt 4 genannten Eigenschaften eingehen.

Um es gleich vorweg zu nehmen: Bernhard Heck galt unter uns Kollegen und Kolleginnen als Vertrauensperson, die Sicherheit in die vielschichtigen Unsicherheiten des Wirkens an einer universitären Forschungseinrichtung mit sich bringt. Es steht außer Frage, dass jeder an Universitäten Tätige in sei-

nem Wirken manchmal eine gewisse Unsicherheit verspürt, beispielsweise im Dickicht der Verwaltungsgewohnheiten, bei Personal- und Finanzfragen, oder weil Planungssicherheit nicht immer gegeben ist. Dies führt zu Unsicherheit im Projektmanagement, hinzu kommt Unsicherheit durch universitäre Umstrukturierungsmaßnahmen und auch manchmal Unsicherheit in kniffligen fachlichen Fragen. Viele meiner Kollegen werden wohl meiner Erfahrung zustimmen, dass ein Gespräch mit Bernhard Heck immer wieder die Einschätzung von zur Unsicherheit beitragenden Einflussfaktoren erleichterte. Ich habe ihn als jemanden erfahren, der immer möglichst alle Beteiligten und Hintergründe im Blick hatte, (vgl. 1) in Abschnitt 4. Auch wenn es sich um heikle und komplexe Situationen handelte, bei denen schon die Beurteilung der Ausgangssituation aufgrund ihrer Besonderheit herausfordernd war, nahm er sich der Sache an, (vgl. 2). Insbesondere seine Beurteilung der Wirkung von einzelnen Vorfällen und Randbedingungen im Gesamtkontext war mir immer wieder wertvoll für die weitere Entscheidung, die ggf. auch zu einer begründeten (!) Änderung der Vorgehensweise führte, (vgl. 3). Bernhard Heck hat bei seinen Stellungnahmen stets das Kritische im Blick gehabt und entsprechend bewertet, (vgl. 4). Ganz besonders wichtig ist mir hervorzuheben, dass er stets ohne Vorurteile und ohne Bevorzugung einzelner Gruppen oder Strömungen Stellung bezogen hat, (vgl. 5). Durch den kollegialen Austausch gelang es oft, die von außen aufgeprägte Unsicherheit durch Benennung der einzelnen Komponenten und der Erkenntnis ihres Zusammenwirkens handhabbarer zu machen und Entscheidungen auf eine belastbarere Basis zu stellen.

Ich möchte es nicht versäumen, mich an dieser Stelle auch im Namen von Kollegen, Mitarbeitern und Studierenden zu bedanken, dass wir mit ihm als Kollegen mit einem hohen Grad des Vertrauens zusammen arbeiten konnten, weil er immer ein Gefühl der Sicherheit vermittelt hat. Wahrscheinlich bin ich nicht die Einzige, die ihn als Kollegen vermissen wird.

Literatur

- DIN-EN-ISO-9000:2015-11 (2015): Qualitätsmanagementsysteme - Grundlagen und Begriffe.
- Hennes, M. (2007): Konkurrierende Genauigkeitsmaße - Potential und Schwächen aus der Sicht des Anwenders. AVN 2007.
- JCGM (2008): Guide to the expression of uncertainty in measurement. Hrsg. von J. C. for Guides in Metrology. Joint Committee for Guides in Metrology. URL: http://www.bipm.org/utils/common/documents/jcgm/JCGM_100_2008_E.pdf (besucht am 29. 11. 2017).
- Koch, K.-R. (2004): Parameterschätzung und Hypothesentests in linearen Modellen. 4. Aufl., S. 118.
- Krystek, M. (2012): Berechnung der Messunsicherheit - Grundlagen und Anleitung für die praktische Anwendung. Beuth.
- Weiser, K. und Wöger, W. (1999): Messunsicherheit und Messdaten. Wiley-VCH.

Grußwort der baden-württembergischen Geodäsie-Verbände

Gerd Holzwarth

Vorsitzender des DVW Baden-Württemberg e.V., Gesellschaft für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement
E-Mail: gerd.holzwarth@dvw-bw.de

Zusammenfassung

Ein hoch geschätzter Geodät und Berufskollege geht in den Ruhestand. Die baden-württembergischen Geodäsieverbände sagen Tschüss und lebe Wohl.

1 Wirken

Bernhard Heck, der die Professur für Physikalische und Satellitengeodäsie am KIT innehat und dabei auch das Geodätische Gemeinschaftsobservatorium in Schiltach des KIT und der Universität Stuttgart leitet, geht in den Ruhestand. Was liegt für die Vertreter der baden-württembergischen Geodäsieverbände näher, als im herzlich lebe Wohl zu sagen und einen kurzen Blick auf seine Arbeit und sein Engagement für den Beruf zu werfen. Ich darf diese Zeilen auch im Namen der baden-württembergischen Vorstände des Arbeitskreises beratende Ingenieure (abv), der Fachgruppe Geodäsie und Geoinformatik des Bundes Deutscher Baumeister, Architekten und Ingenieure (BDB) die den Verband Deutscher Vermessungsingenieure (VDV) abbildet, des Bundes der öffentlich bestellten Vermessungsingenieure (BDVI), der Deutschen Gesellschaft für Kartographie (DGfK), des DVW – Gesellschaft für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement sowie der Ingenieurkammer schreiben. Beeindruckend sind sein großes wissenschaftliches Interesse und die enorme fachliche Breite, verbunden mit einem hohen theoretischen Anspruch. Er ist ein international in besonderem Maße ausgewiesener Experte, insbesondere im Bereich Schwerefeld und Höhen sowie GNSS und vielen weiteren Themenfelder.

Sein verstärkt interdisziplinärer Forschungsansatz fördert die Integration von modernen geodätischen Messverfahren (GNSS, Nivellement, Radar). Professor Heck ist Autor eines Standardwerks zur Landesvermessung in dem er Konzepte, Modellierung und Auswerteverfahren miteinander verknüpft. Seine vielfältigen wissenschaftliche Auslandsaufenthalte in den USA, den Niederlanden, Brasilien und weiteren Ländern machten ihn zu einem international anerkannten Experten. Die langjährige Kooperation mit der TU Budapest in Gastvorlesungen und Messprojekten sowie als Gastgeber für Gastwissenschaftler in Karlsruhe brachten ihm den dortigen Ehrendokortitel ein.

2 Dank und Wünsche

Ich danke Herrn Professor Heck, dem äußerst engagierten Wissenschaftler und Hochschullehrer für seinen stets unkomplizierten, angenehmen und sympathischen Umgang. Mit seinem ausgeprägten didaktischen Geschick, auch im Hinblick auf schwierige Themen, kann er seinen Studierenden aber auch den alten Hasen auf Fachtagungen oder Seminaren Fachliches verständlich vermitteln. Seine Fähigkeit zur klaren, systematischen Aufbereitung von Fragestellungen und die kompetente Vermittlung wissenschaftlichen Arbeitens, bewirkt eine konstruktive und gezielte Förderung



von Studierenden und Mitarbeitern. Für die baden-württembergische Landesvermessung hat er viele Projekte, insbesondere im Bereich Höhe und Schwere wissenschaftlich begleitet. Insbesondere freue ich mich, dass Professor Heck seit vielen Jahren DVW-Seminare zu GNSS in Karlsruhe aktiv unterstützt, sich als langjähriges Mitglied in den DVW Arbeitskreis 7 aktiv einbringt und die Geodätischen Wochen mit organisiert.

Stellvertretend für die Vorstandskollegen wünsche ich Ihnen, lieber Herr Heck, herzlich alles Gute für die vor Ihnen liegende Zeit, vor allem, dass Sie diese bei besserer Gesundheit erleben können.

Nutzen Sie gewonnene Freiheiten und schauen Sie gerne bei Veranstaltungen Ihrer Geodäsieverbände vorbei.

The spectral response of Stokes's integral to modification and truncation

Jianliang Huang and Marc Véronneau

Canadian Geodetic Survey, SGB, Natural Resources Canada, Canada

E-Mail: Jianliang.Huang@Canada.ca, Marc.Veronneau@Canada.ca

©Her Majesty the Queen in Right of Canada, as represented by the Minister of Natural Resources, 2017

NRCan Contribution number: 20170302

Abstract

In this paper, we study the spectral response of Stokes's integral, which is determined by its modification and truncation. Two spectrally modified Stokes's kernel functions are selected and compared to the unmodified Stokes's kernel in terms of the spectral transfer coefficient effectiveness. Stokes's integral is truncated at four spherical cap sizes with spherical radii $\psi_0 = 1^\circ, 3^\circ, 6^\circ, 9^\circ$. The results suggest that the unmodified Stokes's integral is spectrally unstable when being arbitrarily truncated, and a modification to Stokes's kernel is required for a smooth geoid model.

1 Introduction

This paper, part of a special commemorative publication, is a tribute in honor to Dr. Bernhard Heck who is retiring at the end of March 2018 after a long and successful career in geodesy at Karlsruhe Institute of Technology in Germany. It addresses the topic on the modification of Stokes's integral. Heck and Grüniger (1987) studied the combined modification of Stokes's integral. Their study is frequently cited, and their idea is still applied in today's studies (e.g. Featherstone et al., 1998; Sjöberg and Shafiei Joud, 2017). This paper starts with the same generalization of the modified Stokes's kernel function as Heck and Grüniger (1987, Eq. (1.3)), but focuses on characterizing the spectral response of Stokes's kernel and its two spectral modifications.

The goal of the Stokes's kernel modification is to minimize the geoid error. There have been several papers and reports on this topic. Jekeli (1980) provided a comprehensive study of the modifications by Moloden-

skii et al. (1962), Wong and Gore (1969), and Meissl (1971a,b), etc. in terms of the RMS error. These classical modifications are deterministic in principle and provide basis for further improvement. Vaníček and Kleusberg (1987) re-formulated Molodenskii's modification. Heck and Grüniger (1987) proposed the combined Wong and Gore and Meissl modification, and examined four types of errors. Featherstone et al. (1998) formulated the combined Vaníček and Kleusberg and Meissl modification. Huang and Véronneau (2013) improved Wong and Gore's modification by introducing a transition low-degree band. Considering errors in gravity data and the combination of satellite gravity models and terrestrial gravity data, Wenzel (1982) and Sjöberg (1984) suggested stochastic modifications based on the least-squares principle. However these stochastic modifications require error degree variances for terrestrial gravity data, which are often approximated by the error variance model.

Data obtained from the dedicated satellite gravimetric missions (CHAMP, GRACE, GOCE) have contributed



significantly to determining the long wavelength components of the geoid model ($> 200 \text{ km}$). It is critical to use the optimum technique for combining satellite and terrestrial gravity data. For regional geoid modelling, the combination is commonly realized by the remove-compute-restore Stokes scheme and the modification to the Stokes kernel. In particular, the Stokes's integration is only carried out regionally within a limited spherical cap around the computational point. The choice of cap size and modification method is mostly empirical or largely based on numerical test and search for the best fit between the resulting geoid model and external validation data such as GNSS-Levelling data on benchmarks. There is a lack of understanding on the spectral response of Stokes's integral to the modification and truncation supporting that choice. In the context of this study, the spectral response is characterized by a set of spherical harmonic degree-dependent transfer coefficients for the corresponding components of the terrestrial gravity data, which will be defined in Section 2.

Vaniček and Featherstone (1998) suggested the spherical harmonic representation of the truncated Stokes's integral, which is useful for studying the spectral response of Stokes's integral to the modification and truncation. They also spectrally compared Stokes's, Wong and Gore's, and Vaniček and Kleusberg's kernels for a fixed truncation cap size.

In this study, we explore the spectral stability of the unmodified and modified Stokes's integrals and how the integration cap size affects the spectral response.

Section 2 gives mathematical formulae. Section 3 provides and discusses numerical results of the spectral response. Section 4 summaries this paper.

2 Mathematical formulae

The kernel function of Stokes's integral (hereafter the Stokes kernel in short form) can be written as (Heiskanen and Moritz, 1967)

$$S(\psi) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n+1}{n-1} P_n(\cos \psi) \quad (2.1)$$

where P_n is Legendre's polynomial of spherical harmonic degree n ; ψ is the angular distance between the computational point and an integration surface element on a sphere.

The modified Stokes kernel can be generalized as (Wenzel, 1982; Heck and Grüniger, 1987; Huang and Véronneau, 2013, Appendix A)

$$S_M(\psi) = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n(\psi_0) \frac{2n+1}{n-1} P_n(\cos \psi) \quad (2.2)$$

where α_n is the spherical harmonic transfer coefficient of degree n .

In the remove-compute-restore (RCR) Stokes scheme, the gravity anomaly synthesized from a selected global geopotential model (GGM) is first removed from the terrestrial gravity anomaly giving the gravity anomaly residual δg . Then the geoid residual δN is computed from the gravity residual by the Stokes integration over a truncated zone which is often defined as a spherical cap centered at the computational point. Finally, the geoid height synthesized from GGM N_{GGM} is restored. The RCR Stokes scheme can be mathematically expressed as

$$N(\Omega) = N_{GGM}(\Omega) + \delta N(\Omega) \quad (2.3)$$

$$\delta N(\Omega) = \frac{R}{4\pi\gamma} \int_{(\Omega'_0)} S_M(\psi) \delta g(\Omega') d\Omega' \quad (2.4)$$

where γ is the normal gravity. Ω'_0 stands for the truncation zone. Following Vaniček and Featherstone (1998, Eq. (11)), the modified and truncated Stokes's integral in Equation (2.4) can be generally expressed in a spherical harmonic series as

$$\delta N(\Omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \beta_n \delta N_n \quad (2.5)$$

where δN_n is the geoid residual component of degree n . β_n is the corresponding effective spherical harmonic transfer coefficient which can be given by

$$\beta_n^M(\psi) = \alpha_n^M(\psi_0) - \frac{n-1}{2} Q_n^M(\psi_0). \quad (2.6)$$

Q_n^M is called the truncation coefficient (Molodenskii et al., 1962; Heiskanen and Moritz, 1967):

$$Q_n^M(\psi_0) = \int_{\psi_0}^{\pi} S_M(\psi) P_n(\cos \psi) \cos \psi d\psi. \quad (2.7)$$

In this study, the truncation coefficients for the Stokes and VK kernels are computed by a FORTRAN program by Martinec (1996).

Equations (2.6) and (2.7) give the transformation between α_n and β_n . The coefficient α_n is derived by either/both minimizing the truncation error, or/and making the spectral combination of GGM and terrestrial gravity data; while the coefficient β_n represents weight which is effectively applied to the corresponding component of gravity anomaly residual. Therefore the kernel modification and truncation to Stokes's integral jointly determine the combination method of GGM and the terrestrial gravity data.

In this study, we select the Stokes kernel and two deterministic modifications to the kernel to characterize their spectral response when the Stokes's integral is truncated to the spherical cap with a radius ψ_0 . For the Stokes kernel $\alpha_n = 1$, i.e. the transfer coefficient has the full weight across the whole spectrum.

For the degree-banded (DB) Stokes kernel, the transfer coefficient is defined as (Huang and Véronneau, 2005)

$$\alpha_n^{DB} = \begin{cases} 0 & n < L+1 \\ 1 & L < n < m_{TG} + 1 \\ 0 & n > m_{TG} \end{cases} \quad (2.8)$$

where L represents the modification degree; m_{TG} is the maximum degree of the DB kernel.

For Vaníček and Kleusberg (1987) (VK's) modification, the transfer coefficient can be written as

$$\alpha_n^{VK}(\psi_0) = \begin{cases} -\frac{n-1}{2}t_n(\psi_0) & n < L+1 \\ 1 & n > L \end{cases} \quad (2.9)$$

where t_n is VK's modified kernel coefficient of degree n .

3 Numerical examples

Figure 3.1 shows the transfer coefficients α_n for the three kernels. They represent weights on the spherical harmonic components of the gravity anomaly residual if $\psi_0 = 180^\circ$. Differences among the three kernels are in the low degree band from degree 2 to L . The Stokes kernel has a constant weight of 1, while the DB kernel defines them as 0. The VK kernel becomes mathematically undefined in this case.

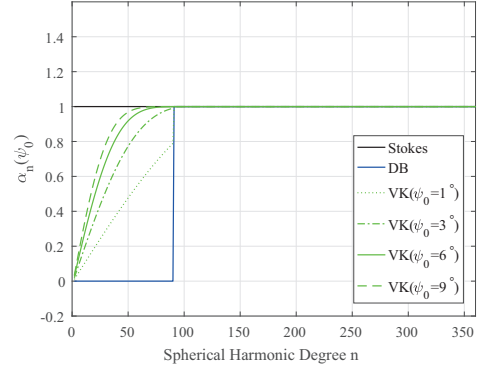


Figure 3.1: The spherical harmonic transfer coefficients of the three Stokes kernels. For the DB kernel, $L = 90$; $m_{TG} = 5400$. For the VK kernel, the modification degree $L = 90$ with the four different cap radii.

Figures 3.2-3.5 show the effective transfer coefficients β_n when Stokes's integral is limited to the spherical cap size defined by ψ_0 . These coefficients are the most unstable for the Stokes kernel. They distort an individual geoid component by more than 50% at the maximum, even though the sum of the distortions tends to be much smaller due to the cancellation by the oscillation of coefficients with respect to the unit weight. The increase of cap size does not lower the amplitude of the distortion per degree when enhancing the frequency of oscillation with respect to degree. The sum of distortions is equal to the truncation error with an opposite sign. The use of the RCR scheme can significantly reduce the truncation error when an accurate and high-degree GGM is used in the remove step making the magnitude of gravity anomaly residual smaller. Nevertheless, the instability of these coefficients may render a ringing distortion in the resulting geoid model that is dependent of the complexity of gravity field. A spatial modification to the Stokes kernel is required to eliminate the distortion by smoothing the transition of the kernel to zero at the cap edge, and the truncation error is accordingly derived (Meissl, 1971a,b).

The effective transfer coefficients β_n for the DK kernel are relatively more stable than those for the Stokes kernel, but can still introduce 10% distortion per degree at the maximum. Similar to the Stokes kernel, the increase of cap size does not significantly lower the amplitude of distortion when enhancing the frequency of oscillation. However the difference is that the distortion consists of two parts. One is the sum of distortion above degree L which is equal to the truncation error with an opposite sign. The other is the distortion

below degree $L + 1$ which is considered as the low-degree spectral leakage error. The latter is caused by the spectral discontinuity of the DB kernel from degree L to $L + 1$. The truncation error can be minimized by Meissl's modification (Heck and Grüniger, 1987) while the leakage error can be stabilized by introducing a spectrally smooth transition of the transfer coefficients from degree $L + 1$ to a lower degree (Huang and Véronneau, 2013). Furthermore, the increase of the cap size fades the low-degree leakage error making the DB kernel approximate the high-pass filter function more closely.

The VK kernel is designed to minimize the truncation error. As expected, its effective transfer coefficients β_n are the most stable among the three kernels. On one hand, these coefficients cause the least distortion above degree L , consequently the smallest truncation error. With the increase of cap size, these coefficients approach to the desired unit value reducing the truncation error to a few millimeters. Furthermore, these coefficients show the most stable transition below degree $L + 1$ indicating the smoothest combination of GGM and terrestrial gravity data. On the other hand, it introduces greater errors than the DB kernel when the gravity anomaly residual contains the low-degree systematic errors as shown in the North American gravity data (Huang et al., 2008). The increase of cap size leads less modification to the Stokes kernel as shown in Figure 3.1, consequently more contamination from the systematic errors. Considering that the VK kernel is aiming at minimizing the truncation error only, it performs well towards its goal. A further improvement is a Meissl-modified VK kernel which has been formulated by Featherstone et al. (1998).

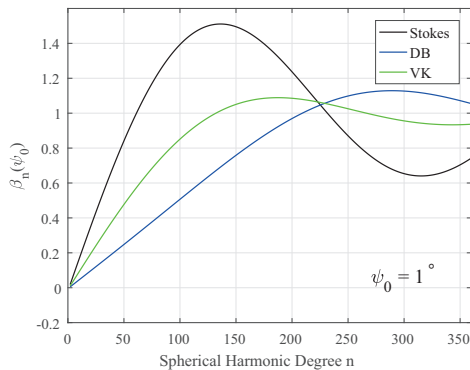


Figure 3.2: The spherical harmonic effective transfer coefficients of the three Stokes kernels with $\psi_0 = 1^\circ$.

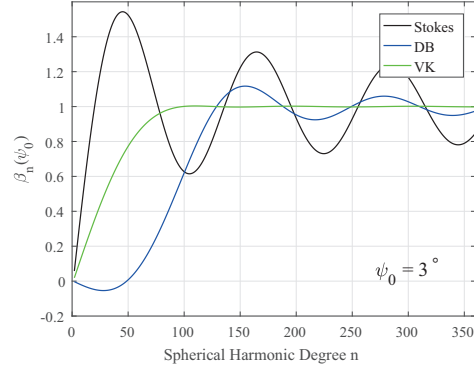


Figure 3.3: Same as Figure 3.2 with $\psi_0 = 3^\circ$.

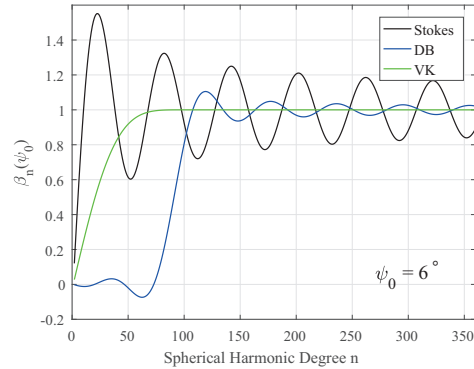


Figure 3.4: Same as Figure 3.2 with $\psi_0 = 6^\circ$.

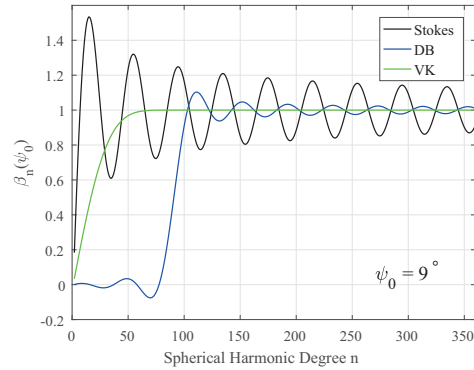


Figure 3.5: Same as Figure 3.2 with $\psi_0 = 9^\circ$.

4 Summary and discussion

This study numerically analyzed the spectral response of Stokes's integral to the modification of its kernel function and the truncation of integration domain. The results suggest that the unmodified Stokes's integral is spectrally unstable when being truncated to a spherical cap. The degree-banded and Vaníček and Kleusberg's modifications are spectrally more stable, therefore more suitable for the geoid modelling. The choice between them depends on the type of dominant error in terrestrial gravity data. The former can filter out

most of the low-degree systematic error enabling satellite global geopotential model to constrain the low-degree geoid components but causes the truncation error which is significant enough to be accounted for. The latter can be greatly affected by the systematic error in the gravity data but causes the truncation error at the mm level. A potential improvement on the latter is modifying a narrower low band from degree $L - u$ to L . Huang and Véronneau (2013) applied a cosine modification to the narrower band. It will be worthwhile to study if the latter modification can be applied to the narrower band so that the new modification allows an effective high-pass filtering while minimizing the truncation error.

References

- Featherstone, W. E., Evans, J. D., and Olliver, J. G. (1998): A Meissl-modified Vaníček and Kleusberg kernel to reduce the truncation error in gravimetric geoid computations. *Journal of Geodesy* 72(3):154–160. DOI: 10.1007/s001900050157.
- Heck, B. and Grüninger, W. (1987): Modification of Stokes's integral formula by combining two classical approaches. In: Proceedings of the IAG Symposia, XIXth General Assembly of the International Union of Geodesy and Geophysics, Vancouver/Canada, 10-22 August 1987, Paris 1988, Tome II, pp. 319–337.
- Heiskanen, W. A. and Moritz, H. (1967): Physical geodesy. W. H. Freeman & Co., San Francisco, USA.
- Huang, J. and Véronneau, M. (2005): Applications of downward-continuation in gravimetric geoid modeling: case studies in Western Canada. *Journal of Geodesy* 79(1):135–145. DOI: 10.1007/s00190-005-0452-3.
- Huang, J., Véronneau, M., and Mainville, A. (2008): Assessment of systematic errors in the surface gravity anomalies over North America using the GRACE gravity model. *Geophysical Journal International* 175(1):46–54. DOI: 10.1111/j.1365-246X.2008.03924.x.
- Huang, J. and Véronneau, M. (2013): Canadian gravimetric geoid model 2010. *Journal of Geodesy* 87(8):771–790. DOI: 10.1007/s00190-013-0645-0.
- Jekeli, C. (1980): Reducing the error of geoid undulation computations by modifying Stokes' function. Report 301. Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus, USA.
- Martinec, Z. (1996). *personal communication* 1996.
- Meissl, P. (1971a): On the linearization of the geodetic boundary value problem. Report 152. Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus, USA.
- Meissl, P. (1971b): Preparation for the numerical evaluation of second order Molodensky-type formulas. Report 163. Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus, USA.
- Molodenskii, M. S., Eremeev, V. F., and Yuikina, M. I. (1962): Methods for study of the external gravitational field and figure of the earth. *Translated from Russian (1960) by Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem* 1962.
- Sjöberg, L. E. (1984): Least-squares modification of Stokes's and Vening Meinesz's formula by accounting for truncation and potential coefficient errors. *Manuscripta Geodaetica* 9:229–248.
- Sjöberg, L. E. and Shafiei Joud, M. S. (2017): New Modifications of Stokes' Integral. In: Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, pp. 1–8. DOI: 10.1007/1345_2017_17.
- Vaníček, P. and Featherstone, W. E. (1998): Performance of three types of Stokes's kernel in the combined solution for the geoid. *Journal of Geodesy* 72(12):684–697. DOI: 10.1007/s001900050209.
- Vaníček, P. and Kleusberg, A. (1987): The Canadian geoid – Stokesian approach. *Manuscripta Geodaetica* 12:86–98.
- Wenzel, H.-G. (1982): Geoid computation by least-squares spectral combination using integration kernels. In: Nakagawa, I., Kasahara, K., and Tanaka, T. (eds.) Proceedings of IAG general meeting, Tokyo, The Geodetic Society of Japan, pp. 438–453.
- Wong, L. and Gore, R. (1969): Accuracy of geoid heights from modified Stokes kernels. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society* 18(1):81–91.

Multisensornavigation auf Bayes'scher Grundlage – Stand, Anwendungen und Entwicklungen

Reiner Jäger

Hochschule Karlsruhe – University of Applied Sciences
E-Mail: reiner.jaeger@web.de

Zusammenfassung

Der Beitrag behandelt die Navigationszustandsschätzung und die damit einhergehende Steuerung von Navigationsobjekten (Bodies (b)) mittels verteilter GNSS/MEMS/MOEMS Sensorik sowie weiteren optischen Sensoren wie Laserscannern und Kameras. Anwendungen sind die Navigation und Steuerung von Boden-, Wasser- und Luftfahrzeugen (u. a. autonomes Fahren und Fliegen). Darüber hinaus zu nennen sind mobile Geodatenerfassung und GIS sowie das Smartphone als Body (b) zur nahtlosen Out- und Indoornavigation von Personen. Im aktuellen Fokus stehen auch die Entwicklungen von Mappingsystemen zur automatisierten Erstellung von 3D-Modellen von Infrastrukturen und Gebäuden.

Eingangs wird die im FuE-(Forschungs- und Entwicklungs-)Projekt NAVKA (NAVKA, 2018) seit 2010 vorangetriebene moderne Multisensor-Multiplattform Navigation in allgemeiner Leverarmverortung der Sensoren vorgestellt. Es folgt die Darstellung des Navigationszustandsvektors als ereignisbasierte Markov-Kette der auf einen Ausgangszustand folgenden Messungen und Steuerungsmaßnahmen. Die Markov-Kette wird in einen alle parametrische und stochastische Information subsumierenden Bayes'schen Ansatz als Ausgangspunkt der Navigationszustandsschätzung überführt. Die Bayes'sche Ausgangsbasis erlaubt die Integration der auf physikalischen Grundannahmen zum Bewegungsmodell sowie auf diskrete Steuerungen basierten Transitionsleichungen aufeinanderfolgender Navigationszustände (Chapman-Kolmogorov-Gleichung). Einhergehend mit zwei Annahmen zu Markov-Prozessen 1. Ordnung wird die finale Bayes-basierte a-posteriori Dichtefunktion zur Navigationszustandsschätzung aus obigen Komponenten dargestellt. Mit diesem Ausgangspunkt können nun unterschiedliche Zustandsschätzungen (Kalman-Filter (KF), Extended Kalman-Filter (EKF), Robustes KF/EKF, Partikel-Filter, SLAM) hergeleitet werden. Die Bayes'sche Grundlage liefert damit den gemeinsamen Nenner bzw. die Wurzel für die in verschiedenen Disziplinen (Robotik, Mechatronik, Luft- und Raumfahrt, Geodäsie, u. a.) und Anwendungen in unterschiedlichen Verzweigungen verfolgten mathematischen Modelle und Algorithmen zur Zustandsschätzung und Steuerung der o. g. Multisensor-Multiplattform-Navigationssysteme.

1 Aktuelle Themen der Multisensornavigation

Die multisensorielle Navigation unterschiedlicher Objekte - in der Navigation als Bodys (b) bezeichnet - mittels GNSS, MEMS (Gyroskope, Beschleunigungssen-

soren, Magnetometer, Inklinometer, Barometer), MOEMS (z. B. miniaturisierte plenoptische Kameras) sowie weiteren ebenfalls direkt auf dem jeweiligen Body (b) als Einzelsensoren (s) oder in kompakten Sensorplattformen (p) verteilten optischen Sensoren (Mono-, Stereokameras, Laserscanner) gewinnt in der geodä-

Erschienen bei KIT Scientific Publishing
Schriftenreihe des Studiengangs
Geodäsie und Geoinformatik 2018,1

DOI Einzelbeitrag:
10.5445/KSP/1000080221

Festschrift zur Verabschiedung von
Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. Bernhard Heck
(Schw)Ehre, wem (Schw)Ehre gebührt

DOI Festschrift:
10.5445/KSP/1000080324



Dieses Werk ist lizenziert unter einer
Creative Commons Namensnennung
- Weitergabe unter gleichen Bedin-
gungen 4.0 International Lizenz (CC BY-SA 4.0): [https://
creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.en](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.en)

tischen Forschung und Entwicklung an Hochschulen und in der Industrie zunehmend an Bedeutung. Im Fokus stehen Entwicklungen zur Navigation und Steuerung von Boden-, Wasser- und Luftfahrzeugen, z. B. für autonomes Fahren und Fliegen. Darüber sind als FuE-Gegenstände die mobile Geodatenerfassung und mobiles GIS sowie das Smartphone als Body (b) zur nahtlosen Out- und Indoornavigation von Personen zu nennen. Aktuell im Fokus von FuE steht schließlich die Entwicklung geodätischer Messsysteme zum automatisierten 3D-Out-/Indoor-Mapping von Infrastrukturen und Gebäuden (Abb. 5.1), die unter Aspekten der Wirtschaftlichkeit die wesentliche Voraussetzung für deren flächendeckende Nutzbarmachung zur nahtlosen Out- und Indoor-Navigation im Smart-City-Kontext sind. Darüber hinaus sind diese 3D-Mappingsysteme mit BIM (Building Information Modelling) einer der Motoren bzw. eine essentielle Komponente auf dem Weg zur Digitalisierung und Industrie 4.0 im Bauwesen zur Gebäudeerfassung und -Monitoring im Lebenszyklus von BIM Infrastrukturen.

2 Allgemeine Vorbetrachtungen

Der multisensorielle, fortlaufend zu bestimmende Navigationszustandsvektor \mathbf{y}_t

$$\mathbf{y}_t = \left(x^e y^e z^e | \dot{x}^e \dot{y}^e \dot{z}^e | \ddot{x}^e \ddot{y}^e \ddot{z}^e | r^e p^e y^e | \omega_{eb,x}^b \omega_{eb,y}^b \omega_{eb,z}^b | \dot{\omega}_{eb,x}^b \dot{\omega}_{eb,y}^b \dot{\omega}_{eb,z}^b \right)^T \quad (2.1)$$

umfasst im erdfesten Rahmen (e) die 18 3D-Parameter der Position, Geschwindigkeit, Beschleunigung, Orientierung (roll, pitch, yaw), Drehraten und Drehratenänderungen des Body (b). In der Praxis der Multisensor(s)-Multiplattform(p)-Navigation, wie sie im Rahmen des o. g. FuE-Projekts NAVKA (NAVKA, 2018) algorithmisch und softwaremäßig konsequent umgesetzt wurde, sind die einzelnen Sensoren $s(i, j)$ mit bis zu elf sog. Sensor-Leverarmparametern $\mathbf{sl}(i, j)$ auf dem zu navigierenden Body (b) zu „verorten“. Dabei handelt es sich um die drei Koordinaten des Translationsvektors $\mathbf{t}_{p_j}^b$ der j -ten Plattform p_j im Body-Frame (b), die drei Parameter der Rotationsmatrix $\mathbf{R}_{p_j}^b$ der j -ten Plattform p_j gegenüber dem Body-Frame (b), die drei Translationsparameter $\mathbf{t}_{s_{ij}}^{p_j}$ des i -ten Sensors s_{ij} gegenüber dem Koordinatenursprung der j -ten Platt-

form p_j sowie die beiden Parameter $(\alpha, \delta)_{s_{ij}}$ zur Orientierung des i -ten Sensors s_{ij} auf der j -ten Plattform p_j . Mit (2.2) wird die zentrale Verortungsbeziehung zur Reparametrisierung des bei der Entwicklung der individuellen Sensorbeobachtungsgleichungen $l(i, j)$ erstinstanzlich auftretenden Sensororts $\mathbf{x}_{s_{ij}}^e$ durch die Parameter \mathbf{x}_b^e und (r, p, y) des einheitlichen Body (b) Navigationszustandsvektors \mathbf{y}_t (2.1) und dem dortigen Anteil von neun der elf Leverarmparametern $\mathbf{sl}(i, j)$ wiedergegeben

$$\mathbf{x}_{s_{ij}}^e = \mathbf{x}_b^e + \mathbf{R}_b^e(r, p, y) \cdot \left[\mathbf{t}_{p_j}^b + \mathbf{R}_{p_j}^b \cdot \mathbf{t}_{s_{ij}}^{p_j} \right]. \quad (2.2)$$

Grundsätzlich hängen die zeitlich dynamischen Sensorbeobachtungen $l(i, j)_t$ damit sowohl vom dynamischen globalen Bodyzustandsvektor \mathbf{y}_t (2.1) und den insgesamt elf statischen Leverarmparametern $\mathbf{sl}(i, j)$ ab (Jäger u. a., 2012; Jäger, 2014). Es gilt damit:

$$l(i, j)_t = l(\mathbf{y}_t, \mathbf{sl}(i, j))_t. \quad (2.3)$$

Als erster wesentlicher stochastischer Bestandteil der fortlaufenden Zustandsschätzung von \mathbf{y}_t (2.1) dienen als Standardinformationsquelle die Beobachtungen $l(i, j)_t$ aus Gl. (2.3), die im Weiteren mit \mathbf{l}_t zum Vektor aller Sensorbeobachtungen zum Zeitpunkt t zusammengefasst werden. Weitere hinzutretende stochastische Komponenten sind die Steuerungsmaßnahmen \mathbf{u}_t . Darunter subsumieren auch systemspezifische interne oder externe sonstige Einflussgrößen \mathbf{s}_t (3.15), die der Übersichtlichkeit aber im Moment nicht separat mitgeführt werden. Insgesamt bedingen die dem Ausgangszustand \mathbf{y}_0 - in zeitlich aufeinanderfolgende Verkettung - folgenden o. g. stochastischen Ereignisse

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{0:t} &= (\mathbf{l}_0, \mathbf{l}_1, \dots, \mathbf{l}_{t-1}, \mathbf{l}_t, \mathbf{u}_0, \mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_{t-1}, \mathbf{u}_t) \\ &= (\mathbf{l}_{0:t}, \mathbf{u}_{0:t}) \end{aligned} \quad (2.4)$$

zum Zeitpunkt t den Systemzustand \mathbf{y}_t (2.1). Damit gilt für \mathbf{y}_t

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_t &= \mathbf{y}_t(\mathbf{l}_0, \mathbf{l}_1, \dots, \mathbf{l}_{t-1}, \mathbf{l}_t, \mathbf{u}_0, \mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_{t-1}, \mathbf{u}_t) \\ &= \mathbf{y}_t(\mathbf{l}_{0:t}, \mathbf{u}_{0:t}). \end{aligned} \quad (2.5)$$

3 Bayes basierte Multisensornavigation und Steuerung

Dieses Kapitel widmet sich der rekursiven Parameterschätzung des Navigationszustandsvektors \mathbf{y}_t , im Englischen „Navigation State Space Vector“. Um die komplette stochastische Information (Erwartungswerte und Varianzen) der Zustandsgrößen ausschöpfen bzw. erhalten zu können, wird die Verknüpfung (2.5) im weitreichenden mathematischen Modell auf Bayes'scher Grundlage beschrieben. Der wahrscheinliche Zustandsvektor bzw. dessen Wahrscheinlichkeitsdichte - aus dem Englischen „Belief“ („Überzeugungszustand“) als $bel(\mathbf{y}_t)$ auch in die deutschsprachige Literatur (Herzberg u. a., 2012) übernommen - definiert sich damit über die bedingte Wahrscheinlichkeitsdichte $p(\mathbf{y}_t|\mathbf{y}_0, \mathbf{l}_{0:t}, \mathbf{u}_{0:t})$ als

$$bel(\mathbf{y}_t) = p(\mathbf{y}_t|\mathbf{y}_0, \mathbf{l}_{0:t}, \mathbf{u}_{0:t}). \quad (3.1)$$

O. B. d. A können in Gl. (3.1) auch weitere Typen von inneren oder äußeren Systemeinflüssen $\mathbf{s}_{0:t}$ den Termen $\mathbf{u}_{0:t}$ bzw. den einzelnen Stellgrößenvektoren \mathbf{u}_t hinzugefügt werden. Unter Anwendung der Bayes'schen Regel (Koch, 2007; Köhler, 2005; Thrun u. a., 2006; Herzberg u. a., 2012) auf Gleichung (3.1) lässt sich die bedingte Wahrscheinlichkeit $bel(\mathbf{y}_t)$ bzw. deren Wahrscheinlichkeitsdichte¹ mit der nachfolgenden Aufspaltung von $\mathbf{e}_{0:t}$ weiter umformen. Es gilt:

$$\begin{aligned} bel(\mathbf{y}_t) &= p(\mathbf{y}_t|\mathbf{y}_0, \mathbf{l}_{0:t}, \mathbf{u}_{0:t}) \\ &= p(\mathbf{y}_t|\mathbf{y}_0, \mathbf{l}_{0:t-1}, \mathbf{l}_t, \mathbf{u}_{0:t-1}, \mathbf{u}_t) \\ &= p(\mathbf{l}_t|\mathbf{y}_t, \mathbf{y}_0, \mathbf{l}_{0:t-1}, \mathbf{u}_{0:t-1}, \mathbf{u}_t) \cdot \\ &\quad \cdot \frac{p(\mathbf{y}_t|\mathbf{y}_0, \mathbf{l}_{0:t-1}, \mathbf{u}_{0:t-1}, \mathbf{u}_t)}{p(\mathbf{l}_t|\mathbf{y}_0, \mathbf{l}_{0:t-1}, \mathbf{u}_{0:t-1}, \mathbf{u}_t)}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Mit der vom zu schätzenden Systemzustand \mathbf{y}_t unabhängigen Dichtefunktion im Nenner von (3.2) kann deren Kehrwert als Normierungsfaktor

$$\eta = p(\mathbf{l}_t|\mathbf{y}_0, \mathbf{l}_{0:t-1}, \mathbf{u}_{0:t-1}, \mathbf{u}_t)^{-1}$$

vorgezogen werden. Für die sukzessive auf den Ausgangszustand \mathbf{y}_0 wirkenden stochastischen Ereignisse $\mathbf{e}_{0:t}$ (siehe Gl. (2.4), (2.5)) ergibt sich damit nach Bayes

$$\begin{aligned} bel(\mathbf{y}_t) &= p(\mathbf{y}_t|\mathbf{y}_0, \mathbf{l}_{0:t}, \mathbf{u}_{0:t}) \\ &= \eta \cdot p(\mathbf{l}_t|\mathbf{y}_t, \mathbf{y}_0, \mathbf{l}_{0:t-1}, \mathbf{u}_{0:t-1}, \mathbf{u}_t) \cdot \\ &\quad \cdot p(\mathbf{y}_t|\mathbf{y}_0, \mathbf{l}_{0:t-1}, \mathbf{u}_{0:t-1}, \mathbf{u}_t). \end{aligned} \quad (3.3)$$

Mit einer ersten Markov-Annahme - dem Postulat von (3.1), (3.2) und (3.3) als Markov-Kette 1. Ordnung bzgl. \mathbf{l}_t - wird festgelegt, dass die Beobachtungen \mathbf{l}_t zum Systemzustand zum aktuellen Zeitpunkt t allein durch den aktuellen Zustand \mathbf{y}_t zu beschreiben sind. Damit reduziert sich die Kette der stochastischen Variablen in $p(\mathbf{l}_t|\mathbf{y}_t, \mathbf{y}_0, \mathbf{l}_{0:t-1}, \mathbf{u}_{0:t-1}, \mathbf{u}_t)$ und Gleichung (3.3) geht über in die

1. Markov-Annahme

$$\begin{aligned} p(\mathbf{y}_t|\mathbf{y}_0, \mathbf{l}_{0:t}, \mathbf{u}_{0:t}) \\ = \eta \cdot p(\mathbf{l}_t|\mathbf{y}_t) \cdot p(\mathbf{y}_t|\mathbf{y}_0, \mathbf{l}_{0:t-1}, \mathbf{u}_{0:t-1}, \mathbf{u}_t). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Die in der Zustandsbeschreibung und Zustandsschätzung übliche Standardinformationsquelle - die sog. Transitionsleichungen (3.15) - treten in allen obigen Gleichungen (3.4) noch nicht auf. Um nun aber, über die fortlaufenden Messungen \mathbf{l}_t hinaus, diese i. d. R. vorliegende, weitere Informationsquelle zur Beschreibung des Systemzustandverhaltens ausschöpfen zu können, wird der letzte zweite Term auf der rechten Seite von Gleichung (3.4) unter äquivalenter Umformung entsprechend erweitert. Dies geschieht auf der Grundlage der allgemeinen Beziehung

$$p(\mathbf{x}) = \int p(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \cdot d\mathbf{x}'$$

zwischen der gemeinsamen Verbunddichte $p(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ und der einzelnen Randdichte $p(\mathbf{x})$ zweier Zufallsvariablen \mathbf{x} und \mathbf{x}' . Unter entsprechender Anwendung auf den dritten Term in (3.4) erhalten wir mit dieser Erweiterung um \mathbf{y}_{t-1} die

¹Die Bayes Beziehungen können äquivalent sowohl für bedingte Wahrscheinlichkeiten P (i. a. als Großbuchstabe) von Ereignissen als auch für parametrisierte Dichtefunktionen p (i. a. mit Kleinbuchstaben) von Zufallsvariablen verwendet werden. Vor dem Hintergrund der Zustandsparameterschätzung über Dichtefunktionen werden ausschließlich Kleinbuchstaben verwendet.

Chapman-Kolmogorov Gleichungen

$$\begin{aligned}
 & p(\mathbf{y}_t | \mathbf{y}_0, \mathbf{l}_{0:t-1}, \mathbf{u}_{0:t-1}, \mathbf{u}_t) \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} p(\mathbf{y}_t | \mathbf{y}_0, \mathbf{l}_{0:t-1}, \mathbf{u}_{0:t-1}, \mathbf{u}_t, \mathbf{y}_{t-1}) \cdot \\
 & \quad \cdot p(\mathbf{y}_{t-1} | \mathbf{y}_0, \mathbf{l}_{0:t-2}, \mathbf{l}_{t-1}, \mathbf{u}_{0:t-2}, \mathbf{u}_{t-1}) d\mathbf{y}_{t-1}
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

$$\begin{aligned}
 & p(\mathbf{y}_t | \mathbf{y}_0, \mathbf{l}_{0:t-1}, \mathbf{u}_{0:t-1}, \mathbf{u}_t) \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} p(\mathbf{y}_t | \mathbf{y}_0, \mathbf{l}_{0:t-1}, \mathbf{u}_{0:t}, \mathbf{y}_{t-1}) \cdot \\
 & \quad \cdot p(\mathbf{y}_{t-1} | \mathbf{y}_0, \mathbf{l}_{0:t-1}, \mathbf{u}_{0:t-1}) d\mathbf{y}_{t-1}.
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

Nach der Einbindung des vorausgehenden Zustands \mathbf{y}_{t-1} über die Verbunddichte wird für das Ergebnis (3.6) nun eine zweite Markov-Annahme postuliert, nämlich dass i. A. die Transitionsgleichungen $\mathbf{t}_{\mathbf{y}_{t,t-1}}$ (siehe (3.15)) zum Zustandsvektor \mathbf{y}_t - wiederum im Sinne eines Markov-Prozesses 1. Ordnung - allein in Abhängigkeit vom Vorgängerzustand \mathbf{y}_{t-1} und den zusätzlich im Schritt t abgeschlossenen, d. h. im Intervall $[t-1, t]$ erfolgten, Steuerungsmaßnahmen \mathbf{u}_t , determiniert sind. Damit gilt für den ersten Integranden in (3.6) die

2. Markov-Annahme

$$\begin{aligned}
 & p(\mathbf{y}_t | \mathbf{y}_{t-1}, \mathbf{l}_{0:t-1}, \mathbf{u}_{0:t-1}, \mathbf{u}_t, \mathbf{y}_0) = \\
 & \quad = p(\mathbf{y}_t | \mathbf{y}_{t-1}, \mathbf{u}_t).
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

Die Dichtefunktion der Transitionsgleichungen $\mathbf{t}_{\mathbf{y}_{t,t-1}}$ ist dabei identisch mit der Dichtefunktion in Gleichung (3.7) $p(\mathbf{y}_t | \mathbf{y}_{t-1}, \mathbf{u}_t)$ (siehe (3.15)). Die mit der vorausgehenden Schätzung bereits vorliegende Dichtefunktion $bel(\mathbf{y}_{t-1})$ (vergl. (3.1)) wird mit

$$\bar{p}(\mathbf{y}_{t-1}) = bel(\mathbf{y}_{t-1}) = p(\mathbf{y}_{t-1} | \mathbf{l}_{0:t-1}, \mathbf{u}_{0:t-1}, \mathbf{y}_0)$$

abgekürzt. Sie wird im Bayes-Kontext als sog. a-priori Dichte bezeichnet. Aus (3.6) gehen mit der 2. Markov-Annahme (3.7) die entsprechend angepassten Chapman-Kolmogorov Gleichungen (Metzger, 2006) hervor:

Chapman-Kolmogorov Gleichungen

mit 2. Markov-Annahme

$$\begin{aligned}
 & p(\mathbf{y}_t | \mathbf{y}_0, \mathbf{y}_{t-1}, \mathbf{l}_{0:t-1}, \mathbf{u}_{0:t-1}, \mathbf{u}_t, \mathbf{y}_0) \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} p(\mathbf{y}_t | \mathbf{y}_{t-1}, \mathbf{u}_t) \cdot \\
 & \quad p(\mathbf{y}_{t-1} | \mathbf{l}_{0:t-1}, \mathbf{u}_{0:t-1}, \mathbf{y}_0) d\mathbf{y}_{t-1}
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

$$\begin{aligned}
 & p(\mathbf{y}_t | \mathbf{y}_0, \mathbf{y}_{t-1}, \mathbf{l}_{0:t-1}, \mathbf{u}_{0:t-1}, \mathbf{u}_t, \mathbf{y}_0) \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} p(\mathbf{y}_t | \mathbf{y}_{t-1}, \mathbf{u}_t) \cdot \bar{p}(\mathbf{y}_{t-1}) d\mathbf{y}_{t-1}
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

Ausgehend von (3.3) erhalten wir mit den beiden Annahmen (3.4) und (3.7) zu Markov-Prozessen 1. Ordnung und der nach der ersten Markov-Annahme erfolgten Integration des Vorgängerzustandes \mathbf{y}_{t-1} ((3.5), (3.6) bzw. ((3.8), (3.9)) zusammenfassend die allgemeinen Ausgangsbeziehungen zur sequentiellen Schätzung des Systemzustandes \mathbf{y}_t , ausgehend von \mathbf{y}_0 und der hinreichenden Berücksichtigung aller sukzessiv eintretenden stochastischen Ereignissen und Maßnahmen $\mathbf{e}_{0:t}$ (2.4) in der Form:

$$\underbrace{p(\mathbf{y}_t | \mathbf{y}_0, \mathbf{l}_{0:t}, \mathbf{u}_{0:t})}_{\text{A-posteriori Dichte}} = \eta \cdot \underbrace{p(\mathbf{l}_t | \mathbf{y}_t)}_{\text{Dichtefkt. der Beob. im GM-Modell}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \underbrace{p(\mathbf{y}_t | \mathbf{y}_{t-1}, \mathbf{u}_t)}_{\text{Transitions-/Aktions-Modell (3.15)}} \cdot \underbrace{\bar{p}(\mathbf{y}_{t-1})}_{\text{A-priori Dichte}} \cdot d\mathbf{y}_{t-1}. \tag{3.10}$$

Nach Gleichung (3.1) wird der Begriff des „Beliefs (bel)“ konsequent – und wie der Literatur zu Robotik und Navigation (Thrun u. a., 2006) üblich – auch in die einzelnen Komponenten von (3.10) eingeführt. Damit resultiert:

$$\underbrace{p(\mathbf{y}_t | \mathbf{y}_0, \mathbf{l}_{0:t}, \mathbf{u}_{0:t})}_{bel(\mathbf{y}_t)} = \eta \cdot \underbrace{p(\mathbf{l}_t | \mathbf{y}_t)}_{\text{Dichtefkt. der Beob. im GM-Modell}} \cdot \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} p(\mathbf{y}_t | \mathbf{y}_{t-1}, \mathbf{u}_t) \cdot \bar{p}(\mathbf{y}_{t-1}) \cdot d\mathbf{y}_{t-1}}_{\bar{bel}(\mathbf{y}_t)}. \tag{3.11}$$

Zur definitiven individuellen Systemerschließung bzw. zur Systemregelung müssen nun im Weiteren in ((3.10), (3.11)) die konkreten stochastischen Informationsquellen - d. h. die Dichtefunktionen der Messmodelle $p(\mathbf{l}_t | \mathbf{y}_t)$, des Vorhersagemodells $p(\mathbf{y}_t | \mathbf{y}_{t-1}, \mathbf{u}_t)$, und die a-priori Dichte $\bar{p}(\mathbf{y}_{t-1})$ - über ihre jeweiligen wahren Fehler, Erwartungswerte und stochastischen Modelle (Kovarianzmatrizen) parametrisiert werden. Bei der Dichte der Sensordaten werden nun die Leverarme $\mathbf{s}(i, j)$ (siehe Gl. (2.3)) der Sensoren $s(i, j)$ wieder hinzugefügt, die in obigen Beziehungen - rein

der Übersichtlichkeit wegen - weggelassen wurden. Es gilt:

$$\varepsilon_t = \mathbf{l}_t - \mathbf{l}(\tilde{\mathbf{y}}_t, \mathbf{sl}(i, j)) \quad (3.12)$$

und damit

$$\begin{aligned} p(\mathbf{l}_t | \mathbf{y}_t) &=: p_1(\varepsilon_t, \mathbf{C}_{\varepsilon_t}) \\ &= p_1(\mathbf{l}_t - \mathbf{l}(\tilde{\mathbf{y}}_t, \mathbf{sl}(i, j)), \mathbf{C}_{\varepsilon_t}). \end{aligned} \quad (3.13)$$

Die Dichte der Vorhersage in Gleichung (3.11) wird auch als System- oder Prädiktionsdichte (Metzger, 2006) bzw. nach Herzberg u. a. (2012) auch als Transitions-/Aktionsmodell (3.10) bezeichnet. Sie lautet mit den Transitionsgleichungen $\mathbf{t}_{\mathbf{y}_t, \mathbf{y}_{t-1}}$

$$\varepsilon_{\mathbf{y}_t, \mathbf{y}_{t-1}} = \mathbf{t}_{\mathbf{y}_t, \mathbf{y}_{t-1}}(\mathbf{y}_{t-1}, \mathbf{u}_t, \mathbf{s}_t) - \tilde{\mathbf{y}}_t. \quad (3.14)$$

Damit gilt:

$$\begin{aligned} p(\mathbf{y}_t | \mathbf{y}_{t-1}, \mathbf{u}_t, \mathbf{s}_t) \\ &=: p_{\mathbf{y}}(\varepsilon_{\mathbf{y}_t, \mathbf{y}_{t-1}}, \mathbf{C}_{\varepsilon_t}) \\ &= p_{\mathbf{y}}(\mathbf{t}_{\mathbf{y}_t, \mathbf{y}_{t-1}}(\mathbf{y}_{t-1}, \mathbf{u}_t, \mathbf{s}_t) - \tilde{\mathbf{y}}_t, \\ &\quad \mathbf{C}_{\varepsilon_t}(\mathbf{C}_{\mathbf{y}_{t-1}}, \mathbf{C}_{\mathbf{u}_t}, \mathbf{C}_{\mathbf{s}_t})). \end{aligned} \quad (3.15)$$

Für die a-priori Dichte $\bar{p}(\mathbf{y}_{t-1})$ in (3.11) gilt:

$$\varepsilon_{\mathbf{y}_{t-1}} = \mathbf{y}_{t-1} - \tilde{\mathbf{y}}_{t-1} \quad (3.16)$$

und damit

$$\begin{aligned} bel(\mathbf{y}_{t-1}) &= \bar{p}(\mathbf{y}_{t-1}) =: \bar{p}(\varepsilon_{\mathbf{y}_{t-1}}, \mathbf{C}_{\mathbf{y}_{t-1}}) \\ &= \bar{p}(\mathbf{y}_{t-1} - \tilde{\mathbf{y}}_{t-1}, \mathbf{C}_{\mathbf{y}_{t-1}}). \end{aligned} \quad (3.17)$$

Die Steuerungsgröße \mathbf{u}_t in (3.15) sowie weitere stochastische Einflüsse oder auch Störgrößen \mathbf{s}_t (Wind, Propellerphysik bei UAVs) bilden bei der Regelung von Navigationssystemen (z. B. Fernsteuerung eines UAV, Steuerungssysteme im autonomen Fliegen und Fahren (Jäger, 2016; Jäger und Zwiener, 2016)) über systemindividuelle Steuerungsgleichungen eine Teilkomponente innerhalb der i. A. nichtlinearen Transitions-gleichungen $\mathbf{t}_{\mathbf{y}_t, \mathbf{y}_{t-1}}$ (3.15). Die Steuerungsmaßnahme bzw. -Korrektur

$$\Delta \mathbf{y}_{t-1} = \mathbf{f}(\mathbf{u}_t) \quad \text{mit} \quad \mathbf{C}_{\mathbf{u}_t} \quad (3.18)$$

des im Ergebnis der vorausgehenden Zustandsschätzung \mathbf{y}_{t-1} in Rekursionsschritt $t - 1$ festgestellten Re-

gelabweichung des Zustandsvektors \mathbf{y}_{t-1} vom Soll (Regeldifferenz) erfolgt innerhalb des Zeitintervalls $\Delta t = [t - 1, t]$. Je nach Dauer der Regelung, z. B. einem PID-Regler bei UAV (Jäger, 2016; Jäger und Zwiener, 2016) sind Δt und die damit die jeweilige Systemzeit t stochastisch abhängig von \mathbf{u}_t . Dieser Sachverhalt wird im Englischen als „Hidden Markov-Model (HMM)“ oder auch als „Dynamisches Bayes-Netz (DBN)“ bezeichnet.

4 Eigenschaften der Bayes basierten Schätzung

Die funktionalen und stochastischen Modelle (3.13) und (3.15) beinhalten - unabhängig welche jeweiligen Dichtefunktion hinterlegt sind - zusammen mit der vorausgehenden Schätzung \mathbf{y}_{t-1} und Kovarianzmatrix $\mathbf{C}_{\mathbf{y}_{t-1}}$ bzw. der Dichte $\bar{p}(\mathbf{y}_{t-1})$ in Gleichungen (3.17) - die hinreichenden Informationsquellen zur Systemmodellierung und Steuerung über die rekursiven Algorithmen (3.10) und (3.11). Sie erlauben dabei mit Angabe der Vorgängerdichte $\bar{p}(\mathbf{y}_{t-1})$ und letztlich der Ausgangsdichtefunktion $p(\mathbf{y}_0)$, der Messungen \mathbf{l}_t mit der bedingten Wahrscheinlichkeitsdichte $p(\mathbf{l}_t | \mathbf{y}_t)$ (3.13) sowie der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $p(\mathbf{y}_t | \mathbf{y}_{t-1}, \mathbf{u}_t, \mathbf{s}_t)$ - mit der enthaltenen Transitions-/Aktionsgleichung

$$\mathbf{y}_{t,t-1} = \mathbf{t}_{\mathbf{y}_t, \mathbf{y}_{t-1}}(\mathbf{y}_{t-1}, \mathbf{u}_t, \mathbf{s}_t)$$

zur Vorhersage $\mathbf{y}_{t,t-1}$ von \mathbf{y}_t aus \mathbf{y}_{t-1} - die Darstellung der a-posteriori Dichte in Form des Beliefs

$$bel(\mathbf{y}_t) = p(\mathbf{y}_t | \mathbf{y}_0, \mathbf{l}_{0:t}, \mathbf{u}_{0:t}, \mathbf{s}_{0:t})$$

(siehe Gleichungen (3.10) und (3.11)) zum aktuellen Zustand \mathbf{y}_t . Dabei bestehen keine Voraussetzungen an den Typ der o. g. Dichtefunktionen der stochastischen Größen in $bel(\mathbf{y}_t)$ ((3.10) und (3.11)).

5 Bayes basierte Navigationszustandsschätzung und Steuerung

5.1 Kalman-Filter (KF), Extended KF (EKF), Robuste KF und EKF

Unter der Annahme multivariater Normalverteilungen für die Dichtefunktionen im Transitions-/Aktionsmodell

$$p_{\mathbf{y}}(\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{y}_t, \mathbf{y}_{t-1}}, \mathbf{C}_{\mathbf{y}_t}) = p_{\mathbf{y}}(\mathbf{t}_{\mathbf{y}_{t,t-1}}(\mathbf{y}_{t-1}, \mathbf{u}_t, \mathbf{s}_t) - \tilde{\mathbf{y}}_t, \mathbf{C}_{\mathbf{y}_t})$$

(siehe (3.15)) und der a-priori Dichte des Beliefs

$$bel(\mathbf{y}_{t-1}) = \bar{p}(\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{y}_{t-1}}, \mathbf{C}_{\mathbf{y}_{t-1}}) = \bar{p}(\mathbf{y}_{t-1} - \tilde{\mathbf{y}}_{t-1}, \mathbf{C}_{\mathbf{y}_{t-1}})$$

(siehe (3.17)) resultiert aus dem Chapman-Kolmogorov-Integral über beide Dichten im Ergebnis für $\overline{bel}(\mathbf{y}_t)$ (3.11) die multivariate Normalverteilungsdichte:

$$\begin{aligned} \overline{bel}(\mathbf{y}_t) &= p_{\mathbf{y}_{t,t-1}}(\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{y}_{t,t-1}}, \mathbf{C}_{\mathbf{y}_{t,t-1}}) \\ &= p_{\mathbf{y}}(\mathbf{t}_{\mathbf{y}_{t,t-1}}(\mathbf{y}_{t-1}, \mathbf{u}_t, \mathbf{s}_t) - \tilde{\mathbf{y}}_t, \mathbf{C}_{\mathbf{y}_{t,t-1}}) \\ &= p_{\mathbf{y}}(\mathbf{y}_{t,t-1} - \tilde{\mathbf{y}}_t, \mathbf{C}_{\mathbf{y}_{t,t-1}}) \end{aligned} \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{\mathbf{y}_{t,t-1}} &= +\bar{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{y}_{t-1}} \cdot \bar{\mathbf{T}}^T + \bar{\mathbf{U}} \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{u}_t} \cdot \bar{\mathbf{U}}^T \\ &\quad + \bar{\mathbf{S}} \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{s}_t} \cdot \bar{\mathbf{S}}^T. \end{aligned} \quad (5.2)$$

Eine ausführliche Herleitung von (5.1) und (5.2) für Normalverteilungsannahmen in $\overline{bel}(\mathbf{y}_t)$ (3.11) findet sich in Metzger (2006). Die Kovarianzmatrix $\mathbf{C}_{\mathbf{y}_{t,t-1}}$ (5.2) resultiert mit Anwendung der Fehlerfortpflanzung auf die mit $\overline{bel}(\mathbf{y}_t)$ vorliegenden finalen Transitions-/Aktionsgleichungen $\mathbf{y}_{t,t-1} = \mathbf{t}_{\mathbf{y}_{t,t-1}}(\mathbf{y}_{t-1}, \mathbf{u}_t, \mathbf{s}_t)$ (3.14). Geht man nun im Gauß-Markov-Modell (GMM) beim Term $p(\mathbf{l}_t | \mathbf{y}_t)$ (siehe Gl. (3.13)) ebenfalls von einer Normalverteilungsannahme aus, so ist die a-posteriori Dichte $bel(\mathbf{y}_t)$ in (3.11) ebenfalls normalverteilt. Somit ist die Maximierung des Werts der a-posteriori Dichte in der folgenden Form gegeben:

$$\hat{\mathbf{y}}_{tM} = \underset{[\mathbf{y}_t]}{\operatorname{argmax}} \{ p(\mathbf{l}_t | \mathbf{y}_t) \cdot \overline{bel}(\mathbf{y}_t) \}. \quad (5.3)$$

Das Schätzkonzept (5.3) ist gleichbedeutend mit der Maximum-Likelihood-Schätzung $\hat{\mathbf{y}}_{tM}$ der Zustandspa-

rameter \mathbf{y}_t des Beliefs $bel(\mathbf{y}_t)$ (3.11). Mit der Vorhersagedichte ((5.1), (5.2)) und der Dichte ((3.12), (3.13)) der Sensorbeobachtungsgleichungen geht aus (5.3) die Maximum-Likelihood-Schätzung in der Form (5.4) hervor.

$$\hat{\mathbf{y}}_{tM} = \underset{[\tilde{\mathbf{y}}_t]}{\operatorname{argmax}} \left\{ p_{\mathbf{l}}(\mathbf{l}_t - \mathbf{l}(\tilde{\mathbf{y}}_t, \mathbf{sl}(i, j))_t, \mathbf{C}_{\boldsymbol{\varepsilon}_t}) \cdot p_{\mathbf{y}}(\mathbf{y}_{t,t-1} - \tilde{\mathbf{y}}_t, \mathbf{C}_{\mathbf{y}_{t,t-1}}) \right\}. \quad (5.4)$$

Mit den negativen Exponenten der e -Funktionen („Gauß-Dichten“) ist (5.4) äquivalent zur Kleinste-Quadrate-Schätzung:

$$\begin{aligned} &(\mathbf{l}_t - \mathbf{l}(\tilde{\mathbf{y}}_t, \mathbf{sl}(i, j)))^T \cdot \mathbf{C}_{\boldsymbol{\varepsilon}_t}^{-1} \cdot (\mathbf{l}_t - \mathbf{l}(\tilde{\mathbf{y}}_t, \mathbf{sl}(i, j))) \\ &+ (\mathbf{y}_{t,t-1} - \tilde{\mathbf{y}}_t)^T \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{y}_{t,t-1}}^{-1} \cdot (\mathbf{y}_{t,t-1} - \tilde{\mathbf{y}}_t) = \underset{\hat{\mathbf{y}}_{tM}}{\operatorname{Min}}. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Mit den Näherungswerten \mathbf{y}_0 für $\hat{\mathbf{y}}_{tM}$ führt die Zustandsschätzung (5.5) mit der Designmatrix $\mathbf{A}(\mathbf{y}_0, \mathbf{sl}(i, j))$ aus der Linearisierung der Beobachtungsgleichungen $\mathbf{l}(\tilde{\mathbf{y}}_t, \mathbf{sl}(i, j))$ auf das folgende linearisierte Gauß-Markov-Modell:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{t,t-1} + \mathbf{v}_y &= \mathbf{I} \cdot d\hat{\mathbf{y}}_{tM} + \mathbf{y}_0 \\ &\text{mit der Kovarianzmatrix } \mathbf{C}_{\mathbf{y}_{t,t-1}} \end{aligned} \quad (5.6)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{l}_t + \mathbf{v}_l &= \mathbf{A}(\mathbf{y}_0, \mathbf{sl}(i, j)) \cdot d\hat{\mathbf{y}}_{tM} + \mathbf{l}_t(\mathbf{y}_0, \mathbf{sl}(i, j)) \\ &\text{mit der Kovarianzmatrix } \mathbf{C}_{\boldsymbol{\varepsilon}_t}. \end{aligned} \quad (5.7)$$

Die Residuen \mathbf{v}_y und \mathbf{v}_l stehen dabei für die Maximum-Likelihood-Schätzwerte der wahren Fehler $\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{y}_{t,t-1}}$ (5.1) bzw. $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ (3.13) in Gleichung (5.5). Die Kleinste-Quadrate-Schätzung für (5.5) führt mit (5.6) und (5.7) auf die Lösung

$$\begin{aligned} d\hat{\mathbf{y}}_{tM} &= \left(\mathbf{C}_{\mathbf{y}_{t,t-1}}^{-1} + \mathbf{A}^T \mathbf{C}_{\boldsymbol{\varepsilon}_t}^{-1} \mathbf{A} \right)^{-1} \cdot \left[\mathbf{A}^T \mathbf{C}_{\boldsymbol{\varepsilon}_t}^{-1} \cdot \right. \\ &\quad \left. (\mathbf{l}_t - \mathbf{l}_t(\mathbf{y}_0, \mathbf{sl}(i, j))) + \mathbf{C}_{\mathbf{y}_{t,t-1}}^{-1} \cdot (\mathbf{y}_{t,t-1} - \mathbf{y}_0) \right] \end{aligned} \quad (5.8)$$

$$\hat{\mathbf{y}}_{tM} = \mathbf{y}_0 + d\hat{\mathbf{y}}_{tM} \quad (5.9)$$

mit der Kovarianzmatrix

$$\mathbf{C}_{\hat{\mathbf{y}}_{tM}} = \left(\mathbf{C}_{\mathbf{y}_{t,t-1}}^{-1} + \mathbf{A}^T \mathbf{C}_{\boldsymbol{\varepsilon}_t}^{-1} \mathbf{A} \right)^{-1} \quad (5.10)$$

(Jäger u. a., 2018). In (5.8) lässt sich der Matrixterm

$$\mathbf{K} = \left(\mathbf{C}_{\mathbf{y}_{t,t-1}}^{-1} + \mathbf{A}^T \mathbf{C}_{\boldsymbol{\varepsilon}_t}^{-1} \mathbf{A} \right)^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \mathbf{C}_{\boldsymbol{\varepsilon}_t}^{-1} \quad (5.11)$$

als Kalman-Matrix (Wendel, 2007; Jäger und González, 2006) identifizieren. Mit der Wahl der Näherungswerte $\mathbf{y}_0 =: \mathbf{y}_{t,t-1}$, welche aus der Vorhersage (5.1) erhalten werden, gehen die Gleichungen (5.8), (5.9) und (5.10) direkt über in

$$\hat{\mathbf{y}}_{tM} \equiv \hat{\mathbf{y}}_{tKF} = \mathbf{y}_{t,t-1} + \mathbf{K} \cdot (\mathbf{l}_t - \mathbf{l}_t(\mathbf{y}_0, \mathbf{sl}(i, j))) \quad (5.12)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{\hat{\mathbf{y}}_{tM}} &\equiv \mathbf{C}_{\hat{\mathbf{y}}_{tKF}} = \left(\mathbf{C}_{\mathbf{y}_{t,t-1}}^{-1} + \mathbf{A}^T \mathbf{C}_{\mathbf{l}_{e_t}}^{-1} \mathbf{A} \right)^{-1} \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{K} \cdot \mathbf{A}) \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{y}_{t,t-1}}, \end{aligned} \quad (5.13)$$

d. h., es gelten die Identitäten $\hat{\mathbf{y}}_{tM} \equiv \hat{\mathbf{y}}_{tKF}$ und $\mathbf{C}_{\hat{\mathbf{y}}_{tM}} \equiv \mathbf{C}_{\hat{\mathbf{y}}_{tKF}}$. Somit ist die Kleinste-Quadrate-Schätzung ((5.8), (5.9) und (5.10)) zum Gauß-Markov-Modell ((5.6), (5.7)) identisch mit der klassischen Kleinste-Quadrate Kalman-Filterung (KF) nach $\hat{\mathbf{y}}_{tKF}$ (siehe Gl. (5.12)) und $\mathbf{C}_{\hat{\mathbf{y}}_{tKF}}$ (siehe Gl. (5.13)). In (5.12) können direkt die prädiagnostierten nicht-linearen Sensordaten $\mathbf{l}_t(\mathbf{y}_{t,t-1}, \mathbf{sl}(i, j))$ aus Gleichung (2.3) in Ansatz gebracht werden.

Ebenso kann in (5.12) auch direkt die nicht-lineare (3.15) Vorhersage eingesetzt werden. Im Gegensatz zu jeweils linearen Modellen wird die hier durch die Gleichungen (5.6) und (5.7) beschriebene KF auch als Extended Kalman-Filter (EKF) bezeichnet. Linearisierungen sind zur Realisierung des EKF jedoch für die Fehlerfortpflanzung sowie die Berechnung der Terme $\bar{\mathbf{T}}, \bar{\mathbf{U}}, \bar{\mathbf{S}}$ in (5.2), sowie der Designmatrix $\mathbf{A}(\mathbf{y}_0, \mathbf{sl}(i, j))$ (5.7), notwendig. Der Übergang von $\overline{bel}(\mathbf{y}_t)$ aus Gleichung (3.11) nach (5.1) ist neben der Normalverteilung auch für weitere exponentielle Dichtefunktionen - z. B. die multivariate Laplace-Verteilung oder andere expo-

nentielle Zieldichten, die der robusten M -Schätzung (Jäger u. a., 2018) gegenüber sind - nachvollziehbar. Daher können auf die o. g. Bayes-Theorie auch robuste Kalman-Filterungen (Jäger und González, 2006) begründet werden.

5.2 Partikel-Filter

Das Partikel-Filter (PF) löst sich von der Forderung nach exponentiellen Dichtefunktionen für die einzelnen Komponenten der Bayes'schen Ausgangsdarstellung der Zustandsschätzung auf der rechten Seite von (3.11). Damit ist die Maximum-Likelihood-Schätzung (5.3) nicht mehr Optimalschätzung für \mathbf{y}_t , auch wenn für die Sensordatendichte (3.13) in (3.11) i. A. weiterhin die Normalverteilungsannahme bestehen bleibt. Kennzeichnend für das PF ist die Diskretisierung der a-priori Dichte $\bar{p}(\mathbf{y}_{t-1})$ (3.11) über die Dirac'sche Deltafunktion $\delta(\mathbf{y}_{t-1}^i - \tilde{\mathbf{y}}_{t-1})$ mit N Partikeln. Es gilt:

$$\begin{aligned} \bar{p}(\mathbf{y}_{t-1} - \tilde{\mathbf{y}}_{t-1}, \mathbf{C}_{\mathbf{y}_{t-1}}) &= \\ &= \sum_{i=1}^N w_{t-1}^i \cdot \delta(\mathbf{y}_{t-1}^i - \tilde{\mathbf{y}}_{t-1}) \quad (5.14) \\ \text{und } \sum_{i=1}^N w_{t-1}^i &= 1. \end{aligned}$$

Die Partikelwahrscheinlichkeiten werden dabei über deren Gewichte w_{t-1}^i gesteuert. Als typische Dichtefunktion wird bei unbekanntem Ausgangszustandskomponenten \mathbf{y}_t (z. B. der Position eines 3D-Mappingroboters in einem Gebäude) mit $w_{t_0}^i = const.$ häufig die Gleichverteilung gewählt. Das Durchlau-

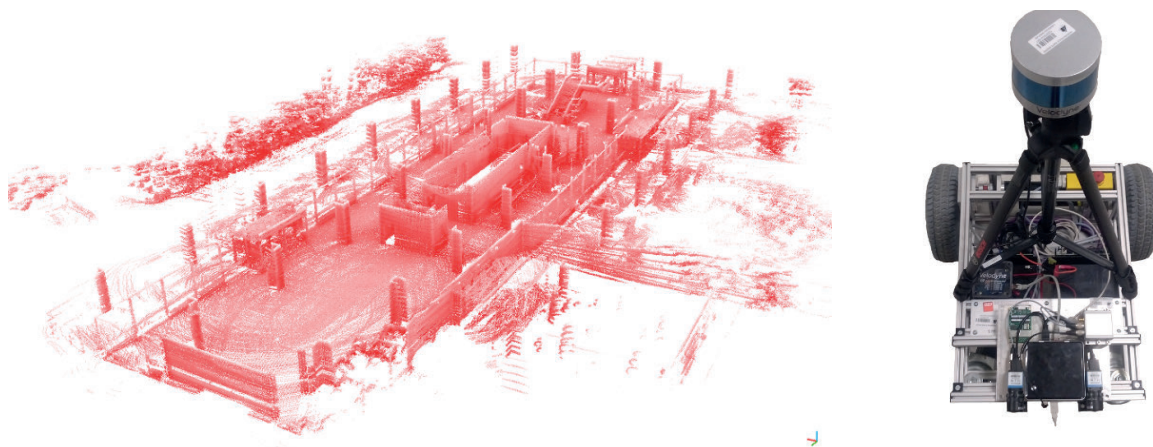


Abbildung 5.1: Links: Georeferenzierte 3D-Punktwolke als Ergebnis und Weiterverarbeitungsschnittstelle des 3D-Mappingsystems „MSM“. Rechts: Volksbot-Roboter Aufbau des 3D-Mappingsystems „MSM“ mit Laserscanner Velodyne VLP-16 als SLAM-Sensor. Im Vordergrund die GNSS/MEMS/Kamera MSM-Navigationsbox für SLAM

fen der Bayes'schen Beziehungen (3.11) führt in jedem Schritt t auf neue Gewichte (Herzberg u. a., 2012; Wendel, 2007; Thrun u. a., 2006) und damit auf eine sich schrittweise stabilisierende Zustandsschätzung y_t .

5.3 SLAM-Verfahren

Die aktuell im Fokus von FuE stehenden selbstreferenzierenden 3D-Mappingsysteme basieren i. d. R. auf den KF und PF Ansätzen. Beide stehen gemeinsam auf den Bayes Grundlagen. SLAM (Simultaneous Localisation And Mapping) bedeutet hier die Doppelnutzung bestimmter Navigationssensorik (z. B. Kameras, Laserscanner) sowohl für die Navigationszustandsschätzung als auch für die Objektaufnahme. Zusätzliche Redundanz durch Punktwolken- bzw. Bildüberlappungen und daraus zu gewinnende Bedingungsgleichungen zwischen zeitlich aufeinander folgenden Zustandsvektoren y_t bzw. zwischen wiederkehrenden örtlichen Überlappungen führen auf die Verfahren des Online-SLAM bzw. des Graph-SLAM. Die Ausschöpfung der entsprechenden Informationen aus den Bedingungsgleichung impliziert beim SLAM die Verbesserung der Genauigkeit der Gesamtrajektorie $y(1:t)$ und damit einhergehend eine Steigerung der Genauigkeit für die sich mit der SLAM-Schätzung von $y(1:t)$ verbindenden Georeferenzierung der 3D-Laserscannerpunktwolke (Abb. 5.1) bzw. der SLAM-prozessierten Bilddaten des 3D-Mapping. Die Abb. 5.1 zeigt das im Rahmen des im Forschungs- und Entwicklungsbereich NAVKA (NAVKA, 2018) entwickelte SLAM-basierte selbstreferenzierende Mappingsystem „MSM“.

Literatur

- Herzberg, J., Lingemann, K. und Nüchter, A. (2012): Mobile Roboter. Springer Vieweg, Heidelberg.
- Jäger, R. (2014): Navigation mit verteilten GNSS/MEMS Sensoren - Mathematische Modelle, Algorithmen und Anwendungspotenziale. *Horizonte* 43:7–10. ISSN: 1432-0174.
- Jäger, R. (2016): Navigation und Steuerung skalierbarer UAV und bemannter e-Multicopter. Forschung aktuell 2016: Hochschule Karlsruhe Technik und Wirtschaft (Hrsg.)
- Jäger, R., Diekert, J., Hoscislowski, A. und Zwiener, J. (2012): SIMA - Raw Data Simulation Software for the Development and Validation of Algorithms for GNSS and MEMS based Multi-Sensor Navigation Platforms. In: *FIG Working Week 2012: Knowing to manage the territory, protect the environment, evaluate the cultural heritage. Rome, Italy, 6-10 May 2012*, S. 1–15. URL: http://www.fig.net/pub/fig2012/papers/ts03d/TS03d_jaeger_diekert_et_al_6000.pdf.
- Jäger, R. und González, F. (2006): GNSS/LPS Based Online Control and Alarm System (GOCA) - Mathematical Models and Technical Realization of a System for Natural and Geotechnical Deformation Monitoring and Hazard Prevention. In: *Geodetic Deformation Monitoring: From Geophysical to Engineering Roles: IAG Symposium Jaén, Spain March 17–19, 2005*. Hrsg. von F. Sansò und A. J. Gil. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, S. 293–303. DOI: 10.1007/978-3-540-38596-7_37.
- Jäger, R., Müller, T. und Saler, H. (2018): Klassische und robuste Ausgleichungsverfahren - Ein Leitfaden für Ausbildung und Praxis von Geodäten und Geoinformatikern. 2. Aufl. In Bearbeitung. Wichmann, Heidelberg.
- Jäger, R. und Zwiener, J. (2016): Flugdynamik, Multi-Sensor-Navigation und Steuerung skalierbarer Out-/Indoor-Multicopter UAV. In: *UAV 2016 – Vermessung mit unbemannten Flugsystemen*, 148. DVW Seminar, 18.-19. Feb. 2016. Universität Bonn. Bd. 82. ISBN: 978-3-95786-067-5.
- Koch, K.-R. (2007): Introduction to Bayesian Statistics. Springer, Berlin und Heidelberg.
- Köhler, B.-U. (2005): Konzepte der statistischen Signalverarbeitung. Springer, Berlin und Heidelberg.
- Metzger, J. (2006): Optimierung des Akquisitions- und Tracking-Verhaltens zentraler und modularer Terrainavigationssysteme. Dissertation Universität Karlsruhe, ITE.
- NAVKA (2018): Navigationsalgorithmen und -plattformen Karlsruhe. URL: www.navka.de (besucht am 01.01.2018).
- Thrun, S., Burgard, W. und Fox, D. (2006): Probabilistic Robots. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, London.
- Wendel, J. (2007): Integrierte Navigationssysteme. Oldenburg Verlag, München und Wien.

Randwertprobleme in geometrischer Sichtweise

Wolfgang Keller

Geodätisches Institut, Universität Stuttgart
E-Mail: wolfgang.keller@gis.uni-stuttgart.de

Zusammenfassung

Ausgehend von der Dualität zwischen Punkt- und Geradeninformation in der projektiven Geometrie werden die Schwere- und Geometrieinformationen in geodätischen Randwertproblemen gegeneinander ausgetauscht, so dass das freie geodätische Randwertproblem in ein Problem mit festem Rand überführt werden kann.

1 Einführung

Ein immer wiederkehrendes Thema im wissenschaftlichen Werk von Bernhard Heck sind die geodätischen Randwertprobleme. Grundlegend sind seine Arbeiten zur Klassifikation der Randwertprobleme in skalar, vektoruell mit festem und mit freiem Rand (Grafarend u. a., 1985; Heck, 1988; Heck und Seitz, 2003) aber auch seine Studien zur notwendigen Datenvorverarbeitung z. B. durch Helmert's Kondensationsmethode und zu direkten und indirekten Effekten (Heck, 2003).

Stets war dabei die Physik die gedankliche Leitschnur. Es gibt aber auch einen geometrischen Zugang zu den geodätischen Randwertproblemen, der, obwohl derzeit wenig praxisrelevant, durch die Symmetrien zum klassischen Randwertproblem gedanklich reizvoll und interessant ist. Davon soll hier die Rede sein.

2 Projektive Geometrie

Eins der fundamentalen Probleme der euklidischen Geometrie ist das Parallelenpostulat. Einerseits wurde die euklidische Geometrie von Kant als synthetisches Urteil a priori und damit zur Denknöwendigkeit erklärt, andererseits zeigten die Arbeiten von Gauß und Bolay, dass auch eine nichteuklidische Geometrie wi-

derspruchsfrei ist. Und: das Parallelenpostulat erzeugt eine Asymmetrie in der euklidischen Geometrie. Denn

- einerseits gilt: Durch zwei Punkte geht genau eine Gerade.
- Aber es gilt eben nicht, dass sich zwei Geraden in genau einem Punkt schneiden.

Um sich aus diesem Dilemma zu befreien, ist ein Weg die Einführung uneigentlicher Punkte in der projektiven Geometrie. Ein uneigentlicher Punkt wird eingeführt als der *Schnittpunkt* einer Schaar von im euklidischen Sinn parallelen Geraden. Durch diesen Kunstgriff werden die Probleme des Parallelenpostulats in der euklidischen Geometrie beseitigt. Denn jetzt gilt in der projektiven Ebene wieder

- Durch zwei Punkte geht genau eine Gerade.
- Zwei Geraden schneiden sich in genau einem Punkt. (Gegebenenfalls im uneigentlichen Punkt).

Obiges Aussagenpaar ist wohl das einfachste Beispiel für das Dualitätsprinzip der ebenen projektiven Geometrie:

Dualitätsprinzip 1 *Sei A eine wahre Aussage der ebenen projektiven Geometrie. Ersetzt man in A den Begriff Punkt durch den Begriff Gerade und die Wendung*



geht durch die Wendung liegt auf, so entsteht wiederum eine wahre Aussage.

In der projektiven Ebene sind also die Elemente Punkt und Gerade gleichwertig. Es liegt daher nahe, nicht allein eine glatte Kurve $(x(t), y(t))$ in der projektiven Ebene zu betrachten, sondern die Kurve mitsamt ihren Tangenten $(x(t), y(t), p(t) = \dot{y}(t)/\dot{x}(t))$. Dieses Konstrukt wurde von *S. Lie* (Lie und Scheffers, 1896) Elementverein genannt.

Mit Hilfe des Dualitätsprinzips lässt sich jeder Elementverein in seinen dualen Elementverein abbilden und die dann (hoffentlich leichter) abgeleiteten Aussagen über den dualen Elementverein lassen sich in Aussagen über den Ursprungselementverein rückübersetzen. Dies ist die Technik der Korrelationen:

Definition 1 Eine projektive Abbildung, die jede Figur in ihre duale Figur abbildet, indem sie Geraden in Punkte und umgekehrt Punkte in Geraden überführt heißt Korrelation.

3 Berührungstransformationen

Nicht jede Abbildung

$$X = X(x, y, p), Y = Y(x, y, p), P = P(x, y, p) \quad (3.1)$$

überführt einen Elementverein wieder in einen Elementverein. Um dies zu gewährleisten, muss die sogenannte Kontaktbedingung

$$X_p(Y_x + pY_y) = Y_p(X_x + pX_y), \quad Y_p = PX_p \quad (3.2)$$

erfüllt sein. Derartige Abbildungen heißen Berührungstransformationen. Um die Korrelationen auch analytisch fassen zu können, müssen in der projektiven Ebene Koordinaten eingeführt werden, die auch die uneigentlichen Punkte mit erfassen. Diese Art von Koordinaten sind die sogenannten *homogenen* Koordinaten. Zur Motivation der homogenen Koordinaten betrachten wir zunächst die Gleichung einer Geraden g in der euklidischen Ebene

$$a_0 + a_1x + a_2y = 0. \quad (3.3)$$

Nach *J. Plücker* (Plücker und Clebsch, 1868) können die Koeffizienten a_0, a_1, a_2 als Koordinaten der Geraden g angesehen werden. Diese Geradenkoordi-

ten sind homogen, d. h. sowohl (a_0, a_1, a_2) als auch $(c \cdot a_0, c \cdot a_1, c \cdot a_2)$, $c \in \mathbb{R}$ beschreiben die selbe Gerade. Um die Symmetrie der ebenen projektiven Geometrie auch analytisch wieder herzustellen, müssen auch homogene Punktkoordinaten eingeführt werden. Dazu wählt man (x_0, x_1, x_2) so, dass

$$x = \frac{x_1}{x_0}, \quad y = \frac{x_2}{x_0} \quad (3.4)$$

gilt. Das schließt alle eigentlichen Punkte ($x_0 \neq 0$) aber auch die uneigentlichen Punkte ($x_0 = 0$) ein. Die neu eingeführten Koordinaten sind dann offensichtlich ebenfalls homogen. Interessant ist in diesem Zusammenhang die Gleichung

$$a_0x_0 + a_1x_1 + a_2x_2 = 0, \quad (3.5)$$

die je nach Bedarf als Gleichung aller Geraden, die durch (x_0, x_1, x_2) laufen oder als Gleichung aller Punkte, die auf der Geraden (a_0, a_1, a_2) liegen, gedeutet werden kann. Auch hier scheint wieder das Dualitätsprinzip durch und wir haben eine ästhetischen Gleichklang von Form und Formel.

Um die Berührungstransformationen mit den Korrelationen der projektiven Geometrie in Zusammenhang zu bringen, stellen wir zunächst die ebene Kurve $(x(t), y(t))$ in homogenen Koordinaten dar

$$(x_0, x_1, x_2) = (1, x(t), y(t)). \quad (3.6)$$

Die Tangente an die ebene Kurve hat die Gleichung

$$y - y(t) = p(t)(x - x(t)), \quad (3.7)$$

die vermöge der homogenen Geradenkoordinaten

$$(a_0, a_1, a_2) = (px - y, -p, 1) \quad (3.8)$$

in der symmetrischen Form (3.5) ausgedrückt werden kann.

Eine Korrelation berechnet nun neue homogene Punktkoordinaten aus homogenen Geradenkoordinaten. Ein einfaches Beispiel dafür ist

$$\begin{bmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_2 \\ -a_1 \\ a_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ p \\ px - y \end{bmatrix}. \quad (3.9)$$

Ein Zurückschreiben auf kartesische Koordinaten erzeugt die folgende Transformation eines Elementvereins

$$X = \frac{X_1}{X_0} = p, \quad Y = \frac{X_2}{X_0} = px - y, \quad P = \frac{dX_2}{dX_1} = x, \quad (3.10)$$

die wegen

$$\begin{aligned} X_p(Y_x + pY_y) - Y_p(X_x + pX_y) \\ = 1(p + (-1)p) - x(0 + p0) = 0 \end{aligned} \quad (3.11)$$

in der Tat eine Berührungstransformation ist. Diese Transformation ist in der Literatur unter dem Namen Legendre-Transformation bekannt und hat vielfältige Anwendungen in der Mechanik und Thermodynamik. Während aber gewöhnlich die Legendre-Transformation ohne einleuchtende Motivation eingeführt wird, ergibt sie sich beinahe zwangsläufig als Ergebnis einer projektiven Korrelation.

4 Randwertproblem im Schwereraum

Nach diesen Vorbereitungen kann nun das freie geodätische Randwertproblem aus der Perspektive der projektiven Geometrie betrachtet werden.

Dieses Problem besteht darin, aus gegebenen Werten v und gegebenen Gradienten \mathbf{g} einer harmonischen Funktion V auf einer unbekannt orientierbaren und geschlossenen Fläche S , diese Fläche S selbst und die harmonische Funktion V außerhalb der Fläche zu bestimmen:

$$\Delta V(\mathbf{x}) = 0, \quad \mathbf{x} \in \text{ext } S, \quad (4.1)$$

$$V|_S = v, \quad \nabla V|_S = \mathbf{g}. \quad (4.2)$$

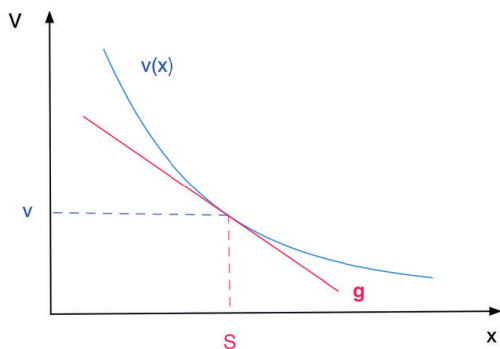


Abbildung 4.1: Eindimensionales Analogon

Die Schwierigkeit bei der Lösung dieses Problems besteht darin, dass es ein sogenanntes freies Randwertproblem ist, bei der die Randfläche unbekannt und selbst mit zu bestimmen ist (siehe Abbildung 4.1).

Im eindimensionalen Analogon kann man die Situation folgendermaßen veranschaulichen:

Der gegebene Gradient \mathbf{g} definiert eine Gerade, die Tangente an die unbekannt harmonische Funktion V . Diese berührt die harmonische Funktion V im unbekanntem Punkt $(S, V(X)) = (S, v)$. Die Gleichung der Tangente ist dann

$$V - V(S) = V'(S)(x - S) \Leftrightarrow V - v = g(x - S). \quad (4.3)$$

Die Schwierigkeit des freien Randes besteht also darin, dass zwar die Berührungsgerade gegeben ist, der Berührungspunkt aber nicht. Man hat also einen Mangel an Punktinformationen aber einen Überschuss an Geradeninformationen. Es liegt nun nahe, durch eine Korrelation die mangelnden Punktinformationen gegen die überschüssigen Geradeninformationen auszutauschen. Die homogenen Koordinaten von Punkt und Gerade sind

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ x \\ V(x) \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V'(S) \cdot S - v \\ g \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (4.4)$$

Die Überführung von Punkten in Geraden kann z. B. durch eine Legendre-Transformation erfolgen:

$$\begin{bmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ V' \\ V' \cdot x - V \end{bmatrix}. \quad (4.5)$$

Wenn die homogenen Koordinaten wieder in kartesische Koordinaten überführt werden, erhält man daraus

$$\gamma = \frac{X_1}{X_0} = V', \quad \psi = \frac{X_2}{X_0} = V' \cdot x - V. \quad (4.6)$$

Da V' am Rand S bekannt ist, ist für das adjungierte Potential ψ der Rand bekannt. Damit ist ein Problem mit freiem Rand in eine äquivalente Problem mit festem Rand überführt (siehe Abbildung 4.2). Diese Idee

ins Dreidimensionale übertragen führt auf die Schwereräumtheorie von Sanso (Sansò, 1978). Wegen

$$\psi(\gamma) = O(\sqrt{\gamma}), \quad \gamma \rightarrow 0 \quad (4.7)$$

weist die Schwereräumtheorie eine Singularität im Ursprung auf, da das zu bestimmende adjungierte Potential ψ dort nicht differenzierbar ist. Die Ursache für diese Singularität besteht darin, dass bei der Legendre-Transformation der unendlich ferne Punkt in den Ursprung abgebildet wird. Da in der Nacht des Unendlichen alle Katzen grau sind, verliert der Begriff Differenzierbarkeit dort seinen Sinn. Um das Problem zu beheben, muss eine Korrelation gefunden werden, die den unendlichen Punkt auf sich selbst abbildet.

Eine alternative Korrelation die Punkte in Geraden und Geraden in Punkte überführt ist

$$\begin{bmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_2 \\ \sqrt{GM} \frac{a_1}{|a_1|^{\frac{3}{2}}} \\ a_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -\sqrt{GM} \frac{g}{|g|^{\frac{3}{2}}} \\ V' \cdot x - V \end{bmatrix}. \quad (4.8)$$

Mit einigem Aufwand kann man nachrechnen, dass es sich dabei wirklich um eine Berührungstransformation handelt.

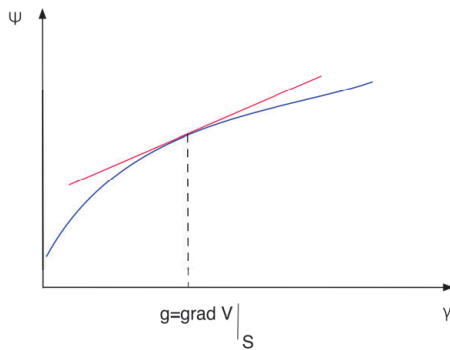


Abbildung 4.2: Adjungiertes Potential

Wenn man nun die homogenen Koordinaten in kartesische Koordinaten rücküberführt, ergibt sich

$$\gamma = \frac{X_1}{X_0} = -\sqrt{GM} \frac{g}{|g|^{\frac{3}{2}}}, \quad \psi = \frac{X_2}{X_0} = V' \cdot x - V. \quad (4.9)$$

Der Einfachheit halber sollen die neuen unabhängigen Variablen γ Schwerekoordinaten und die neue abhängige Variable ψ adjungiertes Potential genannt werden. Man erkennt unschwer, dass für die duale Figur der Randpunkt $(\gamma, \psi) = (-\sqrt{GM} \frac{g}{|g|^{\frac{3}{2}}}, g \cdot x - v)$ bekannt

ist. Das Randwertproblem mit freiem Rand ist somit in ein Randwertproblem mit festem Rand überführt. Der dafür zu zahlende Preis, wird sichtbar, wenn man vom eindimensionalen Analogon zum ursprünglich dreidimensionalen Problem zurückkehrt. Dann lauten die Transformationsbeziehungen

$$\gamma = \sqrt{GM} \frac{\nabla V(\mathbf{x})}{\|\nabla V \mathbf{x}\|^{\frac{3}{2}}}, \quad \psi = \nabla V(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} - V(\mathbf{x}) \quad (4.10)$$

und das Randwertproblem für das adjungierte Potential

$$\text{tr}(\nabla^2 \psi) - (\text{tr} \nabla^2 \psi)^2 = 0, \quad (4.11)$$

$$\left(-\frac{1}{2} \gamma \cdot \nabla \psi - \psi \right) \Big|_{\gamma = -\sqrt{GM} \frac{g}{|g|^{\frac{3}{2}}}} = v. \quad (4.12)$$

Dies ist ein Randwertproblem mit festem Rand, aber es ist nunmehr eine nichtlineare Differentialgleichung vom Monge-Ampere Typ.

Interessant ist auch die Randfläche $\Sigma = -\sqrt{GM} \frac{g}{|g|^{\frac{3}{2}}}$. Für diese Randfläche gilt nämlich

$$\nabla U|_{\Sigma} = \nabla V|_S, \quad (4.13)$$

wobei U das Normalpotential bezeichnet, d.h. die Randfläche im Schwereräum ist das gravimetrische Telluroid.

5 Linearisiertes Randwertproblem im Schwereräum

Linearisiert man das nichtlineare Randwertproblem im Schwererräum (4.12) um das adjungierte Normalpotential $\psi_0 = -2GM/|\gamma|$, so lautet das entstehende Randwertproblem für das adjungierte Störpotential $\tau = \psi - \psi_0$

$$\Delta \tau(\gamma) = 0, \quad \left(-\frac{1}{2} \gamma \cdot \nabla \tau - \tau \right) \Big|_{\sigma} = \Delta v. \quad (5.1)$$

Von seiner Struktur her ist das linearisierte Problem (5.1) identisch dem linearisierten Molodenskijproblem. Lediglich Schwere und Potential haben ihre Rollen getauscht. Während beim linearisierten Randwertproblem die Randfläche das durch das Potential definierte Telluroid ist, ist die Randfläche beim linearisierten Schwereräum das gravimetrische Telluroid. Im Molodenskijproblem sind die Randwerte die

Schwereanomalien Δg , während beim Schwererraumproblem die Randwerte durch die Potentialanomalien Δv gebildet werden. Auch hier scheint wieder das Dualitätsproblem der projektiven Geometrie herauf.

Neben diesen interessanten Symmetrien hält das linearisierte Randwertproblem im Schwererraum auch einige potentiell interessante praktische Eigenheiten bereit: Die als Randwerte zu benutzenden Potentialanomalien können auf den Kontinenten durch Nivellement und auf den Ozeanen durch Altimetrie bestimmt werden. Sie liegen daher in höherer Dichte vor als die Schwereanomalien.

Würde man das gravimetrische Telluroid Σ als Höhenbezugsfläche einführen, so ergäben sich die Höhen über dieser Bezugsfläche zu

$$h = -\frac{R}{\gamma}(g - \gamma), \quad g - \text{Schwere, } \gamma - \text{Normalschwere.} \quad (5.2)$$

Mit fortschreitender Entwicklung der Absolutgravimetrie wäre somit eine absolute Höhenbestimmung möglich.

6 Zusammenfassung

Da geodätische Instrumente im Allgemeinen horizontal und zentriert werden, nehmen sie neben der Geometrieinformation auch die angeheftete Schwereinfor-

mation auf. Neben der gebräuchlichen geometrischen Betrachtung einer Messanordnung ist die damit verbundene schwerefeldbezogene Betrachtung mathematisch völlig gleichwertig. Beide Betrachtungsweisen entsprechen der Sicht der gleichen Messanordnung aus unterschiedlichen Perspektiven. Diese unterschiedlichen Perspektiven können durch projektive Korrelationen ineinander überführt werden. Werden diese Korrelationen geeignet gewählt, so kann ein bestehender Mangel an geometrischen Informationen durch einen Überschuss an schwerefeldbezogenen Informationen kompensiert werden und umgekehrt.

Literatur

- Grafarend, E., Heck, B. und Knickmeyer, E. (1985): The free versus fixed geodetic boundary value problem for different combinations of geodetic observables. *Bulletin Géodésique* 59:11–32.
- Heck, B. (1988): On the non-linear geodetic boundary value problem for a fixed boundary surface. *Bulletin Géodésique* 62:57–67.
- Heck, B. (2003): On Helmert's methods of condensation. *Journal of Geodesy* 77:155–170.
- Heck, B. und Seitz, K. (2003): Solutions of the linearized geodetic boundary value problem for an ellipsoidal boundary to order e^3 . *Journal of Geodesy* 77:182–192.
- Lie, S. und Scheffers, G. (1896): Geometrie der Berührungstransformationen. B.G. Teubner, Leipzig.
- Plücker, J. und Clebsch, A. (1868): Neue Geometrie des Raumes gegründet auf die Betrachtung der geraden Linie als Raumelement. B.G. Teubner, Leipzig.
- Sansò, F. (1978): Molodensky's problem in gravity space: A review of the first result. *Bulletin Géodésique* 52:59–70.

Impact of systematic errors in gravity and heights on a quasi-geoid model for the Netherlands and Belgium

Roland Klees and Cornelis Slobbe

Department of Geoscience and Remote Sensing, Delft University of Technology, Netherlands
E-Mail: r.klees@tudelft.nl, d.c.slobbe@tudelft.nl

Abstract

In this study, we quantified systematic errors in surface gravity anomalies, which were caused by systematic errors in gravity and heights of the gravity stations, and computed their impact on the quasi-geoid model of the Netherlands and Belgium. We found that 70% of the gravity datasets have statistically significant biases ranging from -2 mGal to 1.5 mGal. The primary impact of the biases are long-wavelength systematic distortions in the quasi-geoid model with a peak-to-peak amplitude of 8 cm. We also found systematic errors in the height networks of the Netherlands and Belgium, which cause corresponding errors in the heights of the gravity stations. They range from -3.0 cm to 1.7 cm and -12.0 cm to 5.0 cm, respectively. They also introduce errors in the transformation parameters to EVRF2007 of several centimetres. However, the impact of the height errors on the quasi-geoid model is negligible with a peak-to-peak amplitude of less than 0.1 cm.

1 Introduction

Traditionally, spirit levelling is the primary geodetic measurement technique for measuring height differences between stations. Using spirit levelling to determine heights, requires a network of bench marks (BMs) with known heights, which is maintained by governmental agencies (e.g., Rijkswaterstaat in the Netherlands and the National Geographical Institute in Belgium). The heights of the BMs are determined using precise spirit levelling with or without gravity corrections. Usually, they are defined with respect to a national datum, such as the Normaal Amsterdams Peil (NAP) in the Netherlands and the Tweede Algemene Waterpassing (TAW) in Belgium. The network of BMs realizes a vertical reference frame, which is only accessible at the BMs.

From a user point of view, the main disadvantage of spirit levelling is that it is time-consuming and expensive. From the government point of view, maintaining

a network of BMs is labour-intensive and expensive; the heights of the BMs may change due to vertical land movement and BMs may be damaged or disappear. Both require regular surveys.

Therefore, governmental agencies in charge of providing vertical reference and users are interested in alternatives for vertical reference and height determination, respectively. Global Navigation Satellite Systems (GNSS) are widely seen as an alternative to spirit levelling, providing accuracies in line with the needs of the majority of users. Pre-requisite is that GNSS ellipsoidal heights can be transformed into national heights. Today's common practice to achieve this is to provide a (quasi-) geoid model in combination with a corrector surface. As the (quasi-) geoid model is not an interpolator to the vertical reference surface at the BMs, a corrector surface is computed, to account for systematic differences between the (quasi-) geoid model and the zero reference level at the BMs. The corrected (quasi-



) geoid model is then used to transform GNSS ellipsoidal heights into national heights. The use of GNSS for height determination is currently the primary driver for improving the accuracy of (quasi-) geoid models.

A precise (quasi-) geoid model may also offer an alternative to a network of benchmarks as the realisation of a vertical reference frame. Recently, Canada has decided to use a gravimetric geoid model as the vertical datum (Véronneau and Huang, 2016). Then, GNSS ellipsoidal heights can be transformed directly into heights above the geoid without the need for a corrector surface.

In the framework of the project “Vertical Reference Frame for the Netherlands Mainland, Wadden Islands and Continental Shelf” (NEVREF), TU Delft computes a new quasi-geoid model for the Netherlands and Belgium. For the time being, the main motivation is to support levelling with GNSS. On the long term, it may also pave the way to a new vertical reference frame in these countries.

The heights of the BMs in the Netherlands and Belgium are levelled heights without gravity correction, and are referred to as NAP heights (in the Netherlands) and TAW heights (in Belgium), respectively. Inconsistencies caused by non-vanishing horizontal gravity gradients are below the noise level of spirit levelling in the Netherlands. In the hilly areas of Belgium, the inconsistencies are larger and may exceed the noise level in levelled height differences introducing some systematic distortions in the heights of the BMs. However, these distortions are much smaller than other systematic errors in the levelling networks, which will be discussed in Section 4.

In this paper, we quantify systematic errors in terrestrial gravity anomalies and airborne gravity disturbances, and investigate their impact on the quasi-geoid model for the Netherlands and Belgium. The paper is organised as follows: in Section 2, we discuss various sources of systematic errors in gravity and heights, and provide a simple formula based on Stokes’ integral to obtain an order of magnitude estimate of their impact on the height anomalies. In Section 3 and 4, we quantify biases in the terrestrial and airborne gravity datasets and systematic errors in the heights of the gravity stations, respectively. Their influence on the quasi-geoid model for the Netherlands and Belgium is addressed in Section 5.

2 Impact of systematic errors in gravity and heights on height anomalies

Heck (1990) provides an extensive discussion of various error sources in gravity anomaly datasets. According to Heck (1990), the most critical errors are caused by inconsistencies in gravity datum, vertical datum, height systems, and horizontal datum. They may easily introduce systematic errors in the gravity anomalies, which may be nearly constant over larger areas.

The gravity anomaly datasets used in the computation of the quasi-geoid for the Netherlands and Belgium are from many different providers. Unfortunately, the metadata is not always complete. Some datasets comprise surface gravity values, but information about whether an atmospheric correction or a correction for permanent tides has been applied is frequently missing. Shipboard gravity datasets are known to be prone to systematic errors. Though we applied a cross-over adjustment and outlier detection to all shipboard datasets, residual systematic errors may still be present. Last but not least, the majority of gravity data are in the IGSN71, for some older gravity datasets this may not be the case.

Geopotential numbers are never provided. Instead, heights of the gravity stations are part of the datasets. Heights may refer to another epoch than the gravity measurements, meaning that vertical land movement between gravity data acquisition and levelling may introduce systematic errors when computing the normal gravity. For datasets from outside the Netherlands and Belgium, the relation between the corresponding vertical datum to the datum used in the Netherlands and Belgium, respectively, is not always exactly known, despite the efforts to unify height systems in the European Union (e.g., EVRF 2007). Some datasets are provided in terms of free-air gravity anomalies at the geoid. However, information about the computation of normal gravity (e.g., the normal gravity field used in the computation, or the heights used to reduce surface gravity to the geoid) is sometimes missing. Moreover, when computing a quasi-geoid, the free-air gravity anomalies need to be transformed into surface gravity anomalies, which strictly spoken requires information about the normal height. For some datasets, normal heights are not precisely known, which may introduce

systematic errors in the surface gravity anomalies depending on the topography.

This, together with other error sources as discussed in Heck (1990) may introduce systematic yet unknown biases in the gravity anomaly datasets.

The impact of systematic errors in gravity anomalies on the height anomalies can be roughly estimated using Stokes' integral. The surface gravity anomalies used in the computation of the quasi-geoid model for the Netherlands and Belgium are defined as

$$\Delta g = g_p - \gamma_Q, \quad (2.1)$$

where g_p is gravity at the surface point P and γ_Q is normal gravity at the telluroid point Q . The telluroid used in this study is defined by the relation

$$C_p = U_0 - U_Q, \quad (2.2)$$

where C_p is the geopotential number of the surface point P , U_0 is the normal gravity potential at the surface of the GRS80 ellipsoid, and U_Q is the normal gravity potential at the telluroid point Q . As NAP heights and TAW heights are levelled heights, we may write $h_Q = H_p + \varepsilon$, where ε is the error caused by the use of levelled heights instead of normal heights. The ellipsoidal height of the telluroid point Q is related to the geopotential number at P as

$$h_Q = \frac{C_p}{\bar{\gamma}_Q}, \quad (2.3)$$

with $\bar{\gamma}_Q$ the mean value of normal gravity between the GRS80 ellipsoid and the telluroid point Q measured along the ellipsoidal normal through the associated surface point P . If the error in the levelled height H of a gravity station P is ε_H , the error in the surface gravity anomaly is

$$\varepsilon_{\Delta g} = -\frac{\partial \gamma}{\partial h} \Big|_0 (\varepsilon + \varepsilon_H). \quad (2.4)$$

If a bias ε_b is present in the gravity anomaly, Eq. (2.4) is written as

$$\varepsilon_{\Delta g} = \varepsilon_b - \frac{\partial \gamma}{\partial h} \Big|_0 (\varepsilon + \varepsilon_H) \quad (2.5)$$

$$= \varepsilon_b + 3.086 \cdot 10^{-6} (\varepsilon + \varepsilon_H). \quad (2.6)$$

The maximum impact of a systematic error $\varepsilon_{\Delta g}$ in a gravity anomaly dataset covering an area of size

$s \times s \text{ km}^2$ on a height anomaly can be estimated using Stokes' integral:

$$\varepsilon_{\zeta_{[\text{cm}]}} \approx 5.751 \cdot 10^{-2} s_{[\text{km}]} \varepsilon_{\Delta g_{[\text{mGal}]}}. \quad (2.7)$$

Assuming that the gravity anomaly dataset has a systematic bias of ε_b and the heights of the gravity stations have a systematic bias of ε_H , we can use Eq. (2.6), and find for the maximum error in a height anomaly

$$\varepsilon_{\zeta_{[\text{cm}]}} \approx s_{[\text{km}]} \left(5.751 \cdot 10^{-2} \varepsilon_{b_{[\text{mGal}]}} + 1.775 \cdot 10^{-4} \varepsilon_{H_{[\text{cm}]}} \right). \quad (2.8)$$

For instance, assuming that a particular gravity anomaly dataset covers an area of $100 \times 100 \text{ km}^2$, a bias of only $\varepsilon_b = 0.1 \text{ mGal}$ causes already a maximum height anomaly error of 0.6 cm . A bias of $\varepsilon_H = 1 \text{ cm}$ in the heights of this particular gravity anomaly dataset causes a maximum height anomaly error of just 0.02 cm . From this simple experiment, we can expect that biases in gravity datasets are critical in quasi-geoid modelling, whereas biases in the height network have a minor impact. Moreover, we may expect that inconsistencies in the heights of the gravity stations due to the use of levelled heights without gravity correction are negligible for quasi-geoid modelling in the Netherlands and Belgium. Therefore, we do not consider this source of error in this study, i.e., we assume that $\varepsilon = 0$ in Eqs. (2.4) and (2.6).

3 Systematic errors in gravity

As shown in Heck (1990), there are many contributors to systematic errors in gravity datasets. For the datasets used in the computation of the quasi-geoid model for the Netherlands and Belgium, it is not possible to identify and quantify the different contributors. Therefore, we decided to estimate per gravity dataset a bias parameter. This is straightforward when using weighted least-squares techniques in combination with a parametric model of the disturbing potential (e.g., a spherical radial basis function model). Details about the functional and stochastic model and the parameter estimation are provided in Farahani et al. (2017).

A total of 60 bias parameters were estimated. The identification number of the individual datasets, and a graphical rendition of the estimated bias parameters are shown in Figure 3.1. No bias parameter was esti-

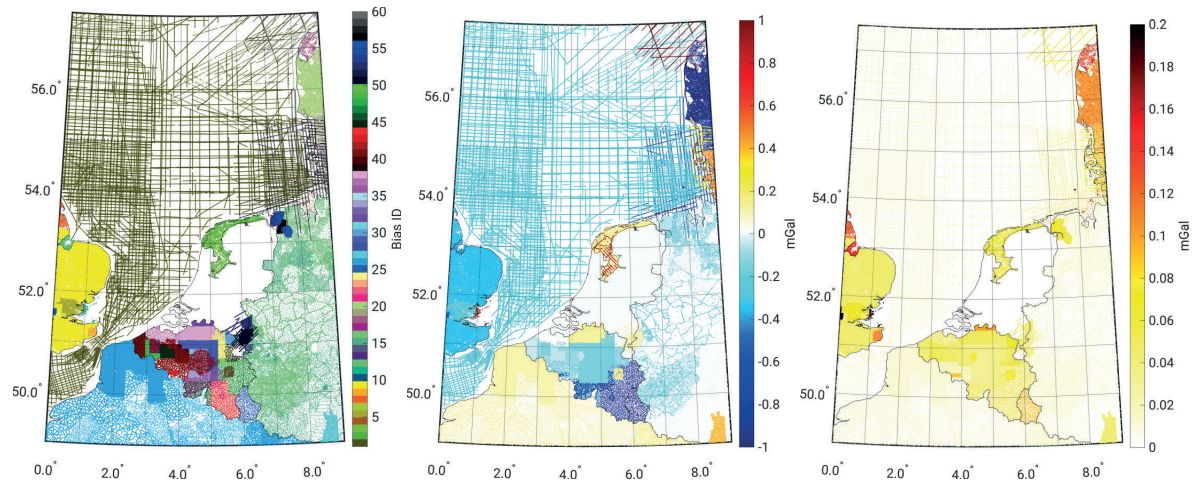


Figure 3.1: Left panel: Identification number of gravity dataset for which bias parameters were estimated. No bias parameter is estimated for the gravity dataset of the Dutch mainland. Middle panel: estimated bias parameters. Right panel: Standard deviations of the estimated bias parameters.

mated for the gravity dataset of the Dutch mainland. Therefore, the estimated bias parameters do not represent absolute biases, but biases relative to this dataset. Among the datasets are numerous shipboard datasets of different providers. As they were first crossover-adjusted and isolated tracks were removed, a single bias parameter was estimated for all shipboard gravity data. Bias parameters were also estimated for each individual airborne gravity dataset.

to be presented in Section 5, because the estimated bias parameters have similar amplitudes.

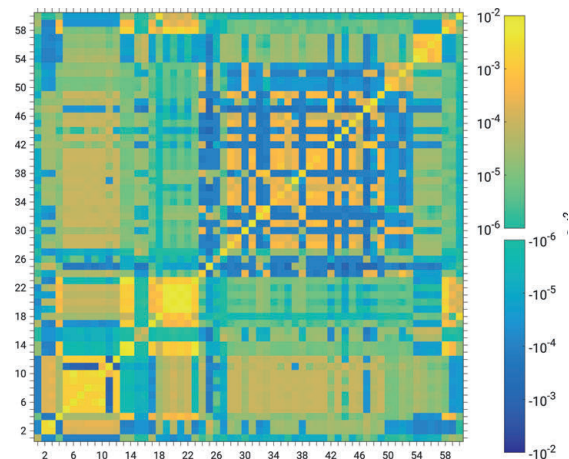


Figure 3.2: Noise covariance matrix of the estimated bias parameters.

Figure 3.2 shows the noise covariance matrix of the 60 estimated bias parameters. It reveals that the majority of bias parameters show little to moderate correlations. One exception are the highly correlated bias parameters no 19-22 (cf. Fig 3.1). Though this may give reason to estimate a single bias parameters for the four involved datasets, this has not been done in the results

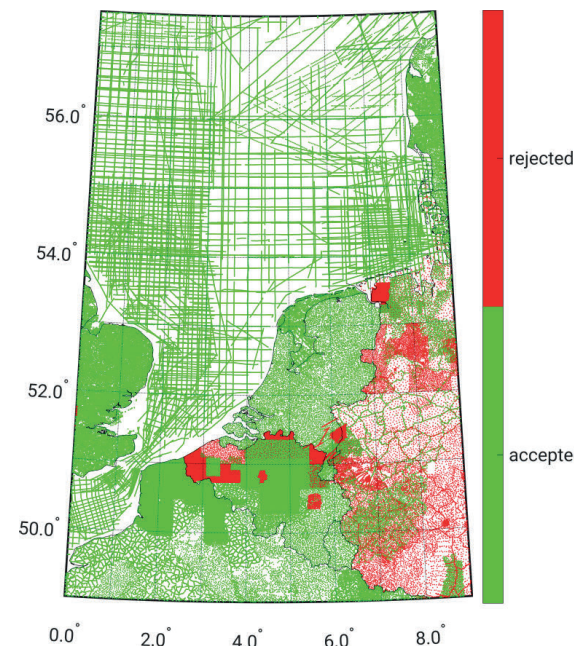


Figure 3.3: Spatial rendition of accepted and rejected (95% confidence level) bias parameters for the gravity datasets used in the computation of the quasi-geoid model for the Netherlands and Belgium.

The bias parameters were tested for statistical significance. At a 95% confidence level, 42 bias parameters turned out to be statistically significant; the remaining 18 bias parameters were rejected (cf. Fig 3.3 for a spatial rendition of accepted and rejected bias parameters). Figure 3.4 shows a histogram for the accepted and rejected bias parameters, respectively. The bias parameters range from -2.0 mGal to 1.5 mGal. Some bias parameters are striking such as the large bias for

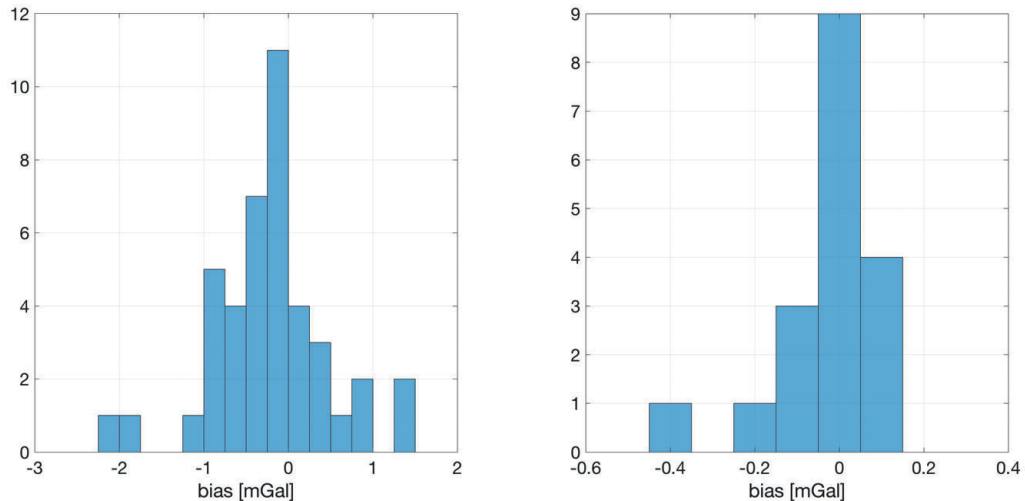


Figure 3.4: Histogram of the 42 statistically significant bias parameters (left panel) and the rejected bias parameters (right panel).

the Luxembourg gravity dataset of about -2.0 mGal and for the Danish gravity dataset of -1.2 mGal. For the Luxembourg gravity dataset, we lack any information concerning the vertical datum which the heights in the dataset refer to. As the data were originally acquired by the Observatoire Royal de Belgique and provided to us by the Belgian National Geographical Institute in Brussels, a possible explanation is that they refer to TAW rather than NG95 (the national height system in Luxembourg) as we assumed here. The difference is about the difference between NAP and TAW, i.e., 2.34 m, which would explain 35% of the estimated bias. A missing atmospheric correction could explain an additional 43% of the bias. The latter may also explain the largest share of the bias in the Danish gravity dataset.

The Belgian datasets have biases ranging from -1.75 to 0.12 mGal of unknown origin. The bias in the shipboard gravity anomaly dataset over the North Sea is -0.2 mGal; as the area is pretty large, the bias is expected to have a significant influence on the quasi-geoid model for the Netherlands and Belgium. The two shipboard gravity datasets over the IJssel lake/Wadden Sea have a bias of 0.15 mGal and 0.86 mGal, respectively. The latter number suggests that the atmospheric correction we applied was already applied by the data provider. Relatively large biases were found for the three airborne gravity datasets; 0.29 , -0.55 , and 1.41 mGal (identification numbers 58–60). The

first two data sets were provided by the Bundesamt für Kartographie und Geodäsie (BKG) in Frankfurt; they are described in Schäfer et al. (2008). Based on a comparison with surface gravity data, Schäfer et al. (2008) report biases of 1.2 mGal and 1.3 mGal for the NorthGRACE-08 and BalGRACE-06 campaigns, respectively. Given these numbers, our biases are somewhat low, which may be explained by the fact that we used only a part of the two datasets. The other airborne gravity data set is the one obtained during the Skaggerak survey in 1996 mentioned in Olesen (2003). Unfortunately, no validation results regarding this dataset are available to the authors.

4 Systematic errors in heights

A part of the gravity data pre-processing consists in a transformation of the heights of all gravity stations to a single height datum. In our study, we adopted the EVRF2007. During the NEVREF project, several errors were found in the telluroid heights of the Dutch and Belgian gravity data points. We discovered that the NAP heights of the gravity stations were not adjusted for the deformations of the NAP height network as found in the fifth precise levelling campaign (Brand et al., 2004). This causes errors ranging from -3.0 to 1.7 cm (cf. left panel of Fig 4.1 for a spatial rendition of the errors). Recently, the Belgian National

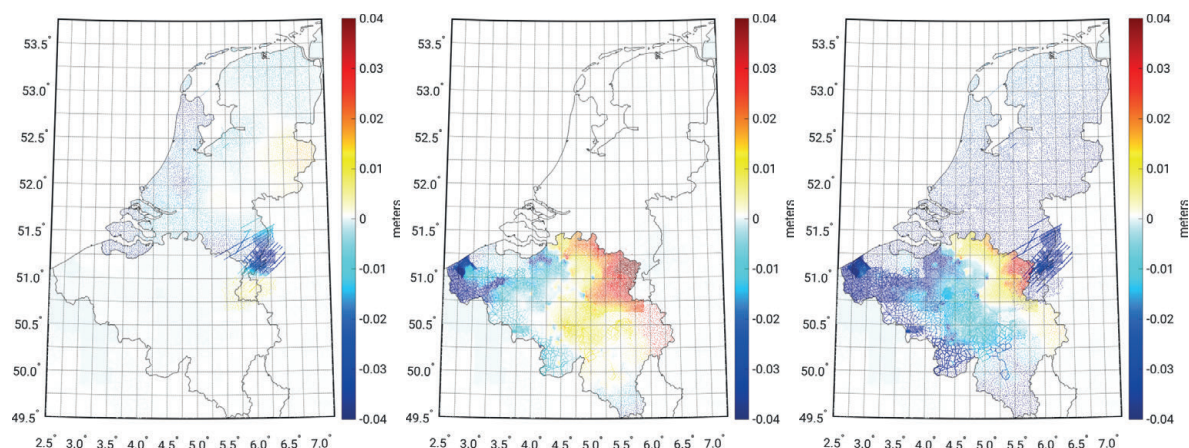


Figure 4.1: Left panel: Errors in the telluroid heights of the Dutch gravity data points introduced due to uncorrected deformations found in the fifth precise levelling campaign. Middle panel: Errors in the telluroid heights of the Belgian gravity data points, found recently after a re-adjustment of the entire TAW levelling network. Right panel: telluroid height changes when using the official EVRF2007 transformation parameters.

Geographical Institute did a re-adjustment of the entire TAW levelling network and found errors ranging from -12.0 to 5.0 cm (cf. middle panel of Fig 4.1). Finally, we found that the geopotential numbers of the Dutch first order levelling network, which were used in the computation of EVRF2007, were not correct. They turned out to be erroneous due to a wrong computation of the geopotential differences between the height markers, errors in the communication of the adopted tidal system in which the geopotential differences are expressed, and a mis-communication regarding the NAP datum point (Speth, 2016). One implication of the afore-mentioned errors is that the transformation parameters from TAW to EVRF2007 and NAP to EVRF2007, respectively, are not correct. For both countries, these transformation parameters account for the conversion of the mean permanent tide system (i.e., mean crust over mean geoid) adopted in NAP and TAW to the zero permanent tide system adopted in the EVRS as well as the datum shift between NAP/TAW and EVRF2007. In the final pre-processing scheme, we ignored the datum shift between NAP and EVRF2007, and only accounted for the difference in permanent tide. For the TAW heights, we applied the same transformation for permanent tide after transforming the TAW heights to NAP heights by subtracting 2.34 m. The right panel of Fig 4.1, shows a spatial rendition of the differences between the telluroid heights obtained in this way and the ones obtained when using the official transformation parameters of the EVRF2007. Note that for the Belgian data

set, we applied the official transformation parameters to the unadjusted TAW heights.

5 Impact on the quasi-geoid model

The impact of two error sources on the quasi-geoid for the Netherlands and Belgium are analysed: i) systematic errors in the gravity datasets, which are modelled as a bias parameter per dataset (cf. Section 3), ii) errors in the height network of the Netherlands and Belgium including the effect they have on the transformation to EVRF2007 (cf. Section 4). The impact on the quasi-geoid model is defined as the difference with respect to a reference solution. The latter is the quasi-geoid model, which is computed using the statistically significant bias parameters and the latest version of the levelled heights for the gravity stations in the Netherlands and Belgium.

Figure 5.1 shows the impact of the estimated bias parameters for the gravity datasets used in the computation of the quasi-geoid model for the Netherlands and Belgium. As expected from the rough estimates of Section 2, the impact is very significant with a peak-to-peak amplitude of about 8 cm. The most prominent spatial pattern is a north-west south-east tilt in the quasi-geoid over the Belgian's mainland from 4 cm in the south-east to -1.5 cm along the coast. Over the Netherlands' mainland, the impact is much smaller, and ranges from 2 cm in the province of Limburg to -1.5 cm along large parts of the western coast. The largest impact is offshore near the coast of the province

of Zeeland with a peak of about -4 cm. The impact on the quasi-geoid model of the 18 statistically not significant bias parameters, turned out to be below 2 mm.

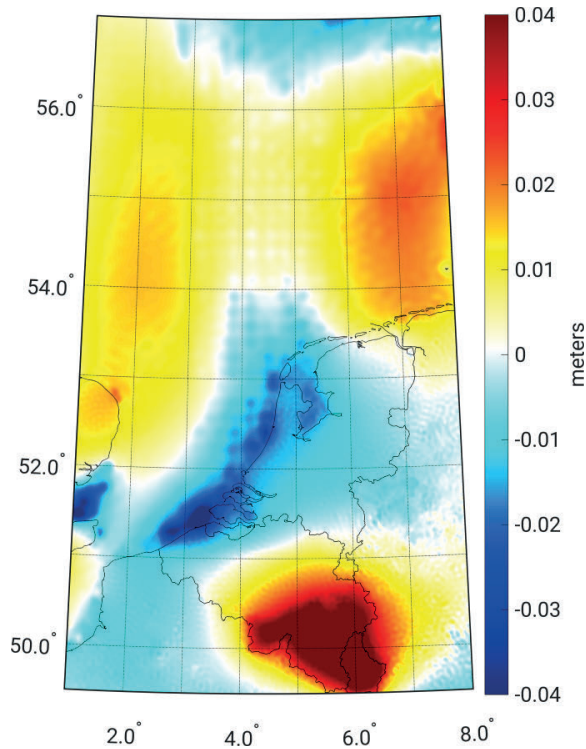


Figure 5.1: Impact of the estimated bias parameters in gravity datasets on the quasi-geoid model.

To investigate whether adding bias parameters to the functional model improves the quality of the estimated quasi-geoid model, we compared gravimetric height anomalies with geometric height anomalies at inde-

pendent GPS/levelling points over the mainland of the Netherlands and Belgium. The statistics of the differences are shown in Table 5.1. For Belgium, the statistics improved significantly. For instance, the standard deviation (SD) of the differences reduced from 2.60 cm to 1.53 cm. For the Netherlands, the primary impact is on the mean, which increased from 1.38 cm to 1.95 cm. The standard deviation remained essentially unchanged.

Table 5.1: Statistics of differences between geometric and gravimetric height anomalies at GPS/levelling points. Per control dataset: first row: best quasi-geoid model; second row: quasi-geoid model without correcting for biases in gravity datasets; third row: quasi-geoid model based on bias-corrected gravity datasets. The control datasets comprise 3780 (Belgium) and 84 (NL) points, respectively.

	min [cm]	max [cm]	mean [cm]	RMS [cm]	SD [cm]
Belgium	-3.00	10.59	4.04	4.31	1.52
	-3.31	12.80	5.84	6.40	2.60
	-2.99	10.66	4.07	4.34	1.53
NL	-2.62	4.41	1.76	1.95	0.86
	-4.17	3.99	0.90	1.38	1.06
	-2.62	4.43	1.75	1.95	1.10

Figure 5.2 shows the impact on the computed quasi-geoid model of the errors in the telluroid heights of the Dutch and Belgian gravity data points, which are caused by the errors in the NAP and TAW

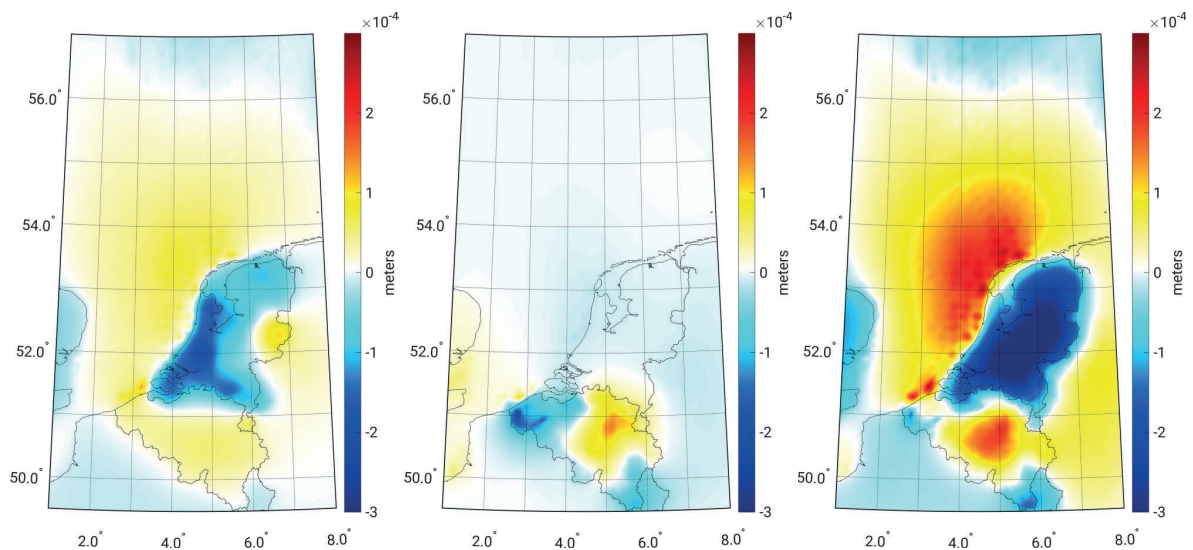


Figure 5.2: Impact of the height errors shown in Fig 4.1 on the quasi-geoid model. From left to right: i) errors in the telluroid heights of the Dutch gravity stations, ii) errors in the telluroid heights of the Belgian gravity stations, and iii) errors in the telluroid heights of the Dutch and Belgian gravity stations due to wrong EVRF2007 transformation parameters.

height networks and the transformation parameters to EVRF2007 (cf. Section 4). The impact of these errors is always below 0.3 mm. This is consistent with the order of magnitude estimate of Section 2. This also explains why the statistics of the differences of Table 5.1 are very similar for the best quasi-geoid model compared to the solution with bias-corrected gravity datasets.

References

- Brand, G. B. M., van Brussel, G., ten Damme, J. H., and Gerritsen, J. (2004): Herberekening van het primaire net van het NAP - Verbetering precisie en betrouwbaarheid ten behoeve van de nieuwe NAP publicatie. Adviesdienst Geo-informatie en ICT.
- Farahani, H. H., Slobbe, D. C., Klees, R., and Seitz, K. (2017): Impact of accounting for coloured noise in radar altimetry data on a regional quasi-geoid model. *Journal of Geodesy* 91:97–112.
- Heck, B. (1990): An evaluation of some systematic error sources affecting terrestrial gravity anomalies. *Bull. Géod.* 64:88–108.
- Olesen, A. V. (2003): Improved airborne scalar gravimetry for regional gravity field mapping and geoid determination. PhD thesis. Copenhagen, Denmark: University of Copenhagen.
- Schäfer, U., Liebsch, G., Schirmer, U., Ihde, J., Olesen, A. V., Skourup, H., Forsberg, R., Pflug, H., and Neumeyer, J. (2008): Improving gravity field modelling in the German-Danish border region by combining airborne, satellite and terrestrial gravity data. In: Mertikas, P. (ed.) IAG Symposia book series Vol. 135. Proceedings of the IAG Commission 2: Gravity field, Chania, Crete, Greece, 23-27 June 2008, pp. 445–450.
- Speth, K. A. J. (2016): NAP to EVRS: a re-evaluation of the Dutch input and its impact on the realisation of the European Vertical Reference System. MA thesis. Delft University of Technology.
- Véronneau, M. and Huang, J. (2016): The Canadian Geodetic Vertical Datum of 2013. *Geomatica* 70:9–19.

Vulkanmonitoring mittels bistatischer TanDEM-X SAR-Interferometrie

Julia Kubanek

Department of Earth and Planetary Sciences, McGill University, Canada
E-Mail: julia.kubanek@mcgill.ca

Zusammenfassung

Seit 2011 untersuchen wir am geodätischen Institut die Eignung der innovativen bistatischen Satellitenmission TanDEM-X für das Monitoring aktiver Vulkane. Die TanDEM-X-Mission besteht aus den zwei nahezu identischen Radarsatelliten TerraSAR-X und TanDEM-X, die im engen Helix-Formationsflug als großes, Single-Pass SAR-Interferometer mit regulierbarer senkrechter Basislinie agieren. Das Hauptziel der Satellitenmission bestand in der Generierung eines globalen digitalen Elevationsmodells mit einer bisher noch nicht erreichten Auflösung entsprechend der HRTI-3 (High-Resolution Terrain Information) Spezifizierung oder besser. Im Gegensatz zur SRTM-Mission handelt es sich bei der TanDEM-X-Mission erstmalig um wiederkehrende Überflüge mit einem Wiederholintervall von elf Tagen. Die Differenzbildung digitaler Geländemodelle aus wiederholten Überflügen über dasselbe Gebiet hat sich als sehr geeignet erwiesen, um topographische Änderungen aktiver Vulkane während Eruptionen zu messen. Insgesamt wurden Untersuchungen an sechs verschiedenen Vulkanen durchgeführt und es konnten topographische und volumetrische Änderungen durch verschiedene Arten vulkanischer Aktivität gemessen werden. Diese Informationen bilden – zusammen mit anderen vulkanologischen Parametern – eine wichtige Grundlage für weitere vulkanologische Analysen hinsichtlich des Eruptions- und Gefährdungspotentials aktiver Vulkane.

1 Einleitung

Die Kenntnis der Topographie der Erdoberfläche bildet in verschiedenen erdwissenschaftlichen Disziplinen wie der Glaziologie, Hydrologie, Geologie oder Vulkanologie die Grundlage für weiterführende Untersuchungen. So werden topographische Daten beispielsweise genutzt, um den Verlauf von Lavafüssen oder pyroklastischen Strömen vergangener und zukünftiger Eruptionen zu modellieren. Topographische Information in Form digitaler Elevationsmodelle (DEMs) haben demzufolge in der Gefahrenanalyse aktiver Vulkane eine besondere Relevanz (Kubanek u. a., 2015). Nichtsdestotrotz ist die Erhebung und Bereitstellung aktueller topographischer Information eine große Her-

ausforderung. Nicht selten liegen topographische Daten nur für sehr kleine Ausschnitte der Erdoberfläche vor oder die Daten sind bereits bei ihrer Veröffentlichung veraltet und somit für wissenschaftliche Zwecke unzureichend. Dies betrifft vor allem Landschaften, die einem extrem schnellen Wandel unterliegen können, wie beispielsweise durch vulkanische Aktivität. Die bistatische Satellitenmission TanDEM-X ermöglichte erstmalig die wiederholte Generierung digitaler Elevationsmodelle mittels Radarinterferometrie (InSAR, englisch: synthetic aperture radar (SAR) interferometry). Die einmalige Möglichkeit wiederkehrender Aufnahmen ermöglicht die Berechnung von Zeitreihen digitaler Elevationsmodelle. Durch Differenzbildung

Erschienen bei KIT Scientific Publishing
Schriftenreihe des Studiengangs
Geodäsie und Geoinformatik 2018,1

DOI Einzelbeitrag:
10.5445/KSP/1000080230

Festschrift zur Verabschiedung von
Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. Bernhard Heck
(Schw)Ehre, wem (Schw)Ehre gebührt

DOI Festschrift:
10.5445/KSP/1000080324



Dieses Werk ist lizenziert unter einer
Creative Commons Namensnennung
- Weitergabe unter gleichen Bedin-
gungen 4.0 International Lizenz (CC BY-SA 4.0): [https://
creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.en](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.en)

der zu verschiedenen Zeiten berechneten DEMs lassen sich topographische Änderungen aktiver Vulkane überwachen. Daneben können durch weiterführende Analysen wichtige vulkanologische Parameter, wie beispielsweise magmatische Aufstiegsraten, berechnet werden.

Das vorliegende Paper gibt einen Überblick über die vielfältigen TanDEM-X Studien, die zwischen 2011 und heute am Geodätischen Institut (GIK) des Karlsruher Instituts für Technologie durchgeführt wurden. Mit dem Hintergrund der Entwicklung einer möglichst allgemeingültigen Methodik wurden Untersuchungsgebiete in verschiedenen geographischen Kontexten gewählt, die zudem durch verschiedene Arten vulkanologischer Aktivität geprägt sind. Die Verschiedenheit der Untersuchungsgebiete ermöglichte dabei die Untersuchung unterschiedlicher vulkanischer Phänomene, die sich von kleineren bis zu sehr großen, komplette Gipfelbereiche zersprengende Eruptionen, bis hin zu Lavaflüssen und Domintrusionen erstrecken. Die folgenden Paragraphen geben jeweils einen kurzen Überblick über den jeweiligen Vulkan inklusive vulkanischer Charakteristik und der mittels TanDEM-X erzielten Ergebnisse.

2 Untersuchungsgebiete und Daten

Seit der Aufzeichnung der ersten TanDEM-X Daten für wissenschaftliche Zwecke im Juni 2011 wurden am GIK Daten an sechs verschiedenen Vulkanen untersucht. Abbildung 2.1 zeigt die Lage der Vulkane im globalen Kontext. Tabelle 2.1 gibt weiter einen Überblick über die vorhandenen TanDEM-X Szenen der Vulkane, einschließlich des Zeitraums der untersuchten Aktivität.

Die Vulkane sind durch unterschiedliche Arten vulkanologischer Aktivität geprägt. Merapi in Indonesien, Volcán de Colima in Mexiko sowie der Shiveluch in Kamtschatka, Russland, sind dombildende Stratovulkane, deren Aktivität primär durch effusive Domwachstumsphasen gekennzeichnet ist. Diese vorwiegend ruhigen Phasen werden unterbrochen durch schnellere Wachstumsraten und von gravitationsbedingten oder durch Explosionen hervorgerufene Domzerstörungen. Damit einhergehen können auch komplette Domzerstörungen, gefolgt von pyroklastischen

Strömen und Surges (Gertisser u. a., 2011). Surges sind heiße Gas- und Aschewolken, die in Überschallgeschwindigkeit die Hänge hinabgehen und alles in Reichweite zerstören. Bei pyroklastischen Strömen handelt es sich um eine Mixtur aus heißen Gasen, vulkanischer Asche sowie Gesteinsfragmenten des Lavadomes. Pyroklastische Ströme bewegen sich mit Geschwindigkeiten bis zu 100 km/h fort und können sich über mehrere Kilometer erstrecken.

Der Tolbachik befindet sich, wie auch der Shiveluch, auf der russischen Halbinsel Kamtschatka. Am Tolbachik konnten, wie auch am Etna auf Sizilien in Italien, basaltische Lavaflüsse zusammen mit der Entstehung monogenetischer Vulkane, beobachtet werden. Am Puyehue-Cordón Caulle in Chile konnte zusätzlich zu den neu gebildeten Lavafeldern die Intrusion eines gewaltigen Laccolithen, einer durch Magmaaufstieg neu gebildeten Kuppel, studiert werden.

3 Methodik

Die bistatische Aufnahmegeometrie der TanDEM-X-Satellitenmission erforderte in der Delft Object-Oriented Radar Interferometric Software (DORIS) eine Änderung bei der Berechnung der interferometrischen Phase. Da im bistatischen Modus nur einer der Satelliten das elektromagnetische Signal emittiert, während beide das rückgestreute Signal empfangen, geht im Gegensatz zum monostatischen Aufnahmemodus in erster Näherung nur die einfache Weglängendifferenz in die interferometrische Phase ein:

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r. \quad (3.1)$$

Dabei ist $2\pi/\lambda$ die Wellenzahl, λ die Wellenlänge und $\Delta r = r_1 - r_2$ die Weglängendifferenz. Aufgrund verschiedener geometrischer und physikalischer Einflüsse auf Δr enthält die interferometrische Phase eine Reihe von Anteilen (Hooper u. a., 2004):

$$\begin{aligned} \phi = & \phi_{\text{ref}} + \phi_{\text{topo}} + \phi_{\text{def}} \\ & + \phi_{\text{atm}} + \phi_{\text{orbit}} + \phi_{\text{bs}} + \phi_{\text{noise}}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Dabei ist ϕ_{ref} die Referenzphase, ϕ_{topo} die topographische Phase, ϕ_{def} die Phasenänderung durch den Versatz eines Rückstreuers am Boden in Blickrichtung des Satelliten (line-of-sight, LOS), ϕ_{atm} ein Phasenanteil

Tabelle 2.1: Prozessierte TanDEM-X Aufnahmen und untersuchte vulkanische Aktivität.

Vulkan	Aufnahme- geometrie	Prozessierte Szenen	Erste Szene	Letzte Szene	Untersuchte Vulkanische Aktivität
Merapi	Descending	3	2010-10-15	2011-11-04	2010-10-26 – 2010-11-08
Volcán de Colima	Descending	28	2011-06-08	2012-12-31	2011-06-26
Etna	Descending	100	2011-06-13	2017-03-03	Permanent aktiv
Puyehue-Cordón Caulle	Descending	6	2011-01-27	2012-03-25	2011-06-04 – 2012-03-15
Shiveluch	Ascending	25	2011-06-22	2014-09-11	Aktiv seit 1999-08-15
	Descending	20	2011-07-26	2014-09-12	
Tolbachik	Descending	18	2012-11-15	2014-02-09	2012-11-27 – 2013-08-27

durch atmosphärische Effekte, ϕ_{orbit} der Einfluss durch Orbitfehler, ϕ_{bs} die Rückstreueigenschaften am Boden und ϕ_{noise} ein Rauschanteil. Bei der bistatischen Aufnahme entfallen im Interferogramm die zeitabhängigen Phasenterme durch Atmosphäre, Bodenbewegungen und veränderte Rückstreuung. Da die Bestimmung der TanDEM-X-Satellitenorbits mit 4-5 cm bereits sehr genau ist (Wermuth u. a., 2009) und sich zusätzlich die relative Position der zwei Satelliten millimetergenau bestimmen lässt (Montenbruck u. a., 2011), kann der Einfluss von Orbitfehlern vernachlässigt werden. Die Gleichung der Phase vereinfacht sich daher zu

$$\phi = \phi_{\text{topo}} + \phi_{\text{def}} + \phi_{\text{noise}}. \quad (3.3)$$

Die komplexwertigen Interferogramme werden mittels des in DORIS implementierten Goldsteinfilters gefiltert. Die Auflösung der Phasenmehrdetigkeiten erfolgt mit dem Statistical-Cost, Network-Flow Algorithm for Phase Unwrapping (SNAPHU) (Chen und Zebker, 2001). Die abgewickelte Phase wird mithilfe des Algorithmus von Schwäbisch (1995) in Höhe konvertiert, wobei wiederum die bistatische

Aufnahmegeometrie berücksichtigt werden muss. Im Anschluss werden die generierten Höhen in DORIS geocodiert. Das Gridding erfolgt mit Hilfe des Nearneighbor-Algorithmus der Generic Mapping Tools (GMT) (Wessel u. a., 2013).

Der doppelt-differentielle Datenprozessierungsansatz basiert auf der initialen Generierung eines Prä-Eruptions-DEMs, dessen Phase die Prozessierung der Syn- und Post-Eruptions-DEMs unterstützt (Abb. 3.1). Die Prozessierung aller verfügbaren bistatischen Datensätze ergibt die Topographie des Untersuchungsgebietes zu verschiedenen Zeitpunkten. Im Anschluss können über Differenzbildung der DEMs vulkanologische Parameter wie von Lava bedeckte Fläche, das Volumen der ausgestoßenen Lava sowie die magmatischen Förderraten berechnet werden.

4 Ergebnisse

Die abgeleiteten Ergebnisse sind genau wie die Charakteristiken der verschiedenen Vulkane sehr Vielfäl-



Abbildung 2.1: Weltkarte mit der Lage der untersuchten Vulkane.

tig. Die Hauptergebnisse jedes Vulkans werden im Folgenden kurz wiedergegeben.

4.1 Volcán de Colima

Volcán de Colima befindet sich 30 km nördlich der Stadt Colima im gleichnamigen Staat im Westen Mexikos. Er gehört zu den aktivsten Vulkanen in Nordamerika. Die historische Aktivität war stark periodisch geprägt und bestand aus etwa 100-jährigen, durch domwachstum geprägten Zyklen, die durch kleinere und große Eruptionen bis hin zu kompletten Domzerstörungen unterbrochen wurden (Lavallée u. a., 2012; Luhr und Carmichael, 1980).

Volcán de Colima’s rezente Aktivität (bis 2011) bestand aus vier Domwachstumsphasen in 1998–1999, 2001–2003, 2004 und 2007–2011 (Savov u. a., 2008). Jede dieser Phasen war durch Explosionen nach der Wachstumsphase geprägt (Varley u. a., 2010). Abbildung 4.1 zeigt den Lavadom im November 2012.

Die letzte der genannten Wachstumsphasen war Gegenstand der Untersuchungen mittels TanDEM-X. Am 21. Juni 2011 signalisierte eine kleinere Explosion am westlichen Kraterrand das Ende des Magmenaufstiegs,

der sich bis dahin im wachsenden Vulkandom geäußert hatte (James und Varley, 2012).



Abbildung 4.1: Vulkandom des Volcán de Colima im November 2012.

Die durch die Explosion entstandenen Materialverluste im Gipfelbereich konnten mittels TanDEM-X mit $-0,189 \cdot 10^6 \text{ m}^3 \pm 0,027 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ bestimmt werden. Die maximale Höhenänderung betrug -20 m . Die Ergebnisse konnten durch eine photogrammetrische Studie von James und Varley (2012) belegt werden, in der die Autoren photogrammetrische DEMs des Vulkangipfels generierten, um Volumenkalkulationen durchzuführen.

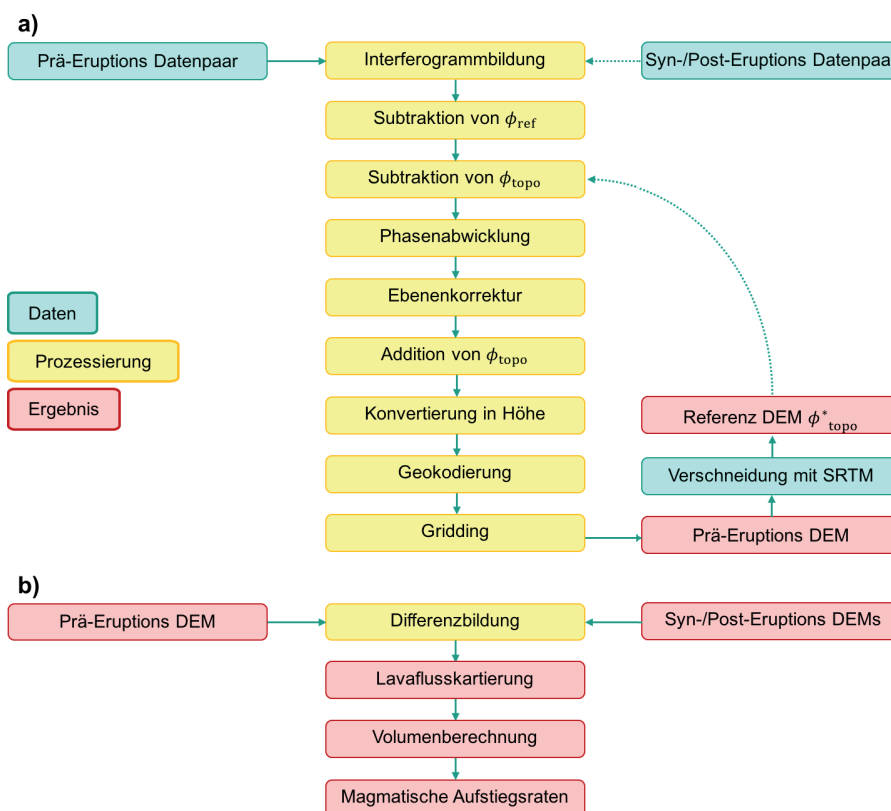


Abbildung 3.1: Schematischer Ablauf der Datenprozessierung.

4.2 Merapi

Merapi auf der Insel Java in Indonesien gehört zu den gefährlichsten Vulkanen weltweit (Pallister u. a., 2013). Die letzte verheerende Eruption ereignete sich am Merapi im Oktober und November 2010 (Surono u. a., 2012; Pallister u. a., 2013). Die erste große Explosion am 26. Oktober 2010 führte zu einer vollständigen Zerstörung des alten Lavadoms, der sich am Ende der vorigen großen Eruption in 2006 gebildet hatte (Charbonnier und Gertisser, 2008). Darauf folgte eine Phase stark erhöhten Domwachstums bis zu einem erneuten Domkollaps, der sich zwischen dem 4. und 5. November ereignete. Am Tag darauf bildete sich ein neuer Lavadom. Nur wenige Tage später verlangsamte sich das Domwachstum bereits und auch die gesamte vulkanische Aktivität kam zum Erliegen.

Die Topographie des Merapi wurde im Gipfelbereich durch die Eruptionen grundlegend verändert. Abbildung 4.2 zeigt die Topographie nach der Eruption. Die am Merapi gemessenen maximalen Höhenänderungen betragen mit etwa -200 m das zehnfache von den gemessenen Höhenänderung am Volcán de Colima. Der Volumenverlust im Gipfelbereich konnte mittels TanDEM-X mit $-18,9 \cdot 10^6 \text{ m}^3 \pm 0,4 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ bestimmt werden.



Abbildung 4.2: Die zerklüftete Topographie des Merapi in Indonesien im September 2014.

4.3 Shiveluch

Der Shiveluch ist einer der aktivsten Vulkane Kamtschatkas. Seit seiner letzten plinianischen Eruption 1964 ist seine Aktivität durch alternierendes Domwachstum, fumarolische Aktivität und explosive Eruptionen geprägt. Die letzte aktive Phase des Shiveluchs begann 1999 und setzt sich bis heute fort. Abbildung 4.3 zeigt den von der International Space Station (ISS) aus aufgenommenen Shiveluch.

Vom Shiveluch wurden zwischen 2011 und 2014 insgesamt 42 DEMs generiert (Heck u. a., 2016). Zur Untersuchung der topographischen Änderungen wurden vier verschiedene Zonen definiert: Zone (1) umfasst den wachsenden Dom, was zu einem Volumengewinn von $93,53 \cdot 10^6 \text{ m}^3 \pm 0,31 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ führte. Zone (2) umfasst den Domkollaps mit $-15,58 \cdot 10^6 \text{ m}^3 \pm 0,12 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ und Zone (3) die pyroklastischen Ströme im Südwesten des Lavadoms mit $58,66 \cdot 10^6 \text{ m}^3 \pm 0,08 \cdot 10^6 \text{ m}^3$. Die Zone (4) beinhaltet mit $24,84 \cdot 10^6 \text{ m}^3 \pm 0,03 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ die pyroklastischen Ströme südlich des Lavadoms. Am Shiveluch konnte erstmalig ein wachsender Lavadom mittels TanDEM-X beobachtet werden (Heck u. a., 2016).



Abbildung 4.3: Von der ISS aufgenommenes Foto vom Shiveluch im Juli 2007. Quelle: NASA/JSC by Wikimedia Commons.

4.4 Tolbachik

Der Tolbachik befindet sich auf der russischen Halbinsel Kamtschatka und wird von den zwei morphologisch verschiedenen, überlappenden Vulkanen Ostry und Plosky Tolbachik gebildet (Abb. 4.4). Rezente Eruptionen ereigneten sich entlang einer von Nordost nach Südwest verlaufenden Spalte mit großen Eruptionen in 1941 und 1975–76 sowie die mit TanDEM-X Daten untersuchte Eruption, in der zwischen 2012–2013 $530 \cdot 10^6 \text{ m}^3 \pm 7,4 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ basaltische Lava eruptierten (Abb. 4.4). Am Tolbachik wurden zwischen 2012 und 2013 insgesamt 18 digitale Elevationsmodelle aus TanDEM-X Daten generiert (Kubanek u. a., 2015, 2017). Dadurch konnte der zeitliche Verlauf der eruptierten Lava studiert sowie magmatische Förderraten berechnet werden. Die mit TanDEM-X erzielten Ergebnisse sind in gutem Einklang mit einer Studie von Dvigalo u. a. (2014), in der photogrammetrische DEMs generiert wurden, um Einblicke in die Eruptionsdynamik der 2012–2013 Eruption zu erhalten.

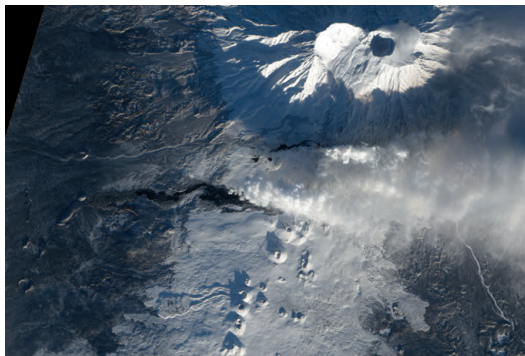


Abbildung 4.4: Die Lavaflüsse am Tolbachik am 27.12.2012. Quelle: Jesse Allen and Robert Simmon by Wikimedia Commons.

4.5 Etna

Der Etna an der Ostküste Siziliens in Italien gehört weltweit zu den aktivsten Vulkanen. Mit der nahezu kontinuierlichen Aktivität geht eine stetige Veränderung des Gipfelbereiches einher. Gerade der sich seit 2011 bildende neue Südostkrater (New Southeast Crater, NSEC) sowie die von ihm ausgehende vulkanische Aktivität konnten zwischen 2011 und 2017 mittels TanDEM-X untersucht werden (Raible und Kubanek, 2016). Abbildung 4.5 zeigt eine Eruption des NSEC am 27. Mai 2014. Die mit TanDEM-X am Etna erzielten Ergebnisse geben wichtige Einblicke in das vulkanische System.



Abbildung 4.5: Eruption an Etna's NSEC. Quelle: Angelo T. La Spina by Wikimedia Commons.

4.6 Puyehue-Cordón Caulle

Puyehue-Cordón Caulle ist ein aktiver Vulkankomplex in den Anden Chiles. Explosive bis effusive rhyodazitische Eruptionen haben in 1920–1921, 1960 und in 2011–2012 stattgefunden (Jay u. a., 2014). Die Eruption in 2011–2012 gilt als eine der wissenschaftlich am besten dokumentierten rhyodazitischen Eruptionen und ist daher für das Verständnis dieser gewaltigen explosiven, aber dennoch seltenen Eruptionen von ent-

scheidender Bedeutung. Mittels der aus TanDEM-X Daten erzeugten digitalen Elevationsmodelle konnte während der ersten zweieinhalb Monate eine Hebung im Bereich des aktiven Vulkanschlots von etwa 220 m gemessen werden. Zusätzlich konnten die in Abbildung 4.6 gezeigten Lavaflüsse kartiert werden.

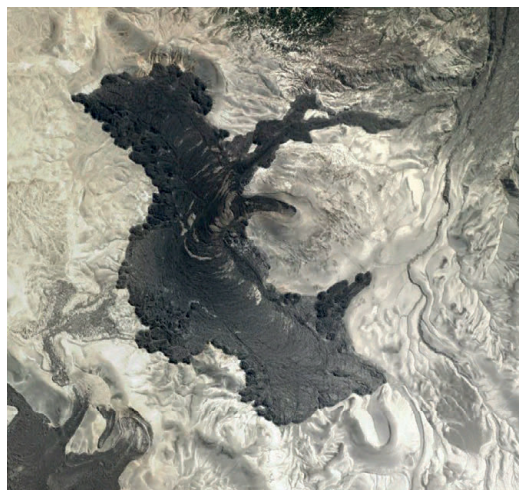


Abbildung 4.6: Die Lavaflüsse am Puyehue-Cordón Caulle. Quelle: Digital Globe aus Google Earth.

5 Zusammenfassung

Das Paper gibt einen Überblick über die seit 2011 am GIK durchgeführten Forschungsansätze, TanDEM-X in der Vulkanforschung einzusetzen. Die Vielfältigkeit der untersuchten vulkanischen Aktivität zeigt, dass innovative Satellitenmissionen wie TanDEM-X einen großen Mehrwert für die Vulkanforschung haben.

6 Danksagung

Ein herzliches Dankeschön geht an das Deutsche Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) für die Bereitstellung der verwendeten TanDEM-X Daten, sowie für die Förderung eines Großteils der Studien mit Mitteln des Bundesministeriums für Wirtschaft und Energie (BMWi) unter Fördernummer 50 EE095, basierend auf einer Entscheidung des Deutschen Bundestages.

Der größte Dank geht schließlich an Professor Bernhard Heck für die Ermöglichung des TanDEM-X Projektes am Lehrstuhl für Physikalische- und Satellitengeodäsie des GIK. Danke, für die finanzielle und mentale Unterstützung bei der Durchführung der Arbeiten und für Ihr großes Vertrauen.

Literatur

- Charbonnier, S. J. und Gertisser, R. (2008): Field observations and surface characteristics of pristine block-and-ash flow deposits from the 2006 eruption of Merapi Volcano, Java, Indonesia. *Journal of Volcanology and Geothermal Research* 177:971–982. DOI: 10.1016/j.jvolgeores.2008.07.008.
- Chen, C. W. und Zebker, H. A. (2001): Two-dimensional phase unwrapping with use of statistical models for cost functions in non-linear optimization. *Journal of the Optical Society of America A* 18(2):338–351. DOI: 10.1364/JOSAA.17.000401.
- Dvigalo, V. N., Svirid, I. Y. und Shevchenko, A. V. (2014): The first quantitative estimates of parameters for the Tolbachik fissure eruption of 2012–2013 from aerophotogrammetric observations. *Journal of Volcanology and Seismology* 8(5):3–11. DOI: 10.1134/S0742046314050029.
- Gertisser, R., Charbonnier, S. J., Troll, V. R., Keller, J., Preece, K., Chadwick, J. P., Barclay, J. und Herd, R. A. (2011): Merapi (Java, Indonesia): anatomy of a killer volcano. *Geology Today* 27(2):57–62. DOI: 10.1111/j.1365-2451.2011.00786.x.
- Heck, A., Kubanek, J., Westerhaus, M., Gottschämmer, E., Heck, B. und Wenzel, F. (2016): Lava emplacements at Shiveluch volcano (Kamchatka) from June 2011 to September 2014 observed by TanDEM-X SAR-Interferometry. In: General Assembly of the European Geosciences Union. Geophysical Research Abstracts. 17.-22. April 2016, Vienna, Austria, no. EGU2016-4401.
- Hooper, A., Zebker, H., Segall, P. und Kampes, B. (2004): A new method for measuring deformation on volcanoes and other natural terrains using InSAR persistent scatterers. *Geophysical Research Letters* 31:1–5. DOI: 10.1029/2004GL021737.
- James, M. R. und Varley, N. (2012): Identification of structural controls in an active lava dome with high resolution DEMs: Volcán de Colima, Mexico. *Geophysical Research Letters* 39:L22303. DOI: 10.1029/2012GL054245.
- Jay, J., Costa, F., Pritchard, M., Lara, L., Singer, B. und Herrin, J. (2014): Locating magma reservoirs using InSAR and petrology before and during the 2011–2012 Cordón Caulle silicic eruption. *Earth and Planetary Science Letters* 395:254–26. DOI: doi.org/10.1016/j.epsl.2014.03.046.
- Kubanek, J., Richardson, J. A., Charbonnier, S. J. und Connor, L. J. (2015): Lava flow mapping and volume calculations of the 2012–13 Tolbachik, Kamchatka fissure eruption using bistatic TanDEM-X InSAR. *Bulletin of Volcanology* 77(106):1–13. DOI: 10.1007/s00445-015-0989-9.
- Kubanek, J., Westerhaus, M. und Heck, B. (2017): TanDEM-X time series analysis reveals lava flow volume and effusion rates of the 2012–13 Tolbachik, Kamchatka fissure eruption. *Journal of Geophysical Research* 122(10):7754–7774. DOI: 10.1002/2017JB014309.
- Lavallée, Y., Varley, N. R., Alatorre-Ibargüenitoia, M. A., Hess, K.-U., Kueppers, U., Mueller, S., Richard, D., Scheu, B., Spieler, O. und Dingwell, D. B. (2012): Magmatic architecture of dome-building eruptions at Volcán de Colima, Mexico. *Bulletin of Volcanology* 74:249–260. DOI: 10.1007/s00445-011-0518-4.
- Luhr, J. F. und Carmichael, I. S. E. (1980): The Colima Volcanic Complex, Mexico. *Contributions to Mineralogy and Petrology* 71:343–372. DOI: 10.1007/BF00374707.
- Montenbruck, O., Wermuth, M. und Kahle, R. (2011): GPS based relative navigation for the TanDEM-X mission – First flight results. *Navigation* 58(4):293–304. DOI: 10.1002/j.2161-4296.2011.tb02587.x.
- Pallister, J., Schneider, D. J., Griswold, J. P., Keeler, R. H., Burton, W. C., Noyles, C., Newhall, C. G. und Ratdomopurbo, A. (2013): Merapi 2010 eruption — Chronology and extrusion rates monitored with satellite radar used in eruption forecasting. *Journal of Volcanology and Geothermal Research* 261:144–152. DOI: 10.1016/j.jvolgeores.2012.07.012.
- Raible, B. und Kubanek, J. (2016): Application of bistatic interferometry to study lava flows at Etna volcano in Italy. Techn. Ber. KIT Scientific Reports, KIT Scientific Publishing (in preparation).
- Savov, I. P., Luhr, J. F. und Navarro-Ochoa, C. (2008): Petrology and geochemistry of lava and ash erupted from Volcán Colima, Mexico, during 1998–2005. *Journal of Volcanology and Geothermal Research* 174:241–256. DOI: 10.1016/j.jvolgeores.2008.02.007.
- Schwäbisch, M. (1995): Die SAR-Interferometrie zur Erzeugung digitaler Geländemodelle (in German). Techn. Ber. Deutsche Forschungsanstalt für Luft- und Raumfahrt e.V., Deutsches Fernerkundungszentrum (DFD) Oberpfaffenhofen, Germany.
- Surono, Jousset, P., Pallister, J., Boichu, M., Buongiorno, M. F., Budisantoso, A., Costa, F., Andreastuti, S., Prata, F., Schneider, D., Clarisse, L., Humaida, H., Sumarti, S., Bignami, C., Griswold, J., Carn, S., Oppenheimer, C. und Lavigne, F. (2012): The 2010 explosive eruption of Java's Merapi volcano – a '100-year' event. *Journal of Volcanology and Geothermal Research* 241–242:121–135. DOI: 10.1016/j.jvolgeores.2012.06.018.
- Varley, N., Arambula-Mendoza, R., Reyes-Davila, G., Sanderson, R. und Stevenson, J. (2010): Generation of vulcanian activity and long-period seismicity at Volcán de Colima, Mexico. *Journal of Volcanology and Geothermal Research* 198:45–56. DOI: 10.1016/j.jvolgeores.2010.08.009.
- Wermuth, M., Hauschild, A., Montenbruck, O. und Jäggi, A. (2009): TerraSAR-X rapid and precise orbit determination. In: Proc. of 21st International Symposium on Space Flight Dynamics, 28. Sep. - 2. Oct. 2009, Toulouse, France,
- Wessel, P., Smith, W. H. F., Scharroo, R., Luis, J. F. und Wobbe, F. (2013): Generic Mapping Tools: Improved version released. *EOS Transactions, American Geophysical Union* 94:409–410.

On the approximation of a tesseroid by a rectangular prism

Michael Kuhn

School of Earth and Planetary Sciences and The Institute of Geoscience Research, Curtin University, Perth, Australia
E-Mail: M.Kuhn@curtin.edu.au

Abstract

In global gravity forward modelling the tesseroid is commonly used as elementary mass element. However, formulas for the gravitational potential and its derivatives currently suffer from numerical problems when evaluating in its close proximity. Based on the subdivision of a tesseroid in smaller rectangular prisms, this study examines the gravitational field in the close proximity of a tesseroid including its faces, edges, vertices and interior and quantifies approximation errors when replaced by a single rectangular prism. Results show that approximation errors can exceed $100 \mu\text{Gal}$ when placing the computation point at the vertex of a $30'' \times 30'' \times 10 \text{ km}$ tesseroid but considerably reduce for smaller tesseroids and when placing the computation point at the tesseroid's centre top face. While this study confirms that the prism is a suitable mass element to model masses in close proximity of the evaluation point it also opens further research questions.

1 Introduction

Gravity field modelling frequently requires the calculation of gravitational effects induced by given masses (e.g. Heiskanen and Moritz, 1967). In space-domain this is usually done through the application of numerical integration techniques or replacement of the mass distribution by an envelope of regularly shaped mass elements such as point masses, prisms or tesseroids. For this approach, approximation errors depend on how well the real mass distribution is expressed by the discrete mass elements.

While local mass distributions may be modelled in planar approximation using rectangular prisms (hereafter called prisms) for regional and global applications the curvature of the Earth has to be considered. In this case a spherical or ellipsoidal volume element e.g. tesseroid (also called spherical or ellipsoidal prism) together with constant or variable mass density, can be considered as a *natural* mass element (e.g. Anderson,

1976; Grüniger, 1990; Heck and Seitz, 2007). However, as pointed out by e.g. Heck and Seitz (2007), for the tesseroid, no closed formula solutions for the gravitational potential and its derivatives exist.

To mitigate this problem, solutions have been proposed based on Taylor series expansions of the respective integral kernels in spherical (e.g. Heck and Seitz, 2007; Wild-Pfeiffer, 2008; Deng et al., 2016) or Cartesian (e.g. Grombein et al., 2013) coordinates. It has been demonstrated that these solutions, termed here in general as tesseroid formulas, provide accurate and numerically efficient estimates when the computation point is located some distance away from the source masses, e.g. the tesseroid (Grombein et al., 2013). For computation points located in close proximity of a tesseroid, on its faces, edges or vertices or the interior the evaluation of the tesseroid formulas shows significant numerical problems, e.g. the near area problem. The mitigation of these problems require some alternate modelling such as numerical integration



(e.g. Wild-Pfeiffer, 2008; Roussel et al., 2015; Uieda et al., 2016), the use of different mass elements such as prisms (e.g. Heck and Seitz, 2007) and/or subdivision of the tesseroid (e.g. Heck and Seitz, 2007; Grombein et al., 2013). In this regard the prism can provide a suitable replacement when evaluating directly on the topographic surface even in spherical or ellipsoidal approximation (e.g. Kuhn et al., 2009; Hirt et al., 2016). Several studies have examined approximation errors when replacing a tesseroid by a mass-equal prism of identical vertical extension (e.g. Anderson, 1976; Grüniger, 1990; Kuhn, 2000; Heck and Seitz, 2007; Wild-Pfeiffer, 2008). Apart from some selected evaluation points only, none has yet attempted to examine the entire gravitational field in the very close proximity of a tesseroid, the space where either the use of tesseroid formulas lead to numerical problems or numerical integration techniques become increasingly intensive (e.g. Ku, 1977; Wild-Pfeiffer, 2008; Roussel et al., 2015; Uieda et al., 2016). Based on the concept of subdividing a tesseroid in smaller prisms, this study intends to examine the gravitational field generated by a tesseroid in its very close proximity including its faces, edges, vertices and interior. Particular focus will be on approximation errors in gravitational attraction when replacing a tesseroid by a mass-equal prism.

2 Methodology

2.1 Approximation of a tesseroid by a prism

The term tesseroid has been introduced by Anderson (1976) describing a spherical (or ellipsoidal) volume element. In spherical approximation it is bounded by the respective surface pairs related to the geographic longitudes λ_1 and λ_2 , latitudes ϕ_1 and ϕ_2 and radii R_1 and R_2 (cf. Figure 2.1). In this study the tesseroid is approximated by a prism following the basic idea introduced by Anderson (1976). Hereby the tesseroid is approximated such that the prism (i) has the same volume, (ii) is aligned with the axes of the topocentric coordinate system x', y', z' and (iii) has an identical vertical extension, e.g., $\Delta H = R_2 - R_1 = \Delta z$. Here the axes x', y', z' are aligned with the north, east and radial directions through the tesseroid's geometric centre Q_0 , respectively (cf. Figure 2.1 and 2.2, and point nota-

tions used therein). The geometric centre is defined as $\lambda_0 = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$, $\phi_0 = \frac{\phi_1 + \phi_2}{2}$, $R_0 = \frac{R_1 + R_2}{2}$.

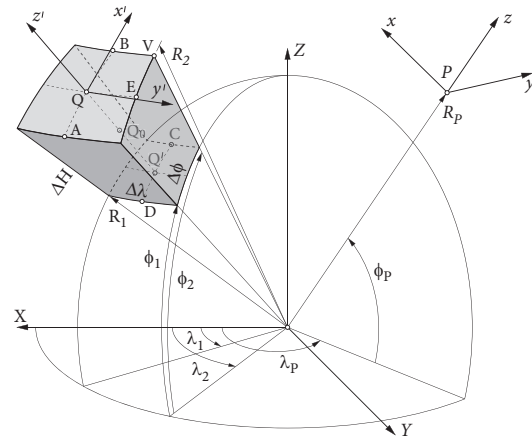


Figure 2.1: A tesseroid in spherical approximation.

Based on the above approximation, the prism, in comparison to the tesseroid, has a different geometry and as such a different mass distribution. This change is exemplified in Figure 2.2 illustrating a cross sectional view (along the meridian through point Q or Q_0) of a tesseroid ($ABCD$) approximated by a mass-equal prism ($A'B'C'D'$). Shaded in grey are the “wedge-like” masses that are displaced.

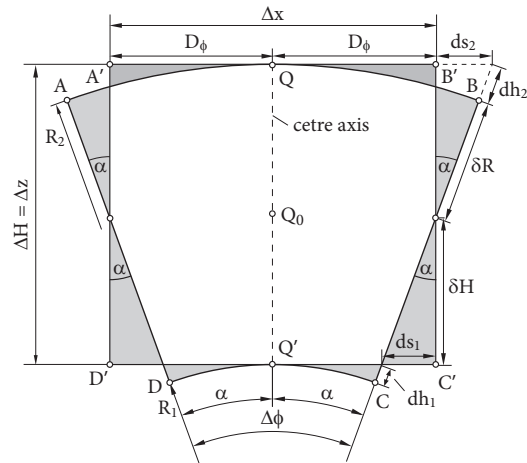


Figure 2.2: Approximation of a tesseroid by a prism shown as cross section along the meridian through Q .

Here the position of the prism is chosen so that its geometric centre is identical to that of the tesseroid. This implies that there are no mass displacements at the centre of the tesseroid's top face (point Q) where often the computation point is located. This particular choice, however, leads to a slight separation between the centroids of the tesseroid and prism. Based on the equivalence of mass and vertical extension, the horizontal dimension of the prism expressed along the

local north-south (x') and east-west (y') directions are given as (e.g. Anderson, 1976)

$$\Delta x = 2D_\phi = R\Delta\phi \quad (2.1)$$

$$\Delta y = 2D_\lambda = R_C \cos\phi_0 \Delta\lambda \quad (2.2)$$

with the mean radius $R = R_0$ and $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$, $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$. Anderson (1976) points out that in Eq. 2.2 the radius of the centroid R_C can safely be replaced by R leading to a first-order approximation of the mass (Heck and Seitz, 2007). As an example, the relative approximation error is $\approx 1.2 \cdot 10^{-7}$ for the volume of a tesseroid with $\Delta\lambda = \Delta\phi = 5'$ and $\Delta H = 10 \text{ km}$.

Based on the geometric relations in Figure 2.2 distances ds_i and dh_i ($i = 1, 2$), expressing geometric differences between tesseroid and prism, are given as

$$ds_1 = D_\phi - R_1 \tan\alpha, \quad ds_2 = R_2 \tan\alpha - D_\phi \quad (2.3)$$

$$dh_i = R_i \left(\frac{1 - \cos\alpha}{\cos\alpha} \right), \quad i = 1, 2. \quad (2.4)$$

Further the dimensions of the ‘‘wedge-like’’ masses are characterised by D_ϕ (cf. Eq. 2.1) and

$$\delta H = \frac{ds_1}{\tan\alpha} \quad \text{and} \quad \delta R = \frac{ds_2}{\sin\alpha} - dh_2. \quad (2.5)$$

In order to provide some quantification of the displaced masses at the upper edge of the tesseroid (e.g. point B), Table 2.1 lists the distances D_ϕ , ds_2 , dh_2 , and δR for selected horizontal dimensions (DEM resolutions) and a tesseroid height of $\Delta H = 10 \text{ km}$.

Table 2.1: Distances D_ϕ , ds_2 , dh_2 , and δR at the upper edge of a tesseroid with a horizontal dimension $\Delta\lambda \times \Delta\phi$ and height of 10 km centred at the equator (e.g. $\phi_0 = 0^\circ$). Mean Earth radius is $R = 6,378,130 \text{ m}$. Units in $[m]$.

$\Delta\lambda \times \Delta\phi$	D_ϕ	ds_2	dh_2	δR
$5' \times 5'$	4,638.312	3.637	1.688	4,999.438
$30'' \times 30''$	463.831	0.364	0.017	4,999.994
$3'' \times 3''$	46.383	0.036	<0.001	5,000.000
$1'' \times 1''$	15.461	0.012	<0.001	5,000.000

Results in Table 2.1 show that the displaced masses can be considerable for tesseroids with a horizontal dimension of $30'' \times 30''$ or larger and become very small or negligible for smaller dimensions.

2.2 Gravitational attraction of a tesseroid

Unlike for other elementary mass elements (e.g. point mass or prism) no closed analytical formulas can be provided for the gravitational potential and its derivatives for a tesseroid as elliptic integrals need to be solved (Heck and Seitz, 2007). As outlined in the introduction, solution strategies based on Taylor series expansions lead to numerical problems when the computation point is located in close proximity of the tesseroid (Heck and Seitz, 2007). Therefore, as this is the area of interest here, an alternative technique has to be used to derive reference values for the gravitational effects.

In this study the method of subdividing the tesseroid horizontally and vertically into $n_\lambda \times n_\phi \times n_H$ smaller mass elements is used where n_λ , n_ϕ and n_H indicate the number of subdivisions in longitude, latitude and radial directions, respectively. This is a common method to improve gravity calculations in close proximity of the source masses (e.g. Forsberg, 1984; Heck and Seitz, 2007; Grombein et al., 2013). Following this approach the original tesseroid is approximated by smaller tesseroids which in this study are further replaced by mass-equal prisms (cf. Section 2.1).

The use of prisms has the advantage that the respective formulas provide precise numerical values for the gravitational potential and first derivatives at any location including its faces, edges, vertices or interior (cf. Nagy et al., 2000, 2002). Here, the subdivision is iteratively increased as long as the difference between two subdivision steps falls below a given threshold ϵ (e.g. $\epsilon < 1 \mu\text{Gal}$). While this criterion is rather simple it serves the purpose of obtaining reference values. More sophisticated criteria to stop the iteration (based on point masses) are provided by, e.g., Uieda et al. (2016) and cited references therein.

In order to numerically demonstrate the convergence of the subdivision procedure using prisms, Figure 2.3 shows the differences in gravitational attraction δg_z (in radial direction) between subsequent subdivision steps for selected evaluation points at the tesseroid’s top face. In all instances the procedure seems to numerically converge, e.g. differences get gradually smaller.

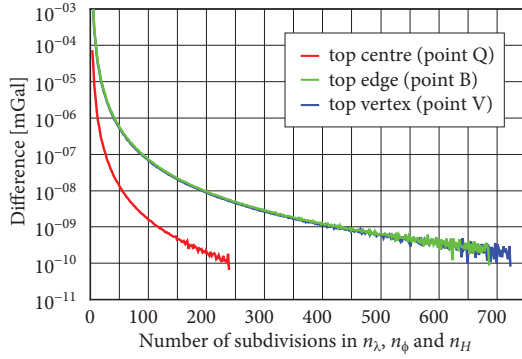


Figure 2.3: Differences in gravitational attraction δg_z between subsequent subdivisions (horizontal and vertical) of a $30'' \times 30'' \times 10 \text{ km}$ tesseroid. The iteration has been stopped at $\epsilon = 10^{-10} \text{ mGal}$ (10^{-15} ms^{-2}).

While the test above only reveals that the procedure numerically converges to some value it does not guarantee that it converges to the *correct* value. In order to test the latter the same procedure is applied to model δg_z of a spherical shell, e.g. for each tesseroid forming the complete spherical shell the same subdivision procedure is applied. Results shown in Table 2.2 for various horizontal resolutions clearly demonstrate that increased subdivision (e.g. smaller threshold ϵ) considerably reduces the absolute and relative errors, e.g. indicating that the procedure converges towards the correct value, at least within the given precision levels.

Table 2.2: Absolute (upper value) and relative (lower value) errors in gravitational attraction δg_z of a spherical shell ($R = 6,378,130 \text{ m}$, $\Delta H = 10 \text{ km}$). Errors are the differences between the analytical solution and result of the subdivision procedure. Evaluation is on the shell's top surface. Units of absolute errors in [μGal].

$\Delta\lambda \times \Delta\phi$	$n/a^{(1)}$	$1 \text{ mGal}^{(2)}$	$1 \mu\text{Gal}^{(2)}$	$1 \text{ nGal}^{(2)}$
$1^\circ \times 1^\circ$	6,925.742	705.349	54.012	4.404
	$3.1\text{e-}3$	$3.2\text{e-}4$	$2.4\text{e-}5$	$2.0\text{e-}6$
$15' \times 15'$	751.638	39.870	13.393	1.606
	$3.4\text{e-}4$	$1.8\text{e-}5$	$6.0\text{e-}6$	$7.2\text{e-}7$
$5' \times 5'$	-107.991	-6.972	-5.182	-1.088
	$4.8\text{e-}5$	$3.1\text{e-}6$	$2.3\text{e-}6$	$4.5\text{e-}7$

⁽¹⁾ No subdivision. ⁽²⁾ Each tesseroid forming the complete shell is subdivided by at least $3 \times 3 \times 3$ elements with further subdivisions applied as required to reach the indicated threshold levels ϵ .

2.3 Gravitational attraction of a prism

As outlined in Section 2.2 this study uses prisms to derive the gravitational effect of a tesseroid through subdivision (cf. Section 2.2) as well as to replace the

original tesseroid (cf. Section 2.1). Formulas to derive the gravitational potential and its derivatives for a prism are well-known and can be found in e.g. Mader (1951), Nagy (1966) and Nagy et al. (2000, 2002). Here the numerically more stable formulas given by e.g. Grüniger (1990), Kuhn (2000) and Heck and Seitz (2007) are used and hereafter referred to as prism formulas.

Using the prism formulas the gravitational attraction at the computation point P (e.g. gravity vector components $\delta g'_x$, $\delta g'_y$, $\delta g'_z$) can directly be derived in the topographic coordinate system (x' , y' , z') aligned with the prism edges (cf. Figure 2.4).

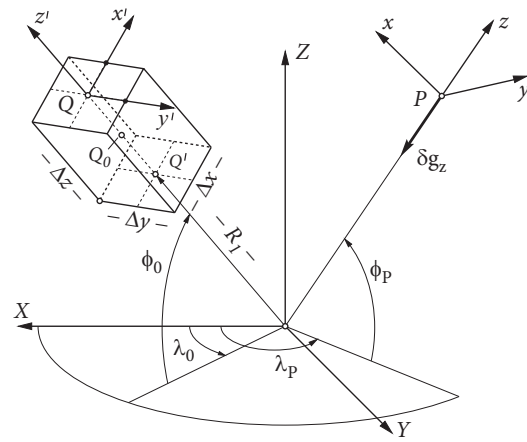


Figure 2.4: Gravitational attraction δg_z of a prism in spherical approximation.

However, in spherical or ellipsoidal approximation an additional transformation needs to be applied to obtain the gravitational attraction aligned with the axes of the topocentric coordinate system (x , y , z) at P (cf. Figure 2.4). This can be done through a rotation matrix relating the base vectors of the two topocentric coordinate systems via the base vectors of the geocentric coordinate system (X , Y , Z), (cf. Grüniger, 1990; Kuhn, 2000; Heck and Seitz, 2007).

3 Numerical study

This section provides an insight into the gravitational field of a tesseroid and its approximation by a mass-equal prism. Specific focus is on the gravitational attraction in radial direction δg_z , evaluated in the very close proximity of the tesseroid. In order to avoid numerical problems of the tesseroid formulas, reference values for δg_z are obtained by iterative subdivision as outlined in Section 2.2. Approximation er-

rors are derived by comparison of the reference values with δg_z , obtained when replacing the tesseroïd by a mass-equal prism (cf. Section 2.1) without using any subdivision. All numerical tests are done in spherical approximation using $R = 6,378,137 \text{ m}$, mean density $\rho = 2670 \text{ kg m}^{-3}$ and Newton's gravitational constant $G = 6.672 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$. Further, the respective geometrical centres of the tesseroïds used are located at $\lambda_0 = \phi_0 = 0^\circ$ and $R_0 = R$.

3.1 Approximation errors at selected locations

Before studying the gravitational field in close proximity of the tesseroïd approximation errors are derived at the following two locations:

- At the centre of the tesseroïd's top face (cf. point Q in Figure 2.1).
- At the north-eastern vertex of the tesseroïd (cf. point V in Figure 2.1).

While point Q can be considered as a commonly used evaluation point on the topographic surface (also examined by Heck and Seitz (2007) and Grombein et al. (2013)), point V provides an example for a location close to major mass displacements (cf. Figure 2.2). Therefore, larger errors can be expected at the latter location. Tables 3.1 and 3.2 list the respective approximation errors in relation to horizontal and vertical tesseroïd dimensions commonly used to model source masses close to the computation point.

The results show that the approximation errors at Q are relatively small reaching magnitudes above the μGal -level for the largest height of 10 km only. A maximum error of $30 \mu\text{Gal}$ (relative 5.410^{-4}) is obtained for the largest tesseroïd dimension of $30'' \times 30'' \times 10 \text{ km}$. These relatively low approximation errors are due to the fact that the bulk of the displaced masses are some distance away from the computation point. However, this is not anymore the case when the computation point is either located at an edge or vertex as can be seen by considerably larger approximation errors in Table 3.2. Now the approximation error is mostly above the μGal -level and smaller only for the smallest tesseroïd dimensions considered. For the largest tesseroïd dimension of $30'' \times 30'' \times 10 \text{ km}$ the approximation error is now $109 \mu\text{Gal}$ (relative $4.0 \cdot 10^{-3}$). Overall, it can be noticed that most approximation er-

rors (absolute and relative) are at least one order of magnitude higher when evaluating at the vertex of the tesseroïd rather than at the centre top face.

Table 3.1: Absolute (upper values) and relative (lower values) approximation errors in gravitational attraction δg_z at the centre of the tesseroïd's top face (cf. point Q). Units of the absolute approximation errors in $[\mu\text{Gal}]$.

$\Delta\lambda \times \Delta\phi$	ΔH	ΔH	ΔH
	= 100 m	= 1 km	= 10 km
$30'' \times 30''$	0.300	0.116	30.583
	2.9e-5	2.6e-6	5.4e-4
$5'' \times 5''$	0.003	0.406	6.928
	5.0e-7	4.3e-5	7.2e-4
$1'' \times 1''$	0.005	0.124	1.461
	2.5e-6	6.4e-5	7.5e-4

Table 3.2: Same as Table 3.1 but at the upper north-eastern vertex of the tesseroïd (cf. point V).

$\Delta\lambda \times \Delta\phi$	ΔH	ΔH	ΔH
	= 100 m	= 1 km	= 10 km
$30'' \times 30''$	2.218	11.052	109.100
	8.3e-4	6.6e-4	4.04e-3
$5'' \times 5''$	0.228	2.218	19.936
	1.1e-4	5.0e-4	4.1e-3
$1'' \times 1''$	0.050	0.486	4.068
	6.3e-5	5.14e-4	4.2e-3

3.2 Approximation errors on the top face

In this experiment the gravitational attraction δg_z and approximation errors (absolute and relative) are examined on and in close proximity of the tesseroïd's top face. The evaluation is done on part of the sphere with radius R_2 including and extending around the tesseroïd's top face (cf. Figure 3.1 A). Panel B in Figure 3.1 illustrates δg_z of a tesseroïd with the dimensions of $30'' \times 30'' \times 1 \text{ km}$. It can be seen that largest values are present on top of the tesseroïd (maximum at centre) and quickly reduce with distance from the tesseroïd. While lines of equal gravitational attraction very close to the tesseroïd follow to some extent its shape they take on a near circular shape when extending further away from the tesseroïd. This behaviour shows that at some distance from the tesseroïd the gravitational field more and more resembles that of a

point mass, e.g. the impact of edges becomes negligible. This is consistent with the 1st order approximation of the tesseroid formulas expressing the gravitational field of a point mass (cf. Heck and Seitz, 2007).

Analysing the approximation errors (cf. Figure 3.1 C) it can be seen that maximum errors are present at the vertices and edges, e.g. locations of largest mass displacements (cf. Section 2.1). Confirming results from Section 3.1, at the centre top face of the tesseroid approximation errors are relatively small. From the vertices and edges approximation errors quickly reduce to levels well below the μGal level. At a distance of about $\frac{1}{2}$ the horizontal dimension of the tesseroid (e.g. $15''$) approximation errors are close to zero and change their sign from positive to negative and further away start to slightly increase in magnitude, though remain below the μGal level.

In terms of relative approximation errors (cf. Figure 3.1 D) again the vertices and edges show largest values with magnitudes reaching almost 0.1% (see also Table 3.2). Like the absolute approximation errors also the relative errors reduce rather quickly to minimum values at a distance of about $\frac{1}{2}$ the tesseroid's horizontal dimension and slightly increase again to a level of about 0.002% further away.

3.3 Approximation errors in the meridian plane

In this experiment the gravitational attraction and approximation errors are examined in the vertical cross section along the meridian through the geometric centre of the tesseroid (cf. Figure 3.2 A). This includes locations on the north-south faces and interior of the tesseroid. Panel B in Figure 3.2 illustrates the gravitational attraction with maximum positive values at the centre top face (see also Section 3.2) gradually tapering off with increased height and horizontal distance. The behaviour is almost symmetrical (though with op-

posite sign) to the mean sphere with radius R passing through the geometrical centre of the tesseroid (e.g. zero height). Therefore, maximum negative values are present at the centre bottom face of the tesseroid and zero gravity occurs close to the sphere with radius R .

Approximation errors shown in Figure 3.2 C again show largest (positive) magnitudes at the edges of the tesseroid as could already be seen in Figure 3.1 C. Negative approximation errors are mostly present inside the tesseroid and extending to the north and south of the tesseroid faces. Interestingly there are small areas of negative approximation errors between the edges (large positive errors) and centre top/bottom faces (small positive errors). These can be explained by the deviation between the top/bottom faces of the tesseroid and prism (cf. Figure 2.2). While approximation errors are always positive on the top/bottom faces of the tesseroid (cf. Figure 3.1 C) they rapidly become negative as the computation point is elevated/lowered from these surfaces. The transition from positive to negative values happens over the approximate distance that separates both surfaces, which for small-sized tesseroids can happen over only few mm . Again approximation errors quickly reduce to sub- μGal levels with distance from the tesseroid.

Relative approximation errors (cf. Figure 3.2 D) show similar behaviour to their absolute counterparts at and above/below the top/bottom faces. Again rather large relative errors are present at the edges and much smaller at the centres of the tesseroid's top and bottom faces consistent with the relative errors shown in Figure 3.1 D. However, maximum relative errors are present on and close to the sphere with radius R and to some extent along the faces of the tesseroid. This behaviour is related to the fact that δg_z is close to zero around the mean sphere (cf. Figure 3.2 D) and as such even small absolute approximation errors can lead to rather large relative errors.

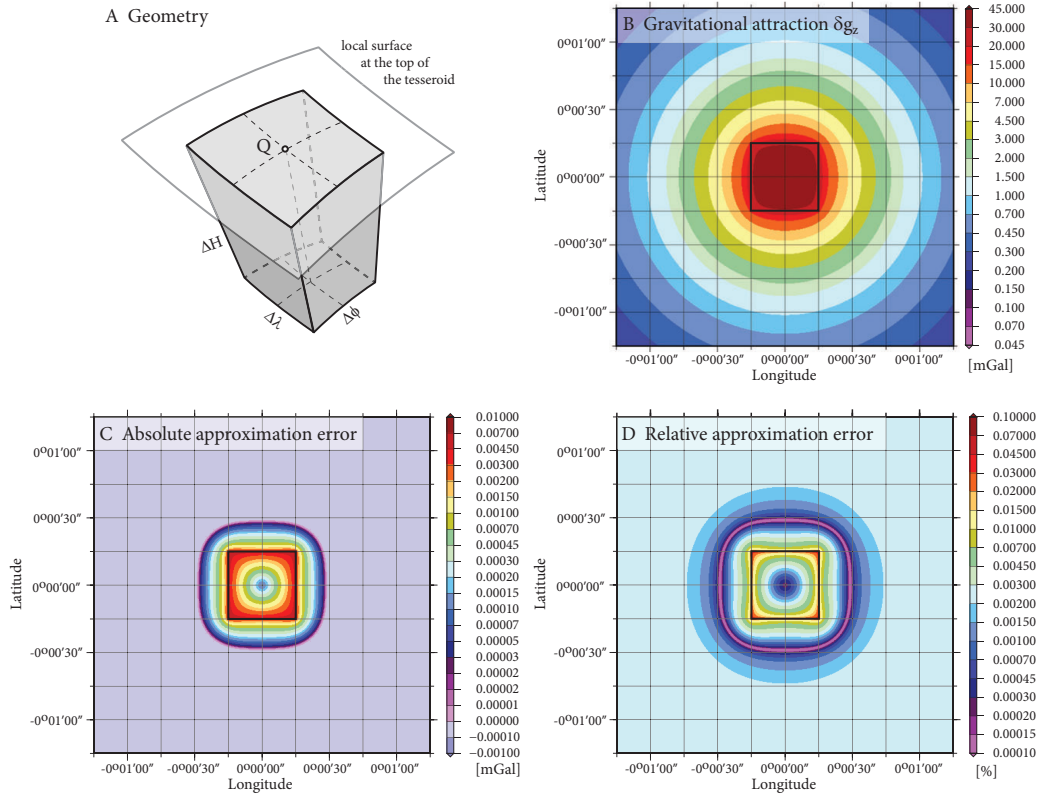


Figure 3.1: Gravitational attraction and approximation errors on and in close proximity of the tesseroïd's top face. The thick black line indicates the extension of the tesseroïd with a dimension of $30'' \times 30'' \times 1 \text{ km}$. Colour scales are non-linear.

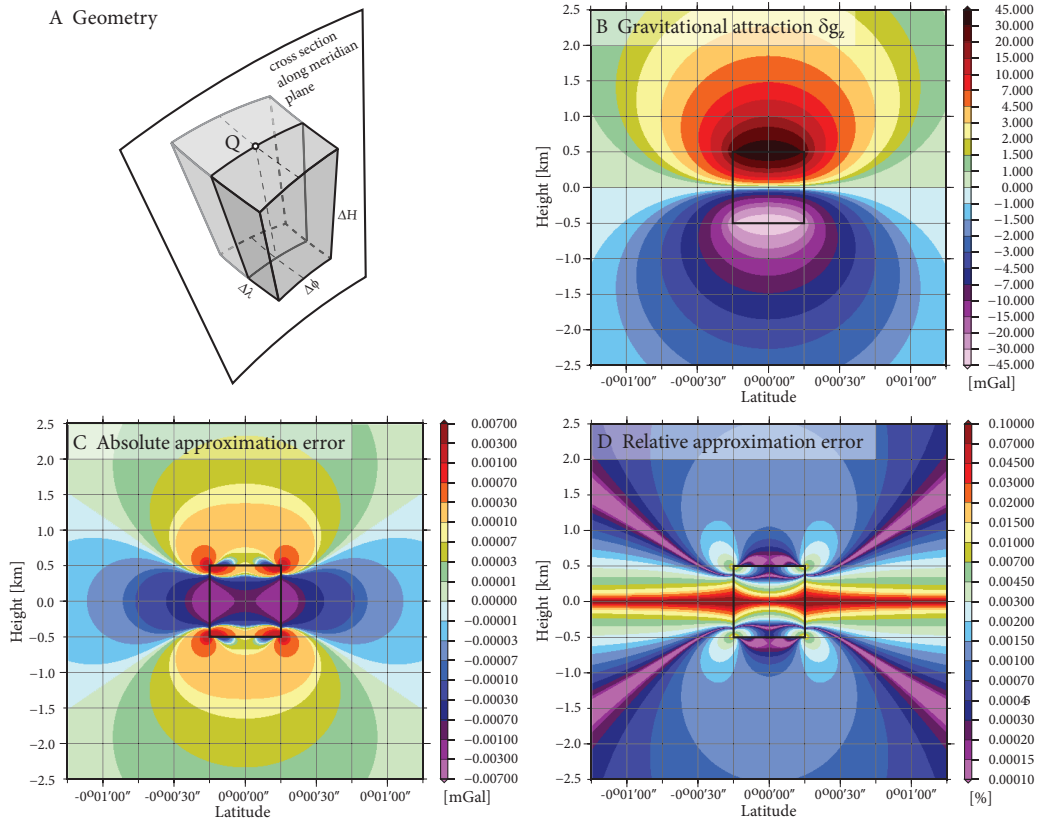


Figure 3.2: Gravitational attraction and approximation errors in the meridian plane through the tesseroïd's geometric centre. The thick black line indicates the extension of the tesseroïd with a dimension of $30'' \times 30'' \times 1 \text{ km}$. Colour scales are non-linear.

4 Discussion and Conclusions

This study provided insight into the gravitational field in very close proximity of a tesseroid including its edges, vertices, faces and interior. Particular focus was on approximation errors when replacing a tesseroid by a mass-equal prism. While providing some quantifications in this regards, several new research questions may arise from the results as outlined further in this section.

It has been demonstrated that horizontal and vertical subdivision of a tesseroid and subsequent replacement of the smaller mass elements by mass-equal prisms is a viable procedure to obtain precise reference values for the gravitational attraction of a tesseroid. This enabled the evaluation of the gravitational field in the very close proximity of the tesseroid, the space where the evaluation with tesseroid formulas currently leads to numerical problems. This also validates Heck and Seitz (2007), proposing that prisms should be used close to the computation point.

As a main outcome, it has been shown that approximation errors in the close proximity of the tesseroid largely vary depending on the selected location of the computation point. This behaviour is directly related to spatially varying mass changes associated to the replacement of the tesseroid by a mass-equal prism. Depending on the horizontal and vertical dimension of the tesseroid maximum errors mostly well above the μGal level are present when the computation point is located at or close to the vertices (similarly at the edges, not shown), e.g. areas close to considerable mass changes (cf. Section 2.1). On the other hand approximation errors (absolute and relative) are in almost all cases at least one order of magnitude smaller when the computation point is located at the centre of the tesseroid's top face. In this case approximation errors stay well below the μGal level for all but the largest tesseroid dimension ($30' \times 30' \times 10 \text{ km}$) considered. This underlines the importance of a careful selection of the computation point location when aiming to minimize approximation errors in the very close proximity of the tesseroid.

Apart from the careful selection of the computation point location in gravity forward modelling, approximation errors could further be reduced by subdividing the tesseroid (or tesseroids) in close proximity of

the computation point as has been demonstrated by the successful derivation of reference values for the gravitational attraction of a tesseroid. While this study uses prisms others have explored the use of different mass elements to be used in the subdivision process (e.g. Wild-Pfeiffer, 2008; Grombein et al., 2013; Uieda et al., 2016). In this regard, a question still to be answered is which elementary mass element may be best suited both in terms of accuracy and numerical efficiency when aiming to evaluate in the very close proximity of the tesseroid including its edges, vertices, faces and interior. For example, while numerically more intensive, prism have the advantage that “mass-free” areas are kept to a minimum (mostly at edges and vertices) while point masses may have larger “mass-free” areas. This would make prisms better candidates when evaluation in the interior of the tesseroid is required, e.g. for the modelling of plumbines. Another benefit of the subdivision procedure, not explored further in this study, might be the possibility to provide precision estimates for global gravity forward modelling estimates when accounting for discretisation errors that arise from the use of a particular mass element (e.g. rectangular prism vs. tesseroid). As such the subdivision procedure could be employed to evaluate approximation errors for any type of mass element (e.g. point mass, mass line, mass surface, polyhedron, etc.). Such studies may become more important when aiming at regional and global gravity forward modelling at the highest possible precision level, e.g. μGal or below but still be able to perform calculations in a reasonable timeframe.

This study examines a rather benign case in terms of the tesseroid's location at the equator where the tesseroid has a near quadratic base. In this case approximation errors, when replacing a tesseroid by a prism, may be at a minimum (e.g. Heck and Seitz, 2007). Further studies in terms of the tesseroid's location are warranted to study the respective gravitational fields in relation to the geographic latitude. While the horizontal dimension in longitude direction, e.g. D_λ (cf. Eq. 2.2 in Section 2.1), of the prism will account for the meridian convergence it is to be expected that larger errors are present at higher latitudes.

Finally, when examining discretisation errors arising from geometric approximations of elementary mass elements one important aspect not considered here is the

question of how good do these represent the real mass distribution (e.g. topography)? It is well known that for example flat-topped tesseroids or prisms may be a rather crude approximation of the real (undulating) topography (e.g. Smith et al., 2001). While several solution strategies have been suggested (e.g. inclined top, polyhedral, bi-cubic interpolation) more comprehensive studies in relation to global high-resolution topographic masses have not yet been undertaken but may explain current μGal discrepancies when comparing high-resolution gravity forward modelling of the Earth's global topography in the space and frequency domains (e.g. Hirt and Kuhn, 2014; Hirt et al., 2016).

Acknowledgements

Supercomputing resources were kindly provided by Western Australia's Pawsey Supercomputing Centre.

Thank You:

A very special thank you goes to Prof Bernhard Heck who was the driving force some two decades ago in sparking my interest in gravity forward modelling in general and the use of prisms in particular. I am indebted to Bernhard's invaluable guidance during my diploma and PhD theses.

References

- Anderson, E. G. (1976): The effect of topography on solutions of Stokes' problem. Unisurv S-14, Report. School of Surveying, University of New South Wales, Australia.
- Deng, X.-L., Grombein, T., Shen, W.-B., Heck, B., and Seitz, K. (2016): Corrections to "A comparison of the tesseroid, prism and point-mass approaches for mass reductions in gravity field modelling" (Heck and Seitz, 2007) and "Optimized formulas for the gravitational field of a tesseroid" (Grombein et al., 2013). *Journal of Geodesy* 90(6):585–587. DOI: 10.1007/s00190-016-0907-8.
- Forsberg, R. (1984): A study of terrain reductions, density anomalies and geophysical inversion methods in gravity field modelling. Report 355. Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus, USA.
- Grombein, T., Seitz, K., and Heck, B. (2013): Optimized formulas for the gravitational field of a tesseroid. *Journal of Geodesy* 87(7):645–660. DOI: 10.1007/s00190-013-0636-1.
- Grüninger, W. (1990): Zur topographisch-isostatischen Reduktion der Schwere. PhD thesis. Universität Karlsruhe, Germany.
- Heck, B. and Seitz, K. (2007): A comparison of the tesseroid, prism and point-mass approaches for mass reductions in gravity field modelling. *Journal of Geodesy* 81(2):121–136. DOI: 10.1007/s00190-006-0094-0.
- Heiskanen, W. A. and Moritz, H. (1967): Physical geodesy. W. H. Freeman & Co., San Francisco, USA.
- Hirt, C. and Kuhn, M. (2014): Band-limited topographic mass distribution generates full-spectrum gravity field: gravity forward modeling in the spectral and spatial domains revisited. *Journal of Geophysical Research* 119(4):3646–3661. DOI: 10.1002/2013JB010900.
- Hirt, C., Reußner, E., Rexer, M., and Kuhn, M. (2016): Topographic gravity modelling for global Bouguer maps to degree 2,160: Validation of spectral and spatial domain forward modelling techniques at the 10 microgal level. *Journal of Geophysical Research* 121(9):6846–6862. DOI: 10.1007/s00190-015-0857-6.
- Ku, C. C. (1977): A direct computation of gravity and magnetic anomalies caused by 2- and 3-dimensional bodies of arbitrary shape and arbitrary magnetic polarization by equivalent-point method and a simplified cubic spline. *Geophysics* 42(3):610–622. DOI: 10.1190/1.1440732.
- Kuhn, M. (2000): Geoidbestimmung unter Verwendung verschiedener Dichtehypothesen. *Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C*, no. 520. Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften in Kommission beim Verlag C. H. Beck, Munich, Germany.
- Kuhn, M., Featherstone, W. E., and Kirby, J. F. (2009): Complete spherical Bouguer gravity anomalies over Australia. *Australian Journal of Earth Science* 56(2):213–223. DOI: 10.1080/08120090802547041.
- Mader, K. (1951): Das Newtonsche Raumpotential prismatischer Körper und seine Ableitungen bis zur dritten Ordnung. *Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen, Sonderheft* 11.
- Nagy, D., Papp, G., and Benedek, J. (2000): The gravitational potential and its derivatives for the prism. *Journal of Geodesy* 74(7–8):552–560. DOI: 10.1007/s001900000116.
- Nagy, D., Papp, G., and Benedek, J. (2002): Corrections to *The gravitational potential and its derivatives for the prism*. *Journal of Geodesy* 76(8):475. DOI: 10.1007/s00190-002-0264-7.
- Nagy, D. (1966): The gravitational attraction of a right rectangular prism. *Geophysics* 31(2):362–371. DOI: 10.1190/1.1439779. URL: %20http://dx.doi.org/10.1190/1.1439779.
- Roussel, C., Verdun, J., Cali, J., and Masson, F. (2015): Complete gravity field of an ellipsoidal prism by Gauss-Legendre quadrature. *Geophysical Journal International* 203(3):2220–2236. DOI: 10.1093/gji/ggv438. URL: http://dx.doi.org/10.1093/gji/ggv438.
- Smith, D. A., Robertson, D. S., and Milbert, D. G. (2001): Gravitational attraction of local crustal masses in spherical coordinates. *Journal of Geodesy* 74(11–12):783–795. DOI: 10.1007/s001900000142.
- Uieda, L., Barbosa, V. C. F., and Braitenberg, C. (2016): Tesseroids: Forward-modeling gravitational fields in spherical coordinates. *Geophysics* 81(5):41–48. DOI: 10.1190/geo2015-0204.1. URL: https://doi.org/10.1190/geo2015-0204.1.
- Wild-Pfeiffer, F. (2008): A comparison of different mass elements for use in gravity gradiometry. *Journal of Geodesy* 82(10):637–653. DOI: 10.1007/s00190-008-0219-8.

Geodäsie im gesellschaftlichen Kontext

Hansjörg Kutterer

Bundesamt für Kartographie und Geodäsie
E-Mail: hansjoerg.kutterer@bkg.bund.de

Zusammenfassung

Die Geodäsie ist eine traditionsreiche Disziplin, deren Bedeutung für Wissenschaft, Politik und Verwaltung sowie für die Gesellschaft insgesamt in den vergangenen zwei bis drei Jahrzehnten im Zuge verschiedener Entwicklungen noch einmal deutlich zugenommen hat. In diesem Beitrag wird diese Situation am Beispiel der Erdmessung aus drei verschiedenen Perspektiven betrachtet: Geodäsie als Wissenschaft, Geodäsie als Methode und Geodäsie als Beruf. Es wird argumentiert, dass die Geodäsie über diese drei Perspektiven hinweg verschiedene Alleinstellungsmerkmale aufweist, die sie mehr denn je zu einer wichtigen Partnerdisziplin im interdisziplinären Umfeld machen.

1 Einführung und Motivation

Die Geodäsie ist eine Jahrtausende alte Disziplin, der es stets gelungen ist, sich bei im Prinzip konstantem Gegenstand des Interesses – der Figur des Erdkörpers – unter konsequenter Nutzung des technologischen Fortschritts den jeweils aktuellen Anforderungen anzupassen und diese entsprechend den vorhandenen Möglichkeiten auszugestalten.

Vor allem seit den 1980er Jahren hat die Geodäsie insgesamt durch eine Vielzahl an technologischen Erneuerungen einen enormen Aufschwung erfahren. Zu nennen sind hier z. B. die Laser-, die Satelliten- sowie die Informations- und Kommunikationstechnologien. Außerdem hat in den letzten zwei Jahrzehnten die gesellschaftliche Bedeutung von Geodaten, d. h. sämtlichen Daten mit einem Ortsbezug, stark an Bedeutung zugenommen, auch im Zuge des Digitalen Wandels und der Smart Technologies.

Wohlwissend um die unterschiedlichen Auffassungen zur Bedeutung des Begriffes Geodäsie und um teilweise überlappende Begriffe aus anderen Bereichen, soll es in diesem Beitrag vor allem um die Geodäsie im

Sinne der englischen Bezeichnung Geodesy gehen, die im Deutschen am ehesten mit dem Begriff Erdmessung beschrieben wird. Diesem in sich recht breiten Gebiet ordnen sich Teilgebiete unter wie die Mathematische Geodäsie, die Physikalische Geodäsie, die Satellitengeodäsie, die Astronomische Geodäsie und die Geodynamik.

Der Anlass für diesen Beitrag ist das Ausscheiden von Prof. Bernhard Heck, Ordinarius für Physikalische und Satellitengeodäsie am Karlsruher Institut für Technologie, aus dem aktiven Dienst. Im Folgenden soll die große Bedeutung des Themenbereichs, zu dem Bernhard Heck über Jahrzehnte hinweg in Forschung und Lehre signifikant beigetragen hat, von verschiedenen Seiten aus beleuchtet werden. Da dies hier aus Platzgründen nicht in der für wissenschaftliche Arbeiten üblichen Fokussierung und Tiefe möglich ist, sind die Ausführungen – und die referenzierte Literatur – schlaglichtartig und subjektiv angelegt.

Inspiziert wurden die Darstellungen auch durch den sehr lesenswerten Beitrag von Rummel (2014), der sich mit einer Standortbestimmung der Geodäsie in



den aktuellen Zeiten des Wandels befasst. Getragen wird der folgende Beitrag nicht zuletzt durch die eigene berufliche Vita des Autors, die selbst mit mehreren Perspektivwechseln verbunden ist.

Deshalb sollen im Folgenden von einer übergeordneten Ebene aus drei Perspektiven eingenommen werden, die die heutige Geodäsie am Beispiel der Erdmessung charakterisieren. Diese ergeben sich alle aus der klassischen Definition der Geodäsie nach Helmert (1880) als der Wissenschaft von der Ausmessung und Abbildung der Erdoberfläche, die deshalb als Grundlage für die weiteren Ausführungen genügt.

Zum einen hat die Erdmessung mit der Figur der Erde einen konkreten, hinreichend komplexen, sich nicht überholenden Forschungsgegenstand. Zum anderen betrachtet sich die Geodäsie selbst als Wissenschaft von der „Ausmessung und Abbildung“ und stellt damit die Methoden auf die gleiche Stufe wie den eigentlichen Gegenstand. Schließlich ist die Geodäsie auch außerhalb der Wissenschaft eine im Berufsalltag nachgefragte Kompetenz. Entlang dieser Dreiteilung sind die folgenden Ausführungen angelegt. Der Beitrag schließt mit einer Zusammenfassung und Wertung.

2 Geodäsie als Wissenschaft

Die Figur der Erde als Forschungsgegenstand der Geodäsie hat im Laufe der Zeiten durch die Verfeinerung der Modelle und die jeweils verfügbaren Beobachtungsdaten eine zunehmende Konkretisierung und weitere Ausgestaltung erfahren; siehe hierzu vor allem Torge (2017), der die geschichtliche Entwicklung der Geodäsie ausführlich darstellt. Für einen aktuellen Überblick über die wissenschaftlichen Arbeitsfelder in der Erdmessung sei insgesamt auf die Beiträge in Rummel (2017) und die dort gegebenen Literaturverweise hingewiesen.

Das sogenannte Drei-Säulen-Modell der Geodäsie, das in Abb. 1.1 dargestellt wird, unterscheidet auf einer eher allgemein gehaltenen Ebene zwischen den primären Teilgebieten Geokinetik, Erdschwerefeld und Erdrotation. Deren modellhafte Kopplung und die sich daraus ergebenden Wechselbezüge sowie der fachwissenschaftliche Kontext werden in der Abbildung schematisch aufgezeigt. Die folgenden Ausführungen

orientieren sich an Kutterer (2017) und den dort gegebenen Literaturhinweisen.

Eine adäquate wissenschaftliche Behandlung der Figur der Erde erfordert aus heutiger Sicht einen systemtheoretischen Ansatz: Die Erde wird als dynamisches System mit verschiedenen, miteinander interagierenden Sphären verstanden, in dem hochkomplexe Prozesse ablaufen. Eine Reduktion der Betrachtungen auf die Figur der Erde allein ist anhand der sie beschreibenden geodätischen Parameter möglich.

Diese muss aber aus Konsistenzgründen stets den systemtheoretischen Kontext berücksichtigen, z. B. in Form von Modellen für relevante, d. h. auf geodätische Parameter wirkende Prozesse in Atmosphäre, Ozeanosphäre und kontinentaler Hydrosphäre. So sind z. B. die Modellierungen von Erdrotation und Erdschwerefeld über physikalische Gesetzmäßigkeiten (Trägheitstensor der Erde) mathematisch miteinander verbunden und sie unterliegen gemeinsam physikalischen Einflüssen identischer Kausalität, z. B. aus Atmosphäre und Ozeanosphäre; siehe hierzu z. B. Heiker (2013).

Die Geodäsie als Wissenschaft ist auch künftig gehalten, ihre Modelle entsprechend weiterzuentwickeln, da nur so der Forschungsgegenstand adäquat beschrieben und behandelt werden kann. Dies betrifft eine Reihe an Aufgaben. Zum einen ist im beschriebenen systemtheoretischen Ansatz eine Modellbildung erforderlich, die die verschiedenen Systemkomponenten konsistent integriert. Zum anderen ergeben sich je nach Fragestellung unterschiedliche Anforderungen an die Modellbildung, beispielsweise im Hinblick auf räumliche und zeitliche Auflösungen. Eine weitere Unterscheidung ergibt sich bei der gleichzeitigen Einführung von diskreten Repräsentationen, wie sie bei Punkten und Netzen vorliegen, und von kontinuierlichen Repräsentationen, wie sie für Felder gelten.

Außerdem ist zu berücksichtigen, dass die Befassung mit geodätischen Referenzsystemen – und ihren Realisierungen in Form von Referenzrahmen und Referenzflächen – ein wesentliches Element der geodätischen Wissenschaft ist, um die Figur der Erde überhaupt eindeutig beschreiben und angeben zu können. Damit schafft die Geodäsie – in Theorie und Praxis – einen Nullpunkt, einen Maßstab und eine Orientierung für alle Disziplinen, die sich mit räumlichen Fragestellungen befassen.

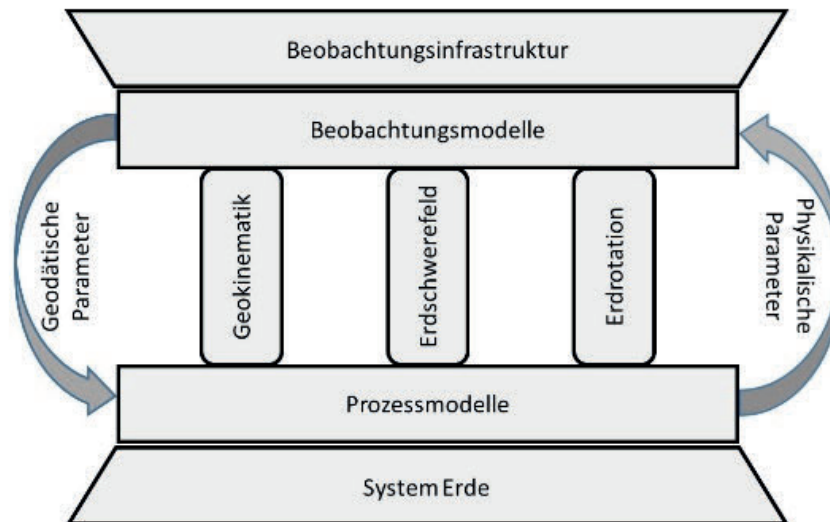


Abbildung 1.1: Drei-Säulen-Modell der Geodäsie (gemäß Kutterer, 2017)

Schließlich ist dafür zu sorgen, dass neben den theoretischen Entwicklungen auch bestmögliche quantitative Erkenntnisse zur Figur der Erde erhalten werden. Hierzu ist eine hinreichende Datenlage zu schaffen. Mit dieser Aufgabe befasst sich die internationale Geodäsie schon lange. Ein frühes herausragendes Beispiel ist die mitteleuropäische Gradmessung vor über 150 Jahren, die als Ausgangspunkt der Internationalen Assoziation für Geodäsie (IAG) gilt; siehe hierzu auch Torge (2017, S. 37ff).

Mit ihren internationalen wissenschaftlichen Diensten trägt die IAG heute wesentlich dazu bei, geodätische Messungen und Datenprodukte der internationalen Gemeinschaft offen und geldleistungsfrei bereitzustellen. Zu nennen sind z. B. der International GNSS Service (IGS), der International VLBI Service (IVS), der International Earth Rotation and Reference Systems Service (IERS) und der International Gravity Field Service (IGFS). GNSS bezeichnet hierbei die Globalen Navigationssatellitensysteme, VLBI das Verfahren der Very Long Baseline Interferometry. Weitergehende Informationen finden sich auf den jeweiligen Webpräsenzen, die zentral über die IAG (www.iag-aig.org) zu erreichen sind.

Zwischen den verschiedenen geodätischen Verfahren bestehen Querbeziehungen. Diese ergeben sich zum einen aufgrund von funktionalen, mathematisch-physikalischen Beziehungen zwischen den geodätischen, primär positionsbezogenen Parametern und

weiteren Größen wie z. B. zur Laufzeitverzögerung von Signalen beim Durchqueren der Troposphäre. Zum anderen entstehen sie aufgrund von stochastischen Kopplungen mit unregelmäßigem, aber systematischem Charakter.

Dies ermöglicht der geodätischen Wissenschaft im Zuge der Bearbeitung ihres eigenen Forschungsgegenstandes unabhängige, originäre Beiträge zu den Fragestellungen der anderen Fachdisziplinen, die an der Erforschung des Systems Erde mitwirken. In diesem Zusammenhang stellt sich derzeit auch die Frage nach den wesentlichen Variablen der Geodäsie („Essential Geodetic Variables“) in Analogie z. B. zu den „Essential Climate Variables“ der World Meteorological Organization (WMO, 2017).

Die heutigen terrestrischen und raumgeodätischen Verfahren werden deshalb sukzessive zu einem konsistent integrierten Beobachtungssystem ausgebaut. Dies ist der zentrale Gedanke hinter dem Global Geodetic Observing System (GGOS) der IAG; siehe hierzu insbesondere auch Plag und Pearlman (2009).

Es ist in diesem Zusammenhang festzuhalten, dass die Beiträge der Geodäsie, die von übergeordneter wissenschaftlicher und gesellschaftlicher Bedeutung sind, vor allem auch in der Bereitstellung von zeitabhängigen numerischen Werten zu den verschiedenen geodätischen Parametern liegen. Deshalb ist sicherzustellen, dass diese sowohl auf einer strengen, etablierten, mit anderer Erdsystemforschung kompatiblen Theorie auf

dem aktuellen Stand des Wissens beruhen, wobei die verwendeten Konventionen und Modelle eindeutig beschrieben sind, als auch hinsichtlich der verwendeten Auswerte- und Analyseprozesse transparent und nachvollziehbar sind.

Dies ist insbesondere deshalb relevant, weil derartige quantitative Ergebnisse neben den gesuchten geodätischen Parametern und den Signalen der Prozesse im System Erde auch Artefakte enthalten können, die aus der Modellierungs- und Analysemethodik stammen. Deshalb ist ein interdisziplinärer Ansatz eine wesentliche Voraussetzung dafür, dass die erhaltenen Ergebnisse auf Grundlage einer vertieften fachwissenschaftlichen Expertise sicher interpretiert und weiter genutzt werden können.

Geodätische Modelle gestatten es, die in der Realität gegebene Komplexität des Forschungsgegenstands geeignet zu reduzieren. Die damit verbundene Unsicherheit ist Teil der Modellbildung – also Element der Geodäsie als Wissenschaft – und im Hinblick auf das Verständnis der Ergebnisse geeignet zu quantifizieren. Auf Fragen im Kontext von Genauigkeit, Zuverlässigkeit usw., die selbstverständlich in diesem Zusammenhang zu betrachten sind, soll jedoch in Abschnitt 3 eingegangen werden, da sie aus Sicht des Autors vor allem eine Frage der „Geodäsie als Methode“ sind.

Die gesellschaftliche Relevanz der Geodäsie als Wissenschaft liegt somit zum einen in der Bereitstellung eines globalen geodätischen Referenzrahmens hoher Konsistenz und Genauigkeit (und damit verbundener Parameter wie z.B. zur Erdrotation). Dies ist wiederum eine zentrale Grundlage allen quantitativen wissenschaftlichen Arbeitens mit Geo-Bezug und der Übernahme in nationale Hoheitsbereiche zur Begründung amtlicher geodätischer Bezugssysteme.

Zum anderen besteht die Relevanz in der Bereitstellung einer Vielzahl an Zielgrößen hoher Qualität zu Prozessen im System Erde, die über die reine Wissenschaft hinausweisen und z.B. für Prognosen im Hinblick auf den Klimawandel (Meeresspiegelanstieg) oder die Katastrophenvorsorge verwendet werden können.

3 Geodäsie als Methode

Im Gegensatz zu den Naturwissenschaften sind die Ingenieurwissenschaften – und eine solche ist die Geo-

däsie, wenn auch mit starkem Bezug zu den Geowissenschaften – weniger auf Erkenntnisgewinn im engeren Sinne und mehr auf die Werkzeuge ausgerichtet, die sie zur Erfüllung ihrer jeweiligen Aufgaben im technischen Umfeld benötigen. Dies gilt zum einen für die unmittelbare Nutzung und Weiterentwicklung von Grundlagen aus Mathematik, Physik und Informatik, die als wesentliches Merkmal des Handelns anzusehen sind.

Zum anderen besteht aufgrund des großen Aufgabenbezugs in den jeweiligen Ingenieurdisziplinen auch eine starke eigene Tradition der Methodenentwicklung. Ein besonders geeignetes Beispiel hierfür ist das Lehrbuch von Heck (2003), in dem die Methoden im geodätischen Kernbereich der Landesvermessung umfassend und theoretisch fundiert entwickelt und eingehend erläutert werden.

Dieser Abschnitt widmet sich daher einer Würdigung der Methoden, wie sie in der Geodäsie und insbesondere in der Erdmessung erarbeitet und eingesetzt werden. In der Tat stellt die Geodäsie per definitionem eine beobachtende und darstellende Methode bereit und dar, um die Figur der Erde unter den jeweils geltenden Prämissen und Auffassungen auszumessen und abzubilden.

Die Geodäsie als Methode zu betrachten bedeutet somit, auf die geodätischen Mittel einzugehen, die auf wissenschaftlicher Grundlage entwickelt und verwendet werden, um eine geodätische Aufgabe bzw. Fragestellung zu bearbeiten, die aber grundsätzlich auch darüber hinaus zur Verfügung stehen. Offensichtlich transzendiert die „Geodäsie als Methode“ die Beobachtung und Darstellung im engeren Sinne: Die Beobachtung muss zudem auf Modellierung, Auswertung und Analyse und die Darstellung auch auf die Interpretation und Nutzung der Ergebnisse ausgerichtet sein.

Prägende Merkmale der geodätischen Methoden waren schon immer die Beobachtungsverfahren auf Basis der in den jeweiligen Epochen verfügbaren Technologien. Geodätische Beobachtungen sind dabei zum einen Mittel zum Zweck der Behandlung des Forschungsgegenstands „Figur der Erde“, wie dies in Abschnitt 2 dargelegt wurde.

Zum anderen sind sie selbst Gegenstand zahlreicher wissenschaftlicher Arbeiten und – im Falle einer hinreichend generischen Entwicklung – übertragbar in andere Bereiche innerhalb und außerhalb der Geo-

däsie. Die Publikationsreihen der Deutschen Geodätischen Kommission (<http://www.dgk.badw.de/publikationen.html>) sowie der einschlägigen Fachbereiche an Universitäten und Hochschulen zeigen dies eindrücklich auf.

Betrachtet man die Beobachtungsinstrumente und -verfahren als primäre „Sinne“ der Geodäsie, so kann man die angesprochenen methodenorientierten Arbeiten als Schärfen und Erweitern genau dieser Sinne verstehen. Der prinzipielle Zugang erfolgt über die Modellbildung durch Formulierung der Beobachtungsgleichungen einschließlich der Wahl der Parametrisierung. Wesentliche Begriffe sind hier die Genauigkeit und die Sensitivität, die die Empfindlichkeit der Verfahren im Hinblick auf Beobachtungen und Zielgrößen charakterisieren und quantifizieren.

Das auf diesen Betrachtungen aufbauende und darüber hinausgehende gezielte Schaffen und Nutzen von Redundanzen ist wesentliches Element der Geodäsie als Methode: Es bietet einen intrinsischen Schutz gegen Fehler und steigert dadurch die Zuverlässigkeit und die Effektivität der Verfahren.

Ein Beispiel hierfür ist die detaillierte geodätische Modellierung der GNSS-Beobachtungen in Form einer Beobachtungsgleichung. Zum einen ist diese die zentrale Grundlage für die hochgenaue Anwendung der GNSS-Technologie im Hinblick auf die Bestimmung bzw. Übertragung von Position und Zeit. Zum anderen ist sie anhand der eingeführten Parameter der Schlüssel für die Nutzung von GNSS als Sensor für Prozesse im System Erde über die klassischen geodätischen Fragestellungen hinaus.

Führt man solche Beobachtungen in überbestimmten Beobachtungsnetzen oder -systemen zusammen, so können die gesuchten Zielgrößen einheitlich geschätzt bzw. prädiert und mit Genauigkeitsmaßen versehen werden. Etwaige Unterschiede in Bezugs- oder Parametersystemen können durch geeignete Transformationen aufgelöst werden. Insgesamt kann so auch die Zuverlässigkeit der Beobachtungen im Sinne ihrer Fehlerresistenz quantifiziert werden. In Verbindung mit konkreten Fragestellungen wie z. B. der tektonischen Verschiebung von Punkten liefert zudem eine Sensitivitätsbetrachtung statistisch begründete Aussagen zur Aufdeckbarkeit konkreter Verschiebungs- bzw. Deformationsmodelle.

Ist die eingehende Modellierung und detaillierte Parametrisierung der geodätischen Beobachtungen zu Recht als Schärfen der Sinne zu verstehen, so führt das Erproben komplementärer Instrumentarien und Verfahren zu einem Erweitern der Sinne. Ein weiteres, grundlegendes Merkmal der Geodäsie als Methode ist somit die Einführung heterogener Beobachtungstypen in ein gemeinsames, integriertes Modell, um so den bestmöglichen Nutzen aus den individuellen Stärken der Beobachtungsverfahren zu ziehen.

Stets werden auch innovative Beobachtungsverfahren erprobt wie z. B. die Kombination flächenhafter Verfahren wie die Radarinterferometrie und punktbezogener Verfahren wie geometrische Nivellements und GNSS-Anwendungen. Ein weiteres Verfahren sind höchstgenaue Zeitmessungen, die es im Rahmen der Allgemeinen Relativitätstheorie gestatten, Potenzialunterschiede des Erdschwerefelds präzise zu bestimmen (Flury, 2017). Bei hinreichend fundiertem und etabliertem theoretischem und praktischem Verständnis finden derartige Verfahren Eingang in den geodätischen Methodenkanon.

Die hierfür erforderliche Auswerte- und Analysemethodik entstammt der Ausgleichsrechnung und Statistik sowie der Kollokation nach kleinsten Quadraten. Infolgedessen ist das geodätische Denken fundamental geprägt durch das Gauß-Markov-Modell – das Modell der vermittelnden Ausgleichung, in dem die durch Korrekturen und Reduktionen modellgerecht aufbereiteten Erwartungswerte (d. h. theoretischen Mittelwerte) der Beobachtungen mit einem adäquat parametrisierten, mathematisch-physikalischen Modell gleichgesetzt werden, um die unbekanntem Modellparameter streng schätzen zu können.

Stochastische Beziehungen zwischen beteiligten Größen werden mittels Varianz-Kovarianz-Matrizen beschrieben. Wesentlicher Bestandteil der geodätischen Methodik – und damit der Geodäsie als Methode – ist somit auch der Umgang mit Unsicherheit weit über die einfache Angabe einer reinen Größenordnung hinaus. Unsicherheiten werden – wie bereits genannt – im Rahmen der Stochastik (oder einer anderen geeigneten, z. B. mengenbasierten Theorie) modelliert und mathematisch behandelt. Nur so können weitergehende Aufgaben wie die Übertragung von Unsicherheit auf Zielgrößen oder Hypothesentests unterschiedlichster Art mathematisch streng und damit

transparent nachvollziehbar durchgeführt werden. Zudem bietet dieses Vorgehen die Grundlage dafür, die gesuchten Parameter im Hinblick auf ihre Bestimmbarkeit insgesamt und ihre Trennbarkeit voneinander quantitativ zu bewerten.

Abschließend zu diesem Abschnitt sei angemerkt, dass sich in der geodätischen Methodenlehre verschiedene Prinzipien etabliert haben, die sich auf vielfältigste Weise in andere Bereiche übertragen lassen. Das Ordnungsprinzip („vom Großen ins Kleine“) verweist auf die Zweckmäßigkeit und ggf. das Erfordernis eines Bezugsrahmens, an den sich alle Arbeiten anschließen können. Das Zuverlässigkeitsprinzip, das durchgreifend kontrollierte Ergebnisse geodätischen Arbeitens einfordert, wurde oben im Text bereits behandelt. Das Wirtschaftlichkeitsprinzip bezieht sich im engeren Sinne darauf, dass lediglich die Zielgenauigkeit zu erreichen ist, darüber hinaus jedoch kein Aufwand erfolgen soll („So genau wie nötig“).

Insofern ergänzen sich diese Prinzipien unmittelbar mit den aus der Ökonomie bekannten Kriterien der Effektivität („Die richtigen Dinge tun.“) und der Effizienz („Die Dinge richtig tun.“). Im Kontext der geodätischen Beobachtungssysteme als wesentliche Bestandteile der Geodäsie als Methode bedeutet dies eine zielgerichtete, konsistente, kontrollierte, optimierte Integration unterschiedlicher Komponenten, aber nicht um jeden Preis. Geodäsie als Methode bedeutet somit immer auch eine Prozessorientierung bei Balancierung von maximaler Sorgfalt und minimalem Aufwand.

Abschließend sei angemerkt, dass sich die gesellschaftliche Relevanz der Geodäsie als Methode unmittelbar in der Bereitstellung eines qualitätsgesicherten Raumbezugs an jedem Ort und zu jeder Zeit zeigt und damit mittelbar in der Schaffung eines umfassenden Ordnungsrahmens für komplexe, heterogene Informationen. Darüber hinaus zeigt sie sich in den vielfältigen Werkzeugen zur Erfassung, Verarbeitung und Nutzung von ortsbezogenen Daten. Schließlich besteht sie, vor allem aufgrund ihres Querschnittscharakters, in ihrer interdisziplinären Ausprägung.

4 Geodäsie als Beruf

Geodät/in ist, wer Geodäsie studiert hat. Dies gilt zum einen im Hinblick auf die Inhalte, die im Rah-

men des heute sechs- bzw. zehensemestrigten Fachstudiums vermittelt werden, und die aus ihnen resultierenden Kenntnisse und Fähigkeiten. Dies betrifft zum anderen – und noch viel mehr – die dabei vermittelte bzw. erworbene Denk-, Sicht- und Herangehensweise, wie dies insbesondere in Abschnitt 3 behandelt wurde. Geodäsie ist dadurch nicht zuletzt auch eine professionelle Kompetenz.

Folgt man den Webauftritten des DVW e.V. – Gesellschaft für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement (www.dvw.de) und des „Arbeitsplatz Erde“ (www.arbeitsplatz-erde.de), so findet sich dort in Ergänzung der bereits zitierten Definition nach Helmer eine moderne, an die Entwicklungen der letzten Jahrzehnte angelehnte, insgesamt stärker berufsorientierte Charakterisierung der Geodäsie.

„Gegenstand der Geodäsie ist die Vermessung und Visualisierung unserer Umwelt, die Analyse ihrer räumlichen und zeitlichen Veränderungen und die Verwendung dieser Informationen für vielfältige Aufgaben in Gesellschaft und Wissenschaft. [...] Moderne Geodäsie als Disziplin der Geowissenschaften trägt wesentlich bei zur Erfassung und Gestaltung des globalen Wandels im System Mensch-Erde.

Die Geodäsie ist eine Ingenieurwissenschaft; Geodäten sind interdisziplinär arbeitende Ingenieure. Herausragende Tätigkeitsfelder sind die Bereiche „Technik & Industrie“, „Klima & Umwelt“, „Grund & Boden“ sowie „Navigation & Mobilität“. Heute wird die Geodäsie wesentlich geprägt durch die intensive Nutzung digitaler Technologien.

Beispiele sind Satellitensysteme zur Fernerkundung der Erde, zur hochgenauen Vermessung und zur Navigation sowie Geoinformationssysteme zum Management raumbezogener Daten und zu deren Visualisierung mittels digitaler Karten und 3D-Stadtmodellen. Planerische und soziale Kompetenz sind beim Landmanagement in städtischen und ländlichen Räumen gefragt“ (DVW, 2017).

Geodäten geben und halten Maß. Entsprechend ihrem Selbstverständnis ist die Geodäsie eine wissenschaftlich fundierte Ingenieurdisziplin und als solche – bei allem Anspruch auf Erkenntnisgewinn – primär lösungsorientiert. Das klassische Berufsfeld als Ganzes hat damit in den vergangenen Jahrzehnten eine deutliche Erweiterung und einen Wandel erfahren. Aber nach wie vor sind Geodäten jedweder Ausrichtung im

Zusammenspiel mit anderen Disziplinen hervorragend qualifiziert für substantielle Beiträge mit übergreifendem, aber auch mit koordinierendem Charakter.

Die gesellschaftliche Relevanz der Geodäsie als Beruf ergibt sich aus ihrer unmittelbaren, umfassenden und tiefen fachlichen Kompetenz und Expertise für alle praxisrelevanten Fragen zu Ort und Zeit. Angesichts der Beschränkung dieses Beitrags auf den Bereich der Erdmessung sei hier lediglich auf dessen berufspraktische Bedeutung hingewiesen; weiterführende Informationen finden sich auf dem bereits angesprochenen www.arbeitsplatz-erde.de.

Dies betrifft zum einen die Grundlagen, Handreichungen und Dienstleistungen zur Positionierung und Navigation, die seit jeher zentraler Motor und Getriebe der Mobilität sind. Zum anderen drückt sich die berufliche Bedeutung der Erdmessung im Bereich Klima und Umwelt aus, und zwar in den geodätischen Arbeiten zur mittel- und großräumigen Erfassung, Beschreibung und Interpretation des Zustands und der Veränderungen unseres Planeten und unseres Lebensraums mit geodätischen Methoden. Schließlich manifestiert sich hierin auch deutlich die spannende Perspektive der geodätischen Wissenschaft als Beruf.

5 Zusammenfassung und Wertung

Die Geodäsie war und ist eine in höchstem Maße relevante Disziplin. Sie ist nach wie vor auf der Höhe der Zeit, nimmt Innovationen auf und gestaltet diese im interdisziplinären Zusammenspiel aktiv mit. Sie verfügt über eine wissenschaftliche, methodische und berufliche Alleinstellung. Auf künftige – fachliche und überfachliche – Entwicklungen ist sie bestens vorbereitet. Mit ihrem eigenständigen Profil und ihrem Schnittstellencharakter nimmt die Geodäsie eine wichtige Position im gesellschaftlichen Gefüge ein.

Der Bereich der Erdmessung sowie die Geodäsie insgesamt werden in den nächsten Jahren im Zuge der genannten gesellschaftlichen Megathemen eine weiter zunehmende Aufmerksamkeit erfahren. Dies gilt für die Positionierung und Navigation und für die vielfältigen räumlichen Referenzsysteme und -rahmen ebenso wie für die integrierten geodätischen Beobachtungssysteme auf unterschiedlichen räumlichen und zeitlichen Skalen. Darauf lässt sich aufbauen und das lässt

sich ausbauen. Der vorliegende Beitrag soll hierbei als Diskussionsgrundlage dienen.

Schließen soll dieser Beitrag mit einer persönlichen Würdigung des Jubilars. Bernhard Heck hat im Laufe seines Berufslebens wesentliche Beiträge zu diesen Bereichen in Forschung und Lehre geliefert. Der dabei zum Ausdruck gebrachte hohe theoretische Anspruch, getragen durch eine ausgeprägte Modellierungs- und Methodenkompetenz, hat seine Schüler nachhaltig geprägt. Durch seine Arbeiten hat er in besonderem Maße dazu beigetragen, dass die Geodäsie über ein starkes Fundament und einen klaren Fokus verfügt, um zentrale fachliche Bausteine zur Erforschung des Systems Erde zu erstellen. Dafür dankt ihm der Autor recht herzlich und wünscht ihm alles erdenklich Gute für seine Zeit im Ruhestand.

Literatur

- DVW (2017): Deutscher Verein für Vermessungswesen – Gesellschaft für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement e. V.: Geodäsie. URL: <http://www.dvw.de/rubrik/beruf/180> (besucht am 21. 12. 2017).
- Flury, J. (2017): Neue Sensorik für die Schwerefeldbestimmung und relativistische Geodäsie. In: Rummel, R. (Hrsg.) Erdmessung und Satellitengeodäsie: Handbuch der Geodäsie, *Springer Reference Naturwissenschaften*. Springer Berlin Heidelberg, S. 423–442. DOI: 10.1007/978-3-662-47100-5_11.
- Heck, B. (2003): Rechenverfahren und Auswertemodelle der Landesvermessung. Klassische und moderne Methoden. 3. Aufl. Wichmann-Verlag, Heidelberg.
- Heiker, A. (2013): Mutual validation of Earth orientation parameters, geophysical excitation functions and second degree gravity field coefficients. *Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C*, no. 697. Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften in Kommission beim Verlag C. H. Beck, Munich, Germany.
- Helmert, F. R. (1880): Die mathematischen und physikalischen Theorien der Höheren Geodäsie. Teubner, Leipzig.
- Kutterer, H. (2017): Globales Geodätisches Beobachtungssystem. In: Rummel, R. (Hrsg.) Erdmessung und Satellitengeodäsie: Handbuch der Geodäsie, *Springer Reference Naturwissenschaften*. Springer Berlin Heidelberg, S. 401–421. DOI: 10.1007/978-3-662-47100-5_3.
- Plag, H.-P. und Pearlman, M. (2009): Global Geodetic Observing System – Meeting the Requirements of a Global Society on a Changing Planet in 2020. Springer Berlin Heidelberg. DOI: 10.1007/978-3-642-02687-4.
- Rummel, R. (2014): Geodäsie in Zeiten des Wandels – Versuch einer Standortbestimmung. *Zeitschrift für Vermessungswesen* 139(4):211–216. DOI: 10.12902/zfv-0034-2014.
- Rummel, R. (2017): Erdmessung und Satellitengeodäsie: Handbuch der Geodäsie. *Springer Reference Naturwissenschaften*. Springer Berlin Heidelberg. DOI: 10.1007/978-3-662-47100-5.
- Torge, W. (2017): Geschichte der Erdmessung. In: Rummel, R. (Hrsg.) Erdmessung und Satellitengeodäsie: Handbuch der Geodäsie, *Springer Reference Naturwissenschaften*. Springer Berlin Heidelberg, S. 1–71. DOI: 10.1007/978-3-662-47100-5_2.
- WMO (2017): World Meteorological Organization (WMO), Essential Climate Variables. URL: <https://public.wmo.int/en/programmes/global-climate-observing-system/essential-climate-variables> (besucht am 17. 12. 2017).

Interdisciplinarity and Responsibility for Land Use, GIS and Eco-systems

Some problems of social traps

Hans Lenk

Institut für Philosophie, Karlsruhe Institute of Technology, Germany
E-Mail: hans.lenk@kit.edu

Abstract

Interdisciplinary studies and cooperations are necessary for practical work as well as studies in geodesy. Responsibility is a function of power, impact and knowledge. The more strategically central one's position is in terms of power, influence and knowledge, the higher one's responsibility is. This is an idea which can be worked out in more detail by using interdisciplinary approaches and distributive models on different levels. Social traps, Prisoners' Dilemma situations etc. as pertaining to land, soil, and environment as well as some examples from geodesics and the study of the usage of nature systems like lakes and flood plain areas are discussed regarding responsibility and distribution problems. "Naturalists' Dilemmas" (or "Enjoyers' Dilemmas") are sketched and potentially solved by proposing a viable distribution strategy.

1 Interdisciplinary studies are necessary also for geodesy, GISs etc.

Methodologically speaking and also in engineering and planning practice different sorts of interdisciplinary cooperations seem to be conducive and even necessary in geodesics as an earlier study (by Lenk et al., 1998) hypothesized and partially substantiated. In this preliminary article different kinds of interdisciplinary cooperation were mentioned as being useful in geodesy, notably for applying GIS models. We sketched the application of some such cooperation forms for examples of flood plain area management problems in England. Here is a short introductory outline of the paper:

"A specific example project of an interdisciplinary integrated floodplain area development based on GIS methods was used to highlight some of the modeling,

data acquisition and data integration problems as well as the interdisciplinary function of GISs in this realm of research and planning (theory).[...]

There is a rather encompassing trend towards cross-disciplinary systems in an ever more interlaced world which is to a considerable part encroached on by man. This development comprises complex systemic trends getting ever more comprehensive impact to manipulate and reshape if not revolutionize our environment and the social world. We seem to live in a rather "socio-technological", largely man-made systems-technological and thus in a sense "artificial(ized)" world.

Systems methods and methodologies prevail. This trend is to be found in all science-induced technological developments as well as in administrations. Besides systems theory in the narrow sense the mentioned methods are characterized by operations technologies led by (methodical or even methodological) process



controlling and systems engineering, by operations research etc. Moreover, methodological assessment as articulated in philosophy of science is necessary.

In general, digitalization, abstraction, formalization and concentration on the operational procedures as articulated is essential. It is by the way of computerization and informatization as well as by using of formal and functional operations technologies (e. g. flow charts, network approaches etc.) that the formal essentials of increasingly comprehensive processes, organizations as well as the interrelations of different fields and subfields are integrated. Information technologies lead the way.

For comprehensive systems engineering or system technology, it is indeed characteristic that the different technological developments including economic and industrial changes lead to system(at)ic interaction and generally to a kind of systems acceleration across different fields. (This is a trend which had been predicted by Gottl-Ottlilienfeld (1923) in 1913. He had already described mutually interactive spill-over effects, ramifications across traditional realms and a sort of what we nowadays would call positive feed-back processes.) All these ongoing processes necessarily require a far-reaching, if not encompassing interdisciplinary interaction and stimulation (*inter-stimulation*). Indeed, interdisciplinarity led by spillovers from science to science and from there to technological development and innovation plus implementation as well as to society at large is prominent nowadays. Systems analyses and systems technologies require interdisciplinary approaches in practice. The pertinent challenges within this *world of systems* including techno-systems (in fact socio-technical systems combined with social and ecosystems) requires a thorough methodological study for the types of interdisciplinarity in research and development and practise.

Short of providing such a methodological analysis here, it may suffice just to mention that one has to elaborate criteria for the methodological distinction of disciplines according to the objects and areas as well as scopes of the research, development and prospective implementation. Relevant (arsenals of) methods and knowledge interests (Habermas) have to be articulated and the relationship between theory and practice should be studied. Methodologically important is the difference between theories and their systematic and

historical connections and contexts, substantivity vs. operativity of theories (substantive vs. operative or procedural theories) (Bunge, 1967). One has to specify from a philosophy of science perspective the extant patterns of explanation and systematization (descriptive versus explanatory, historical versus systematical) and questions of cognitivity and normativity (descriptive versus normative approaches and practical combinations).

These perspectives lead to different types of bi- and multilateral interdisciplinary relationships between the respective disciplines of these as, e. g., in GIS engineering. Stages of the more or less strong, formal and law-based interpenetration or merely aggregative coordination are reflected in the following.

Types of Interdisciplinarity:

- 1) interdisciplinary co-operation in more or less well-defined projects (e. g. GIS in geology)
- 2) bidisciplinary or interdisciplinary research area (like satellite geodesy)
- 3) multidisciplinary aggregate field of research (e. g. environmental research)
- 4) genuine *interdiscipline* (like physical chemistry or biochemistry)
- 5) multidiscipline resulting from/relying on multidisciplinary theoretical integration
- 6) abstract generalized interdisciplinary systems theories (e. g. general systems theory)
- 7) mathematical theories of abstract and complex dynamical systems (e. g. deterministic or an as yet less developed probabilistic chaos theory)
- 8) supra-disciplinary abstract structure-analytic and operational disciplines (e. g. operations research)
- 9) methodological supra-discipline as e. g. philosophy of science and science of science
- 10) philosophical and methodological epistemology as a meta-disciplinary approach (e. g., methodological schema interpretationism, cf. Lenk (1993)).

At first, we have the co-operation of different experts for or within a developmental programme, as e. g. in a coastal zone management (CZM) planning where experts from different fields like geography, cartography, hydrography, geodesy, biology and ecology, limnology or oceanography as well as engineering in dike-building and landscape planning have cooperated (cf. Lenk et al., 1998). Secondly, an interdisciplinary or bidisciplinary realm of research like satellite

geodesy might evolve or, thirdly, even a multidisciplinary aggregative research area as, e. g., environmental research (systematic ecology). The fourth level or step of co-operative integration would amount to a real interdiscipline (like molecular biology or population genetics) or, fifthly, a multidiscipline in the more specific sense (multidisciplinary theoretical integration) (for instance the integration of natural and social science approaches in systems engineering of ecotechno-sociosystems, e. g. diked areas and CZM. The sixth through eighth levels are formal theories of an abstract mathematical brand being used as instrumental vehicles of modeling real or constructed systems - including approaches in Social Impact Analyses of geosystems engineering. Furthermore, the metatheoretical levels 9 and 10 are addressed on a higher stage of methodological or epistemological (meta-)analyses (e. g. philosophical, social and methodological assessments).

Interesting questions regarding GISs and their application to CZM are:

- a) On what level are actual and potential interdisciplinary co-operations in both of these fields to be located?
- b) How can possibly and already do levels and types of interdisciplinary interact with one another?
- c) Is it possible to distinguish and effectively separate descriptive and normative, i. e. prescriptive or (e)valuative, utilization of interdisciplinary modeling, e. g. with regard to factual ("cognitive") and interest or value conflicts, respectively?
- d) Can we neatly distinguish between scientific and purely descriptive analyses and evaluative approaches in the practice of systems planning, to wit, e. g., coastal or shore zone management?
- e) To what extent are values, goals and interests ("humanware" so to say) indispensable moderating variables for any application of GISs and planning procedures, e. g. coastal management acts and plans? [...]

With respect to the evolved types or stages of interdisciplinarity, we would hypothesize and argue that the practical elaboration of GISs and the interdisciplinary collaboration in landscape, land-use and coastal as well as lake and river shore management have thus far not progressed beyond step 3 as in the list of types of in-

terdisciplinarity above (if not only step 2) and will in the foreseeable future hardly reach level 5 of a really theoretical multidisciplinary integration. (This judgement is based on the rather as yet underdeveloped stage of the theoretical integration of natural and social science approaches in general and notably with respect to sociotechnological applications.) Yet, advancing interdisciplinary approaches in all of these mentioned fields will turn out to be necessary for and conducive to practical applications in the near future."

(End of passage paraphrased from Lenk et al. (1998))

2 Social traps, Prisoners' Dilemma situations etc. as pertaining to land, soil, and environment

In economics and social science scholars speak of social traps, the externalities problem, side-effects, social costs, the Prisoners' Dilemma, and the public goods problem. I would like to illustrate the problem first by using the problem structure of the so-called "*Tragedy of the Commons*" (Hardin, 1968). This constellation can be understood as a prototype of a social trap. The central question will turn out to be: Who would bear the responsibility for an action result and for the respective consequences which nobody had wanted or intended beforehand?

According to Hardin every owner of stock in the Sahel zone has an individual and perfectly legitimate interest in utilizing and exploiting the common grassland, the so-called "common", which is indeed a collective good. This individual interest is characterized by striving to have as much stock as possible, because the greater one's own stock, the higher is one's social status. All the owners and society in general, however, have a common interest, a real commonality, namely to avoid overgrazing of the commons. This constellation of individual and common interests would lead to the following dilemma: Because hardly anybody has sufficient individual interest to avoid extensive exploitation of the commons for one's own good, everybody will utilize it as extensively as possible. Therefore, overgrazing of the commons would be the necessary result. Consequently, in the last analysis the very satisfaction of the individual interest would be barred or ruined, respectively. Hardin thinks it necessary to have social, i.e. not merely individual, mechanisms of con-

trol, in order really to avoid such a dilemma. Socially enforced cooperation, e. g., would be such a controlling mechanism. He emphasized that such “tragedies of the commons” would undermine or at least relativize the well-known traditional theorem of “the invisible hand” after Adam Smith. (The so-called “invisible hand” in terms of the market mechanism would according to the opinion of classical and neoclassical economists result in such a constellation that the consequences (profit or loss, respectively) would be attributed to the responsible agent and that an optimum overall result in terms of an optimal equilibrium and general wealth, i.e., a Pareto optimum would ensue.) According to Hardin the rational maximizing of each individual interest need not, via dynamic market processes, lead to an optimum result and wealth for all. On the contrary, it may lead to depletion, erosion and pollution etc., of the common land. A similar problem with respect to arable land use also leads to depletion, erosion, even devastation of arable land in large parts of Africa: the few remaining trees and shrubs are necessarily used up and/or consumed to satisfy pressing survival interests of individual families. This consumption leads to further expansion of the desert and to an additional deterioration of sustenance and survival conditions of the whole population etc. (With respect to stock and the above mentioned traditional conflict between the individual owners’ interests and social needs even the boring of additional wells might indeed aggravate or escalate the conflict constellation and accelerate the ecological problems. This might be a well-known unintended side-effect of political and economic development programs.

A similar effect is the clearing and making arable of tropical rain forests on basically poor soil which might lead to local and regional erosion and depletion of the ecosystem and to a continental or even global change of the climate (cf. the global carbon dioxide plus methane problem and the impending glass house effect of “overheating” the atmosphere as well as the so-called climate crisis).

Again, also the problem of environmental pollution turns out to be of analogical or equivalent structure. The absence of pollution, a public good indeed, is not diminishing or decreasing in size, but instead a *negative quality* is added, namely through the depositing of refuse of many kinds. Again, it seems more profitable,

i. e. cheaper, for the agent to do away with garbage on public soil, e. g., to deposit chemical refuse in the Rhine. As a consequence of these public measures external social costs would result. Negative external effects which would amount to a burden for the general society; they can only be avoided or redirected if the taxpayer or everybody pays in money or is suffering in terms of health disadvantages, deterioration of quality of life or aesthetic values of ecosystems and the landscape. Externalities would result from the actions of producers and consumers whenever these agree on actions which would be disadvantageous for the environment (think of the example of the one-way bottles). Therefore, there is also a responsibility of consumers, co-responsibility with respect to the protection of the environment. On different levels of a scaling phenomenon all members of a society would bear a certain responsibility for an acceptable or good and healthy state of their respective society (Kerber, 1988, p. 243). Generally speaking the same structure is to be found with many problems of social constellations that may be dubbed as *social trap constellations*. It would be “profitable” for individuals to infringe social rules and norms as long as (almost) all other members are abiding by them.

A similar structure is to be found in the so-called *Free-Rider Problem* and the assurance problem with respect to providing and maintaining collective and public goods. Both cases lead to *social traps*. The dilemma of environmental protection on a voluntary basis is an intriguing example of this constellation. The free-rider problem is “A barrier to successful collective action or to the production of a public good that arises because all or some individuals attempt to take a free ride on the contribution of others. Non-contributors (would) reason as follows: Either enough others will contribute to achieve the good or they will not, regardless of whether I contribute or not; but if the good is achieved, I will benefit from it even if I don’t contribute. Consequently, since contributing is a cost, I should not contribute” (Buchanan, 1985, p. 124).

Likewise, “*the assurance problem*” is “a barrier to successful collective action or to the production of a public good that arises when all or some individuals decide not to contribute to the good in question because they lack adequate assurance that enough others will contribute” (Buchanan, 1985). The provision

and maintenance of a collective good is according to Olson (1968) primarily dependent on the magnitude of group membership: The greater a group of participating individuals, the less the chance and opportunity turn out to be for providing and maintaining such a good and the greater is the necessity of compulsion, sanctions etc. with respect to usage and distribution of collective goods. Whereas community norms or mores would still seem satisfactory for reaching a common goal in small groups, this does not apply to large groups. Buchanan called this phenomenon “the large number dilemma” (Vanberg, 1982, p. 137).

The structural problems of social and individual actions, of public goods, and of the commons and social order can easily be illustrated by using the well-known game theoretical model of the so-called *Prisoners’ Dilemma (PD)*. A detailed analysis of the PD structure shows that strategic actions of competing self-interested rational agents lead to a result which turns out to be an unintended social consequence putting all participants on a worse level than a cooperative strategy of abiding by social rules would have obtained. PD-constellations cannot be solved on a pure individualistic level.

The above-mentioned dilemmas are at the same time examples of *rationality traps*: the individually rational action strategy leads to collective social irrationality undermining the first one. Under certain conditions, individual rationality can be self-destructive.

A second problem of *distributing responsibility* does not result just from collective corporate action by itself, but only if many people act *under strategic (competitive) conditions*, if negative external, synergistic and/or cumulative effects occur. Indeed, “strategic condition” means that the final result is dependent on the (relatively independent) acting of many individual agents. Synergistic and cumulative effects would only result, if different components have a joint and mutually escalating impact. The individual components might by themselves be (relatively) harmless, but eventually they would result in the deterioration, depletion or even loss of a highly valued common good (think of the example of the continental European forest “dying” from pollution by acid rain and erosion or, recently, micro- or fine dust by urban car traffic etc.).

3 Extended responsibility and eco-liability

The distribution problem of responsibility, e. g., consists in the fact that frequently side-effects cannot be attributed to a single originator and that they usually were/are or even could not be foreseen or predicted. We have two partial problems here: First the question of participatory responsibility with respect to cumulative and synergistic harmful effects and second the question how to responsibly deal with unforeseen or even unpredictable facts or side-effects. The first problem can be called the problem of distributing responsibility under strategic conditions. For instance, is the legal principle of attributing “causality” and responsibility valid in Japan since the case of the Minamata disease according to which the statistically assessed contribution to the common harm by relevant polluters in the vicinity is ascertained, by law, as *the* pertaining causality indeed satisfactory? The burden of proof here lies so to speak on the side of the potential originator, the polluter, who has to prove the harmlessness of his emissions. This reversal of the burden of proof seems to be at least a controllable and operational measure to allow for attribution wherever environmental damages are in question. In these detriments usually land, water and air use or misuse are combined. They can at least be as a rule forestalled or diminished in a controllable way by assigning sanctions. In that respect the Japanese legal principle of attributing causality might foster environmental protection. But there are methodological and legal as well as moral problems connected with such a regulation. First of all, adjacency and the guessing of causality can never be a proof of a causal origin. In addition, the problem is how to distribute or attribute the responsibility in the cases of synergistic and cumulative damages, particularly those with below-threshold-contributions of individual agents. Another problem is how to distinguish between a descriptive assessment of causal origination and the normative attribution of responsibility, between causal responsibility and liability after Hart (1968). How could one possibly distinguish between the causal impact, the descriptive responsibility, i.e. the descriptive attribution of responsibility, and the respective normative attribution of responsibility for contributions – the amount of which is individually inef-

fective, below the threshold of harmfulness? And how is one to distribute this kind of responsibility in general? Would it not be meaningful to postulate a normative collective responsibility of all pertinent corporations within the respective region in the sense of a joint liability? This would, however, mean a liability of all relevant corporations for the total damages. The impaired parties could sue for damages, claim in court for compensation and/or indemnification from any presumably participating corporation. Does this make sense, if connected with an overall generalization? This regulation, however, would have the advantage of dispensing with the proof of damage in respect of each singular damaging or aggrieving party – as e. g. a respective norm in German Civil law would prescribe. This kind of regulation would, in some way independent of individual case argumentation, interpret all non-collective agents as quasi one corporate agent being liable in total. The internal distribution and compensation within this quasi-group of corporate agents would then be a problem of mutual bargaining of all aggrieving parties.

Notwithstanding these arguments another kind of total liability with respect to product safety and hazards in terms of environmental damages of public goods should be established. It should be noted that there is a European Community agreement as of 1985 with regard to product liability laws. Causal originators of damages would then/now be liable in the sense of a strict liability in tort, whether or not they are really guilty in terms of intent or only negligent. Causal origination would already ascertain descriptive causal action responsibility and with respect to the damage of a good to be protected also normative responsibility for the respective action and its consequences. This form of liability would hopefully be deterrent enough to prevent infringements. If, however, damages would nevertheless occur it would at least not be necessary to prove fault or guiltiness as a presupposition of any claim for compensation.

Is the human being because of the immense power of technical encroachment and feasibility beyond any beforehand imagination and control responsible for much more, so to speak, than (s)he could possibly foresee and literally (intentionally) be normatively responsible for? Should (s)he not take over responsibility for unforeseen or even unforeseeable side-effects of her or

his actions with respect to technological and scientific big science projects? But how could one possibly do that? There is no way of really morally being held responsible for something one does not know or could not know. In the sense of causal responsibility (taken descriptively) one can be held responsible in some sense, even if an unintended damage occurs. The question however is, whether one could be held responsible in a normative-moral sense too. The so-called principle of causation if interpreted in a moral and legal sense, would - at least in tendency - adequately design normative responsibility also. One would have to answer for, to make good and to be liable for consequences in the sense of being liable to pay compensation etc. The range and power of action seems to have multiplied to such a degree that anticipation cannot follow quickly enough or pursue all the complex ramifications of impacts, consequences and side-effects in complex interlaced systems. That seems to be an intriguing dilemma of responsibility in our systems technological age impregnated by complex systems interactions and dynamic changes easily transgressing linear thinking and traditional causal disciplinary knowledge. In principle this also pertains to eco-systems and their respective land bases.

Earlier (Lenk et al., 1998, 439f), I dubbed the distribution dilemma regarding the using or enjoying a nature resource or eco-system by different users (e. g. fishermen and anglers, hobby sailors, rowers, swimmers, naturalists etc. taking advantage of a lake) “the Naturalists’ Dilemma” or “Enjoyers’ Dilemma”. By contradistinction to the PD, this situation can be pragmatically tackled and the problems solved by delimitating, dividing and distributing spaces and/or times, certainly, e. g., by mutual agreement.

Technology, technological progress and economic-industrial development in combination with the respective damages for land, clean air and water turn out to be multi-dimensional phenomena asking for interdisciplinary and complex approaches. Multi-perspectivity is the result of an ongoing mutual interaction between diverse realms and actions of many corporate and individual agents. This is leading to a rather great complexity of individual, collective and corporate contributions, different areas and social background factors. The exponential structure of technological development in terms of range, energy, acceleration, interac-

tion feedback phenomena etc. is a familiar insight of traditional sociology of science, technology and economic development. This insight is generally true for any multi-ramified and interlocked socio-technical or social phenomena of development.

With regard to responsibility in general, it is not only corporations and institutions in economics and industry which have to bear responsibility, but also the state and its representative decision makers. Corporate responsibility has to be connected with individual responsibilities of the respective representative decision makers. This is true also for big technology projects, particularly if they are run by the state itself. There should be not only a legal, but also a moral balance of powers in terms of checks and controls similar to the traditional distribution of legal powers between legislature, government and jurisdiction.

The upshot of this in terms of moral responsibility might be formulated like this: The extension of individualistic responsibility is to be combined with the development of a socially proportionate coresponsibility, and with the establishment and analytic as well as institutional elaboration of corporate responsibility and a new sensitivity of moral conscience. Types of responsibility have to be analyzed in a more differentiated way than hitherto (see Lenk, 2007, 2015; Lenk, 2016; Lenk, 2017a,b,c,d). Only in this way we may be able to cope with the most complex structures of causal networks and the far-ranging consequences of human actions and social impacts. Concepts for a more social orientation of responsibility and conscience should be given most attention. Ethics and moral philosophy have to take serious these new systemic challenges by technically multiplied possibilities and impacts of action and system networks. An applied ethics of not only collective, but also of strategic and network actions as well as their consequences would seem to be

urgently needed indeed in applied sciences - even in geodesic projects (see, e.g. Heck, 1979; Luo et al., 2014; Lenk et al., 1994).

References

- Buchanan, A. (1985): Ethics, Efficiency, and the Market. Ed. by N. J. Totowa.
- Bunge, M. (1967): Scientific Research. vol. 1.2. Springer, Berlin, Heidelberg, New York.
- Gottl-Ottlilienfeld, F. (1923): Wirtschaft und Technik, Tübingen.
- Hardin, G. (1968): The Tragedy of the Commons. *Science* 162:1243–1248.
- Hart, H. L. A. (1968): Punishment and Responsibility. 1968.
- Heck, B. (1979): Zur lokalen Geoidbestimmung aus terrestrischen Messungen vertikaler Schweregradienten. *Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C*, no. 259. Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften in Kommission beim Verlag C. H. Beck, Munich, Germany.
- Kerber, W. (1988): Sittlich handeln unter dem Zwang ökonomischer Sachzwänge. In: *Wirtschaftswissenschaft und Ethik*. Ed. by H. Hesse. Berlin, pp. 241–258.
- Lenk, H. (1993): Interpretationskonstrukte. Suhrkamp-Verlag, Frankfurt/M.
- Lenk, H. (2007): Global TechnoScience and Responsibility. LIT, Berlin.
- Lenk, H. (2015): Human-soziale Verantwortung. Projektverlag, Bochum, Freiburg.
- Lenk, H. (2017a): Human - Zwischen Ökoethik und Ökonomik. Projektverlag, Bochum, Freiburg.
- Lenk, H. (2017b): Schemas in Aktion. Projektverlag, Bochum, Freiburg.
- Lenk, H. (2017c): Scheme Dynamics. Projektverlag, Bochum, Freiburg.
- Lenk, H. (2017d): Verantwortlichkeit und Verantwortungstypen. In: *Handbuch Verantwortung*. Ed. by L. Heidbrink, C. Langbehn, and J. Loh. Wiesbaden, pp. 57–84.
- Lenk, H., Lenk, U., and Grünreich, D. (1998): Interdisciplinarity and Interdisciplinary GIS Approaches in Coastal Zone Management and Floodplain Area Development. In: *Environments by Design* 2. Kingston:UP, pp. 177–203.
- Lenk, H. (2016): Methodological Perspectivism and Scheme-Interpretationism in Science and Elsewhere. *Axiomathes / Epistemologia* 26(4):383–399. DOI: 10.1007/s10516-016-9295-1.
- Lenk, U., Seitz, K., and Heck, B. (1994): A Datum Defect and Spectral Analysis in Regional Cross-Over Adjustments of Satellite Altimeter Data. In: *Gravity and Geoid. Joint IGC/ICG Symp. Graz 1994. IAG.*, vol. 113. Ed. by H. Sünkel and I. Marson. Springer Berlin Heidelberg, pp. 357–365.
- Luo, X., Mayer, M., Heck, B., and Awange, J. L. (2014): A realistic and easy-to-implement weighting model for GPS phase observations. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 52(10):6110–6118. DOI: 10.1109/TGRS.2013.2294946.
- Olson, M. (1968): Die Logik des kollektiven Handelns. 1968.
- Vanberg, V. (1982): Markt und Organisation. 1982.

Geodätische Expertise bei der Entwicklung großer Systeme durch Systems Engineering Teams

Ulrich Lenk

Airbus Defence and Space, Immenstaad
E-Mail: Ulrich.Lenk@airbus.com

Zusammenfassung

Der Artikel gibt einen Überblick über Vorgehensweisen und Standards in der Entwicklung großer Systeme und in die darauf spezialisierte Disziplin, das Systems Engineering. Dabei wird Bezug darauf genommen, welche Anteile Geodäten und Geoinformatiker hierbei haben (können). Es wird untersucht, inwieweit die in der aktuellen Literatur veröffentlichten Ansätze zur Einführung von GIS mit den standardisierten Abläufen aus den Systemlebenszyklus-Prozessen und -Aktivitäten ergänzt werden könnten. Ebenso wird auf die aktuellen Kerncurricula für Geoinformatik eingegangen.

1 Einleitung

Die Entwicklung großer Systeme erfordert das möglichst reibungsarme Zusammenspiel verschiedener Disziplinen. Bei der Komplexität von großen IT-Systemen wie verteilten Führungsinformationssystemen (z. B. Wunder und Grosche, 2012), Sensoreinsatzsystemen oder anderen militärischen GIS-Anwendungen (z. B. Joos, 2010) ist es notwendig, dass viele Aufgaben von Fachleuten aus der Datenverarbeitung mit verschiedenen Spezialisierungen in der Softwareentwicklung und mit dem Einsatz verschiedener Hardwarekonfigurationen übernommen werden. Allerdings können Informatiker nicht alle inhaltlichen und technischen Belange von großen Systemen bearbeiten, da manche Details spezielles Fachwissen für eine sachlich richtige Bearbeitung erfordern. Beispielsweise ist die Nutzersicht fachgerecht von Vertretern der Anwendergruppen in die Entwicklung einzubringen, z. B. in Form von Anwendungsfallbeschreibungen (Use Cases) und konzeptionellen Datenmodellen. Ein weiteres typisches Beispiel sind die Aufgaben, die sich aus der nach Helmert klassi-

schen Definition der Geodäsie ergeben, welche die „Wissenschaft von der Ausmessung und Abbildung der Erdoberfläche“ darstellt (zitiert nach Heck, 2003). In großen Sensor- oder Einsatzleitsystemen sind nahezu immer georäumliche Darstellungen zwecks anschaulicher Visualisierung von Ressourcen enthalten, die zum einen mit räumlichen Daten versehen, zum anderen aber auch inhaltlich richtig eingebunden werden müssen.

Für reibungsarme Kommunikation muss es in diesen interdisziplinären Teams eine einheitliche Projektsprache und ein gemeinsames Systemverständnis geben sowie ein entsprechendes, wenn möglich standardisiertes Vorgehensmodell. Teilweise ist dies über Sprachgrenzen hinweg erforderlich, wie es z. B. in international tätigen Firmen der Alltag ist. Aus Kostengründen (Nutzung und wiederholter Einsatz von gleichen Ressourcen wie Personal und Software in verschiedenen Projekten, entsprechender Beschaffungs- und Trainingsbedarf, Übertragbarkeit der Methoden, etc.) müssen Vorgehensmodelle soweit als möglich auch über Organisationsgrenzen und Projekte hinweg Gültigkeit haben.



Vor diesem Hintergrund soll mit diesem Beitrag eine für klassische Geodäten vielleicht etwas ungewöhnliche aber interessante Tätigkeitsperspektive aufgezeigt werden: die des Systemingenieurs bzw. wie es im Englischen standardmäßig bezeichnet wird, des Systems Engineers. Weiter sollen vergleichende Betrachtungen durchgeführt werden zwischen Vorgehensweisen, wie sie im Bereich der Entwicklung von Geoinformationssystemen Anwendung finden, und den standardisierten Ansätzen der internationalen Systementwicklung. Auch wenn Vermesser und Geodäten schon immer zu einem gewissen Maße in einem interdisziplinären Umfeld tätig waren, wie z. B. in der Industrievermessung oder im Bauwesen, so stellen sich in der Systementwicklung doch Aufgaben, auf die man zumindest zu Studienzeiten des Autors nicht direkt vorbereitet wurde.

2 Internationale Standards in der Systementwicklung

Die Definition für Systems Engineering des International Council on Systems Engineering (INCOSE), der weltweiten Organisation der Systemingenieure (INCOSE, 2015) bzw. in der deutschen Übersetzung durch die GfSE (Gesellschaft für Systems Engineering; GfSE, 2016), beginnt mit den Worten: „Systems Engineering (SE) ist ein interdisziplinärer Ansatz zur Unterstützung der Realisierung von erfolgreichen Systemen.“ Die hohe Akzeptanz, die systematischen Ansätzen für SE entgegengebracht wird, zeigt sich u. a. darin, dass verschiedene große Organisationen wie z. B. die NASA dazu eigene Handbücher herausgebracht haben. So beginnt Kap. 2 von NASA (2017) mit den Worten *At NASA, „systems engineering“ is defined as a methodical, multidisciplinary approach for the design, realization, technical management, operations, and retirement of a system.*

Die Übertragbarkeit von Ansätzen über Projekt- und Organisationsgrenzen hinweg (s. o.) ist nur möglich, wenn im SE auf der Basis von Standards gearbeitet wird. Es kann sich dabei um organisationsspezifische Vorgaben (z. B. NASA, 2017), vorzugsweise aber sollte es sich um international anerkannte und angewendete Standards handeln. Dabei sind diese Standards auf verschiedenen Verfahrensebenen einzuordnen.

- Prozess- bzw. Vorgehensmodellebene: Welche Verfahren und Prozesse werden im Projekt eingesetzt, um ein umfassendes und strukturiertes Vorgehen zu unterstützen?
- Dokumentationsstruktur- bzw. Artefakten-Ebene: Welche Dokumentation soll im Rahmen der Systementwicklung und darüber hinaus im gesamten Systemlebenszyklus erstellt und gepflegt werden?
- Modellierungs- bzw. Dokumentationsebene: Auf welche Weise bzw. mit welchen Mitteln soll die Dokumentation erstellt werden?

Auf diese Ebenen wird im Folgenden detaillierter eingegangen. Hinweise bzgl. der Aus- und Fortbildung im SE werden ebenfalls gegeben.

2.1 Prozessebene

Vorgehensmodelle als Blaupausen für die Durchführung von Entwicklungsprojekten sind seit langer Zeit etabliert. Ein bekanntes Vorgehensmodell in der Softwareentwicklung ist das V-Modell. Das SE betrachtet jedoch nicht nur die zu entwickelnde Software, sondern das gesamte System mit seinem Umfeld über den gesamten Lebenszyklus, von der Planung über die Realisierung und den Betrieb bis hin zur Entsorgung bzw. Stilllegung. Die ISO IEC IEEE 15288 (2015) ist im SE als der primäre Standard zu nennen, der alle diese Phasen in einem Systemlebenszyklus abdeckt. Dieser Standard gliedert die Systemlebenszyklusprozesse in vier Prozessgruppen, denen die eigentlichen Prozesse zugeordnet sind:

Die *Technischen Prozesse* umfassen: Geschäfts- oder Auftragsanalyse; Definition der Stakeholder-Bedarfe und -Anforderungen; Definition der Systemanforderungen; Architekturgestaltung; Entwurf; Systemanalyse; Umsetzung; Integration; Verifikation; Übergabe; Validierung; Betrieb; Wartung; Entsorgung.

Die *Technischen Managementprozesse* umfassen: Projektplanung; Projektbewertung und -steuerung; Entscheidungsmanagement; Risikomanagement; Konfigurationsmanagement; Informationsmanagement; Messung; Qualitätssicherung.

Die *Vertragsprozesse* umfassen: Beschaffung; Lieferung.

Die *Organisatorischen Unterstützungsprozesse* umfassen: Lebenszyklusmodell-Management; Infrastrukturmanagement; Portfoliomanagement; Personalmanagement; Qualitätsmanagement; Wissensmanagement.

Typisch für den Einsatz von standardisierten Prozessmodellen ist, dass sie für einen konkreten Einsatz jeweils angepasst werden (das so genannte „tailoring“), da es natürlich nicht möglich ist, für kleine Projekte den gleichen (administrativen) Arbeitsaufwand zu betreiben wie für große. Dabei gibt es zu den verschiedenen Vorgehensmodellen auch Leitfäden und Empfehlungen, wie die Standards anzuwenden sind, welche Prozessschritte bei welcher Projektgröße mindestens zu durchlaufen und welche Artefakte minimal zu erstellen sind (z. B. ISO IEC TR 24748-2, 2011), oder kommentierte begleitende Anwendungsliteratur wie das INCOSE SE Handbuch (INCOSE, 2015; GfSE, 2016).

2.2 Dokumentationsstrukturebene

Neben diesen Empfehlungen gibt es auch Standards der Industrie oder von Behördenkunden, die eine Strukturierung insbesondere der Dokumentationsartefakte der Projekt- und Architekturinformationen vornehmen und dabei unterschiedliche thematisch klassifizierte Sichten (engl. views) auf das zu entwickelnde System und dessen Umgebung einnehmen. Diese Architekturrahmenwerke (engl. Architecture Framework, AF) sind auch im Unternehmensbereich als Enterprise AFs weit verbreitet und u. a. im Verteidigungsbereich üblich, um z. B. Architekturen besser miteinander vergleichen zu können. Bekannte Vertreter sind z. B.:

- das The Open Group AF (TOGAF);
- das US Department of Defense AF (DoDAF);
- das British Ministry of Defence AF (MODAF);
- das NATO AF (NAF).

Ausführliche Informationen zu diesen und anderen Frameworks findet man leicht im Internet, daher wird hier davon Abstand genommen, auf Referenzen zu verweisen. Exemplarisch soll das NAF in der Version 3 (NATO NC3B, 2007) detaillierter vorgestellt werden, da es im behördlichen Arbeitsumfeld des Autors internationale Verbreitung hat und es der MODAF und der DoDAF sehr ähnlich ist. Es existieren im NAF sieben Gruppen von Views, und diese untergliedern sich weiter in Sub-Views.

NAV: NATO All View; dieser enthält u. a. eine Management-Zusammenfassung (Overview and Summary Information) und das Projektglossar mit dem Abkürzungsverzeichnis (Integrated Dictionary).

NCV: NATO Capability View; dieser dient der Analyse und Optimierung der Fähigkeiten, die mit dem System bereitgestellt werden sollen, sowie den betroffenen Ressourcen.

NOV: NATO Operational View; dieser beschreibt das operationelle Konzept, d.h. die Aktivitäten und Anwendungsfälle (Use Cases), die im System bearbeitet werden können, die organisatorischen Einheiten und Knoten im System sowie die konzeptionellen Informationsmodelle (nicht das logische bzw. technische Datenmodell!) und wie deren Elemente zwischen verschiedenen Sub-Systemen ausgetauscht werden. Dazu gehören auch Zustandsbeschreibungen, zeitliche Anforderungen und Regeln im System.

NSOV: NATO Service-Oriented View; diese Sicht wurde der NAF zugefügt, um dienstorientierte Architekturen (Service Oriented Architectures, SOA) besser abbilden zu können.

NSV: NATO Systems View; hierin wird die eigentliche Architektur des Systems näher beschrieben. Es werden die Schnittstellen zu anderen Systemen, die logischen und physikalischen Datenmodelle und die Funktionalitäten der untergeordneten Systemelemente spezifiziert. Es wird aber auch beschrieben, wie sich das System im Lauf seines Lebenszyklus weiter entwickeln soll und wie der technische Ausblick ist.

NTV: NATO Technical View; hier finden sich technische Vorgaben und Regeln, die die Umsetzung der Architektur mit den Abhängigkeiten und Interaktionen zwischen den verschiedenen enthaltenen Elementen betreffen, wie z. B. Implementierungsrichtlinien, Standardsübersichten mit Konfigurationsvorgaben und ein Ausblick, wie sich relevante Standards weiter entwickeln werden bzw. eine Einschätzung davon.

NPV: NATO Programme View; dieser beschreibt das programmatische Umfeld, z. B. eine Zuordnung von Programmen zu Fähigkeiten, Zusammenhänge mit anderen Programmen bzw. Fähigkeitsanforderungen und deren Beschaffungsprozessen.

Auch wenn bei diesen Ansätzen die unterschiedlichen Sichten auf das System mit seinem Umfeld im Vordergrund stehen, so ergibt sich aus deren vorgegebenen Inhalten auch eine Reihenfolge in der Bearbeitung, so dass der Übergang zwischen Prozessebene und Dokumentationsstrukturebene teilweise fließend ist.

2.3 Dokumentationsebene

Mit der Festlegung einer Projektdokumentationsstruktur ist noch nicht notwendigerweise entschieden, auf welche Art der Inhalt der Dokumentation erstellt wird. Komplexe Zusammenhänge lassen sich bekannterweise am einprägsamsten durch Graphiken beschreiben, insbesondere wenn diese auf leicht verständlichen und wiederkehrenden Notationsstandards basieren. Was früher und teilweise auch heute noch Zeichenvorschriften für Ersteller von Plänen oder Musterblätter für Kartographen waren, sind heute in der Software- und Systementwicklung die Modellierungssprachen. Die Pläne sind inzwischen Modelle, die ihrerseits wieder mit Modellierungswerkzeugen erstellt und gepflegt werden. In der Softwareentwicklung wurde im Kontext der Entwicklung großer Softwaresysteme für deren Modellierung die Unified Modeling Language (UML) entwickelt, die inzwischen in der Version 2.5 von der Object Management Group (OMG) als Standard vorliegt (OMG, 2015), während die Version 2.4.1 auch als ISO IEC Standard verabschiedet wurde.

Das INCOSE setzte sich 2001 als Ziel, die UML auch für die Modellierung von Systemen zu verwenden (z. B. Weilkens, 2006). Durch Erstellen eines Profils der UML und Ergänzungen, die für die Modellierung von Systemen notwendig sind, wurde die Systems Modeling Language (SysML) geschaffen, die auch von der OMG gepflegt wird und inzwischen in der Version 1.5 vorliegt (OMG, 2017) und mit der Version 1.4.1 auch als ISO IEC Standard verabschiedet wurde (ISO IEC 19514, 2017).

Der Ansatz, ein zentrales Modell bei Entwurf und Entwicklung von Systemen zu verwenden, wird auch als Model-based SE (MBSE) bezeichnet. Abhängig davon, welche Information mit den verschiedenen Modellierungselementen der UML/SysML modelliert werden kann, werden diese Elemente in den entsprechenden Sichten eines AFs verwendet. So können z. B. Use Case und auch Aktivitätsdiagramme im NOV verwendet werden, um operationelle Aspekte wie Organisation und Zuständigkeiten darzustellen, und Block- oder Sequenzdiagramme im NSV, um mehr auf technischer Ebene eine Zerlegung des Systems und seiner Funktionen zu beschreiben. Solche Vorgaben sind dann Bestandteil von Modellierungsrichtlinien.

Ergänzt man im MBSE die Modellierung eines Systems durch entsprechende Simulationen zur Validierung der Ansätze, so spricht man auch vom Modeling and Simulation-based SE (M&SBSE).

3 Vorgehensweisen für die Implementierung von Geographischen Informationssystemen

Im Bereich der Geographischen Informationssysteme (GIS) gibt es nur eine sehr beschränkte Anzahl von Veröffentlichungen, die sich konkret mit deren Implementierung und Einführung in Organisationen befassen. Interessant ist in dem Kontext, dass auch das gegenwärtig wohl aktuellste Standardwerk über GIS (Kresse und Danko, 2012) kein separates spezielles Kapitel zur Umsetzung von GIS-Projekten enthält.

Als gedruckte Monographien sind für den deutschsprachigen Raum das Lehrbuch von Behr (2014) oder die mehr praxisorientierten Ausführungen von Klemmer (2010) zu nennen, wobei letzteres auch mehr auf die Einführung von Informationssystemen im Allgemeinen ausgerichtet ist, mit Spezialisierungen für den GIS-Bereich. Im internationalen Umfeld ist als Literatur sicherlich an erster Stelle das Werk von Tomlinson (2013), welcher auch häufig als der „Father of GIS“ bezeichnet wird (Jack Dangermond, Gründer und Inhaber der Firma Esri, in Tomlinson, 2013), zu erwähnen. Auf sehr technischer Ebene ist das Werk von Peters (2012) angesiedelt, welches inzwischen in Form eines Wiki gepflegt wird. Dafür ist es sehr aktuell, es gibt einen sehr guten und empfehlenswerten Einblick in die verschiedenen technischen Aspekte der Realisierung eines GIS (URL: www.wiki.gis.com/wiki/index.php/System_Design_Strategies).

Exemplarisch sollen hier die Ausführungen von Tomlinson (2013) untersucht werden, da andere Veröffentlichungen sich mehr mit sehr domänenspezifischen Realisierungen befassen (z. B. für den Umweltsektor oder das Gesundheitswesen) und nicht universell wie das Werk von Tomlinson angelegt sind. Als GIS-domänenspezifische Gegenüberstellung soll die Vorgehensweise von Behr vorgestellt werden. Tomlinson (2013) beschreibt die folgenden Schritte zur Planung eines GIS.

- Stage 1: Consider the strategic purpose
- Stage 2: Build the foundation
- Stage 3: Conduct a technology seminar
- Stage 4: Describe the information products
- Stage 5: Consider the data design
- Stage 6: Choose a logical database model
- Stage 7: Determine system requirements
- Stage 8: Consider benefit-cost, migration, and risk analysis
- Stage 9: Plan the implementation

Behr (2014) verweist übrigens auch auf Tomlinson (2013) mit dem Hinweis, dass diese neun Schritte „nur einen Teil des hier (bei Behr, 2014) vorgestellten Phasenkonzeptes“ abdecken. Dabei muss sich der aufmerksame Leser jedoch vor Augen halten, dass Tomlinson eine „GIS *planning* methodology“ vorstellt. Wörtlich genommen hat eine Planung nicht den Fokus einer Implementierung, sondern plant dieselbe nur, wie es in Stage 9 der Fall ist. Behr (2000, zitiert nach Behr 2014) stellt im Übrigen sein Vorgehensmodell wie folgt vor:

Systemanalyse mit den Teilschritten Strategische Planung, Ist-Erhebung und Analyse, Konzeptuelle Modellierung, Fachliches Konzept, IT-Konzept und Kosten-Nutzen-Analyse.

Systemauswahl mit den Teilschritten Systemausschreibung, Angebotsbewertung, Systemtest, Bewertung & Systemempfehlung.

Systemeinführung mit den Teilschritten Installation & Abnahme, Datenerfassung/-übernahme und Systembetrieb.

Im Detail sind die beabsichtigten Schwerpunkte der hier anvisierten Zielsysteme der Einsatz räumlicher Daten in Entscheidungsprozessen sowie die Produktion und Pflege von räumlichen Daten. Diese Schwerpunkte können wohl als die klassischen Anwendungsgebiete von GIS bezeichnet werden. Das GIS stellt den Kern des Systems dar und entsprechend sind die (Sichten auf die) Vorgehensweisen angelegt. Es werden vornehmlich spezifische Aspekte der räumlichen Datenmodellierung und -haltung mit den Wegen dorthin behandelt, die sich natürlich deutlich von den „normalen“ nicht-räumlichen Anwendungen unterscheiden. Daher sind die Vorgehensweisen von Tomlinson (2013) und Behr (2014) für die praktische Einführung umso wichtiger. Wie bereits dargestellt muss Tomlin-

son (2013) so verstanden werden, dass allein die GIS-Planung als solche im Vordergrund steht. Behr (2014, 2000) geht mit seinem Vorgehensmodell deutlich darüber hinaus und beschreibt u. a. zusätzlich Aspekte der Realisierung, d.h. der Systemeinführung und Migration. Auch lassen sich Hinweise für den „Abbau des alten Systems“ finden, d.h. für die Entsorgung, die auch einen eigenständigen Prozess innerhalb der Technischen Prozesse der ISO IEC IEEE 15288 (2015) darstellt. Allerdings lässt sich darüber hinaus feststellen, dass selbst Behr (2014, 2000) keinen umfassenden Systemlebenszyklus mit seinen begleitenden Managementprozessen abdeckt, wie er mit der ISO IEC IEEE 15288 (2015) und ihren begleitenden Materialien und darüberhinausgehenden Vertiefungen beschrieben wird, wie z. B. ISO IEC IEEE 15289 (2017), ISO IEC IEEE 15939 (2017), ISO IEC 16085 (2006), ISO IEC TR 24748-2 (2011), ISO IEC IEEE 24748-4 (2016) und ISO IEC IEEE 29148 (2011).

Vor dem Hintergrund ist es umso interessanter zu bemerken, dass die aktuellen Lehrpläne, d.h. das deutsche Kerncurriculum Geoinformatik (Schiewe, 2009) bzw. der Geographic Information Science and Technology (GIS&T) Body of Knowledge (BoK) (DiBiase u. a., 2006) diese Aspekte durchaus als relevant aufführen. Im GIS&T BoK ist zunächst die Knowledge Area „Design Aspects (DA)“ mit den Units DA1 „The scope of GIS&T system design“, DA2 „Project definition“, DA3 „Resource planning“, DA4 „Database design“, DA5 „Analysis design“, DA6 „Application design“ und DA7 „System implementation“ zu nennen. Weitere relevante Knowledge Areas sind „GIS&T and Society (GS)“ und „Organizational and Institutional Aspects (OI)“, bei letzterer insbesondere mit den Units OI2 „Managing GIS operations and infrastructure“, OI3 „Organizational structures and procedures“, OI4 „GIS&T workforce themes“ und OI5 „Institutional and inter-institutional aspects“. Im deutschen Kerncurriculum Geoinformatik (Schiewe, 2009) finden sich bei den Anwendungs- bzw. Schlüsselkompetenzen (Abs. 2.3 und 2.4) entsprechende Fähigkeitsforderungen, wenngleich diese nicht ausführlich beschrieben werden und natürlich auch nicht die standardisierte SE Terminologie verwenden.

4 Typische Beiträge von Geodäten und Geoinformatikern im Systems Engineering

Während Tomlinson (2013) und Behr (2014) schwerpunktmäßig reine GIS-Projekte behandeln, werden mit den Ansätzen des SE typischerweise Systeme entwickelt und betrieben, in denen das GIS eine unterstützende Rolle für die anderen Systemelemente hat. Das GIS ist selber ein Systemelement mit entsprechenden Schnittstellen, um Geodaten(-visualisierung) und Analysefunktionen für die anderen Applikationen zur Verfügung zu stellen. Die Aufgabe des Geodäten und Geoinformatikers in diesen Systemen ist es also, das Systemelement „GIS“ und alle anderen „geoverwandten“ Themen (z. B. Umweltdaten wie Wetter) in den Systemlebenszyklusprozessen fachgerecht zu vertreten und deren Repräsentation unter Verwendung der oben beschriebenen Standards in die zentralen Modelle im SE einzuarbeiten. Allen voran sind hier die Thematiken der Referenzsysteme und Koordinatentransformationen bzw. -umwandlungen aufzuführen, die durch das Lehrbuch von Bernhard Heck mit seinen verschiedenen Auflagen 1987, 1995 und 2003 umfassend abgedeckt werden. Weiter sind Fragen der zu verwendenden Kartenprojektionen zu bearbeiten, und es sind Geodaten zu modellieren und spezifizieren und ggf. deren Beschaffung zu beauftragen. Diese wirklich klassischen Aufgaben der Geodäsie (vgl. Kap. 1) können von anderen Disziplinen nur schwer bzw. erst nach umfassender Einarbeitung wahrgenommen werden.

Weitere notwendige Kompetenzen entsprechen den anderen Fähigkeiten im GIS&T BoK (DiBiase u. a., 2006) und im Kerncurriculum Geoinformatik (Schiewe, 2009) und sollen hier nicht weiter vertieft werden.

5 Aus- und Fortbildung für Systemingenieure

Wer sich mit SE befassen möchte, dem bieten die ISO IEC IEEE 15288 mit ihren begleitenden Standards und die Handbücher der INCOSE (2015) bzw. der GfSE (2016) hervorragende Einstiegspunkte. Ergänzend kann der Guide to the Systems Engineering

Body of Knowledge (SEBoK, URL: <http://sebokwiki.org/>) im Internet eingesetzt werden.

Es gibt auch etliche Institutionen, an denen man SE studieren kann. Die GfSE listet auf ihrer Webseite <http://gfse.de/> für den deutschen Raum Einrichtungen, an denen ein Vollstudium zum Master oder Bachelor angeboten wird. Darunter findet sich auch das Karlsruher Institut für Technologie (KIT) mit der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik. Daneben gibt es an anderen Orten auch berufsbegleitende Masterstudiengänge und einige internationale Studienangebote. Für Absolventen anderer Fachrichtungen wie z. B. Geodäten oder Geoinformatikern, die sich auf dem Gebiet des SE fortbilden wollen, bieten sich berufsbegleitende Studien oder auch Kontaktstudiengänge an. Es gibt aber auch bei Erfüllung von bestimmten Kriterien (Nachweis von relevanter Berufserfahrung und dem Ablegen einer Prüfung) die Möglichkeit, sich bei einer der SE Organisationen mit dem Ablegen einer Prüfung für eine bestimmte Stufe zertifizieren zu lassen. Bei der INCOSE gibt es drei Stufen:

- ASEP: Associate SE Professional auf dem „Entry Level“ ;
- CSEP: Certified SE Professional auf dem „Foundation Level“ ;
- ESEP: Expert SE Professional auf dem „Senior Level“ .

Eine ähnliche Struktur findet sich bei der GfSE (URL: <http://www.sezert.de/>) mit den Stufen C, B und der höchsten Stufe A. Diese Zertifikate müssen nach Ablauf einer Frist (3 Jahre) mit dem Nachweis von relevanten Aktivitäten (Aktivität in einer Systems Engineer Position; Fortbildungen; Besuch von Konferenzen; Veröffentlichungen etc.) aufgefrischt werden. Der Aufwand für eine Zertifizierung ist nicht zu unterschätzen, er ist jedoch nach persönlicher Erfahrung berufsbegleitend gut zu bewältigen. Der Autor dieses Artikels hat sich mit Unterstützung seines Arbeitgebers zum CSEP zertifizieren lassen.

6 Abschließende Bemerkungen

In den Ausführungen hier konnte nur ein sehr eingeschränkter Einblick in die Arbeiten von SE Teams bei der Entwicklung von großen Systemen und den hierbei relevanten Aspekten aus Geodäsie und Geoin-

formatik gegeben werden. Die hier betrachteten GIS-spezifischen Abhandlungen zur Systementwicklung und -einführung sind insbesondere in der Praxis entstanden und haben damit ihre Relevanz quasi im Feld bewiesen. Allerdings zeigt sich bei einem Vergleich mit den allgemeineren SE Prozessen aus der ISO IEC IEEE 15288 (2015), dass auch die praxisbewährten GIS-zentrierten Vorgehensweisen noch Anregungen aus den verallgemeinerten Richtlinien bzw. Standards berücksichtigen könnten, um eine umfassende Systembetrachtung in einem gesamten Systemlebenszyklus zu erhalten. Der GIS&T Body of Knowledge (DiBiase u. a., 2006) sowie das deutsche Kerncurriculum Geoinformatik (Schiewe, 2009) enthalten bereits ansatzweise Forderungen nach Fähigkeiten im Hinblick auf Systemlebenszyklusprozesse, allerdings auch nicht mit dem notwendigen Umfang und der standardisierten Terminologie. Auch könnten vordefinierte Dokumentationsstrukturen mit verschiedenen Sichtweisen, wie sie in Architekturrahmenwerken für die multiperspektive Beschreibung von Systemen eingesetzt werden, sinnvoll in GIS-Projekten eingesetzt werden.

7 Persönliche Bemerkungen

Wichtig ist es dem Autor an dieser Stelle noch abschließend zu bemerken, dass ihn das Lehrbuch von Bernhard Heck in seinem Studium und dem beruflichen Werdegang stets begleitet hat. Zunächst um die fachlichen Aspekte der Geodäsie mit ihren Grundlagen in der Landesvermessung zu erlernen, und später, um das Erlernte bei der Entwicklung von großen Systemen wie Satellitenbodenstationen oder Grenzsicherungssystemen sachgerecht einzubringen. Im Studium war es die 1. Auflage (Heck, 1987), die noch begleitend zu Vorlesungen und zur Vorbereitung von Prüfungen Verwendung fand und teilweise durch Anstreichen von den subjektiv als wichtig empfundenen Passagen sehr bunt wurde. Dann kamen im weiteren beruflichen Werdegang die 2. Auflage (Heck, 1995) sowie die 3. Auflage (Heck, 2003) zum Einsatz. Wenn es nicht noch eine 4. Auflage geben wird, dann werden Heck (1987, 2003) auch weiterhin als Referenz im Einsatz bleiben, in nächster Zukunft z. B. bei der Entwicklung von Küstenüberwachungssystemen.

Literatur

- Behr, F.-J. (2000): Strategisches GIS-Management – Grundlagen und Schritte zur System Einführung. 2. Aufl., 450 S. Wichmann-Verlag, Heidelberg.
- Behr, F.-J. (2014): Strategisches GIS-Management. 3. Aufl., 320 S. Wichmann im VDE-Verlag, Berlin.
- DiBiase, D., DeMers, M., Johnson, A., Kemp, K., Luck, A. T., Plewe, B., und Wentz, E. (Hrsg.), Hrsg. (2006): Geographic Information Science and Technology Body of Knowledge (GIS&T Body of Knowledge). 1st Ed., URL: <http://www.aag.org/bok>, zuletzt besucht 31.10.2017.
- GfSE (Hrsg.), Hrsg. (2016): INCOSE Systems Engineering Handbook – Ein Leitfaden für Systemlebenszyklus-Prozesse und -Aktivitäten. Titel des englischen Originals siehe INCOSE (2015), 456 S. GfSE-Verlag.
- Heck, B. (1987): Rechenverfahren und Auswertemodelle der Landesvermessung - Klassische und moderne Methoden. 1. Aufl., 466 S. Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe.
- Heck, B. (1995): Rechenverfahren und Auswertemodelle der Landesvermessung - Klassische und moderne Methoden. 2. Aufl., 470 S. Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe.
- Heck, B. (2003): Rechenverfahren und Auswertemodelle der Landesvermessung - Klassische und moderne Methoden. 3. Aufl., 473 S. Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg.
- INCOSE (2015): Systems Engineering Handbook: A Guide for System Life Cycle Process and Activities. Hrsg. von D. D. Walden, G. J. Roedler, K. J. Forsberg, R. D. Hamelin und T. M. Shortell. International Council on Systems Engineering, 4th Ed., 290 S. John Wiley & Sons, Inc, San Diego, California.
- ISO IEC 16085 (2006): Systems and software engineering - Life cycle processes - Risk management. 2nd Ed. 2006-12-15.
- ISO IEC 19514 (2017): Information technology - Object management group systems modeling language (OMG SysML). 1st Ed. 2017-03.
- ISO IEC IEEE 15288 (2015): Systems and software engineering - System life cycle processes. 2015-05-15.
- ISO IEC IEEE 15289 (2017): Systems and software engineering - Content of life-cycle information items (documentation). 3rd Ed. 2017-06.
- ISO IEC IEEE 15939 (2017): Systems and software engineering - Measurement process. 1st Ed. 2017-05.
- ISO IEC IEEE 24748-4 (2016): Systems and software engineering - Life cycle management - Part 4: Systems engineering planning. 1st Ed. 2016-05-15.
- ISO IEC IEEE 29148 (2011): Systems and software engineering - Life cycle processes - Requirements engineering. 1st Ed. 2011-12-01.
- ISO IEC TR 24748-2 (2011): Systems and software engineering - Life cycle management - Part 2: Guide to the application of ISO/IEC 15288 (System life cycle processes). 1st Ed. 2011-09-01.
- Joos, G. (2010): GIS in Defense. In: *Springer Handbook of Geographic Information*. Hrsg. von W. Kresse und D. M. Danko. Berlin Heidelberg: Springer Verlag, S. 821–842.
- Klemmer, W. (2010): GIS-Projekte erfolgreich durchführen. Grundlagen - Erfahrungen - Praxishilfen. 2. Aufl., 288 S. Bernhard Harzer Verlag GmbH, Karlsruhe.
- Kresse, W., und Danko, D. M. (Hrsg.), Hrsg. (2012). 1120 S. Springer Verlag, Berlin Heidelberg.
- NASA (2017): NASA Systems Engineering Handbook. National Aeronautics and Space Administration (NASA), Document NASA SP-2016-6105. Rev2. <https://www.nasa.gov/connect/ebooks/nasa-systems-engineering-handbook>. [Online; zuletzt besucht 24.11.2017].
- NATO NC3B (2007): NATO Architecture Framework Version 3. NATO Consultation, Command and Control Board (NC3B), Document AC/322-D(2007)0048, 16 October 2007.
- OMG (2015): OMG Unified Modeling Language™ (OMG UML) Vers. 2.5. OMG Doc. Num. formal/2015-03-01.
- OMG (2017): OMG Systems Modeling Language™ Vers. 1.5. OMG Doc. Num. formal/2017-05-01.

Peters, D. (2012): Building a GIS: Geographic Information System Planning for Managers. 2nd Ed., 425 S. Esri Press, Redlands, California.

Schiewe, J. (2009): Kerncurriculum Geoinformatik - Notwendige Grundlage für Studierende, Lehrende und Arbeitgeber. *GIScience* 4:137–141.

Tomlinson, R. F. (2013): Thinking About GIS: Geographic Information System Planning for Managers. 4th Ed., 280 S. Esri Press, Redlands, California.

Weilkiens, T. (2006): Systems Engineering mit SysML/UML. 1. Aufl., 360 S. dpunkt.verlag, Heidelberg, Germany.

Wunder, M., und Grosche, J. (Hrsg.), Hrsg. (2012): Verteilte Führungsinformationssysteme. 319 S. Springer Verlag, Berlin Heidelberg.

Size and power of tests for assessing weak stationarity of time series data: an empirical investigation

Xiaoguang Luo

Leica Geosystems AG, Switzerland
E-Mail: xiaoguang.luo@leica-geosystems.com

Abstract

Whether or not a time series is weakly stationary has long been a question of major interest in the field of time series analysis. Stationary time series can be sufficiently described by means of autoregressive moving average (ARMA) processes. When modelling temporal correlations of GNSS observation noise, the applicability of ARMA processes depends on the stationarity of residual time series from GNSS data analysis. According to the property that stationary processes have homogenous variances, statistical inferences on stationarity can be made by testing for homogeneity of variance (HOV). In addition, considering a time series as a realisation of a stochastic process, stationarity can be assessed by testing for stochastic trends using unit root tests. Based on representative data simulations, this paper analyses the empirical size and power of commonly used HOV and unit root tests. The results show that the performance of the HOV test is strongly affected by serial correlations, whereas the unit root test produces high power without significant size distortions.

1 Introduction

In the preliminary stage of modelling time series data, an important question to be answered is whether a time series is stationary or not. A discrete time series $\{X_t\}$ with $t \in \mathbb{Z}$ is considered as stationary if it has the similar statistical properties to those of the "time-shifted" series $\{X_{t+h}\}$, for each $h \in \mathbb{Z}$. Strict stationarity of a time series is defined by the condition that (X_1, \dots, X_n) and $(X_{1+h}, \dots, X_{n+h})$ have the same joint distributions for all integers h and $n > 0$. A weaker form of stationarity commonly known as weak stationarity simply requires that the mean function $\mu_X(t) = E(X_t)$ and the covariance function $\gamma_X(t+h, t)$ of $\{X_t\}$, i.e.,

$$\text{Cov}(X_{t+h}, X_t) = E\{[X_{t+h} - \mu_X(t+h)][X_t - \mu_X(t)]\} \quad (1.1)$$

do not vary with respect to time t for each $h \in \mathbb{Z}$, where $E(\cdot)$ is the expectation operator. This indicates that

$$E(X_t) = \mu_0, \quad (1.2)$$

$$\text{Cov}(X_{t+h}, X_t) = \text{Cov}(X_h, X_0). \quad (1.3)$$

If $\{X_t\}$ is strictly stationary and $E(X_t^2) < \infty$ for all t , then $\{X_t\}$ is also weakly stationary (Brockwell and Davis, 2002, p. 15). For the sake of brevity, the term stationary is used in this paper in the sense of weakly stationary.

Setting $h = 0$ in Eq. (1.3), the variance function of a stationary time series is equal to a constant:

$$\text{Var}(X_t) = \text{Cov}(X_t, X_t) = \text{Cov}(X_0, X_0) = \text{Var}(X_0). \quad (1.4)$$

This means that all random variables in the time series have the same finite variance (also known as homoscedasticity). Therefore, statistical tests for HOV,

such as the two-sample β test (Teusch, 2006, p. 114), can be used to verify the necessary condition for stationarity by revising equal variances.

Consider a time series $\{X_t\}$ as a linear stochastic process and assume that it can be described by an autoregressive model of order p , i.e., $AR(p)$

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + Z_t, \quad (1.5)$$

where $\{Z_t\}$ denotes a white noise (WN) process representing a sequence of uncorrelated random variables, each with zero mean and variance σ_Z^2 . Such a process is indicated by the notation $\{Z_t\} \sim \text{WN}(0, \sigma_Z^2)$. If $z = 1$ is a root of the associated p^{th} -degree autoregressive characteristic equation given by

$$1 - \phi_1 z - \phi_2 z^2 - \dots - \phi_p z^p = 0, \quad (1.6)$$

$\{X_t\}$ represents a unit root process and is non-stationary (Brockwell and Davis, 2002, p. 85). In comparison to a stationary process, where all roots of Eq. (1.6) lie outside the unit circle (Box et al., 2016, p. 55), a unit root process illustrates a mean-diversion behaviour and has a time-dependent variance diverging to infinity. In general, unit root processes can be rendered stationary by serially differencing, for example, by applying the first-order or lag-1 difference $Y_t = X_t - X_{t-1}$. If the differenced time series $\{Y_t\}$ can be modelled by an ARMA process, the original time series $\{X_t\}$ is called an autoregressive integrated moving average (ARIMA) process. $\{X_t\}$ is difference-stationary and has stochastic trends. If the increments of $\{X_t\}$ represent a WN process, i.e.,

$$X_t - X_{t-1} = Z_t, \quad (1.7)$$

where $\{Z_t\} \sim \text{WN}(0, \sigma_Z^2)$, $\{X_t\}$ is called a random walk process. According to Eqs. (1.5) and (1.6), the autoregressive characteristic equation of a random walk process has a unit root. Therefore, a time series is non-stationary if it has random walk components. Pre-testing for unit roots plays an important role not only in assessment of stationarity but also in selection of appropriate time series models. One of the most famous unit root tests is the augmented Dickey-Fuller (ADF) test (Dickey and Fuller, 1979; Said and Dickey, 1984). The remainder of this paper is organised as follows. In Sect. 2 the mathematical backgrounds of the applied

HOV and unit root tests for assessing stationarity are briefly described. Sect. 3 presents the data simulation by means of representative AR(I)MA processes. In Sect. 4 the performance of the tests is analysed based on empirical size and power values. Finally, Sect. 5 provides concluding remarks and an outlook on future research work.

2 Tests for assessing stationarity

This section summaries the core characteristics of the two-sample β test and the ADF test which are used in this study to verify homogeneity of variance and the existence of unit roots, respectively. The significance level α is the probability that the test falsely rejects the null hypothesis and commits a Type I error.

2.1 Two-sample β test

Based on the ergodic theorems that establish the relation between time and space averages (Birkhoff, 1942; Anosov, 2001), the HOV tests verify the equality of variance among individual groups longitudinally formed by subdividing a univariate time series rather than transversally built by assembling independent realisations. Let $(X_{11}, \dots, X_{1n_1}) \stackrel{\text{iid}}{\sim} \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2)$ and $(X_{21}, \dots, X_{2n_2}) \stackrel{\text{iid}}{\sim} \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$ be two independent samples, where iid denotes independently identically distributed. The corresponding unbiased estimators for population variances $\sigma_j^2, j \in \{1, 2\}$ are given by

$$s_j^2 = \frac{1}{n_j - 1} \sum_{i=1}^{n_j} (X_{ji} - \bar{X}_j)^2, \text{ where } \bar{X}_j = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} X_{ji}. \quad (2.1)$$

Under the normal distribution assumption and the null hypothesis $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$, the two-sample β test statistic T_β follows the β distribution (Abramowitz and Stegun, 1972, p. 944)

$$T_\beta := \frac{s_1^2}{s_1^2 + s_2^2} \sim \beta(a, b), \quad (2.2)$$

where $a = \frac{n_1 - 1}{2}$ and $b = \frac{n_2 - 1}{2}$ (Teusch, 2006, p. 115). The null hypothesis of equal variances is rejected at a significance level of α if

$$T_\beta < \beta_{\frac{n_1 - 1}{2}, \frac{n_2 - 1}{2}; \frac{\alpha}{2}} \text{ or } T_\beta > \beta_{\frac{n_1 - 1}{2}, \frac{n_2 - 1}{2}; 1 - \frac{\alpha}{2}}. \quad (2.3)$$

In the case of independent and normally distributed random variables, the β test is a uniformly most powerful two-tailed test (Lehmann, 1986; Teusch, 2006, p. 129). However, it is very sensitive to deviations from the normal distribution. In addition, the assumed uncorrelatedness among the random variables within each sample and the independence between two samples are hardly fulfilled in practise. As an application example, Howind (2005) utilised the two-sample β test to evaluate the performance of an advanced stochastic model of GPS carrier-phase observations.

2.2 Augmented Dickey-Fuller test

The augmented Dickey-Fuller (ADF) test is based on the existence and uniqueness property of an ARMA process, i.e., the p^{th} -degree autoregressive characteristic equation given by Eq. (1.6) has no unit root (Brockwell and Davis, 2002, p. 85). To understand the basic concept of autoregressive unit root tests, let (X_1, \dots, X_n) be observations from a first-order autoregressive AR(1) process

$$X_t = \phi X_{t-1} + Z_t, \quad (2.4)$$

where $Z_t \sim \text{WN}(0, \sigma_Z^2)$ and $|\phi| < 1$. It can be shown that the ordinary least squares (OLS) estimator of ϕ asymptotically follows a normal distribution (Hamilton, 1994, p. 216):

$$\hat{\phi} \overset{A}{\sim} \mathcal{N}\left(\phi, \frac{1 - \phi^2}{n}\right). \quad (2.5)$$

However, in the unit root case with $\phi = 1$, the normal distribution approximation $\hat{\phi} \overset{A}{\sim} \mathcal{N}(1, 0)$ is no longer applicable, which precludes its use for testing the unit root hypothesis $H_0 : \phi = 1$ against the alternative $H_1 : |\phi| < 1$. The problem is that under H_0 , $\{X_t\}$ is neither stationary nor ergodic, and the usual sample moments do not converge to fixed constants. Dickey and Fuller (1979) first considered the autoregressive unit root test and derived the limiting distribution as $n \rightarrow \infty$ for the test statistic

$$t_{\hat{\phi}=1} = \frac{\hat{\phi} - 1}{SE(\hat{\phi})}, \quad (2.6)$$

where $SE(\hat{\phi})$ denotes the standard error of $\hat{\phi}$ resulting from the OLS evaluation. The limiting distribution of $t_{\hat{\phi}=1}$ is referred to as the Dickey-Fuller distribution.

When testing for autoregressive unit roots in practise, many time series have more complicated dynamic structures which cannot be fully characterised by a simple AR(1) process as given in Eq. (2.4). Said and Dickey (1984) augmented the basic autoregressive unit root test to accommodate general ARMA processes with unknown order parameters. Assuming that the stochastic dynamics in the data can be sufficiently described by an ARMA process, the regression model of the ADF test, verifying the null hypothesis H_0 that $\{X_t\}$ is difference-stationary (non-stationary) against the alternative hypothesis H_1 that $\{X_t\}$ is trend-stationary, is formulated as

$$X_t = \mathbf{C}^T \mathbf{D}_t + \phi X_{t-1} + \sum_{j=1}^{l-1} \psi_j \Delta X_{t-j} + Z_t, \quad (2.7)$$

where $\mathbf{C} = (c, d)^T$ and $\mathbf{D}_t = (1, t)^T$ capture the deterministic trend, ϕ is the AR(1) coefficient, and the $l - 1$ difference terms $\psi_j \Delta X_{t-j}$ approximate the ARMA structure of the residuals. Neglecting the deterministic trend in Eq. (2.7), the presentability of an ARMA process by the ADF regression model is mathematically proved in Luo (2013, pp. 303–305). If the truncation lag l is set to a too small value, the remaining serial correlations in regression residuals will bias the test. If l is set to a too large value, the power of the test will suffer. Ng and Perron (1995) suggested a data-based approach to optimizing the truncation lag selection. It begins with a maximum lag length l_{\max} (Schwert, 1989) given by

$$l_{\max} = \left\lfloor 12 \cdot \left(\frac{n}{100}\right)^{1/4} \right\rfloor, \quad (2.8)$$

where $\lfloor x \rfloor$ denotes the integer part of x . Then, the significance of the coefficient of the last lagged difference is evaluated by means of the t-statistic. If this coefficient is statistically significant, the unit root test is carried out. Otherwise, the truncation lag l is reduced by one, and the procedure is repeated. By doing this, the lag value determined leads to a stable size (Sect. 4.1) and a minimum power loss. Based on the OLS estimates of Eq. (2.7), the ADF test statistic $t_{\hat{\phi}=1}$ can be calculated using Eq. (2.6). The ADF test is a one-sided and left-tailed test, meaning that the unit root null hypothesis H_0 is rejected at a significance level of α if $t_{\hat{\phi}=1} < DF_\alpha$, where DF_α denotes the α -quantile of the Dickey-Fuller distribution. Note that under H_0 ,

the asymptotic distribution of $t_{\phi=1}$ is influenced by the type of the deterministic terms in Eq. (2.7), but not by their parameter values.

3 Data simulation

In order to empirically investigate the size and power of the above-introduced tests for assessing stationarity, representative time series are simulated by means of low-order AR(I)MA processes. Keeping the context of GNSS stochastic modelling in mind, the parameters of the data-generating processes are specified considering the temporal correlation characteristics of GNSS observation noise presented in Wang et al. (2002), Howind (2005), Schön and Brunner (2008) and Luo et al. (2012). Following the notation of a general ARMA(p, q) process defined in Brockwell and Davis (2002, p. 83), i.e.,

$$X_t - \sum_{i=1}^p \phi_i X_{t-i} = Z_t + \sum_{j=1}^q \theta_j Z_{t-j}, \quad (3.1)$$

where $\{Z_t\} \sim \text{WN}(0, \sigma_Z^2)$, Table 3.1 provides the model parameters of the AR(I)MA processes used for data simulation. The model parameters of AIM are related to the lag-1 differenced process, and the random walk process (RWP) is given by Eq. (1.7). For each AR(I)MA process listed in Table 3.1, 1000 time series have been simulated for each of the data lengths $2^6, 2^7, \dots, 2^{12}$.

Once a stationary ARMA process is uniquely defined, the associated autocorrelation function (ACF) can be derived from the model parameters (Brockwell and Davis, 2002, p. 88). Fig. 3.1 shows the theoretical ACFs of the ARMA processes used for data simulation. All model ACFs exclusively exhibit positive correlations, reflecting the general assumption that GNSS observation noise is positively correlated in time. In comparison to the AR(1) processes, the ACFs of the higher-order ARMA(3,2) processes illustrate significantly larger correlation lengths, indicating the capability of higher-order ARMA models of describing more complex temporal correlation behaviour (Luo et al., 2012).

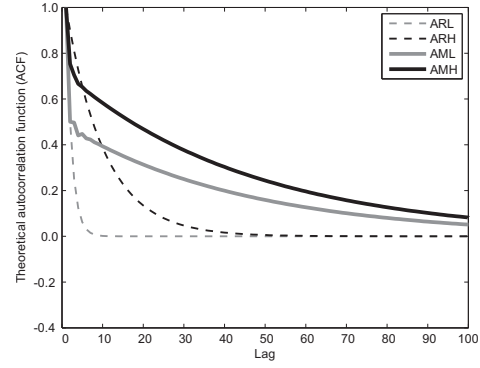


Figure 3.1: Theoretical ACFs of the stationary ARMA processes used for data simulation (cf. Table 3.1).

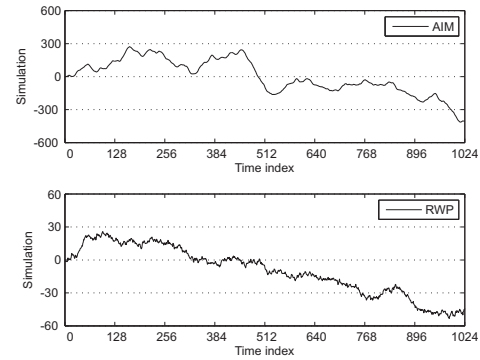


Figure 3.2: Path examples of the non-stationary ARIMA models used for data simulation (cf. Table 3.1).

Fig. 3.2 visualises two path examples of the non-stationary ARIMA processes which seem indistinguishable from trend-stationary processes. Being different from deterministic trends that are regulated by time, temporal increases or decreases due to stochastic trends are caused by cumulated shocks which have persistent effects over time. In order to effectively differentiate between stochastic and deterministic trends, hypothesis tests considering the underlying stochastic processes are more appropriate than those merely based on empirically derived statistical characteristics.

4 Empirical size and power analysis

Applying the two-sample β test and the ADF test to the simulated data, the resulting empirical size and power are analysed in this section. All tests are performed at a significance level of 5%, where different regression models and truncation lags are considered for the ADF test.

4.1 Size and power of a statistical test

The size of a hypothesis test, also known as significance level α , gives the probability of falsely reject-

Table 3.1: Model parameters of the low-order AR(I)MA processes used for data simulation. (1)-Wang et al. (2002), (2)-Luo et al. (2012), (3)-Maddala and Kim (1998, pp. 20, 76).

Process	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	θ_1	θ_2	σ_Z	Notation	Reference
AR(1)	0.50	—	—	—	—	1.00	ARL	(1)
AR(1)	0.90	—	—	—	—	1.00	ARH	(1)
ARMA(3, 2)	0.62	0.43	-0.09	-0.42	-0.34	0.24	AML	(2)
ARMA(3, 2)	0.73	0.38	-0.14	-0.33	-0.35	0.29	AMH	(2)
ARIMA(1, 1, 1)	0.90	—	—	0.5	—	1.00	AIM	(3)
ARIMA(0, 1, 0)	—	—	—	—	—	1.00	RWP	(3)

ing the null hypothesis H_0 (Type I error). In order to protect H_0 and to prevent the investigator from inadvertently making false claims, the size of a hypothesis test should be kept as small as possible. A significance level of 5% is normally used in the practise of hypothesis testing (Stigler, 2008). The empirical size is defined as the rejection rate of H_0 tested based on data for which H_0 is actually true.

The power of a hypothesis test measures the test's ability to reject H_0 when it is actually false. In other words, the power of a test is the probability of not committing a Type II error which means failing to reject H_0 when it is in fact false. The maximum power of a statistical test is 1 and ideally a test is desirable to possess high power close to 1. The empirical power is determined by calculating the rejection rate of H_0 tested using data for which the alternative hypothesis H_1 is true. Note that decreasing the size of a test raises the probability of Type II errors and reduces the test power.

Table 4.1 gives an overview of the AR(I)MA data for the empirical size and power analysis (cf. Table 3.1). The size is investigated based on the data for which H_0 is true, whereas the power is evaluated using the data for which H_1 is true.

4.2 Two-sample β test

The two-sample β test is applied to the simulated AR(I)MA time series of different lengths, the empirical size and power values are presented in Table 4.2. It can be seen that in most cases both the size and power rise with an increasing data length. This means for a larger n , it is more likely to falsely reject the null hypothesis of HOV, and thus stationarity. On the other hand, in terms of power, the probability of committing a Type II error becomes smaller as n grows.

Table 4.1: AR(I)MA data for empirical size and power analysis.

Measure	Two-sample β test	ADF test
Size	ARL, ARH, AML, AMH	AIM, RWP
Power	AIM, RWP	ARL, ARH, AML, AMH

The empirical sizes of ARL, which illustrates the shortest zero-crossing correlation length in Fig. 3.1, are closest to the nominal level of 5%. Moreover, the size increases with correlation length, which can be seen by comparing the results between ARL (AML) and ARH (AMH). For a sufficient data volume of $n \geq 1024$ that is approximately 10 times the correlation length of AMH (Luo et al., 2011), the HOV null hypothesis is rejected for more than 50% of the data with stronger serial correlations, i.e., ARH, AML and AMH. Such high rejection rates are due to the deviation from the iid assumption of the two-sample β test. For $n = 64$, the empirical sizes of AML and AMH are also close to the nominal level of 5%. Such low sizes are due to the small data length which is insufficient to reflect the stochastic properties of the data-generating processes. Regarding $n = 1024$, almost 90% of the simulated non-stationary data can be correctly rejected by the two-sample β test, showing favourable rejection rates with high empirical power values.

For $n = 1024$, Fig. 4.1 illustrates the empirical cumulative distribution functions (CDFs) of the two-sample β test statistic T_β , along with the theoretical CDF of the β distribution. Depending on the degree of serial correlations, the empirical CDFs of ARL and AMH show the smallest and largest deviations from the theoretical CDF curve, respectively.

Table 4.2: Empirical size and power values of the two-sample β test ($\alpha = 5\%$).

Data length n	Empirical size				Empirical power	
	ARL	ARH	AML	AMH	AIM	RWP
$2^6 = 64$	0.11	0.38	0.07	0.13	0.69	0.54
$2^7 = 128$	0.11	0.45	0.11	0.27	0.75	0.66
$2^8 = 256$	0.12	0.47	0.23	0.44	0.82	0.75
$2^9 = 512$	0.13	0.51	0.38	0.56	0.85	0.83
$2^{10} = 1024$	0.10	0.52	0.43	0.61	0.89	0.88
$2^{11} = 2048$	0.13	0.54	0.54	0.68	0.92	0.92
$2^{12} = 4096$	0.14	0.50	0.56	0.68	0.95	0.93

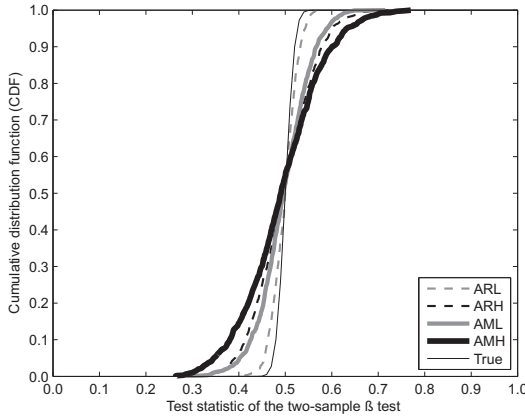


Figure 4.1: Empirical and true CDFs of the two-sample β test statistic T_β ($n = 1024$); see Eq. (2.2).

4.3 Augmented Dickey-Fuller test

When performing the ADF test, it is important to properly specify the regression model and the truncation lag. The regression model should be able to describe the trend behaviour of the data, whereas the truncation lag directly impacts upon the test performance. Table 4.3 provides the parameter settings for the ADF test. Regarding the path examples of AIM and RWP shown in Fig. 3.2, it is reasonable to consider a non-zero constant and a time-dependent trend within the regression model. According to Schwert (1989) and Kwiatkowski et al. (1992), three lag values $l = 0, l_{\text{short}}$ and l_{long} are used, where l_{short} and l_{long} are given by

$$l_{\text{short}} = \left\lceil 4 \cdot \left(\frac{n}{100}\right)^{1/4} \right\rceil, \quad (4.1)$$

$$l_{\text{long}} = \left\lceil 12 \cdot \left(\frac{n}{100}\right)^{1/4} \right\rceil. \quad (4.2)$$

Applying the ADF test to the non-stationary AIM and RWP time series, the empirical sizes are provided in Table 4.4. The alternative hypothesis is a stationary ARMA process around a constant mean (a time-

dependent trend) for the regression model C0 (CD). It can be seen that the empirical sizes of the ADF test are fairly close to the nominal level of 5%, even for moderate data lengths. Furthermore, including a trend in the regression model improves the size value (C0 vs. CD), which is particularly visible for L0. When changing the lag parameter from L4 to L12, only slight size improvements are observed. This indicates that the truncation lag given by Eq. (4.1) seems sufficient to characterise the serial correlations in the regression residuals.

Table 4.3: Parameter settings for the ADF test; see Eq. (2.7).

Parameter	Setting	Notation
Regression model $c + d \cdot t$	$c \neq 0, d = 0$	C0
	$c \neq 0, d \neq 0$	CD
Truncation lag l	$l = 0$	L0
	$l = l_{\text{short}}$; Eq. (4.1)	L4
	$l = l_{\text{long}}$; Eq. (4.2)	L12

Tables 4.5 and 4.6 show the empirical power of the ADF test against the alternative stationary processes ARL, ARH, AML and AMH. Regarding the same data length and the same regression mode, the empirical power decreases with increasing serial correlations (ARL vs. ARH, AML vs. AMH). In addition, considering a time-dependent trend in the regression model reduces the power of the ADF test (e.g., L4: C0 vs. CD). As mentioned in Sect. 2.2, the power of the ADF test will suffer if the truncation lag is set to a too large value. This can be observed by comparing the power results between L4 and L12. Taking both the empirical size and power into account, the regression model CD together with the truncation lag L4 seems to be an appropriate choice for $n \geq 1024$. Using this parame-

Table 4.4: Empirical sizes of the augmented Dickey-Fuller (ADF) test ($\alpha = 5\%$).

Process	Data length	Regression model C0			Regression model CD		
	n	L0	L4	L12	L0	L4	L12
AIM	64	0.11	0.07	0.06	0.06	0.10	0.06
	128	0.15	0.05	0.06	0.06	0.04	0.06
	256	0.16	0.06	0.06	0.05	0.05	0.05
	512	0.13	0.04	0.04	0.06	0.05	0.04
	1024	0.15	0.05	0.05	0.06	0.06	0.04
	2048	0.14	0.05	0.05	0.07	0.06	0.05
	4096	0.15	0.05	0.06	0.07	0.05	0.05
RWP	64	0.05	0.04	0.05	0.04	0.05	0.04
	128	0.04	0.05	0.04	0.04	0.04	0.04
	256	0.05	0.05	0.05	0.05	0.04	0.03
	512	0.05	0.05	0.05	0.05	0.04	0.04
	1024	0.05	0.05	0.05	0.05	0.04	0.05
	2048	0.05	0.05	0.05	0.03	0.04	0.04
	4096	0.06	0.06	0.06	0.05	0.04	0.05

Table 4.5: Empirical power of the augmented Dickey-Fuller (ADF) test ($\alpha = 5\%$).

Process	Data length	Regression model C0			Regression model CD		
	n	L0	L4	L12	L0	L4	L12
ARL	64	1.00	0.73	0.12	0.99	0.49	0.07
	128	1.00	0.99	0.49	1.00	0.94	0.28
	256	1.00	1.00	0.94	1.00	1.00	0.78
	512	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	1024	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	2048	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	4096	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
ARH	64	0.16	0.11	0.05	0.09	0.08	0.04
	128	0.48	0.32	0.16	0.30	0.21	0.10
	256	0.98	0.84	0.49	0.84	0.60	0.28
	512	1.00	1.00	0.96	1.00	1.00	0.83
	1024	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	2048	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	4096	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

ter combination, the unit root hypothesis is correctly rejected at high power levels above 95% without significant size distortions.

5 Conclusions and outlook

This paper presents an empirical investigation of the size and power of hypothesis tests for assessing weak stationarity of time series data. Based on representative AR(I)MA simulations, statistical inferences on stationarity are made by testing for homogeneity of variance (HOV) and for the existence of autoregressive unit roots. The two-sample β test is used to verify the

HOV null hypothesis, whereas the augmented Dickey-Fuller (ADF) test is applied to the detection of autoregressive unit roots.

In spite of the high sensitivity to non-stationary alternatives, the two-sample β test overrejects the assumption of stationarity in this study, which becomes more severe with increasing data length and serial correlations. In comparison to the two-sample β test, the empirical sizes of the ADF test are significantly closer to the specified nominal level. Including a time-dependent trend in the regression model and utilising larger truncation lags improve the empirical size of the ADF test, but lead to power loss.

Table 4.6: Empirical power of the ADF test ($\alpha = 5\%$; continuation of Table 4.5).

Process	Data length	Regression model C0			Regression model CD		
	n	L0	L4	L12	L0	L4	L12
AML	64	1.00	0.49	0.06	1.00	0.39	0.05
	128	1.00	0.64	0.10	1.00	0.59	0.08
	256	1.00	0.78	0.16	1.00	0.75	0.13
	512	1.00	0.95	0.33	1.00	0.90	0.22
	1024	1.00	1.00	0.87	1.00	1.00	0.65
	2048	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	4096	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
AMH	64	0.98	0.28	0.04	0.98	0.24	0.04
	128	1.00	0.35	0.06	1.00	0.30	0.07
	256	1.00	0.47	0.09	1.00	0.40	0.07
	512	1.00	0.75	0.29	1.00	0.63	0.17
	1024	1.00	0.98	0.78	1.00	0.95	0.55
	2048	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.97
	4096	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

The essential limitation of the HOV test applied in this study is the assumption of independent samples. To test for variance homogeneity of correlated variables, the robust large-sample methods proposed by Harris (1985) will be considered in future studies. Moreover, for a moderate data length, the ADF test exhibits low test power against the alternatives which are close to the unit root null hypothesis. To overcome this deficiency, Elliott et al. (1996) suggested the efficient unit root tests, which are recommended for future research.

References

- Abramowitz, M. and Stegun, I. A. (1972): Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables. 10th ed. U.S. National Bureau of Standards: Applied Mathematics Series, No. 55. U. S. Government Printing Office, Washington, D. C.
- Anosov, D. V. (2001): Ergodic theory. In: Hazewinkel, M. *Encyclopaedia of Mathematics*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Birkhoff, G. D. (1942): What is the ergodic theorem? *American Mathematical Monthly* 49(4):222–226.
- Box, G. E. P., Jenkins, G. M., Reinsel, G. C., and Ljung, G. M. (2016): Time Series Analysis: Forecasting and Control. 5th ed. Wiley & Sons, Hoboken.
- Brockwell, P. J. and Davis, R. A. (2002): Introduction to Time Series and Forecasting. 2nd ed. Springer-Verlag, New York.
- Dickey, D. A. and Fuller, W. A. (1979): Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American Statistical Association* 74(366):427–431.
- Elliott, G., Rothenberg, T. J., and Stock, J. H. (1996): Efficient tests for an autoregressive unit root. *Econometrica* 64(4):813–836.
- Hamilton, J. (1994): Time Series Analysis. Princeton University Press, Princeton.
- Harris, P. (1985): Testing for variance homogeneity of correlated variables. *Biometrika* 72(1):103–107.
- Howind, J. (2005): Analyse des stochastischen Modells von GPS-Trägerphasenbeobachtungen. *Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C*, no. 584. Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften in Kommission beim Verlag C. H. Beck, Munich, Germany.
- Kwiatkowski, D., Phillips, P. C. B., Schmidt, P., and Shin, Y. (1992): Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: How sure are we that economic time series have a unit root? *Journal of Economics* 54(1-3):159–178.
- Lehmann, E. L. (1986): Testing Statistical Hypotheses. 2nd ed. Springer-Verlag, New York.
- Luo, X. (2013): GPS Stochastic Modelling: Signal Quality Measures and ARMA Processes. *Springer Theses*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.
- Luo, X., Mayer, M., and Heck, B. (2011): Verification of ARMA identification for modelling temporal correlations of GNSS observations using the ARMASA toolbox. *Studia Geophysica et Geodaetica* 55(3):537–556.
- Luo, X., Mayer, M., and Heck, B. (2012): Analysing time series of GNSS residuals by means of AR(I)MA processes. In: Sneeuw, N., Novák, P., Crespi, M., and Sansò, F. (eds.) Proceedings of the VII Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy, Rome, July 6–10, 2009. Berlin: Springer, pp. 129–134.
- Maddala, G. S. and Kim, I.-M. (1998): Unit Roots, Cointegration, and Structural Change. Cambridge University Press, Cambridge.
- Ng, S. and Perron, P. (1995): Unit root tests in ARMA models with data-dependent methods for the selection of the truncation lag. *Journal of the American Statistical Association* 90(429):268–281.
- Said, S. E. and Dickey, D. A. (1984): Testing for unit roots in autoregressive-moving average models of unknown order. *Biometrika* 71(3):599–607.
- Schön, S. and Brunner, F. K. (2008): A proposal for modelling physical correlations of GPS phase observation. *Journal of Geodesy* 82(10):601–612.
- Schwert, W. (1989): Tests for unit roots: a Monte Carlo investigation. *Journal of Business and Economic Statistics* 7(2):147–159.
- Stigler, S. (2008): Fisher and the 5% level. *Chance* 21(4):12.
- Teusch, A. (2006): Einführung in die Spektral- und Zeitreihenanalyse mit Beispielen aus der Geodäsie. *Deutsche Geodätische Kommission, Reihe A*, no. 120. Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften in Kommission beim Verlag C. H. Beck, Munich, Germany.
- Wang, J., Satirapod, C., and Rizos, C. (2002): Stochastic assessment of GPS carrier phase measurements for precise static relative positioning. *Journal of Geodesy* 76(2):95–104.

Kompetent in den höheren vermessungstechnischen Verwaltungsdienst – Ein akzentuierter Rückblick auf die wissenschaftliche Ausbildung am KIT

Michael Mayer¹, Christoph Haberkorn², Sabine Mann³ und Franziska Wild-Pfeiffer⁴

1 Fakultät für Bauingenieur-, Geo- und Umweltwissenschaften, Karlsruher Institut für Technologie

E-Mail: michael.mayer@kit.edu

2 Fachdienst Flurneuordnung und Landentwicklung, Landratsamt Neckar-Odenwald-Kreis

E-Mail: christoph.haberkorn@lgl.bwl.de

3 Vermessungs- und Liegenschaftsamt, Stadt Pforzheim

E-Mail: sabine.mann@pforzheim.de

4 Referat 53, Landesamt für Geoinformation und Landentwicklung Baden-Württemberg

E-Mail: franziska.wild@lgl.bwl.de

Zusammenfassung

Die Bologna-Reform manifestiert im Rahmen der universitären Ausbildung die Fokussierung auf Lernziele und Kompetenzen, wodurch beispielsweise eine verbesserte Vergleichbarkeit von Studienleistungen ermöglicht wird. Hochschulabsolvent_innen eröffnen sich nach dem Studienabschluss weite und dynamische Berufsfelder; so kann der Berufsweg auch in den höheren Verwaltungsdienst führen. Basierend auf den Output-orientierten Studiengängen „Geodäsie und Geoinformatik“ am Karlsruher Institut für Technologie wird in diesem Beitrag von Absolvent_innen und Wissenschaftlichen Mitarbeiter_innen erörtert, welche studiumsbezogenen Faktoren den Einstieg in den Vorbereitungsdienst für die Laufbahn des höheren vermessungstechnischen Verwaltungsdienstes erleichtern und welche Schlüsse daraus für die universitäre Ausbildung gezogen werden können.

Vorbemerkung und Motivation

Prof. Bernhard Heck hat sich während seines Wirkens an der Universität Karlsruhe (TH) bzw. am Karlsruher Institut für Technologie (KIT) sehr stark für die Weiterentwicklung und die Modernisierung der Geodäsie-Studiengänge engagiert und so maßgeblich zur kontinuierlichen Anpassung der Studieninhalte und -bedingungen an veränderte Rahmenbedingungen (z. B. Interessenlage, Leitbild) beigetragen. Gleichzeitig war ihm der kollegiale Austausch und die Kollaboration mit der Vermessungsverwaltung – insbesondere mit der Landesvermessung bzw. dem

Landesamt für Geoinformation und Landentwicklung – ein großes Anliegen (vgl. Berendt u. a. 2018). Motiviert durch diese beiden Teile der Wirkungsphilosophie von Prof. B. Heck betrachten im Folgenden drei Absolvent_innen (C. Haberkorn, S. Mann, F. Wild-Pfeiffer) des Referendarjahrgangs 2017 gemeinsam mit dem Beauftragten für innovative und nachhaltige Lehre in den KIT-Studiengängen „Geodäsie und Geoinformatik“ (M. Mayer) den Übergang vom KIT in eine leitende Tätigkeit in der Vermessungsverwaltung.



1 Einleitung – Kompetenzorientierung und -aneignung

Kompetenzorientierung an Hochschulen ist insbesondere im Bologna-Prozess begründet (Bologna Working Group 2005). Diese Bestrebung fokussiert auf eine zieldienliche Vereinheitlichung des Studiensystems (z. B. erleichterte Anerkennung und Vergleichbarkeit) und vor allem auf den individuellen studentischen Lernprozess. Bei der Betrachtung von Lernen und Lehren wird durch Bologna die Perspektive – von der Input- zur Output-Orientierung – gewechselt. Dieser Paradigmenwechsel spiegelt sich sowohl in den Lehrgrundsätzen (z. B. Student_innenzentrierung; Jonassen 1999) als auch in den darin rückkoppelnden Ansätzen zur studentischen Leistungsbeurteilung (z. B. Constructive Alignment; Biggs und Tang 2007) durch Lernergebnisse wider.

Rahmen gebend werden Studiengänge z. B. in Modulhandbüchern durch Qualifikationsprofile beschrieben (AKDQR 2011), die Student_innen nach erfolgreichem Abschluss erworben haben. Im hochschulischen Kontext manifestiert sich die Wichtigkeit der Umsetzung von kompetenzorientierter Lehre bspw. in (Re-)Akkreditierungsverfahren. Zudem wird studentischer Lernerfolg durch Kompetenzen konkret beschreib- und messbar. Kompetenz ist jedoch als Begrifflichkeit nicht eindeutig festgelegt (Weyer u. a. 2017). Arnold und Erpenbeck (2014) systematisieren den Begriff Kompetenz für den Hochschulkontext, während durch die OECD (Organisation for Economic Co-operation and Development) eine häufig genutzte Kompetenzdefinition festgelegt wurde (OECD 2003). Demnach zeigen sich individuelle Kompetenzen basierend auf Wissen, Fertigkeiten, Haltungen, Emotionen, Werten und Motivation in Situationen, in denen auf komplexe Anforderungen angemessen reagiert wird.

Kompetenz wird allgemein in Fachkompetenz und personale Kompetenz untergliedert (AKDQR 2011). Methodenkompetenz wird dabei als Querschnittskompetenz verstanden. Die verwendeten Kompetenzkategorien sind Fachkompetenz – unterteilt in Wissen und Fertigkeiten – und personale Kompetenz – unterteilt in

Sozialkompetenz und Selbstständigkeit. Zur Konkretisierung werden Kategorien anhand der folgenden Kriterien untergliedert:

- Wissen: Tiefe und Breite,
- Fertigkeiten: instrumentale Fertigkeiten, systemische Fertigkeiten und Beurteilungsfähigkeit,
- Sozialkompetenz: Team-/Führungsfähigkeit, Mitgestaltung und Kommunikation,
- Selbstständigkeit: Eigenständigkeit, Verantwortung, Reflexivität und Lernkompetenz.

Basierend auf der Definition von Kompetenz werden Modelle (z. B. Stufen- oder Prozessmodelle) und Dimensionen genutzt, um konkrete Anknüpfungs- und Nutzbarkeitsangebote zu kreieren (z. B. Bloomsche Taxonomie kognitiver Lernziele; Bloom 1972).

Bologna-konforme Kompetenzen zielen ganzheitlich auf die künftige Beschäftigungsfähigkeit von Absolvent_innen ab (Shaper 2012), wodurch z. B. schon im Studium Aspekte wie Prozessreflexion und Zielmonitoring des lebenslangen oder weiterqualifizierenden Lernens Beachtung finden. Das Studium – und Lernen im Allgemeinen – orientiert sich z. B. aus lehrtheoretischen Gesichtspunkten an den individuell vorhandenen Kompetenzen der Student_innen, wodurch die Ausgestaltung von Einstiegen und Übergängen (Wild und Esdar 2014) wichtiger wird und der sog. „shift from teaching to learning“ (Berendt 1998) nachhaltig gelingen kann. Diese beiden Aspekte werden im Rahmen des vorliegenden Beitrags für den Übergang zwischen Hochschule und Einstieg über den Vorbereitungsdienst in den höheren vermessungstechnischen Verwaltungsdienst erörtert.

2 Der Vorbereitungsdienst für die Laufbahn des höheren vermessungstechnischen Verwaltungsdienstes (Referendariat)

Hochschulabsolvent_innen eröffnen sich nach dem Studienabschluss weite, dynamische und anspruchsvolle Berufsfelder, die „unverzichtbare Dienste für unsere Zivilgesellschaft leisten“ (Berendt 2017); z. B. kann der Berufsweg in den höheren vermessungstechnischen Verwaltungsdienst führen. Um eine Lauf-

bahn im höheren vermessungstechnischen Verwaltungsdienst einschlagen zu können, ist ein Vorbereitungsdienst zu absolvieren, der mit der Großen Staatsprüfung endet. Bei dieser Ausbildung der technischen Referendare gehen die Bundesländer Baden-Württemberg und Bayern eigenständige Wege, während die anderen Bundesländer ein Kuratorium in Form eines gemeinschaftlichen Oberprüfungsamts für das technische Referendariat eingerichtet haben. Letzteres änderte die Ausrichtung des Referendariats von einer Input- zu einer Output-Orientierung (Brall 2017) und zielt auf die Entwicklung von Fach- und Führungskräften (Mack u. a. 2016) für Staat, Wirtschaft und Non-Profit-Organisationen ab. Das baden-württembergische Referendariat zeichnet sich hingegen schon immer durch eine praxisorientierte Ausbildung aus.

2.1 Kompetenzorientierung im Referendariat in Baden-Württemberg

Ziel des baden-württembergischen Referendariats ist es, Hochschulabsolvent_innen auf ihre zukünftige Rolle als Führungskraft in der baden-württembergischen Vermessungs- und Flurneuordnungsverwaltung vorzubereiten. Zulassungsvoraussetzung ist ein Hochschulstudium im Vermessungs- oder Geoinformationswesen (z. B. Studiengang „Geodäsie und Geoinformatik“ (GuG) am KIT) bzw. ein Hochschulstudium in einem vergleichbaren Studiengang. Die Ausbildung erstreckt sich über die Dauer von 22 Monaten und endet in einer dreiteiligen Großen Staatsprüfung (Praktischer Fall, schriftliche und mündliche Prüfung; Kraft und Steudle 2015). Sie soll dazu befähigen, bei

- Behörden der Landesverwaltung insbesondere beim Landesamt für Geoinformation und Landentwicklung Baden-Württemberg sowie
- Städten, Gemeinden und Landkreisen

fachliche Führungsaufgaben zu übernehmen. Die Aufgabenbereiche sind Liegenschaftsvermessungen und Liegenschaftskataster, Flurneuordnung, Planung und Bodenordnung, Grundstückswertermittlung, Geoinformationswesen sowie Landesvermessung. Das Ziel der Ausbildung wird in § 4 der Laufbahn-, Ausbildungs- und Prüfungsordnung für den höheren vermessungstechnischen Verwaltungsdienst (APrOVerm hD 2014)

definiert: *„Ziel ist es, Vermessungsassessorinnen und Vermessungsassessoren auszubilden, die nach ihrer Persönlichkeit sowie nach ihren allgemeinen und fachlichen Kenntnissen und Fähigkeiten für den höheren vermessungstechnischen Verwaltungsdienst geeignet sind. Das Verständnis für die politischen, wirtschaftlichen und gesellschaftlichen Aufgaben der öffentlichen Verwaltung ist dabei besonders zu fördern.“* Die Einteilung von Kompetenzen in Kategorien (vgl. Kap. 1), angewendet auf § 4, verdeutlicht, dass sowohl Fachkompetenzen als auch personale Kompetenzen angeeignet werden sollen.

Das Referendariat wird anhand der Arbeitsbereiche in thematische Abschnitte gegliedert. Den Auftakt bildet in der Regel je ein mehrwöchiger Lehrgang am Landesamt für Geoinformation und Landentwicklung (LGL), dem sich eine Praxisphase an Landratsämtern, bei Städten und Öffentlich bestellten Vermessungsingenieuren anschließt. Die Lehrgänge am LGL sind hierbei stark Input-orientiert, um möglichst viel Wissen angepasst aufbereitet vermitteln zu können. Dieses didaktische Konzept ist den Assessor_innen aus hochschulischen Grundlagenlehrveranstaltungen bekannt. Deshalb bedingen die Praxisphasen, dass sich die Referendare die in der APrOVerm hD (2014) ebenfalls genannten Fertigkeiten und personalen Kompetenzen in der täglichen Arbeit aneignen können. So verlangen z. B. die Durchführung von Liegenschaftsvermessungen und die Verhandlungen mit unterschiedlichsten Beteiligten bei Flurneuordnungsverfahren Kompetenzen in diesen beiden Kategorien.

Es ist festzustellen, dass die Akzentuierung im angeleiteten Teil des Referendariats auf der Fachkompetenz liegt. Die Aneignung personaler Kompetenzen wird durch Theorie (Lehrgangsthemen: Problemlösung im Gespräch, Motivierend kommunizieren – Führen mit Begeisterung) angereichert unterstützt, während Vertiefung und Reflexion in Eigenverantwortung erfolgen. Somit hängt diese bedeutsame Phase der Referendarbildung insbesondere von den vor dem Referendariat individuell erworbenen Kompetenzen (z. B. Selbstständigkeit) ab.

2.2 Neue Ausbildungsformen im Referendariat

Wie zu Beginn dieses Kapitels ausgeführt, bestehen in Deutschland aktuell nebeneinander verschieden ausgestaltete Referendarausbildungen. Beispielsweise hat das Land Berlin nach längerer Unterbrechung im Jahr 2015 wieder mit der Ausbildung im Referendariat begonnen. Das Referendariat wurde umfassend überarbeitet und neu ausgerichtet, um sowohl die Attraktivität der Ausbildung zu erhöhen (Beck 2012), als auch die Inhalte hinsichtlich eines selbstverantwortlichen Handelns zu optimieren (Brall 2017). Ergänzend dazu wird in Tropartz (2017) die vernetzte, interdisziplinäre und internationale Führungskräfteentwicklung am Beispiel Sachsen-Anhalts beschrieben. Die Zugangsvoraussetzungen entsprechen dabei jeweils denen des Bundeslands Baden-Württemberg.

Im Folgenden wird der Fokus auf das Angebot des Landes Berlin gelegt, weil ein transparenter und offener Diskurs zwischen aktueller und früherer Ausgestaltung geführt wird. Beispielsweise wurde mit dem Deutschen Institut für Urbanistik (Difu) ein unabhängiges Institut in den Veränderungsprozess einbezogen. Zudem berücksichtigt die aktuelle Realisierung zieldienliche didaktische Ansätze und Methoden.

Die Ausbildungsverordnung des Landes Berlin legt als Ausbildungszweck und -ziel fest, Nachwuchskräfte zu verantwortungsbewussten Persönlichkeiten für leitende Tätigkeiten zu qualifizieren. So soll *„die Ausbildung sich darauf erstrecken, zum einen das auf der Hochschule erworbene Wissen in der Praxis anzuwenden und es gegebenenfalls zu ergänzen und zum anderen umfassende Kenntnisse vor allem in den Gebieten Verwaltung, Recht, Planung, Betrieb und Führungsaufgaben sowie Wirtschaftlichkeit zu vermitteln. Dabei sind Verantwortungsbereitschaft und Initiative zu wecken und zu fördern“* (vgl. APO-TD-Referendariat-VO 2015).

Auf die Ausgestaltung wird in § 9 (3) und (4) der APO-TD-Referendariat-VO (vgl. APO-TD-Referendariat-VO 2015) detailliert eingegangen: *„Die Ausbildung soll durch Lehrgänge, Seminare, Planspiele, e-Learning, Arbeitsgemeinschaften und Übungen in*

freier Rede sowie durch Exkursionen vertieft werden. Zur Vermittlung von Kenntnissen in den Prüfungsfächern Allgemeine Rechts- und Verwaltungsgrundlagen und Leitungsaufgaben und Wirtschaftlichkeit sind Allgemeine Verwaltungsseminare und Rhetorik- und Managementseminare einzurichten. Während der Ausbildung sollen im zweiwöchigen Turnus Arbeitsgemeinschaften bei den Ausbildungsbehörden eingerichtet werden. Die Inhalte der Arbeitsgemeinschaften werden von den Referendarinnen und Referendaren in Absprache mit der Ausbildungsleitung in Eigenverantwortung bestimmt. Die Referendarinnen und Referendare können in diesem Rahmen geeignete Fachexkursionen durchführen, Einladungen für Fachvorträge aussprechen oder in Eigenregie komplexe verwaltungsrechtliche Fallsituationen gemeinsam bearbeiten. Es sollen Kenntnisse vertieft und Anregungen für das Selbststudium sowie Gelegenheit zum freien Vortrag gegeben werden.“

Dieser Rahmen ähnelt der universitär geprägten Ausbildung, bei der z. B. am KIT von den erwachsenen Student_innen ein hohes Maß an Eigenverantwortung erwartet und ihnen gleichzeitig Spielraum zur Mitgestaltung gegeben wird, was aus pädagogischer Sicht (Deci und Ryan 1993) grundlegend für hohe Motivation ist. Er fördert die damit verbundenen Kompetenzen, beispielsweise Sozialkompetenz in Bezug auf rhetorische Fähigkeiten, Methodenkompetenz in Bezug auf abstraktes Denken, Analysefähigkeit und Entscheidungsvermögen, aber auch Persönlichkeitskompetenz wie Flexibilität und Motivation.

Das Konzept beschreibt die Reduzierung der Inputorientierten Vermittlung von Inhalten, bei der z. B. die Beschreibung von Wissen ausschlaggebend ist. Angestrebt wird stattdessen eine Output-Orientierung, die nach abgeschlossenem Referendariat eine gute Kopplung an gestaltende und leitende Tätigkeiten ermöglicht. Durch diese Reform bereitet das Referendariat insbesondere auf die Anwendung von Führungskompetenzen vor. Dafür ist es grundlegend, Bedingungen zu schaffen, in denen Referendar_innen selbstverantwortlich, selbstorganisiert und digital unterstützt sowie vernetzt an ihren individuellen Ausbildungszielen und -kompetenzen arbeiten können. Ebenso kann im gemeinsamen Dialog zwischen Lernenden und Leh-

renden eine kontinuierliche Verbesserung der Kompetenzaneignung und Ausbildungsgestaltung erreicht werden (Brall 2017).

Durch dieses Konzept des Landes Berlin, das basierend auf konstruktivistischen Ansätzen Lernen als aktiven und selbstgesteuerten Prozess (Brinker und Schumacher 2014) interpretiert, werden seit Ende des Jahres 2017 erste Vermessungsassessor_innen ihre Arbeit aufnehmen können. Das Monitoring dieser Fach- und Führungskräfteausbildung stellt z. B. hinsichtlich Attraktivität und Qualität eine wichtige Aufgabe dar, um das Transferpotenzial von Ausbildungselementen für andere Bundesländer bewerten zu können. Spannend wird dabei insbesondere sein, wie die angeeigneten Kompetenzen geprüft werden, denn hier steht das Referendariat vor vergleichbaren Herausforderungen wie Hochschulen zu Beginn des Bologna-Prozesses (Wildt und Wildt 2011).

3 KIT-Kompetenzbezüge

Nachdem in Kap. 2 die Aufgaben und Ziele des Referendariats akzentuiert aufgezeigt wurden, erfolgt in diesem Kapitel am Beispiel der Geodäsie-Ausbildung am KIT die Betrachtung der universitär erworbenen Kompetenzen. Hierbei wird der berufliche Werdegang der Autoren berücksichtigt, die teilweise vor dem Vorbereitungsdienst an Universitäten tätig waren.

3.1 Kompetenzaneignung in den Studiengängen „Geodäsie und Geoinformatik“

Das Studium der Geodäsie und Geoinformatik am KIT gliedert sich in den deutschsprachigen Bachelor- und den darauf aufbauenden (konsekutiven) Master-Studiengang. Die Regelstudienzeit im Bachelor beträgt sechs Semester. Die im Bachelorstudium erworbenen wissenschaftlichen Qualifikationen können im darauf aufbauenden deutsch- oder englischsprachigen Masterstudium weiter vertieft und individuell ergänzt werden. Die Regelstudienzeit im Master beträgt vier Semester, dabei erfolgt eine Spezialisierung in nach persönlicher Neigung gewählten Fachgebieten. Bei der Ausbildung wird von allen Lehrenden darauf geachtet, neben der fachlichen Kompetenz und dem erworbenen Wissen das interdisziplinäre Verständnis zu schär-

fen und personale Kompetenzen zu fördern. Beispielsweise geschieht dies im Fachgebiet der Physikalischen und Satellitengeodäsie, das in Lehre und Forschung von Prof. Heck geprägt wurde. Unterstützt wird er dabei von seinen Mitarbeiter_innen, die die Kompetenzentwicklung durch abwechslungsreiche Lehrkonzepte fördern. Zahlreiche Übungen und individuell gestaltbare Projektarbeiten runden das Fachgebiet ab und tragen zum fächerübergreifenden Verständnis und zur Vernetzung mit anderen Wissensgebieten aktiv bei.

3.2 Kompetenzaneignung in der wissenschaftlichen Arbeit

Im Rahmen der universitären Ausbildung kann die Kompetenzaneignung individuell ausgestaltet werden. Im Folgenden werden mit hilfswissenschaftlicher Tätigkeit und Promotion zwei typische forschungsorientierte (PEBA KIT 2015) Ausprägungen betrachtet.

Hilfswissenschaftliche Tätigkeiten

Insbesondere die Angehörigen der die GuG-Studiengänge primär tragenden Lehrstühle bieten Student_innen Möglichkeiten, ihre im Studium erworbenen Kompetenzen beispielsweise durch hilfswissenschaftliche Tätigkeiten anzuwenden, zu vertiefen und zu verbessern. Häufig werden dabei Programmierarbeiten und Datenauswertungen (z. B. GNSS-Zeitreihen, terrestrische Vermessungen, Fernerkundungsdaten) übernommen.

Personale Kompetenz, vor allem Sozialkompetenz, kann bei der Mitbetreuung von Lehrveranstaltungen für andere Studiengänge erworben werden. Beispielsweise werden bei Vermessungsübungen für die Studiengänge Architektur, Bauingenieurwesen oder Geophysik GuG-Student_innen für die Betreuung der Übungsgruppen eingesetzt. Es wird dadurch besonders Führungskompetenz (z. B. Anleitung der betreuten Student_innen) und Kommunikationskompetenz (z. B. Dozent_in, Student_innen) geübt. Gleiches gilt für die Fertigkeit zum angepassten Wissenstransfer.

Promotionstätigkeit

Die Tätigkeit als wissenschaftliche_r Mitarbeiter_in ermöglicht den vertieften und selbstbestimmten Einblick in die beiden Arbeitsfelder Lehre und Forschung.

Beide Bereiche ermöglichen es, individuell Kompetenzen zu schärfen.

Im Rahmen der Lehrtätigkeit in Vorlesung oder Übung sowie bei der Betreuung von studentischen Abschlussarbeiten wird das vorhandene Wissen berufspraktisch erweitert. Beispielsweise wird dabei die Möglichkeit genutzt, durch den Perspektivenwechsel die Situationswahrnehmung zu verändern, Kommunikation zu intensivieren, aber letztlich auch die eigene Persönlichkeit durch das Auftreten vor und die Arbeit mit Student_innen zu stärken.

Im Rahmen der Promotion am KIT werden Fähigkeiten und Kompetenzen ausgebaut; so ist der Erwerb von Fachwissen breiter und tiefer als bei Student_innen. Des Weiteren werden wissenschaftliche Arbeitsweisen in Form von Schreiben (z. B. Artikel, Anträge), Zeit- und Selbstmanagement, Kooperationsfähigkeit, strategisches Denken und Handeln, Durchsetzungsfähigkeit, aber auch das interdisziplinäre Arbeiten, die Kreativität in Form von Offenheit und Flexibilität im Denken, der Mut, Neues zu entwickeln, und das systematische und selbstständige Arbeiten gefördert. In allen diesen Kontexten hat Prof. Heck seine Mitarbeitenden stets angespornt, motiviert, bestärkt und bestmöglich unterstützt.

3.3 Kompetenzaneignung am KIT im Hinblick auf das Referendariat

Der erfolgreiche Abschluss des KIT-Studiengangs „Geodäsie und Geoinformatik“ stellt die Zulassungsvoraussetzung für das Referendariat für den höheren vermessungstechnischen Verwaltungsdienst in Baden-Württemberg dar. Aus dessen Sicht scheint eine wichtige Aufgabe des Studiengangs zu sein, die grundlegenden Kenntnisse und Fertigkeiten in den von der Verwaltung benötigten Disziplinen zu vermitteln. Tabelle 3.1 vergleicht für universitäre Ausbildung und Referendariat – aufgeschlüsselt nach den einzelnen Disziplinen des Referendariats – die angeeignete Fachkompetenz. Da in den Anforderungen der baden-württembergischen Referendarausbildung keine Niveaustufen der erworbenen Kompetenzen genutzt werden, erfolgt hierbei lediglich eine Kompetenzkategorie-orientierte Betrachtung.

Ebenso ist zu berücksichtigen, dass am KIT forschungsorientiert gelehrt wird. Somit enthalten studiengangbezogene Aspekte – in Abhängigkeit vom Fortschritt des Studiums – wissenschaftliche Anteile.

Die Aneignung von Fachwissen für eine spätere Tätigkeit in der Vermessungsverwaltung findet am KIT in unterschiedlichen Niveaustufen statt. Die Durchführung von Vermessungen ist grundlegend für alle späteren Tätigkeiten. Dagegen können im Studium lediglich Grundlagen der Referendariat-affinen Themen Liegenschaftskataster, Flurneuordnung und Bodenordnung behandelt werden. Zudem werden für die Bereiche Verwaltung und Recht im GuG-Studium keine Regellehrveranstaltungen angeboten.

Tabelle 3.2 zeigt eine Auswahl personaler Kompetenzen, die während der universitären Ausbildung angeeignet werden und im Referendariat genutzt bzw. erweitert werden. Generell kann festgestellt werden, dass am KIT sehr viel Wert auf eine selbstständige, interdisziplinäre und kommunikative Arbeit der Student_innen gelegt wird. Eine individuelle Förderung einzelner Student_innen findet statt. Es werden zudem Möglichkeiten geboten (z.B. Auslandsaufenthalte an Partneruniversitäten) interkulturelle Erfahrungen zu sammeln und sowohl soziale als auch fachliche Kompetenzen zu vertiefen. Die systematisch vertiefte Aneignung von personalen Kompetenzen im Referendariat kann hierauf aufsetzen, um die o.g. Kompetenzen in der Referendarausbildung aktiv zu nutzen, und dadurch die Ausbildung aktiver und selbstständiger auszugestalten. Möglichkeiten hierzu bestehen beispielsweise darin, den Anteil von Projektarbeiten zu erhöhen.

Resümierend kann festgestellt werden, dass Student_innen durch die Ausbildung am KIT eine sehr solide Grundlage erhalten und mit einem hohen Niveau in die Referendarausbildung einsteigen, so dass eine noch stärkere Förderung von Führungs- und Sozialkompetenzen möglich erscheint.

4 Zusammenfassung

Die sehr vielfältige und forschungsorientierte Ausbildung am KIT legt einen sehr guten Grundstein für den Vorbereitungsdienst für die Laufbahn des höheren ver-

Tabelle 3.1: Thematische Gegenüberstellung universitärer Ausbildung und Referendariat Baden-Württemberg (Quellen: *Modulhandbuch Bachelor-Studiengang Geodäsie und Geoinformatik 2017*; *Modulhandbuch Master-Studiengang Geodäsie und Geoinformatik 2017*; APrOVerm hD 2014)

Disziplin	Studiengang „Geodäsie und Geoinformatik“	Wissenschaftliche Tätigkeiten am KIT	Ausbildungsinhalte des Referendariats Ba-Wü nach VwVAVerm 2015
Liegenschaftskataster und Liegenschaftsvermessungen	Allgemeine Vermessungskunde, Grundlagen der Katastervermessung, Hauptvermessungsübungen, Ausgleichsrechnung und Statistik	Betreuung von Student_innen des GNSS-Praktikums	Selbstständiges Durchführen von Liegenschaftsvermessungen unter Anwendung von Methoden der Ausgleichsrechnung
Flurneuordnung und Landentwicklung	Grundlagen der Flurneuordnung	—	Federführende Bearbeitung aller Verfahrensschritte (u.a. Vorbereitung, Anordnung, Planung, Ausführung, Abschluss) einer Flurneuordnung
Landesvermessung und Geobasisinformationen	Pflicht- und Wahlveranstaltungen des Lehrstuhls Physikalische und Satellitengeodäsie, Umgang mit Geodaten (Programmierung, GIS-Systeme)	Mitarbeit in der Projektgruppe „Berechnung eines Quasigeoids für BW“, gravimetrische Messungen in Form der Betreuung des geophysikalischen Feldpraktikums	Aufbau und Führung amtlicher Festpunktsysteme; Aufbau und Nutzung von Geobasisinfrastrukturen
Grundstückswertermittlung, Planung und Bodenordnung	Grundlagen der Immobilienwirtschaft	—	Verfahren nach dem BauGB, Grundstückswertermittlung, gesetzliche Immobilienbewertungsverfahren
Verwaltung und Recht	—	—	Staatsrecht, gesetzliche Grundlagen des Verwaltungshandelns, Widerspruchsverfahren

Tabelle 3.2: Kompetenzkategorie-orientierter Vergleich universitärer Ausbildung und Referendariat Baden-Württemberg (Quellen: *Modulhandbuch Bachelor-Studiengang Geodäsie und Geoinformatik 2017*; *Modulhandbuch Master-Studiengang Geodäsie und Geoinformatik 2017*; APrOVerm hD 2014)

Kompetenz	Interdisziplinäre Aneignung im Studiengang „Geodäsie und Geoinformatik“	Wissenschaftliche Tätigkeiten am KIT	Vermittlung im Referendariat Ba-Wü nach VwVAVerm 2015
Teamfähigkeit	Zusammenarbeit mit anderen Student_innen in Übungsgruppen, Gemeinsame Planung einzelner Arbeitsschritte z. B. der Hauptvermessungsübungen	Arbeit in internationalen Arbeitsgruppen, Kooperationsfähigkeit, interdisziplinäres Arbeiten, Konfliktfähigkeit, Teamkommunikation, Feedback-Methodik	Mitarbeit in verschiedenen Verwaltungsbereichen in Arbeitsgruppen vor Ort
Führungsfähigkeit	Verantwortlichkeit für Kleingruppen (z. B. Vermessungsübungen)	Betreuung von Student_innen, strategisches Denken und Handeln, Konfliktmanagement, Durchsetzungsfähigkeit, Verhandlungsführung, Teamprozesse steuern	Einführungsworkshop zu Führungskompetenzen
Kommunikation	Präsentationstechniken durch Fachvorträge und in Projekten, Diskussion verschiedenster Fachthemen	Präsentationsfähigkeit, Zielgruppen- und kontextadäquate Vermittlung von Wissen/Inhalten, interdisziplinäre Kommunikation, Rhetorik und Argumentieren, wissenschaftliches Schreiben	Kommunikation im Rahmen der Wissensvertiefung mit z. B. Amtsleitung, Kollegen, Team, Kunden
Eigenständigkeit	Planung und Durchführung von Arbeitsabfolgen in verschiedenen Seminaren	Organisieren, strukturieren und optimieren von Abläufen, eigenständiges Denken	Durchführung von Liegenschaftsvermessungen, Bearbeitung des praktischen Falls
Verantwortung	Selbstständiger Umgang mit universitärem Messequipment, Genauigkeitsbewusstsein	Übernahme von Verantwortung für einzelne Forschungs- und Lehrbereiche	Verantwortung für eigene Tätigkeit z. B. Führen von Vermessungsschriften, Erstellen von Wertgutachten, Umgang mit sensiblen Daten
Reflexivität	Feedback erhalten und geben in Seminarveranstaltungen	Reflexionsvermögen (Selbst und Andere)	Informeller Austausch mit Referendaren
Lernkompetenz	Abstraktion von Problemstellungen, Anwendung von Transferwissen, Anwendung/Umsetzung von Theorie in der Praxis	Perspektivwechsel durch Anleitung von studentischen Gruppen (z. B. Feldübungen, Tutortätigkeit)	Selbststudium wird vorausgesetzt

messungstechnischen Verwaltungsdienstes. Gleichzeitig können nach dem Abschluss des Studiums in allen Kompetenzkategorien individuell Heterogenitäten beobachtet werden, die es in der Referendarausbildung aufzugreifen gilt, um sie – wenn nötig – zu homogenisieren (z. B. Fachkompetenzniveau) oder zu stärken, wenn es z. B. um das Ausbilden von individuellen Führungsstilen geht. Hier erscheinen weiterführende Überlegungen (z. B. Coaching, Mentoring) zielführend, die die Interpretation der Rolle der Ausbilder_innen im Referendariat reflektieren (Rauen 2014).

In Zukunft können, auch im Sinne von Prof. Heck, durch kollegialen Austausch (z. B. Workshops) sowie eine engere Verzahnung der beiden Ausbildungsarten Potenziale nutzbar gemacht werden, die für beide Seiten – Hochschule und Referendariat – spannend und Erkenntnis gewinnend sein können.

Danksagung

Die Autoren danken Frau Dworak und den Herren Steudle, Baur, Holuba und Gültlinger für ehrliches und zielführendes Feedback, das den Beitrag deutlich schärfen konnte.

Literatur

- AKDQR (2011): Deutscher Qualifikationsrahmen für lebenslanges Lernen. Arbeitskreis „Deutscher Qualifikationsrahmen“.
- APO-TD-Referendariat-VO (2015): Verordnung über die Ausbildung und Prüfung für den Zugang zum zweiten Einstiegsamt der Laufbahngruppe 2 der technischen Dienste des Landes Berlin (APO-TD-Referendariat-VO). vom 09. Juni 2015.
- AProVerm hD (2014): Verordnung des Ministeriums für Ländlichen Raum und Verbraucherschutz über die Einrichtung der Laufbahn und über die Ausbildung und Prüfung für den höheren vermessungstechnischen Verwaltungsdienst (Laufbahn-, Ausbildungs- und Prüfungsordnung für den höheren vermessungstechnischen Verwaltungsdienst - AProVerm hD). Vom 29. April 2014.
- Arnold, R. und Erpenbeck, J. (2014): Wissen ist keine Kompetenz: Dialoge zur Kompetenzreife. Grundlagen der Berufs- und Erwachsenenbildung. Schneider Verlag Hohengeren, Baltmannsweiler.
- Beck, S. (2012): Öffentliches Personalmanagement zukunftsfähig gestalten. *Public Governance* 2012.
- Berendt, B. (1998): How to support and practise the shift from teaching to learning through academic staff development programmes – examples and perspectives. *UNESCO-CEPES: Higher Education in Europe*. 23:317–329.
- Berendt, L. (2017): Künftige Aufgaben von Geodätinnen und Geodäten in Baden-Württemberg. *Mitteilungen, DVW Baden-Württemberg e.V. Gesellschaft für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement*. 64:50–58.
- Berendt, L., Drixler, E., Hermann, C., Simmank, W.-D. und Trenkle, J. (2018): Außeruniversitärer Berufsalltag im Studium. In: *Festschrift für Bernhard Heck*, 45–48. Dieser Band.
- Biggs, J. und Tang, C. (2007): Teaching for quality learning at university. What the student does. McGraw-Hill Education und Open University Press, Meidenhead.
- Bloom, B. S. (1972): Taxonomie von Lernzielen im kognitiven Bereich. vol. 4. Auflage. Beltz Verlag Weinheim, Basel.
- Bologna Working Group (2005): A framework for qualifications of the European higher education area. Bologna Working Group Report on Qualifications Frameworks. Copenhagen.
- Brall, A. (2017): Kompetenzorientierte Neuausrichtung des Berliner Vermessungsreferendariats: von der Input- zur Output-Orientierung. *ZfV*. 4:218–226.
- Brinker, T. und Schumacher, E. M. (2014): Befähigen statt belehren. Neue Lehr- und Lernkultur an Hochschulen. hep verlag, Bern.
- Deci, E. L. und Ryan, R. M. (1993): Die Selbstbestimmungstheorie der Motivation und ihre Bedeutung fuer die Pädagogik. *Zeitschrift für Pädagogik*. 39:223–238.
- Jonassen, D. (1999): Designing constructivist learning environments. *Instructional-design theories and models. A new paradigm of instructional theory. Vol. II, S. 215-239. Routledge, New York, London*. 2:215–239.
- Kraft, R. und Steudle, G. (2015): Neue Laufbahn-, Ausbildungs- und Prüfungsordnungen in der Vermessungs- und Flurneuordnungsverwaltung Baden-Württemberg. *Mitteilungen, DVW Baden-Württemberg e.V. Gesellschaft für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement*. 62:11–27.
- Mack, O., Khare, A., Kramer, A. und Burgartz, T. (2016): Managing in a VUCA World. Springer International Publishing AG.
- Modulhandbuch Bachelor-Studiengang Geodäsie und Geoinformatik. (2017). Version 2, SPO Version: 2015.
- Modulhandbuch Master-Studiengang Geodäsie und Geoinformatik. (2017). SPO Version: 2015.
- OECD (2003): Definition and selection of competencies: theoretical and conceptual foundations (DeSeCo). Summary of the final report „Key Competencies for a Successful Life and a Well-Functioning Society“.
- PEBA KIT (2015): Leitfaden: Forschungsorientierte Lehre – Begriffsverständnis und Umsetzungsmöglichkeiten am KIT. Personalentwicklung und Berufliche Ausbildung, Karlsruher Institut für Technologie. URL: <https://goo.gl/acJwqm>.
- Rauen, C. (2014): Coaching. vol. 3. Auflage. Hogrefe, Göttingen.
- Shaper, N. (2012): Fachgutachten zur Kompetenzorientierung in Studium und Lehre. HRK-Fachgutachten ausgearbeitet für die HRK von Niclas Schaper unter Mitwirkung von Oliver Reis und Johannes Wildt so wie Eva Horvath und Elena Bender. HRK-Projekt nexus.
- Tropartz, R. (2017): Interdisziplinäre Führungskräfteentwicklung technischer Fachrichtungen am Beispiel Sachsen-Anhalts. *fib* 4 2017.
- VwVAVerm (2015): Verwaltungsvorschrift des Ministeriums für Ländlichen Raum und Verbraucherschutz für die Ausbildung zum vermessungstechnischen Verwaltungsdienst (Ausbildungsvorschrift Vermessung – VwVAVerm). GABl. 2015, 50.
- Weyer, E., Wachendorf, N. M. und Mörth, A. (2017): Kompetenzorientierung, wie ist das gemeint? In: *Die kompetenzorientierte Hochschule. Kompetenzorientierung als Mainstreaming-Ansatz in der Hochschule. Handreichungen der wissenschaftlichen Begleitung des Bund-Länder-Wettbewerbs „Aufstieg durch Bildung: offene Hochschulen“*. Hrsg. von E. Cendon, N. Donner, U. Elsholz, A. Jandrich, A. Mörth, N. M. Wachendorf und E. Weyer.
- Wild, E. und Esdar, W. (2014): Eine heterogenitätsorientierte Lehr-/Lernkultur für eine Hochschule der Zukunft. Fachgutachten im Auftrag des Projekts nexus der Hochschulrektorenkonferenz.
- Wildt, J. und Wildt, B. (2011): Lernprozessorientiertes Prüfen im „Constructive Alignment“. Ein Beitrag zur Förderung der Qualität von Hochschulbildung durch eine Weiterentwicklung des Prüfungssystems. In: *Neues Handbuch Hochschullehre. Lehren und Lernen effizient gestalten*. Hrsg. von B. Berendt, H.-P. Voss und J. Wildt. Teil H. Prüfungen und Leistungskontrollen. Weiterentwicklung des Prüfungssystems in der Konsequenz des Bologna-Prozesses. H 6.1.

Was kommt nach der Promotion? – Ein kompetenzorientierter Diskurs

Michael Mayer¹, Thomas Fuhrmann², Andreas Knöpfler³ und Xiaoguang Luo⁴

- 1 Fakultät für Bauingenieur-, Geo- und Umweltwissenschaften, Karlsruher Institut für Technologie
E-Mail: michael.mayer@kit.edu
- 2 Geodesy Section, Community Safety and Earth Monitoring Division, Geoscience Australia, Australia
E-Mail: thomas.fuhrmann@ga.gov.au
- 3 Stadt Heidelberg, Vermessungsamt
E-Mail: andreas.knoepfler@heidelberg.de
- 4 Leica Geosystems AG, Swiss
E-Mail: xiaoguang.luo@leica-geosystems.com

Zusammenfassung

Insbesondere die Bologna-Reform manifestiert im Rahmen der universitären (Aus-)Bildung einen Paradigmenwechsel, der aufgrund von einheitlichen Beschreibungen (z. B. Studienleistungen) eine erhöhte Durchlässigkeit des Bildungssystems und einen schnelleren Berufseinstieg garantiert. Während Leistungsbeschreibungen für Studiengänge z. B. durch Akkreditierungsverfahren etabliert werden, ist die Promotion in diesem Kontext ausgestaltet. Dieser Beitrag eröffnet aus Sicht von Beteiligten einen Blick auf berufsfeldrelevante Kompetenzen und prüft hierdurch die KIT-Weiterqualifikation Promotion auf Detailschwächen.

Persönliche Vorbemerkung

Prof. Bernhard Heck hat während seiner Zeit als Lehrstuhlinhaber für „Physikalische und Satellitengeodäsie“ an der Universität Karlsruhe (TH) bzw. am Karlsruher Institut für Technologie unzählige junge Wissenschaftler in Projekten und insbesondere im Rahmen von Promotionsverfahren motiviert begleitet und auf Beschäftigungsverhältnisse nach der Promotion vorbereitet. Drei GNSS (Global Navigation Satellite Systems) affine Absolventen (X. Luo, Promotion: 2012; A. Knöpfler, Promotion: 2015; T. Fuhrmann, Promotion: 2016) sowie der bis 2016 GNSS-Verantwortliche des Lehrstuhls von Prof. B. Heck möchten deshalb sein Engagement mit diesem Beitrag, der einen kompetenzorientierten Blick auf die Kopplungsfähigkeit von universitärer Weiterqualifikation und beruflicher Beschäftigung richtet, würdigen.

1 Einleitende Bemerkungen zur Rahmumgebung

Eine fundamentale Aufgabe von Universitäten besteht in der Ausbildung des wissenschaftlichen Nachwuchses. Diese These bezieht sich auf Student_innen genauso wie auf Doktorand_innen. Verantwortlich sind in diesen beiden Kontexten insbesondere Lehrstuhlinhaber_innen. Dieser Beitrag richtet einen kompetenzorientierten Blick auf die Passung der Weiterqualifikation von Doktoranden am Geodätischen Institut (GIK) des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT) und berufsfeldrelevanten Kompetenzen. Stellvertretend wird dazu der Lehrstuhl für Physikalische und Satellitengeodäsie (PSG) betrachtet.

Als rahmumgebend können hierbei insbesondere rechtliche Grundlagen angesehen werden, die für die Durchführung einer Promotion mit



- Promotionsordnung (BGU KIT, 2012),
- KIT-Gesetz (KIT, 2009) und
- Landeshochschulgesetz (LHG 2005)

gegeben sind. Den rechtlichen Rahmen der Promotion gibt am KIT die Promotionsordnung der jeweiligen KIT-Fakultät vor. Die Promotion fokussiert nach § 5 Abs 9 (BGU KIT, 2012) an der KIT-Fakultät für Bauingenieur, Geo- und Umweltwissenschaften (BGU) auf eine fachlich vertiefende wissenschaftliche Ausbildung. Dies wird u. a. durch die Teilnahme an Lehrveranstaltungen sichergestellt (Gesamtumfang: mind. zwölf Semesterwochenstunden). Die Auswahl der Lehrveranstaltungen ist mit der Promotionskommission abzustimmen. Die Inhalte der Lehrveranstaltungen stehen dabei im Zusammenhang mit der Befähigung zu selbstständiger wissenschaftlicher Arbeit. Diese Regelung der KIT-Fakultät BGU fokussiert auf die fachliche Perspektive, schließt jedoch überfachliche Kompetenzen (AfH UZH, 2008) nicht aus. Nach § 8 der BGU-Promotionsordnung muss die Dissertation ein wissenschaftliches Thema aus den Arbeitsbereichen der Fakultät behandeln, hat die Befähigung zu selbstständiger wissenschaftlicher Arbeit sowie zu klarer Darstellung der Ergebnisse nachzuweisen und muss einen neuen wissenschaftlichen Beitrag enthalten. Daneben ist eine mündliche Prüfung als Einzelprüfung bestehend aus einem 30-minütigen Einführungsreferat und – ausgehend von dem in der Dissertation behandelten Gegenstand – einem mind. einstündigen Prüfungsgespräch durchzuführen. Die mündliche Prüfung wird somit als Kolloquium und nicht als Rigorosum abgehalten. Bei der Gesamtbeurteilung von Dissertation und mündlicher Prüfung ist das Einführungsreferat und die wissenschaftliche Bedeutung der Dissertation angemessen zu berücksichtigen; Angaben zur Gewichtung der Teilleistungen sind – ebenso wie weiterführende Bewertungskriterien und -gewichtungen – nicht aufgeführt.

Ergänzend dazu gibt das KIT Promovierenden Orientierungshilfen (z. B. KHYS KIT 2014). Themati-

siert werden insbesondere Regeln für „gute wissenschaftliche Praxis“ (KIT 2014), diese beziehen sich auf Aufgaben der betreuenden Organisation (z. B. eindeutige Klärung von Verantwortlichkeiten), Arbeitsparadigmen (z. B. Qualität vor Quantität, kollegiales Miteinander), Regelungen zur Autorenschaft, zur Aufbewahrung (mind. fünf Jahre) von Originaldaten und ethische Leitlinien (z. B. Dual-Use-Forschung). Darüber hinaus wird explizit zu offenem wissenschaftlichem Diskurs und verantwortungsvollem Einsatz von Ressourcen (z. B. materiell, persönlich) aufgefordert. Der Erwerb von sog. überfachlichen Kompetenzen (z. B. wissenschaftliches Arbeiten, Hochschuldidaktik, Zeitmanagement) wird als hilfreich beschrieben. Ebenso wird eine zieldienliche Vernetzung innerhalb der Wissenschaftscommunity als entscheidend für Promotion – aber auch für die berufliche Tätigkeit nach Abschluss der Promotion – beschrieben. Als Instrumente des Netzwerkens werden u. a. Tagungsbesuche und Forschungsaufenthalte angeführt. Gleichzeitig wird die Publikation von Forschungsergebnissen generell empfohlen.

Im übergeordneten Landeshochschulgesetz (LHG 2005) des Landes Baden-Württemberg wird in § 38 die Promotion rahmengebend geregelt. Darüber hinaus finden sich in Positionspapieren¹ des Landes weiterführende Ausgestaltungshinweise, die den Fokus auf „Gute wissenschaftliche Arbeit“ insbesondere im Kontext „Plagiat“ richten. Gleichzeitig werden darin Empfehlungen für hochschulintern festzulegende qualitätssichernde und evaluationsbezogene Aspekte der Promotion ausgesprochen.

Da die Ausgestaltung der rahmengebenden Gesetze, Vorschriften und Positionen in der Hoheit der Hochschule liegt, sei – vergleichend zur KIT-Situation – auf alternative Ausgestaltungen hingewiesen; beispielsweise wird an der Universität Heidelberg die koordinierte Weiterentwicklung von überfachlichen Kompetenzen als zentraler Bestandteil der Förderung des wissenschaftlichen Nachwuchses betrachtet².

¹Qualitätssicherung im Promotionsverfahren: Baden-Württemberg geht voran, Ministerium für Wissenschaft, Forschung und Kunst Baden-Württemberg; Stuttgart, 21.4.2013; Qualitätssicherung im Promotionsverfahren, Abschlussbericht der Onlinediskussion über die Vorschläge der Landesregierung

²Schlüsselkompetenzen für die Promotion, Abteilung Schlüsselkompetenzen und Hochschuldidaktik, Universität Heidelberg, link: <https://www.uni-heidelberg.de/slk/angebot/promotion.html>

2 Kompetenz - und Zielorientierung

Im Fokus dieses Beitrags steht die Kompetenzorientierung; deshalb werden im Folgenden die Kompetenzmodelle und deren Verknüpfung mit den Zielsetzungen der Promotion betrachtet, wie sie durch den Qualifikationsrahmen für Deutsche Hochschulabschlüsse (HQR 2017) gegeben sind. Dieser Hochschulrahmen stellt die nationale Ausgestaltung von europäischem und bereichsübergreifendem Rahmen (AK DQR 2011) dar und ist damit vereinbar mit dem Europäischen Qualifikationsrahmen für Lebenslanges Lernen (EQR 2008), da z. B. die Niveaustufe 8 des DQR hinsichtlich der beschriebenen Kompetenzen der Stufe 3 (Doktorats-ebene) des HQR entspricht.

Im HQR werden generische und domänenspezifische Kompetenzentwicklung unterschieden. Als generisch wird reflexives und innovatives Handeln bezeichnet, während domänenspezifisch die Befähigung zu Wissensgenerierung und Innovation unter Verwendung von wissenschaftlichen Methoden in (inter-)disziplinären Kontexten umfasst. Die Entwicklung von Kompetenzen ist dabei an selbstgesteuerte Methoden des forschenden Lernens (PEBA KIT 2015) geknüpft. Fachkompetenz wird gegenüber Sozial- und Selbstkompetenz unterschieden.

Während unter Sozialkompetenz „Kommunikation und Kooperation“ subsummiert werden und Selbstkompetenz durch „Wissenschaftliches Selbstverständnis und Professionalität“ präzisiert wird, umfasst Fachkompetenz „Wissen und Verstehen“ sowie Methodenkompetenz-orientiert den Einsatz, die Anwendung und das Erzeugen von Wissen. Durch diesen Ansatz rücken insbesondere Fachkompetenz-bezogen Prozessmodelle (z. B. Forschungskreislauf; Wildt 2009) in den Vordergrund. Gleichzeitig können so Taxonomien (z. B. kognitive Lernziele; Bloom 1972) in den Qualifikationsrahmen eingeführt werden, wodurch der HQR kopplungsfähig zu anderen Kompetenzmodellen ist.

Der HQR kann darüber hinaus auch als konkrete Ausgestaltung der in Kap. 1 ausgeführten Rahmgebung verstanden werden, da übergeordnete Ziele der Promotion festgelegt werden. In Tab. 2.1 und Tab. 2.2 sind diese Ziele sinngemäß dargestellt. Aus Platzgründen

wird dabei auf eine Lernziel-typische Formulierung von Qualifikationszielen (z. B. Verwendung von aktiven Verben) verzichtet (PEBA KIT 2013).

3 Rückblick

Basierend auf den o. g. Rahmenbedingungen und allgemein formulierten, umfassenden HQR-Zielen der Weiterqualifikation durch die Promotion erfolgt in diesem Kapitel rückblickend (X. Luo, Promotion: 2012; A. Knöpfler, Promotion: 2015; T. Fuhrmann, Promotion: 2016) eine akzentuierte und individuelle Betrachtung aus der Sicht dreier ehemaliger Mitarbeiter des PSG-Lehrstuhls der Universität Karlsruhe (TH) bzw. des KIT. Diese erfahrungsbasierte Analyse ermöglicht einen kompetenzorientierten Blick auf die Kopplungsfähigkeit von universitärer Weiterqualifikation und daran anschließender beruflicher Beschäftigung. Dabei werden die zurückliegenden Promotionen unter Berücksichtigung aktueller Ausgestaltungsrichtlinien betrachtet.

Um für die Analyse Unabhängigkeit und Elaboriertheit sicherstellen zu können, wurden – ohne die Inhalte von Tabelle 2.1 und Tabelle 2.2 offenzulegen – von jedem ehemaligen Lehrstuhlangehörigen mit Blick auf die aktuelle Tätigkeit die fünf wichtigsten Kompetenzen erfragt, die er sich während seiner KIT-Promotion aneignen konnte. Hierbei ist zudem die Unterschiedlichkeit der aktuellen Arbeitgeber beachtenswert (A. Knöpfler: Städtische Vermessungsbehörde; X. Luo: Internationaler Großkonzern; T. Fuhrmann: Internationale Großbehörde).

Die jeweilige Fachkompetenz (z. B. GNSS, InSAR³, Rezente Geodynamik) analysierend kann festgestellt werden, dass alle Ausprägungen von Verbreiterung, Vertiefung, Verständnis sowie Einsatz, Anwendung und Erzeugung (siehe Spalten 1-4, Tabelle 2.1) in der Promotionsphase von allen Befragten angeeignet wurden. Hierunter sind beispielsweise auch akademische Arbeitsparadigmen wie Gewissenhaftigkeit, Liebe zum Detail und Wissensgier sowie praxisnahe Aspekte effizienten Arbeitens und Anpassungsfähigkeit zu subsumieren, die zudem das berufliche Selbstbild prägen.

³InSAR: Interferometric Synthetic Aperture Radar

Tabelle 2.1: Ziele der Promotion bezogen auf Fachkompetenz „Wissen und Verstehen“ basierend auf Methodenkompetenz.

Verbreiterung	Vertiefung	Verständnis	Einsatz, Anwendung und Erzeugung	Nutzung und Transfer	Innovation
Systematisches Verständnis der Forschungsdisziplin Forschungsfertigkeiten und -methoden Umfassende Kenntnis einschlägiger Literatur	Begutachteter Beitrag zur Forschung	Wissenschaftliche und methodische Schlussfolgerungen als Basis für situationsbezogene und übergreifende Problemlösung Reflektion von Wahrscheinlichkeit und Zusammenhang zur erkenntnistheoretischen Beurteilung von Richtigkeit	Wissenschaftlich integriere, selbstständige Durchführung und Konzeption von Forschungsvorhaben	Entwicklung von Formaten zur Erprobung/Kontrolle aktueller Erkenntnisse Strategische Neudefinition von Aufgaben und Zielen des Berufsfelds Sichtbarer Beitrag zum gesellschaftlichen und/oder kulturellen Fortschritt Übernahme von Verantwortung für wissenschaftlich fundierten Expertise und mögliche Folgen Eigeninitiative Entwicklung und Implementierung von strategisch bedeutsamen Produkten	Selbstständige Identifikation von wissenschaftlichen Fragestellungen Entwicklung und Synthese neuer, komplexer Ideen Weiterentwicklung von Forschungsmethoden Öffentlich wahrnehmbarer Beitrag zum gesellschaftlichen und/oder kulturellen Fortschritt

Tabelle 2.2: Ziele der Promotion bezogen auf Sozialkompetenz.

Kommunikation und Kooperation	Wissenschaftliches Selbstverständnis / Professionalität
Vorstellung und Diskussion von forschungsbasierten Erkenntnissen in fach- und interdisziplinären Forschungs- und Verwendungskontexten Vermittlung von Erkenntnissen an Fachfremde	Entwicklung eines beruflichen Selbstbilds orientiert an Zielen und Standards professionellen Handelns der Wissenschaft und weiterer wissenschaftlicher Berufsfelder Reflexion des eigenen beruflichen Handelns mit theoretischem und methodischem Wissen Einschätzung der eigenen Fach- und Sachkunde Nutzung von Gestaltungs- und Entscheidungsfreiheiten Weiterentwicklung von Fach- und Sachkunde Evaluation und Weiterentwicklung des beruflichen Handelns Dritter Forschungsbasierte Weiterentwicklung von theoretischem und methodischem Wissen als Grundlage beruflichen Handelns Realisierung und Reflexion von forschungsbasierten Rahmenbedingungen beruflichen Handelns Kritische Reflexion von beruflichem Handeln hinsichtlich gesellschaftlicher Erwartungen und Folgen Entwicklung und Umsetzung nachhaltiger Innovation

Im Fachkompetenz-Kontext von Nutzung und Transfer sowie Innovation (siehe Spalten 5-6, Tabelle 2.1) ergeben sich heterogene Profile, die stark vom individuellen Promotionsthema bzw. dessen Gesellschaftsbezug und der finanziellen Förderung (z. B. Landesstelle, DFG⁴, DGMK⁵) der Promotion abhängen. Im Rahmen der Forschungsarbeit am PSG-Lehrstuhl partizipieren die Mitarbeitenden sehr aktiv am – mündlich und schriftlich geführten – wissenschaftlichen

Diskurs in deutscher und englischer Sprache (z. B. Publikationen, Tagungsbesuche, Projektberichte, Dissertation). Zudem besteht durch sehr gute nationale (z. B. LGL⁶, LVerGeo⁷, Stadt Mannheim) und internationale Vernetzung (z. B. TU Delft, Universidade Federal do Paraná Curitiba) eine Vielzahl von intra- und interdisziplinären Kooperationen. Gleichzeitig ist der Lehrstuhl über die Studiengänge „Geodäsie und Geoinformatik“ sowie durch den Export

⁴DFG: Deutsche Forschungsgemeinschaft

⁵DGMK: Deutsche Wissenschaftliche Gesellschaft für Erdöl, Erdgas und Kohle e.V.

⁶LGL: Landesamt für Geoinformation und Landentwicklung, Baden-Württemberg

⁷LVerGeo: Landesamt für Vermessung und Geoinformation, Rheinland-Pfalz

in benachbarte Fächer (z. B. Geophysik, Elektrotechnik) stark in die Lehre am KIT involviert. Ebenso konnte an der zielgruppenspezifischen Informationsweitergabe für Fachfremde (z. B. Interessensvertreter_innen, Schüler_innen, Lehrer_innen; Ausgestaltung des GIK - Social Media – Auftritts) mitgewirkt werden. Somit war es im Rahmen der Promotion individuell ausgestaltet und erfolgreich möglich, die in Tabelle 2.2 (linke Spalte) genannten kommunikativen und kooperativen Kompetenzen einzuüben.

Dies geschah insbesondere durch die Interpretation der gewährten Ausgestaltungsfreiräume, wodurch für den PSG-Lehrstuhl hinsichtlich der Ausprägungen des wissenschaftlichen Selbstverständnisses, der Professionalität sowie der persönlichen Grundhaltung (z. B. Optimismus) eine vielfältige Individualität gefördert wird. Da erfolgreich abgeschlossene Promotionen häufig den Einstieg in berufliche Tätigkeiten mit Personalverantwortung ermöglichen, erscheint die Evaluation und die Begleitung der Weiterentwicklung des beruflichen Handelns Dritter (z. B. Betreuung von Abschlussarbeiten, Anleitung von wissenschaftlichen Hilfskräften) rückblickend betrachtet besonders wertvoll (Tabelle 2.2, rechte Spalte).

4 Vorblick

Ergänzend zu der in Kap. 3 ausgeführten Betrachtung von wichtigen, während der Promotion angeeigneten Kompetenzen wird im Folgenden individuell akzentuiert diskutiert, welche Ziele der Promotionsphase mit dem Blick auf die aktuellen Tätigkeitsbereiche prominenter in den Fokus rücken sollten.

Während am PSG-Lehrstuhl sehr großer Wert auf Präzision und Exaktheit gelegt wird – wobei Kostenfaktoren wie Zeit oder Arbeitsumfang hinsichtlich ihrer Wichtigkeit zurückstehen – treten letztgenannte Faktoren in der beruflichen Praxis prominent in den Vordergrund. Um hohe Effizienz sicherstellen zu können, erfolgte bei allen drei erfolgreichen Absolventen ein individueller und strategischer Diskurs zur Auflösung dieser ambivalenten Arbeitsparadigmen. Hier erscheinen zielführende Trainingsangebote während der Promotionsphase hilfreich, wodurch das gezielte Streben nach Perfektion kombiniert mit einem gesunden Mut zur Lücke zu einer zieldienlichen Arbeitseffizienz führen kann. Im Rahmen von grundlagenwissen-

schaftlichen Projekten kann dies z. B. durch ein breiteres Aufgabenspektrum unterstützt werden, was eine erhöhte Anzahl von Perspektiven ermöglicht. Um Effizienz auch kommunikationsbezogen sicherzustellen, erscheinen klar strukturierte und zeitlich bzw. umfangreich enge Settings (z. B. während Arbeitsgruppentreffen) hilfreich. Durch die Einführung solcher mündlicher und schriftlicher Berichtsformen – in Ergänzung zu gepflegten, ergebnisoffen geführten Formen des wissenschaftlichen Diskurses – kann handlungsspezifisch Methodenvielfalt gewährleistet werden. Unterstützend können in ausgewählten Lehrkontexten (z.B. Projektarbeiten, Seminare) gezielt Konzepte angewendet werden, bei denen sowohl Studierende als auch Dozenten die investierte Arbeitszeit erfassen und rückkoppelnd und reflektierend den Prozess auf Optimierungspotenzial prüfen.

Obwohl im Kontext der Fachkompetenz nahezu alle Ausprägungen trainiert und damit angeeignet wurden, sind Verbesserungen hinsichtlich der angeleiteten Reflexion des persönlichen Entwicklungsprozesses denkbar. Insbesondere aufgrund von zeitlichen Restriktionen nehmen Betreuer_innen von Forschungsarbeiten ebenso wie Lehrstuhl-Kolleg_innen häufig eine beratende Rolle ein. Dabei stehen insbesondere fachlich-berufliche Anliegen im Zentrum der Unterstützung (Rauen 2014). Zieldienlicher erscheint – auch im Kontext der Ausprägung bzw. Schärfung des persönlichen und akademischen Selbstverständnisses – die verstärkte Berücksichtigung von coachenden Unterstützungselementen, bei der Betreuer_innen die Rolle von Prozessbegleitern ausfüllen und dabei reflektiv und entschleunigend bei der Selbstwahrnehmung unterstützen (Rauen 2014). Ein auf diese Weise verändertes Rollenverständnis wird systemisch auf die Arbeitsgruppe und die Ausbildung der Studierenden und damit studiengang- und organisationentwickelnd auf das System „Lehren und Lernen“ rückkoppeln (Gómez Tutor und Menzer 2012). Geeignete Instrumente und Unterstützungselemente zur Ausgestaltung der Prozessverantwortlichkeit bestehen am KIT bereits (z. B. Mitarbeitergespräche, KHYS, Graduiertenschulen). Darüber hinaus können lehrstuhlintern Instrumente etabliert werden (z. B. Mentoring durch ehemalige Lehrstuhl-Mitglieder).

5 Schleifenschluss

Durch die rückblickende, aktuelle Tätigkeiten einbeziehende Betrachtung von im Rahmen der Promotion gesammelten Erfahrungen, erworbenen Kompetenzen und etablierten Netzwerken kann die Ausbildung des wissenschaftlichen Selbstbilds reflektiert werden. Gleichzeitig ist es durch ein reflektives Innehalten möglich, validierend und anpassend auf bestehende Systeme einzuwirken. Grundlegend hierfür sind offene und dynamische Grundhaltungen sowie regelmäßigiger und wertschätzender Austausch. Alle diese Voraussetzungen bestanden am von Prof. B. Heck zieldienlich geleiteten PSG-Lehrstuhl, wodurch optimale Bedingungen für individuelle und nachhaltige Weiterqualifikation sichergestellt wurden. So konnten Arbeitsbedingungen etabliert werden, die die Aneignung nahezu aller im HQR festgelegten Ziele der Promotion ermöglichen.

Literatur

- AfH UZH (2008): Dossier Überfachliche Kompetenzen. Bereich Lehre, Arbeitsstelle für Hochschuldidaktik, Universität Zürich. URL: <https://goo.gl/6dF4Xg>.
- AK DQR (2011): Deutscher Qualifikationsrahmen für lebenslanges Lernen, verabschiedet vom Arbeitskreis Deutscher Qualifikationsrahmen (AK DQR). Vom 22. März 2011. URL: <https://goo.gl/SJpfGQ>.
- BGU KIT (2012): Promotionsordnung des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT) für die Fakultät für Bauingenieur- Geo- und Umweltwissenschaften. November. URL: <https://goo.gl/6s8t8d>.
- Bloom, B. S. (1972): Taxonomie von Lernzielen im kognitiven Bereich. vol. 4. Auflage. Beltz Verlag Weinheim, Basel.
- EQR (2008): Der europäische Qualifikationsrahmen für lebenslanges Lernen. Amt für amtliche Veröffentlichungen der Europäischen Gemeinschaften, Luxemburg. URL: <https://goo.gl/JWELyD>.
- Gómez Tutor, C. und Menzer, C. (2012): Vereinzelt angelegt – systemisch gedacht. Kopplungsprozesse als Ausgangspunkt einer nachhaltigen Hochschulentwicklung. *Zeitschrift für Hochschulentwicklung* 7(3):124–136.
- HQR (2017): Qualifikationsrahmen für deutsche Hochschulabschlüsse. Hochschulrektorenkonferenz, Kultusministerkonferenz, Bundesministerium für Bildung und Forschung. URL: <https://goo.gl/7Ym7ND>.
- KHYS KIT (2014): Promovieren am KIT. Karlsruhe House of Young Scientists. URL: <https://goo.gl/D7NrBb>.
- KIT (2009): Gesetz über das Karlsruher Institut für Technologie. vom 14. Juli 2009. URL: <https://goo.gl/xmuA5u>.
- KIT (2014): Regeln zur Sicherung guter wissenschaftlicher Praxis am Karlsruher Institut für Technologie (KIT). URL: <https://goo.gl/XYMhjt>.
- LHG (2005): Landeshochschulgesetz - LHG in der Fassung vom 1. Januar 2005. vom 01. Januar 2005. URL: <https://goo.gl/z7hL3F>.
- PEBA KIT (2013): Leitfaden zur Formulierung von Qualifikationszielen – Anlage zum Eckpunktepapier zur Gestaltung von Bachelor- und Master-Studiengängen am Karlsruher Institut für Technologie (KIT). URL: <https://goo.gl/fSR3R3>.
- PEBA KIT (2015): Leitfaden: Forschungsorientierte Lehre – Begriffsverständnis und Umsetzungsmöglichkeiten am KIT. Personalentwicklung und Berufliche Ausbildung, Karlsruher Institut für Technologie. URL: <https://goo.gl/acJwqm>.
- Rauen, C. (2014): Coaching. 3. Auflage. Hogrefe, Göttingen.
- Wildt, J. (2009): Forschendes Lernen: Lernen im „Format“ der Forschung. *journal hochschuldidaktik* 20(2):4–7.

A long-term cooperation in education and research in the field of geodesy between KIT and UFPR

Claudia Pereira Kruger¹ and Jorge Antônio Silva Centeno²

1 Laboratory of Space Geodesy and Hydrography, Federal University of Paraná,
E-Mail: ckrueger@ufpr.br

2 Department of Geomatics, Federal University of Paraná,
E-Mail: centeno@ufpr.br

Abstract

This article presents the results obtained within the international academic cooperation between Federal University of Paraná, in Brazil, and the University of Karlsruhe, in Germany. The focus was on the development of the two projects: GEOMACK-I (UNIBRAL Program), and SIRGAS Densification in Brazil with High Precision GPS Positioning, error modelling and integration of the vertical component (PROBRAL Program). Also presented is the main research developed within this cooperation.

1 The International Cooperation with UFPR

From 1981 to 1983, an international agreement allowed the cooperation between Brazil and Germany and the strengthening of the Graduate Program in Geodetic Sciences (PPGCG) of the Federal University of Paraná (UFPR) with the support of the German Agency for Technical Cooperation (GTZ) (Bähr 2005). This initiative helped to consolidate the Brazilian Graduate Program and opened the establishment of long-term technical and scientific cooperation between UFPR and German faculties.

Although the contact lost intensity during the 1990s, it was intensified since 2001, expanding academic mobility to a new partner, the University of Karlsruhe (now KIT, Karlsruhe Institute of Technology). Within a GEOMACK-1 project, one of the first projects of the so called UNIBRAL initiative of CAPES/DAAD was established. This project had the financial support of CAPES (Brazilian academic exchange service, Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível

Superior) and DAAD (German academic exchange service, Deutscher Akademischer Austausch Dienst) (*UNIBRAL (CAPES/DAAD)* nodate) and was coordinated by Prof. Dr. Hans-Peter Bähr and Prof. Dr. Claudia Krueger.

The GEOMACK-1 project included brief teaching missions of professors from Karlsruhe in Curitiba. Prof. Dr. Bernhard Heck of the Geodetic Institute of KIT was one of the German professors that showed great enthusiasm in the initiative and visited Curitiba within the project. During 2004 and 2005, he developed academic activities with active participation in the UFPR Graduate Program. After the UNIBRAL project ended, he provided the basis for a new joint project within the PROBRAL program (CAPES/DAAD) entitled „SIRGAS Densification in Brazil with High Precision GPS Positioning: error modelling and integration of the vertical component“. In the following, a summary of the results achieved in these projects coordinated by Prof. Dr. Bernhard Heck is presented.



2 GEOMACK-1 (UNIBRAL Program)

GEOMACK-I (GEOMatics in Curitiba and Karlsruhe) was part of the first group of projects approved by CAPES within the UNIBRAL program (*UNIBRAL (CAPES/DAAD)* nodate). Its aim was to strengthen the academic exchange at the undergraduate level and to establish bridges for academic mobility. Therefore, activities were proposed to increase the exchange of undergraduate students, academic staff and researchers, approach the curricular structures, aiming at a future mutual recognition of credits and the implementation of scientific research in close cooperation of the institutions including training practice for students.

The focus was on the undergraduate courses of Cartography and Surveying (UFPR/BRAZIL) and Geodesy and Geoinformatics (KIT/Germany). The project lasted for four years (2002-2005), and was carried out in two phases (each lasting for two years).

The goals for the first phase were:

- Exchange of academic staff to assess the compatibility of subjects between the two institutions and to obtain the necessary information for the recognition of these subjects by the collegiate body of the course;
- establish appropriate rules and student selection criteria, as well as, determine the potential number of participants;
- gain experience through the academic exchange; and
- identify new research lines and topics of interest to propose collaborative research projects.

Based on the analysis of the curricula of the institutions, three groups of subjects have been identified in order to align their curricula and establish the mutual acceptance. These were:

- subjects that can be recognized immediately (for instance: Remote Sensing, Digital Image Processing, Photogrammetry I and II, Measurements and Methods in Geodesy, Supervised Practice and Final Project);
- subjects that can be recognized after including minor modifications; and
- subjects that can be recognized but should be carefully analyzed.

The exchange program also allowed students to participate in subjects that were not offered in Brazil, thus expanding their knowledge. It also established the possibility of including new elective subjects within the undergraduate Cartography and Surveying Program with similar content as the German program; a fact that contributed positively to the modernization of the curriculum.

The GEOMACK-1 project had great success. It woke up the interest of the students to visit a foreign university as well as to learn a foreign language. Figure 2.1 shows student mobility development between the years 2001 and 2005. There was a shift of one year between the start of the projects in Germany and Brazil. The intense participation of the Brazilian students is clearly visible in the graphic, while it is also noticeable that the interest of the German students grew constantly over the years. It should be noted, however, that Brazil began its student mobility in 2002, having a total of five students in its student exchange program in this year. The collegiate body of the undergraduate course in Cartography and Surveying gave the expected support, for example, by approving the fast acceptance of the subjects studied in Germany.

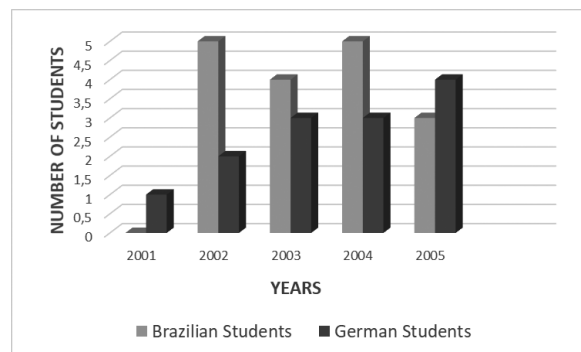


Figure 2.1: Exchange students in GEOMACK-1

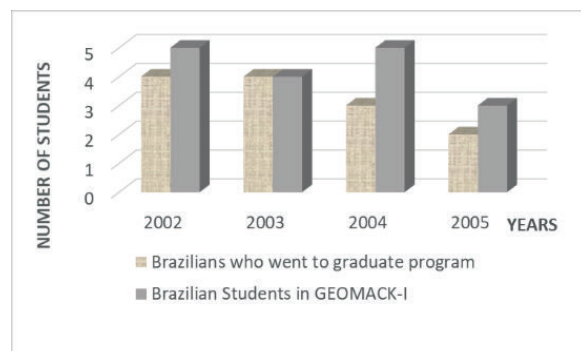


Figure 2.2: Students' behavior with respect to graduate program and GEOMACK-1

A consequence of the exchange project was that the experience gained abroad opened up new horizons for the involved students, awakening interest for research at higher levels. In this regard, Figure 2.2 shows the number of students that participated in the GEOMACK-1 project and later followed some graduate program, including doctor studies in Germany and Brazil.

The project, which has lasted four years, got a positive evaluation and it was well accepted by the students and teachers community, covering the academic interests of both institutions. It is important to note that there was a brisk demand from students of both educational institutions, despite having a small number of students in each course. The improvement in the academic performance of the Brazilian students was evident, since the search for international experience is growing since then.

Besides the students' exchange, lecturers of both institutions held seminars resp. courses at the partner university and were closely cooperating with their colleagues (e.g., collaborative research). A representative example is given by the research in atmospheric refraction and error sources in the precise GPS positioning which was carried out in close cooperation between the chair of Prof. Heck and members of the Geodynamics Laboratory at the University of Karlsruhe.

Within the fruitful partnership a significant number of SCI-journal publications were published. In addition, contributions to various national and international conferences were made. An very important output in scientific terms is given by the large number of undergraduate theses (e.g., Pitz 2003; Franco de Lacerda 2004; Pitz 2004).

As the outcome of the first project was positive in all aspects and the treated topics were of common scientific interest, a follow up project was the natural consequence. In this context, the GEOMACK-1 project established the basis for the proposal of a successor project within the PROBRAL program.

3 PROBRAL Program

In 2004, the Postgraduate Program in Geodetic Sciences (PPGCG) of the Department of Geomatics (DGE-OM) of the Federal University of Paraná (UFPR) and the Geodetic Institute of the University of Karlsruhe (GIK/UniKa) started working on a joint

project called „SIRGAS Densification in Brazil with High Precision GPS Positioning: error modelling and integration of the vertical component“, which was successfully submitted in 2005 to the PROBRAL joint program, funded by the academic exchange services CAPES and DAAD. The coordinators of this project were Prof. Dr. Claudia Krueger and Prof. Dr. Bernhard Heck. An important aspect of PROBRAL projects is to transfer technology between the two cooperating institutes.

The specific goals of this cooperation were related to research and higher education. At the beginning of the PROBRAL project the following aims were set:

- To qualify human resources at the graduate course in Geodetic Sciences and especially in Geodesy;
- to improve the knowledge of teachers in the field of Geodetic Sciences;
- to strengthen the exchange of scientific information;
- to contribute to the definition of SIRGAS vertical datum and its materialization in Brazil;
- to investigate errors in high-precision GNSS positioning;
- to understand and model errors in high-precision positioning using artificial intelligence;
- to increase the scientific production of the post-graduate program in Curitiba;
- to increase the scientific production by scientific and technical papers;
- to establish joint research in priority areas of Geodetic Sciences; and
- to improve the intercultural competences of all participants.

The joint research project was divided into three sub-projects related to:

- I Investigation of important error sources in precise GNSS positioning aiming for a better modeling of these errors.
- II Analysis and improvement of the Brazilian vertical network and integration with SIRGAS project.
- III Application in three-dimensional monitoring of the Earth's surface.

The Brazilian participants carried out several studies and field missions within the four-years project (2006-2009). Within this period, five study missions were carried out. This involved the participation of students of the Brazilian graduate program (Jaime Freiberger Jr.

in 2006; Roberto T. Luz in 2006; Mauricio I. Sejas in 2007; Rodrigo M. Gonçalves in 2008 and Vagner G. Ferreira in 2008) and the German graduate program with three doctorate students (Franziska Wild-Pfeiffer in 2006; Andreas Knöpfler in 2006, 2008 and 2009; and Xiaoguang Luo in 2007, 2008 and 2009). During their stay at the UFPR, the German students were able to obtain cultural experience and gain language skills, as well as expand their teaching abilities.

The project proved to be very successful, including joint mentoring of doctor research projects as well as increased number of joint publications in scientific journals, books and proceedings and oral resp. poster presentations at symposiums. The successful submission of two graduate works, three masters theses and five PhD. theses document the success (Krueger and Heck 2012). The intense productivity was based, on one hand, on the good personal relationship between the project partners in Brazil and Germany, and, on the other hand, on the balanced contributions of the partners.

In sub-project I, the first results were achieved with the research on the calibration of GPS antennas together with the analysis of the effect of the multipath propagation. One of the main aims in this sub-project was to establish a relative receiver antenna calibration field for GNSS instrumentation on the roof of the „Astronomical Laboratory Camil Gemael“ called BCAL/UFPR (<http://www.lageh.ufpr.br/>), located in the Polytechnic Campus of the UFPR in Curitiba (Brazil). Within this project, three stable and long-lasting pillars (1000, 2000, and 3000) were built, based on experiences obtained at the GIK related to the establishment and the monumentation of the geodetic network sites. For further details see

The studies carried out by the group of Geodetic Reference and Satellite Altimetry Laboratory (LARAS) in the sub-project „Integration of the Brazilian vertical network to SIRGAS“ allowed to define procedures to integrate the data from geometric leveling, gravity, tide gauge stations and satellite altimetry.

The sub-project III started with the analysis of spatio-temporal data and the construction of a CGIS (Coastal GIS) based on data composed of historical maps using remote sensing and satellite geodesy to extract the coastline.

With the development of this research project, the following points were also achieved:

- Contribution to the resolution of problems related to the precise GNSS positioning and environmental monitoring in Brazil;
- establishment of the first calibration site for GNSS antennas in Brazil and South America; and
- the contribution to the bi-nationally supervised doctoral and post-doctoral formation that allows an international experience in centers of excellence and consolidated the exchange (personal correspondence) with German institutions.

4 Selected research developed in Geodesy

4.1 Monitoring the Isthmus of „Ilha do Mel“ (Honey Island)

The „Ilha do Mel“ island is located at the entrance of the Paranaguá bay. It is an environmental preservation area and is protected by law. It has intense touristic activities that provide financial income for its inhabitants. The island covers an area of 27 km² and the length of the coastline is close to 36.5 km. It consists of two parts linked by a thin isthmus: The largest at the northwest and the smallest at the southeast. Studies have been carried out regarding the separation of the two parts, which would cause significant changes in the delta of the Paranaguá river and the routes of the ships that sail to the Paranaguá port, and would also affect the tourism in the island. The first scientific study on the deformation of the island and its consequences was made in 1954, when the scientists supposed that one day the „Ilha do Mel“ island would be divided into two parts. The erosion process at the area of the isthmus of the „Ilha do Mel“ has been reported constantly by the local press due to the destruction effects on the surrounding buildings as well as problems with the electrical power supply.

In the 1990s, the first double frequency GPS measurements based on kinematic relative positioning were made to detect the coastline and volumetric changes in this area. The comparison between measurements of the years 1997 and 2003 (figure 4.1) showed changes of the coastline in the southeast and in the northwest part of the isthmus (Pitz 2003). The coastline

in the northwest and in the southeast of the Isthmus is affected by retro gradation and moving towards the South American continent. The results obtained in different volumetric analyzes show that there is no constant pro- or retro gradation effect working in the Isthmus area.

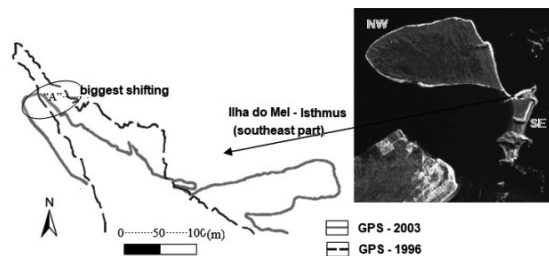


Figure 4.1: The Variation of the coastline in the southeast part of the Isthmus and the comparison between the coastline SE, 1996/2003 (Krueger et al., 2009) .

The erosion at the „Ilha do Mel“ Island is caused by natural processes as well as by human influence. Monitoring the evolution of the region could be improved by creating a geodetic and cartographic base that would provide systematic and up-to-date information on the current state. It would support a permanent study and a better understanding of the current environmental risks and challenge. It would also provide hints to control both: future human activities and natural factors caused by environmental and climate changes.

The studies developed by the PROBRAL team found a significant change in the width and volume of the isthmus. Figure 4.2 shows the planialtimetric map produced by the data that were collected in 2013 in the isthmus. Altimetric differences around 2.7 meters (-0.1 m to 2.6 m) were noticed. These results indicated a progradation but deeper analysis showed that these variations occurred due to human interventions in the study area, for example, dredged material was deposited on the isthmus. New measurements are planned to be done in this area. The data will be processed and results will be available soon.

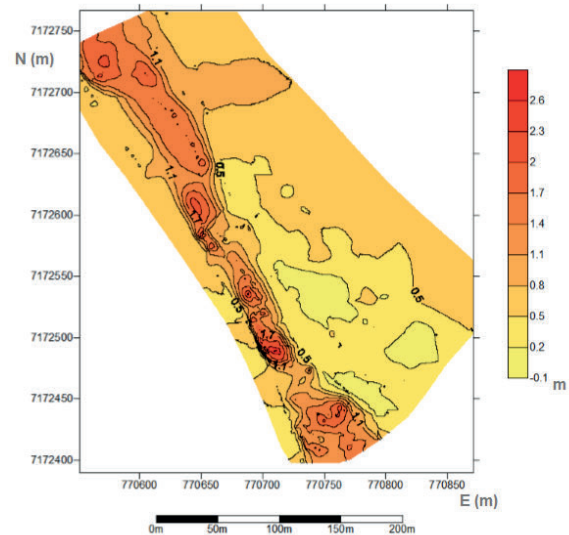


Figure 4.2: The Isthmus planialtimetry in 2013 (UTM coordinates, WGS-84), (Buchmann and Kummer, 2013) .

4.2 Baseline Calibration for GNSS antennas in Brazil

Within the PROBRAL project, a relative, pillar-based GPS/GNSS antenna calibration infrastructure was established in Curitiba. The pillars were built following the specifications of IBGE (Brazilian Institute of Geography and Statistics), responsible for surveying and mapping in Brazil. This calibration field assures important studies which will continue to contribute to solving problems related to GNSS (Global Navigation Satellite Systems) precise positioning in Brazil, especially focusing on the height component. The calibration of GNSS antennas by the proposed method (relative calibration) has advantages in terms of performance and precision considering the basic investments for the installation of equipment, measurements, and maintenance. The operational efforts are reduced since measurements are performed automatically. By this efficient method the phase center offsets (PCO) as well as elevation- and azimuth-dependent antenna phase center variations (PCV) can be determined with high resolution and considerable reduction of multipath effects. The first experiments showed that by relative calibrations of antennas with respect to an individually absolute calibrated antenna, the same level of precision can be achieved as in absolute calibration. The relative antenna calibration field was the first established in Latin America. The experiments carried out in Brazil showed the influence of multipath acting

with similar intensity on the calibration pillars 1000 (West) and 2000 (North) (Schaefer 2007; Freiburger Junior 2007). The results obtained in Germany proved that the influence of the multipath effect is extremely important and should be considered in high precision GNSS measurements. Different experiments were carried out by applying the relative calibration method to determine and compare different calibration parameters for the TRM 22020.00+GP antenna. This antenna was calibrated in three sessions of 24 hours, with a data-sampling rate of 15 seconds. The WaSoft/Kalib software was used to process the GNSS phase observations. PCO- and PCV-values were determined relatively with respect to a 3D choke ring antenna type, which was calibrated absolutely by Geo++ (Garbsen, Germany). In this context, five antennas of the same model (Trimble Zephyr GNSS Geodetic II) were calibrated at BCAL/UFPR. The goal of the case study was to verify the difference between individual parameters determined at BCAL/UFPR and mean parameters published by the NGS (National Geodetic Service, USA). The results generated were promising. The obtained results indicate that the calibration parameters vary with time for a given antenna. Thus, taking calibration values into account is recommended when high precision surveys are to be performed. It was also noticed that the values of the vertical component of PCO suffer greater variations during rainy periods and high relative humidity. In general it was found out that antennas of different models show increased values in the vertical component of the PCO when there is a reduction in the average moisture associated with an increase in the mean temperature. Other results can be found in Huinca (2014) and Huinca et al. (2015).

Future investigations will focus on a more detailed analysis of low-elevation antenna parameters in combination with site-specific effects. In addition, the effects of individual calibration parameters with respect to estimated coordinates will be evaluated.

4.3 Integration of the Brazilian vertical network to SIRGAS

In order to integrate the Brazilian vertical network into SIRGAS, a software, written in Fortran and Octave, was designed. This was necessary in order to take into account the peculiarities of the Brazilian context,

emphasizing the importance of semi-automatic assembly of the vertical network in geopotential numbers. This was done using the program IDNOS. Gravity and leveling data from IBGE were analyzed with respect to problems related to forming up geopotential differences; for this purpose, a subset of recently observed RAAP (Brazilian Fundamental Vertical Network) lines was identified, in which for all benchmarks gravity information was available. Simulating different scenarios concerning the lack of gravity observations, the results indicated an overoptimistic estimation of the quality of the gravity interpolation. A rigorous adjustment of the leveling network showed excessive distortions in the height values, as well as problems arising from heterogeneities in the region of Imbituba (Brazil). A subnetwork of RAAP connecting three tide gauge stations (Imbituba, Macaé, Salvador) was selected as a reference for the study of the sea surface topography at the Brazilian coast. These tide gauge stations have been interconnected by suitable satellite altimetry tracks that are virtually collinear to these stations. The first attempts in height transfer via satellite altimetry proved to be promising, although major inconsistencies at crossover points were detected.

In the doctoral thesis of Ferreira (2011) a novel procedure of GNSS leveling was founded and tested, based on the fixed GBVP. This procedure uses GNSS ellipsoidal heights in combination with gravity disturbances for the determination of geopotential numbers. For a topographical Earth surface the fixed geodetic boundary value problem (GBVP) cannot be solved analytically; therefore a series expansion of Molodensky-Brovar type has been derived. The theory has been applied to two case studies, one in the Federal State of Baden-Württemberg, Germany, and the other in Paraná State, Brazil. The results showed that the achievable precision strongly depends on the resolution of the gravity data coverage; lack of gravity data in Brazil has been identified as the major error source.

4.4 Application in three-dimensional monitoring of Earth's surface

The goal of this study carried out in the framework of the doctoral thesis of Gonçalves (2010) was to compare and assess the three shoreline prediction models: robust parameter estimation, neural network, and lin-

ear regression. A section of the Brazilian coast in the vicinity of Matinhos Beach in the State of Paraná has been selected for a case study using material from analogue photogrammetry (years 1954, 1963, 1980, 1991, and 1997) and recent GPS data (year 2001, 2002, 2005, and 2008) for control. For the case study the best results concerning prediction of the shoreline kinematics have been obtained using the robust estimation model.

5 Final remarks

The long term cooperation between UFPR and KIT in the field of Geodesy is a result of intense work of several years and the dedication of the research staff in both universities. On the German side, the first steps that were introduced by Prof. Dr. Bähr found a high quality follower in the person of Prof. Dr. Bernhard Heck. He pushed the German side towards the exchange and the interaction with the UFPR. It is remarkable what efforts he made during the many hours he spent learning Portuguese and Brazilian culture, along with the technical support he gave to the project members.

The studies presented here are a short compilation of projects, which would have not been possible without the dedication of the German and Brazilian scientists that worked together in a synergic manner, combining competences and summing efforts towards the academic approach of two different countries.

References

- Bähr, H.-P. (2005): Erreichtes und Unerreichtes - Kommentare zum UNIBRAL-Programm 2001 bis 2005 UFPR Curitiba - Fridericiana Karlsruhe. In: *GEOMACK-1*. Ed. by C. P. Krueger, J. A. S. Centeno, and H.-P. Bähr. Curitiba, pp. 15–25. ISBN: 85-88783-07-X.
- Buchmann, A. F. and Kummer, L. d. A. (2013): Análise da variação volumétrica do istmo da Ilha do Mel em função de diferentes métodos de posicionamento GNSS com uso de diferentes receptores. Undergraduate dissertation in cartographic and surveying engineering. PhD thesis. Curitiba, Paraná, Brazil: Departamento de Geomática, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Paraná, Brazil.
- Ferreira, V. G. (2011): Solução do tipo Brovar para o Segundo Problema de Valor de Contorno da Geodésia com Vistas à Modernização de Sistemas de Altitudes. PhD thesis. Curitiba, Paraná, Brazil: Departamento de Geomática, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Paraná, Brazil.
- Franco de Lacerda, C. (2004): An Investigation on Multipath Effects in GPS Code and Phase Observations. Undergraduate dissertation in Geodesy and Geoinformatics. Karlsruhe, Germany: Geodetic Institute, University of Karlsruhe.
- Freiberger Junior, J. (2007): Investigações para a calibração relativa de antenas de receptores GNSS. PhD thesis. Curitiba, Paraná, Brazil: Departamento de Geomática, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Paraná, Brazil.
- Gonçalves, R. M. (2010): Modelagem de Tendência a Curto-Prazo da Linha de Costa Através de Dados Geodésicos Temporais Utilizando Regressão Linear, Estimativa Robusta e Redes Neurais. PhD thesis. Curitiba, Paraná, Brazil: Departamento de Geomática, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Paraná, Brazil.
- Huinca, S. (2014): Análise de Influências Ambientais na Calibração de Antenas de Receptores GPS. PhD thesis. Curitiba, Paraná, Brazil: Departamento de Geomática, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Paraná, Brazil.
- Huinca, S., Krueger, C. P., Heck, B., Mayer, M., and Knöpfler, A. (2015): BCAL/UFPR – The GNSS Antenna Calibration Service of Latin America. In: *IAG 150 Years. International Association of Geodesy Symposia*. Ed. by C. Rizos and P. Willis. Cham: Springer, pp. 603–609. ISBN: 978-3-319-30895-1.
- Krueger, C. P., Gonçalves, R. M., and Heck, B. (2009): Surveys at the Coast of Paraná, Brazil, to Determine the Temporal Coastal Changes. *Journal of Coastal Research* 56:1–5.
- Krueger, C. P. and Heck, B. (2012): The transnational cooperation between CPGCG and GIK in the framework of PROBRAL. Mayer, M; Krueger, C. P.; Heck, B. (Hrsg.): *Highly Precise Positioning and Height Determination using GPS - Results of a PROBRAL project by Universidade Federal do Paraná (UFPR, Curitiba, Brazil) and Karlsruhe Institut für Technologie (KIT, Karlsruhe, Germany)* 2012.
- Pitz, C. (2003): Coastline sand Volumetric changes on the Ilha do Mel, Paraná, in using GPS. 15-22.
- Pitz, C. (2004): Determination and Validation of GPS based slant Water Vapor Values. Undergraduate dissertation at UFPR. Curitiba, Paraná, Brazil: Departamento de Geomática, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Paraná, Brazil.
- Schaefer, B. (2007): Investigations on multipath effects of GPS reference stations in Paraná and the First Baseline Calibration Station of Brazil (1st BCALBR) in Curitiba, PR. Undergraduate dissertation in Geodesy and Geoinformatics.
- UNIBRAL (CAPES/DAAD) (n.d.). URL: <http://www.capes.gov.br/Cooperac%C3%A3o/Acordos/Alemanha/UNIBRAL.htm>.

Geodätische Projekte für Archäologie und Denkmalschutz als Bestandteile eines praxisbezogenen Studiums

Tilman Müller

Fakultät für Informationsmanagement und Medien, Hochschule Karlsruhe – Technik und Wirtschaft
E-Mail: tilman.mueller@hs-karlsruhe.de

Zusammenfassung

Die Mitarbeit in archäologischen Projekten und bei Aufgaben des Denkmalschutzes bietet Studierenden die Möglichkeit, neue Technologien praktisch zu erproben, erprobte Technologien auf neue Probleme anzuwenden und kreative Lösungen zu entwickeln. Studierende können Projekte selbständig durchführen, ihre praktischen Erfahrungen erweitern und teilweise auch Auslandserfahrung sammeln.

1 Einleitung

Theoretische Studieninhalte mit praktischen Anwendungen zu verbinden ist gerade an den Hochschulen für Technik ein wesentliches Merkmal des Studienaufbaus. In vielen praktischen Übungen und kleinen Projekten wird dieses Ziel im Laufe des Studiums verwirklicht. Von besonderem Reiz sind jedoch Projekte, bei denen die Ergebnisse nicht nur für den Studierenden selbst von Bedeutung sind, sondern die auch darüber hinaus für andere Nutzen bringen. Im Bereich der Archäologie und des Denkmalschutzes werden viele Projekte mit geringem Budget und großem Idealismus durchgeführt, bei denen auch geodätische Aufgaben anfallen. Wenn es gelingt, solche Projekte in den Studienablauf einzubinden, wird zum einen die Motivation der Studierenden gestärkt, andererseits können neue Verfahren und Technologien ohne allzu großen Erfolgsdruck getestet werden. Schließlich wird damit auch ein Beitrag zur gesellschaftlichen Aufgabe der Hochschule geleistet, die oft auch als „Third Mission“ bezeichnet wird.

2 Service Learning im Hochschulstudium

Beim Service Learning werden der Wissenserwerb und die Entwicklung fachlicher Fähigkeiten mit sozialem Engagement und der Generierung von Nutzwert für die Gesellschaft verknüpft. Dadurch erhöhen sich einerseits die Lernbereitschaft und der Leistungswille der beteiligten Studierenden, andererseits werden ihre kommunikativen und organisatorischen Fähigkeiten gefordert und weiterentwickelt. Schließlich kommen die Erfolge ihrer Tätigkeit der Gesellschaft zugute. Die Theorie und die praktische Anwendung dieses Ansatzes wurden in den USA bereits seit den 1960er Jahren entwickelt und an Schulen und Hochschulen eingeführt. In Deutschland wird das Thema erst seit dem 21. Jahrhundert thematisiert, obwohl der Grundgedanke bei praktischen Projekten seit vielen Jahren immer wieder im Hintergrund steht. Dabei wurde diese Methodik zunächst vor allem im schulischen Bereich eingesetzt. In den letzten Jahren wird das Thema jedoch auch verstärkt an Hochschulen aufgegriffen (Backhaus-Maul und Roth, 2013).

An der Hochschule Karlsruhe – Technik und Wirtschaft wird Service Learning seit 2017 an der Fakul-



tät für Elektro- und Informationstechnik institutionalisiert eingeführt. Im geodätischen Bereich werden jedoch bereits seit vielen Jahren Projekte durchgeführt, die den Gedanken des Service Learnings aufnehmen. Sie werden von Studierenden teils als verpflichtende Projektarbeiten, teils als freiwillige Projektteilnahmen oder im Rahmen ihrer Abschlussarbeit durchgeführt. Sie konfrontieren die Studierenden mit den Anforderungen von Auftraggebern, die in der Regel selbst keine geodätischen Kenntnisse haben. Die selbständig zu erarbeitenden Lösungen werden für die praktische Verwendung benötigt, was alle Mitwirkenden zu besonderen Anstrengungen motiviert.

3 Kooperationsprojekte mit Denkmalämtern und archäologischen Institutionen

Bei der geodätischen Begleitung von archäologischen Ausgrabungen ebenso wie bei der Dokumentation des kulturellen Erbes werden die Studierenden nicht nur mit neuen geodätischen Fragestellungen konfrontiert. Sie lernen darüber hinaus Fragestellungen aus anderen Fachgebieten und ein interdisziplinäres Arbeitsumfeld kennen.

Über viele Jahre hinweg wurde die Topographieausbildung an der Hochschule Karlsruhe durch gemeinsam mit dem Landesdenkmalamt durchgeführte Feldübungen ergänzt, bei denen Bodendenkmale in Baden-Württemberg für den Atlas archäologischer Bodendenkmäler detailliert aufgenommen wurden. Auch wenn die Messungen und Auswertungen aus den 90er Jahren zum Teil erst heute publiziert werden (Morissey und Müller, 2017), so war den Studierenden doch die Bedeutung der Aufgabe bereits bei der Aufnahme und Ausarbeitung der Pläne bewusst. Die gesellschaftliche Bedeutung des Engagements der Hochschulen Karlsruhe und Stuttgart und ihrer Studenten wurde bereits 1998 durch den baden-württembergischen Archäologiepreis gewürdigt.

Die Erprobung neuer Technologien in studentischen Projekten erfolgt meist im Rahmen von Abschlussarbeiten, bei denen in den vergangenen Jahren etliche Kirchen, Burganlagen oder Kellersysteme dokumentiert wurden. Die Erprobung betrifft zum einen die Messtechnologien. Während in den 90er Jahren der automatische Datenfluss und der Ein-

satz des elektronischen Feldbuchs optimiert wurden, stehen heute die verschiedenen Möglichkeiten des 3D-Laserscannings, aber auch der Nahbereichs- und UAV-Photogrammetrie sowie die Kombination dieser Methoden im Zentrum des Interesses. Zum anderen werden effiziente Wege der Datenaufbereitung für Visualisierungen, Computeranimationen und die interaktive Erkundung der generierten 3D-Modelle erarbeitet.

4 Terrestrisches 3D-Laserscanning bei studentischen Projekten

Projekte mit terrestrischem 3D-Laserscanning können vom Umfang und der Aufgabenstellung her häufig so eingegrenzt werden, dass sie von Studierenden von der Messung bis zum Ende der Auswertung selbständig durchgeführt werden können.

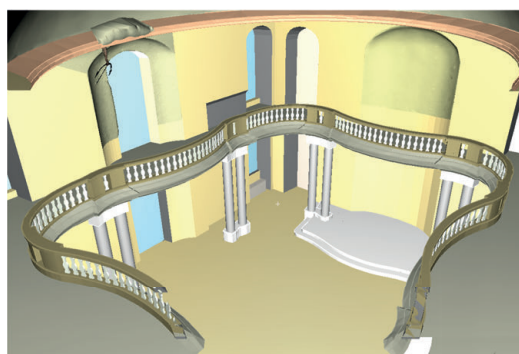


Abbildung 4.1: Ausschnitt aus dem 3D-Modell des Asamsaals im Ettlinger Schloss (Weinmann, 2008).

Beispiele für den Einsatz des Laserscannings sind die von Weinmann (2008) und Holländer (2009) durchgeführten Aufnahmen des Ettlinger Schlosses (vgl. Abb. 4.1). Die Aufnahmen dienen zum einen der Dokumentation des baulichen Istzustands und als Grundlage möglicher Renovierungsmaßnahmen. Zum anderen lassen sich verschiedene Messausrüstungen und Softwaretools an einem praxisrelevanten Beispiel auf ihre Einsatztauglichkeit prüfen. Gerade bei detailreichen, vielfach gekrümmten Objekten ist eine Modellierung sehr aufwändig. Reine Punktwolken oder daraus triangulierte Oberflächen weisen hingegen nicht nur eine enorme Datenmenge auf, sondern darüber hinaus viele Datenlücken, da solche Objekte mit vertretbarem Aufwand nicht komplett gescannt werden können. Hier sind optimierte Strategien erforderlich, um dreidimensionale Modelle ausreichender Genauigkeit

und Detailtreue mit möglichst geringem Aufwand erstellen zu können.

Bei Auslandseinsätzen kommen zusätzliche Anforderungen hinzu. Abgelegene Messgebiete mit schlechter Infrastruktur erschweren die Messungen. Auftretende Probleme müssen so kompensiert werden, dass die Ziele des Projekts dennoch erreicht werden können. Bei geodätischen Arbeiten zur Dokumentation der ehemaligen uighurischen Hauptstadt Karabalgasun in der heutigen Mongolei waren viele dieser Fähigkeiten gefragt. Bei der Darstellung der oberirdisch erhaltenen Reste dieser aus Lehm errichteten, seit dem 9. Jahrhundert zerfallenden Anlage sind sehr unregelmäßige Strukturen abzubilden (vgl. Abb. 4.2). Dies gelingt grundsätzlich durch Triangulation der Punktwolke, wobei jedoch vorhandene Höhlungen, die auf ursprünglich verbaute hölzernen Balken zurückgehen, nicht vollständig eliminiertes Bewuchs und andere störende Einflüsse die Vermaschungsalgorithmen vor erhebliche Probleme stellen und zu vielen Fehlvermaschungen führen. Trotz Optimierung des Vorgehens bleibt ein erheblicher Nachbearbeitungsaufwand, der weit über die Dauer der Messkampagne vor Ort hinausgeht.



Abbildung 4.2: Blick auf die Stupa im Zentrum der Festungsanlage von Karabalgasun (oben) und zugehöriger Ausschnitt aus dem 3D-Modell (unten) (Kollowa und Laryea, 2008).

5 Nahbereichsscanning und andere Messverfahren

Für Objekte mit besonders feinen Oberflächenstrukturen können Linienscanner oder andere nach dem Triangulationsprinzip arbeitende Systeme eingesetzt werden. Sie erfassen Oberflächen mit Punktgenauigkeiten im Millimeterbereich und besser in wenigen Sekunden. Wenn Oberflächengenauigkeiten von wenigen Zehntelmillimetern benötigt werden, ist das Messfeld auf einige Quadratdezimeter beschränkt. Diese Technologie wird in der Regel im Labor oder in Werkshallen zur Vermessung von Industrieprodukten eingesetzt und ist entsprechend optimiert. Aber auch bei archäologischen Projekten können diese Systeme gute Dienste leisten, wenn Objekte feine geometrische Oberflächenstrukturen tragen. Bei großen Objekten oder wenn die Vermessung im Freien erfolgen muss, weil die Objekte nicht vom Fundort entfernt werden können, müssen die üblichen Mess- und Auswerteverfahren modifiziert werden.

Am Göbekli Tepe bei Şanlıurfa im Süden der Türkei wurde eine Vielzahl großer T-förmiger steinerner Stelen gefunden (vgl. Abb. 5.1), von denen viele reichhaltige Reliefs auf der rauen Sandsteinoberfläche aufweisen.



Abbildung 5.1: Teilweise ausgegrabene kreisförmige Anlage am Göbekli Tepe (Seitz, 2008).

Sie sind in kreisförmigen, durch Steinmauern verbundenen Anlagen um jeweils zwei Zentralpfeiler aufgestellt. Mit einem Alter von über 10.000 Jahren werden diese steinzeitlichen Anlagen als die weltweit frühesten bekannten Tempelanlagen interpretiert (Schmidt, 2007).

Die Pfeiler erreichen Höhen von über 4 m und wiegen mehrere Tonnen, so dass sie am Fundort verbleiben müssen. Mit dem Auge sind viele Reliefstrukturen nur bei bestimmten Lichtverhältnissen gut zu erkennen, da

sie sich farblich nicht vom Untergrund abheben. Sie stellen Tiergestalten dar, während der Pfeiler selbst als menschliche Form interpretiert werden kann.

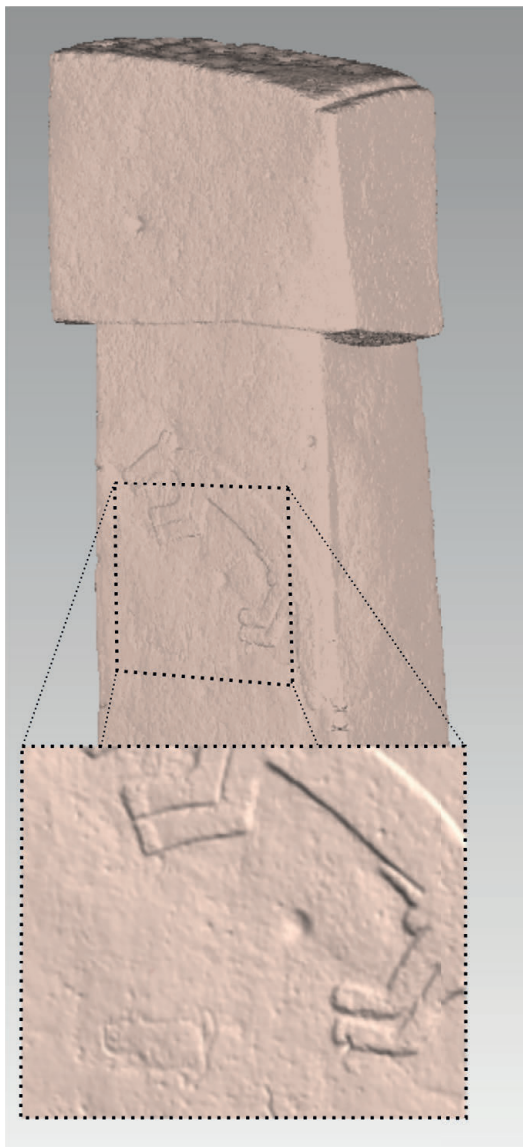


Abbildung 5.2: 3D-Modell eines T-Pfeilers und Detailausschnitt aus dem Relief eines Fuchses mit einer kleinen Ritzzeichnung darunter, die vermutlich ein Wildschwein darstellen soll (Bühler und Kesapidis, 2006).

Durch Witterungseinflüsse und möglichen Vandalismus sind die Pfeiler nach ihrer Ausgrabung gefährdet. Daher sollen sie so detailgetreu wie möglich digitalisiert werden (vgl. Abb. 5.2). Außerdem wurden Repliken einiger Pfeiler für eine Ausstellung im Badischen Landesmuseum in Originalgröße hergestellt, die auch in der Oberflächenstruktur den Originalen entsprechen sollten. Die Auflösung am Objekt darf daher nicht geringer als etwa 1 mm werden, so dass für die Erfassung eines T-Pfeilers teilweise mehrere hundert einzelne Scans durchgeführt und gemeinsam registriert wer-

den müssen. Dabei wird zum einen eine Anpassung der Messkonstellation auf die grabungsbedingt ungünstigen und beengten Platzverhältnisse sowie eine Abschattung des Sonnenlichts durch zeltartige Konstruktionen erforderlich. Zum anderen muss die auf der lokalen Anpassung benachbarter Scans beruhende Registrierung mit ICP-Algorithmen modifiziert und für manche Fälle mit Ausgleichsmethoden ergänzt werden. Damit kleine systematische Restfehler in den Überlappungsbereichen der Punktwolken nicht zu Qualitätsminderungen bei der Generierung des Gesamtmodells eines Pfeilers führen, müssen darüber hinaus die Einzelscans manuell nachbearbeitet werden.

In Kooperationsprojekten mit ausländischen Hochschulen kann das Verantwortungsbewusstsein für das kulturelle Erbe mit der internationalen Zusammenarbeit verbunden werden. Im 2015 gestarteten Kooperationsprojekt „Geomatik für die Erhaltung des kulturellen Erbes“ arbeiten Professoren, Mitarbeiter und Studierende der Hochschule Karlsruhe zusammen mit Kollegen der Universidad Politécnica de Valencia und der Aristoteles Universität Thessaloniki gemeinsam an je einem Projekt in jedem Land. Dabei werden verschiedene Mess- und Auswertetechnologien kombiniert. In Deutschland werden 2008 Aufnahmen im Bereich der Weltkulturerbestätte Kloster Maulbronn durchgeführt.

6 Einsatz moderner Präsentationstechniken

An die Darstellung der Messungsergebnisse werden ständig steigende Anforderungen gestellt. Während in den 90er Jahren die Ausarbeitung eines Plansatzes mit graphischer Datenverarbeitung dem Stand der Technik entsprach, werden heute dreidimensionale Modelle abgeleitet oder Geoinformationssysteme aufgebaut. Durch die Belegung der modellierten Flächen mit Fotos oder künstlichen Texturen können realistische Bilder und Animationen erzeugt werden. Auch ein interaktiver Gang durch die erzeugten Modelle wird möglich.

Ein dreidimensionales Modell ist heute Bestandteil vieler Abschlussarbeiten. Als Beispiel sei hier die Klosterkirche Frauenalb genannt, die durch Heiker (2010) aufwendig modelliert wurde (vgl. Abb. 6.1).

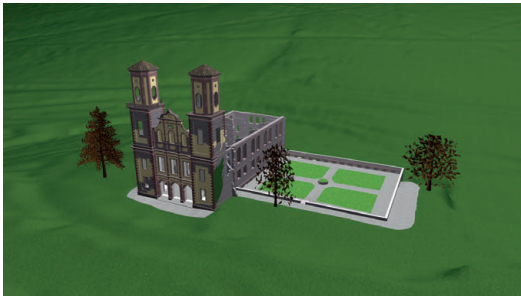


Abbildung 6.1: 3D-Modell der Klosterkirche Frauenalb (Heiker, 2010).

Für ein verformungsgerechtes Aufmaß und aktuelle Planunterlagen wurde der Baukörper zunächst mit Laserscanning erfasst. Als Bestandteil eines interdisziplinären Projekts wurde daraus ein 3D-CAD-Modell erzeugt, das zur Visualisierung des aktuellen Zustands, als geometrische Grundlage für bauphysikalische Untersuchungen und deren Dokumentation sowie für Studienprojekte der Bauingenieur-Studierenden zu möglichen Baumaßnahmen an einem solchen Gebäude diente.

Die Präsentation des Modells in einer Animation gibt einen besonders guten Eindruck vom aktuellen Gebäude, der sich durch Hinzufügen von geplanten Teilen mit möglichen künftigen Zustände vergleichen lässt.

Als Beitrag zum 300. Stadtgeburtstag von Karlsruhe

im Jahre 2015 wurden im Zuge vieler Studien- und Abschlussarbeiten 3D-Modelle konstruiert und texturiert, die Karlsruhe zu verschiedenen Zeitpunkten zeigen. Dazu wurden in Kooperation mit dem Stadtmuseum und dem Liegenschaftsamt Karlsruhe historische Fotos und Zeichnungen, Pläne und andere Dokumente mit den heute noch bestehenden Gebäuden, dem digitalen Gelände- und Höhenmodell und dem in weiten Bereichen unveränderten Stadtgrundriss kombiniert, um einen lebendigen Eindruck der Stadt in den Jahren 1715, 1834, 1915, 1945 und 2015 zu erhalten und die verschiedenen Zustände direkt vergleichen zu können (vgl. Abb. 6.2). Die Visualisierung und Publikation der Ergebnisse erfolgte in unterschiedlichen Ausgabeformaten. Videosequenzen von einigen vordefinierten Routen durch die Stadt erlauben es, das Aussehen der Stadt zu verschiedenen Zeiten vom gleichen Standpunkt aus gesehen direkt zu vergleichen (Günther-Diringer, 2015). Mit einer Laufzeit- und Entwicklungsumgebung für Computerspiele wie der Spiel-Engine Unity kann sich der Betrachter selbst durch die entsprechend aufbereiteten Modelle navigieren und diese z.B. mit einer VR-Brille dreidimensional betrachten kann.

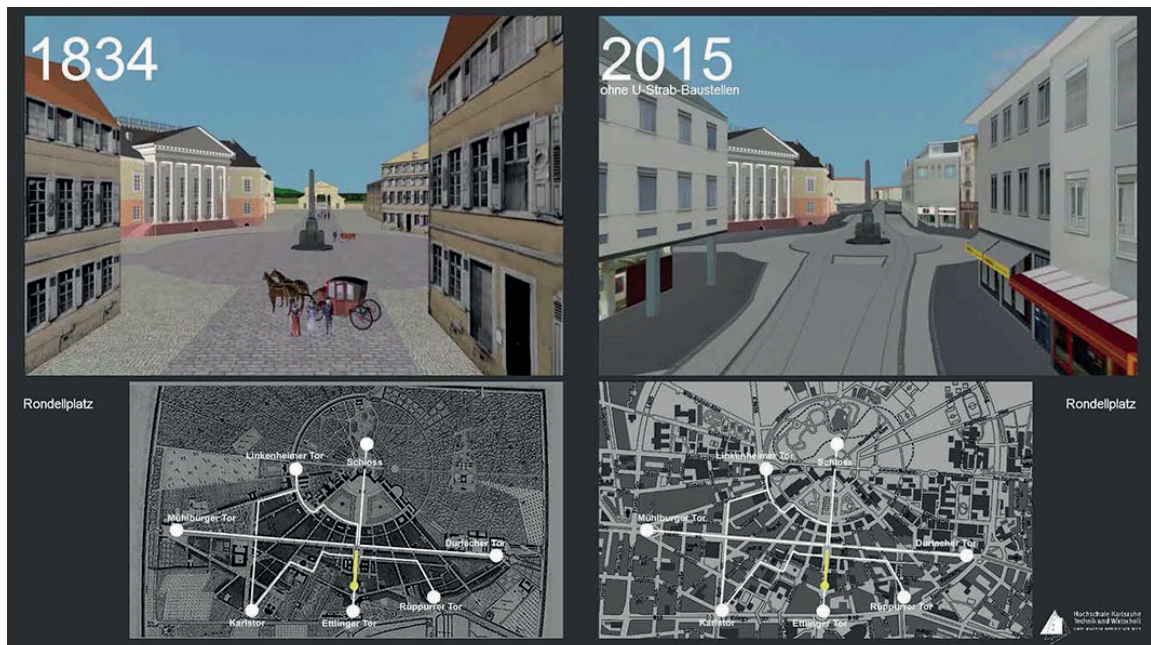


Abbildung 6.2: Ausschnitt am Rondellplatz aus den Videos zum Vergleich der 3D-Stadtmodelle von Karlsruhe der Zeitschnitte 1834 und 2015 (Günther-Diringer, 2015).

7 Fazit

Geodätische Projekte mit archäologischem oder denkmalschützerischem Hintergrund eignen sich gut als motivierende Elemente eines geodätischen Studiengangs. Im Sinne eines projektorientierten Studiums sind, ausgehend von einer praktischen Aufgabenstellung, alle notwendigen Messtechniken und Visualisierungsmethoden zu erarbeiten. Dadurch können die aus den Vorlesungen bekannten Grundlagen vertieft und erweitert werden. Durch die vielfach vorhandene Flexibilität bei der Aufgabenstellung können auch neue Technologien gut in die Aufgabenstellung integriert werden.

Literatur

Backhaus-Maul, H. und Roth, C. (2013): *Service Learning an Hochschulen in Deutschland*. Springer Fachmedien, Wiesbaden. DOI: 10.1007/978-3-658-00124-7.

- Bühler, C. und Kesapidis, T. (2006): Untersuchungen zur Auswertung von hochauflösenden 3D-Scandaten großer Objekte am Beispiel steinzeitlicher Stelen auf dem Göbekli Tepe. Diplomarbeit, unveröffentlicht.
- Günther-Diringer, D. (2015): Karlsruhe im Wandel der Zeiten. Das digitale 3D-Stadtmodell der Jahre 1739 – 1834 – 1915 – 1945 und 2015. Hochschule Karlsruhe - Technik und Wirtschaft, Karlsruhe. ISBN: 978-3-89063-407-4.
- Heiker, S. (2010): 3D-Modell, Bestandspläne und Animation der Klosterkirche Frauenalb auf der Grundlage von terrestrischem 3D Laserscanning. Diplomarbeit, unveröffentlicht.
- Holländer, S. (2009): Untersuchung zur Auswertung von Messdaten eines 3D-Laserscannings am Ettlinger Schloss mit der Software Polyworks. Diplomarbeit, unveröffentlicht.
- Kollowa, J. und Laryea, S. (2008): Erstellung eines 3D-Modells der Befestigungsanlage Kharbalgas, Mongolei, aus terrestrischen Laserscandaten, Anfertigung von Schnitten und einer Animation. Diplomarbeit, unveröffentlicht.
- Morrissey, C. und Müller, D. (2017): *Der Heidengraben auf der Uracher Alb. Vor- und frühgeschichtliche Befestigungen 23*. Reichert Verlag, Wiesbaden.
- Schmidt, K. (2007): *Sie bauten die ersten Tempel*. 3. Aufl. C. H. Beck, München.
- Seitz, B. (2008): Optimierung der Auswertverfahren für hochauflösende 3D-Scandaten großer Objekte und Anwendung auf steinzeitliche Stelen des Göbekli Tepe, Türkei. Diplomarbeit, unveröffentlicht.
- Weinmann, K. (2008): Untersuchung zur Modellierung denkmalgeschützter Bauwerke auf der Grundlage von terrestrischem Laserscanning und Vergleich zur Videotachymetrie am Beispiel des Ettlinger Schlosses. Diplomarbeit, unveröffentlicht.

Deformationsmessungen an einer unterirdischen Staumauer in der Region Gunung Kidul, Indonesien

Norbert Rösch, Martin Vetter und Günter Schmitt

Geodätisches Institut, Karlsruher Institut für Technologie

E-Mail: Norbert.Roesch@kit.edu, Martin.Vetter@kit.edu, Guenter.Schmitt@kit.edu

Zusammenfassung

Der vorliegende Aufsatz fasst die Ergebnisse der geodätischen Deformationsmessungen zweier vom Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) geförderten Projekte zusammen. In vier vollständig gemessenen Epochen wurde die Geometrie einer Karsthöhle in Mitteljava mittels geodätischer Verfahren überprüft. Zeitlich erstreckten sich die Messungen über neun Jahre mit einem maximalen Abstand zwischen zwei Epochen von vier Jahren. Die untersuchte Höhle war auf einer Seite durch eine Betonmauer zu einem unterirdischen Staudamm ausgebaut. Ziel des Anbaus ist die Brauchwassergewinnung für die ortsansässige Bevölkerung, die in der Vergangenheit während der Trockenzeit unter erheblichem Wassermangel litt. Die angestaute Wassermenge beträgt ca. 0,5 Mio. cbm bei einer durchschnittlichen Wassersäule von etwa 12 bis 15 Metern. Nach Starkregenereignissen stieg die Wassersäule in der Vergangenheit sogar auf 35 m an. Trotz des enormen Wasserdrucks konnte mit den eingesetzten Werkzeugen über die Jahre hinweg keine signifikante Änderung der Geometrie festgestellt werden. Die Höhle erweist sich bislang, z. T. entgegen den Befürchtungen einiger Sachverständigen, als sehr stabil. Dies konnte durch unabhängige Messungen mit Messdrähten, die parallel während zweier Epochen durchgeführt wurden, bestätigt werden.

1 Einleitung

Etwa 22 Mio. qkm der Erdoberfläche bestehen aus Karstgebieten. Der Boden in diesen Gebieten kann kaum Wasser speichern, weil die Niederschläge wegen der zahlreichen Klüfte sofort abfließen. In solchen Gegenden, in denen nur periodisch Niederschläge fallen, führt das zu einer unmittelbaren Austrocknung der landwirtschaftlich nutzbaren Fläche während der Trockenzeit. Die Region Gunung Kidul in Zentraljava, Indonesien, über die in diesem Beitrag berichtet wird, gehört zu den Gebieten auf die die genannten Charakteristika zutreffen.

Die Trockenperiode mit den sehr eingeschränkten Möglichkeiten der Bewirtschaftung der Ackerflächen hat dramatische Folgen für die dort lebenden Bau-

ern. Dies führte in der Vergangenheit zu verstärkten Abwanderungen aus diesem Gebiet. Um diesen Trend aufzuhalten haben die Behörden vor Ort ein Projekt ins Leben gerufen, das bislang weltweit einzigartig ist. Gefördert vom BMBF (Bundesministerium für Bildung und Forschung) haben Ingenieure des KIT (Karlsruher Institut für Technologie) einen unterirdischen Fluss gestaut, um mit dem in der Regenzeit zurückgehaltenen Wasser die ansässige Bevölkerung in der Trockenzeit zu versorgen. Auf diese Weise sollten die Lebensverhältnisse verbessert und die Abwanderung aufgehalten werden.

Wie die einleitenden Worte schon vermuten lassen, beinhaltet ein Projekt dieses Ausmaßes nicht nur rein technische Aspekte sondern auch weitreichende sozio-



ökonomische Gesichtspunkte. Als Folge davon sind an diesem Projekt neben Ingenieuren auch weitere Wissenschaftler der unterschiedlichsten Disziplinen beteiligt. Die Aufgabenstellung umfasst neben der reinen Konstruktion der Anlage auch die Analyse der Wasserqualität in der Umgebung bis hin zur Schulung der ortsansässigen Bevölkerung, um deren Bewusstsein, insbesondere was die Abwässer anbelangt, zu sensibilisieren. Im Folgenden werden diese Gesichtspunkte allerdings nicht weiter berücksichtigt. Vielmehr wird zunächst die Anlage als Ganzes vorgestellt, um danach unmittelbar den Zusammenhang mit der Überwachungsmessung herzustellen.

Abbildung 1.1 gibt einen Überblick über die gesamte Anlage und zeigt die Staumauer mit der dahinter liegenden Maschinenplattform, wo die Turbinen und Pumpen zu finden sind. Von der Maschinenplattform aus - sie befindet sich etwa 100 m unter der Erdoberfläche - wird das angestaute Wasser zur Oberfläche gepumpt, wobei sogenannte Kreiselpumpen im Pumpen- und Turbinenbetrieb zum Einsatz kommen. Das genannte Prinzip nennt sich *Pumpes as Turbines (PAT)* (siehe dazu Abb. 1.2; weitere techn. Details sind in Störzer 2009 zu finden) und hat zur Folge, dass der Wirkungsgrad im Vergleich zum getrennten Betrieb von Pumpen und Turbinen zwar etwas geringer ist, die Anlage dafür aber sehr wartungsarm ist.

Im unterirdischen Stauraum können etwa 0,5 Mio. cbm Wasser zurückgehalten werden. Die Anlage ist dafür ausgelegt, im Bedarfsfall etwa 80 000 Menschen mit jeweils 70 l Wasser pro Tag zu versorgen. Um dies leisten zu können musste auch das entsprechende Verteilernetz auf- bzw. ausgebaut werden. Diese Arbeiten sind noch nicht endgültig abgeschlossen.

Die Planung sieht einen Anstau des Wassers von etwa 11 bis 15 m vor. Ein Starkregenereignis im März 2012 hat allerdings dazu geführt, dass kurzzeitig eine Stauhöhe von über 30 m gemessen wurde. Durch bauliche Änderungen an der Mauer, die für einen besseren Abfluss des Wassers sorgen, sollen derartige Extremsituationen zukünftig vermieden werden.

Schon zur Lokalisierung des Standorts der Maschinenplattform waren umfangreiche geodätische Messungen notwendig, auf die in diesem Zusammenhang nicht weiter eingegangen werden soll. Der interessierte Leser sei dazu auf eine frühere Veröffentlichung (siehe Benner u. a. 2009) verwiesen, wo diese Problematik

im Detail vorgestellt wird. Dieser Beitrag soll demgegenüber einzig die Überwachung der Mauer und deren Umgebung - also die Maschinenplattform - zum Gegenstand haben.

Bevor im nächsten Abschnitt die vorbereitenden Arbeiten zur Messung vorgestellt werden, ist es notwendig, noch kurz etwas über die im Beitrag verwendete Bezeichnungsweise zu sagen. Einige Leser werden die hier vorgestellten Arbeiten in der Höhle mit Konvergenzmessungen in Verbindung bringen, da sich durch die Ähnlichkeit der Umgebungen eine derartige Betrachtung aufdrängt. Weil aber der Begriff Konvergenzmessung im engeren Sinne nur im Zusammenhang mit Berg- oder Tunnelbauprojekten und den damit verbundenen Verformungen des umgebenden Gesteins bei der Auffahrung gebraucht wird, verzichten die Autoren in diesem Kontext auf diesen Begriff. Statt dessen wird im Folgenden die allgemeinere Bezeichnung *Deformationsmessung* verwendet, da die mögliche Verformung der Höhle vor allem im Zusammenhang mit dem steigenden Wasserspiegel gesehen wird. Der zu untersuchende Effekt ist damit nicht die Konsequenz einer Auffahrung (eine in Bezug auf die Konvergenz andere Sichtweise wird beispielsweise in Preis und Wasmaier 2012 vertreten).

2 Vorbereitende Arbeiten und Ausrüstung

Als Vorbereitung zur eigentlichen Messung wurden Voruntersuchungen im Messkeller des Geodätisches Instituts Karlsruhe (GIK) durchgeführt. Dies erschien aus mehreren Gründen notwendig. Zum einen wurde das für den Einsatz vorgesehene Gerät (es handelte sich um einen Tachymeter des Typs *Leica TCRA 1201*) noch nicht unter den teilweise extremen Bedingungen, die in der Höhle herrschen - 100% Luftfeuchtigkeit bei 26° Celsius -, getestet. Zum anderen galt es zu ermitteln, welche Genauigkeit im Modus *automated* unter der gegebenen Messanordnung mit z. T. kurzen Zielweiten und ungleichmäßiger Ausleuchtung der Zielmarken zu erreichen ist.

Die Entscheidung, mit automatischer Zielerkennung zu messen war wesentlich von den zum Messzeitpunkt herrschenden Bedingungen beeinflusst. Denn es war von vornherein klar, dass im laufenden Baustellenbetrieb gemessen werden musste. Die Beobachtun-



Abbildung 1.1: Übersicht (Quelle: [Nestmann u. a. 2009])

gen mussten damit schnell erfolgen und die Instrumentenstandpunkte mussten von Fall zu Fall, dem Baufortschritt entsprechend, ausgewählt werden. Abbildung 2.1 gibt einen Eindruck von der Enge, die zum Zeitpunkt der Messung auf der Maschinenplattform herrschte.

In diesem Zusammenhang ist darauf hinzuweisen, dass die verschiedenen Messepochen nicht alle mit automatischer Zielerkennung durchgeführt wurden. Die erste Epoche wurde vollständig mit visueller Einstellung durchgeführt. Zum Einsatz kam dabei ein Gerät der Fa. Leica (TCR 1205). Es galt daher zu ermitteln, ob unter den gegebenen Rahmenbedingungen die gleichen Genauigkeiten erreicht werden konnten. Denn diese sollten nicht schlechter sein als die vorangegangenen. Das Ergebnis der Testmessungen war mehr als zufriedenstellend. Die erreichten Genauigkeiten lagen nach der Ausgleichung mit weniger als 1 mm sogar noch unter den Angaben des Herstellers und in der gleichen Größenordnung wie die der vorangegangenen Epochen.

Bei der Durchführung der Messung wurde auch in der Vergangenheit auf eine Vermarkung der Standpunkte verzichtet. Die verschiedenen Standpunkte in den unterschiedlichen Epochen sind zwar ähnlich – dies ergab sich fast zwingend durch die Bedingungen vor Ort –, aber eben nicht identisch. Die Beobachtungen wurden folgerichtig nach dem Prinzip der freien Stationierung durchgeführt, wobei auf jedem neuen Standpunkt auf die Beobachtung einer genügend großen Anzahl von bekannten Punkten zu achten war. Diese Bedingung war wegen der zahlreichen Sichthindernisse keinesfalls ohne größeren Aufwand einzuhalten.

Es wurde darüber hinaus auch nicht mit Zwangszentrierung gearbeitet, obwohl das ursprünglich ins Auge gefasst wurde. Dadurch entfielen zwar Überbestim-

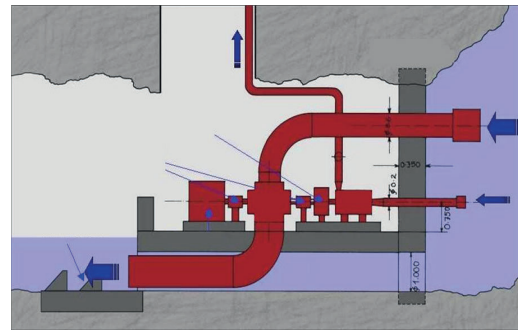


Abbildung 1.2: Die Pumpen/Turbinen (Quelle: [Oberle u. a. 2009])

mungen, aber die Arbeit vor Ort zeigte letztlich, dass unter den herrschenden Bedingungen die Messung mit mehreren Stativen nicht möglich gewesen wäre. Zum einen fehlte der dazu notwendige Platz und zum anderen wurde parallel zu den Vermessungsarbeiten gearbeitet, so dass die Zentrierung der Stative nicht sichergestellt gewesen wäre. In diesem Zusammenhang sei nochmals auf Abbildung 2.1 verwiesen.



Abbildung 2.1: Die Maschinenplattform während der Bauarbeiten

Im Übrigen wäre die Vermarkung fester Standpunkte auch deshalb nicht sinnvoll gewesen, weil sich die Situation auf der Maschinenplattform beispielsweise durch den Einbau neuer Rohre – bauliche Änderungen werden auch heute noch vorgenommen – ständig verändert. Damit wären u. U. Beobachtungen aufgrund von nachträglich hinzugekommenen Sichthindernissen nicht mehr möglich gewesen und damit ein ursprünglich aufgestellter Beobachtungsplan obsolet.

Damit die Messungen und die daraus abgeleiteten Ergebnisse möglichst homogen bleiben, wurde immer mit den gleichen Zielmarken gearbeitet. Ein Beispiel ist in Abbildung 2.2 gegeben. Die Zielmarken werden auf eingemauerte Konvergenzbolzen geklemmt, so dass Sie immer den gleichen Punkt repräsentieren.



Abbildung 2.2: Die Zielmarken

3 Messung und Auswertung

Bevor auf die Einzelheiten der Messung eingegangen wird, soll noch kurz das eigentliche Ziel der Beobachtungen erläutert werden. Die erste Beobachtung der vermarkten Punkte (siehe Abbildung 3.1) wurde noch vor dem Einstau durchgeführt. Damit wurde zum einen zunächst der Istzustand dokumentiert. Zum anderen war man darüber hinaus bestrebt, eine unabhängige Bestätigung der Messungen, die zeitgleich mit Konvergenzmessdrähten durchgeführt wurden, zu erhalten. Die Messungen mit den Konvergenzmessdrähten bezogen sich dabei zwar auf die gleichen Bolzen, da aber andere Befestigungen verwendet wurden, hatten die ermittelten Strecken einen anderen Bezugspunkt. Die aus den Messungen abgeleiteten Streckenänderungen sollten aber in erster Näherung übereinstimmen. An dieser Stelle sei das Ergebnis dieses Vergleichs vorweggenommen. In den beiden Messepochen, für die Ergebnisse aus beiden Verfahren vorlagen, stimmte die Differenz zwischen den in jeweils zwei miteinander verglichenen Epochen – im Rahmen der Messgenauigkeit – der Richtung und dem Betrage nach überein.

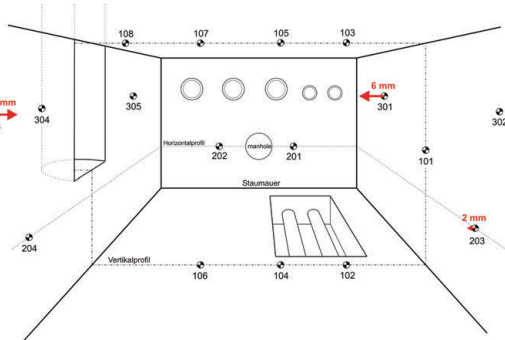


Abbildung 3.1: Die Anordnung der Zielmarken

Nachdem im vorangegangenen Abschnitt die Motivation zur Durchführung der Arbeiten dargestellt wurde,

soll im folgenden auf die Messungen mit dem Tachymeter eingegangen werden. In Abbildung 3.2 ist dazu beispielhaft ein Instrumentenstandpunkt dargestellt. Die Anordnung der Punkte ist in Abbildung 3.1 wiedergegeben. Die insgesamt 17 Messpunkte verteilen sich auf vier an der Decke, jeweils vier an jeder der Seitenwände, die der Mauer benachbart sind sowie drei auf der Bodenplatte und zwei an der Staumauer selbst. An der Mauer, die der Staumauer gegenüber liegt, befindet sich kein Objektpunkt. An den genannten Stellen sind Halterungen eingemauert, auf die die Zielmarken aufgeschraubt werden können.



Abbildung 3.2: Aufnahmeort mit Instrument (Leica TCRA 1201)

Wie bereits weiter oben beschrieben wurden die Standpunkte so gewählt, dass auf einem Punkt möglichst viele Punkte angemessen werden konnten. Eine Vermarkung dieser Punkte fand aus den im Abschnitt 2 genannten Gründen nicht statt. Die beiden Abbildungen 3.3 sowie 3.4 geben die Situation für die beiden Epochen 2009 und 2012 wieder. In den Abbildungen sind einerseits die jeweils fünf Standpunkte ebenso wie die Zielpunkte und die Beobachtungen zu erkennen. Darüber hinaus sind auch die Ergebnisse der Ausgleichung in Form der Fehlerellipsen zu erkennen.

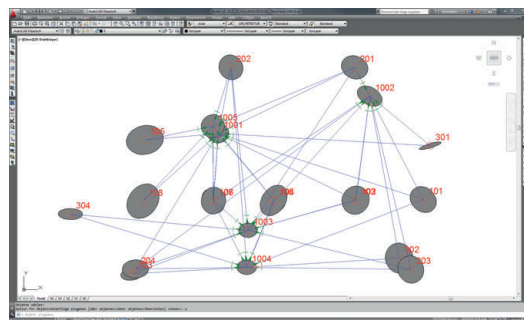


Abbildung 3.3: Epoche 2009: Fehlerellipsen der Punkte

Bemerkenswert sind zunächst die Standpunkte, deren Lage sich zwischen den zwei Epochen stark verändert

hat. Dies ist im Wesentlichen den baulichen Veränderungen geschuldet, die sich zwischen den beiden Zeitpunkten ergeben haben. Dadurch wurden Sichten verbaut und es mussten neue, geeignete Standpunkte gesucht werden.

Tabelle 3.1: Mittlerer Punktfehler nach der Ausgleichung (Lage)

Epoche	Jahr	mittl. Fehler	Red.
0	2008	1,93 mm	64
1	2009	0,77 mm	35
2	2012	0,68 mm	49
3	2013	1,25 mm	81
4	2017	0,72 mm	55

Im Folgenden soll kurz auf die Auswertung der Ergebnisse eingegangen werden. Insgesamt wurden fünf zeitlich aufeinander folgende Epochen beobachtet. Die erste Messung wurde 2008 durchgeführt, die nächsten 2009, 2012, 2013 und die letzte 2017. Alle Beobachtungen wurden mit Geräten der Firma Leica durchgeführt. Die beiden ersten Epochen wurden mit einem TCR1205 beobachtet, die folgenden mit einem TCRA 1201.

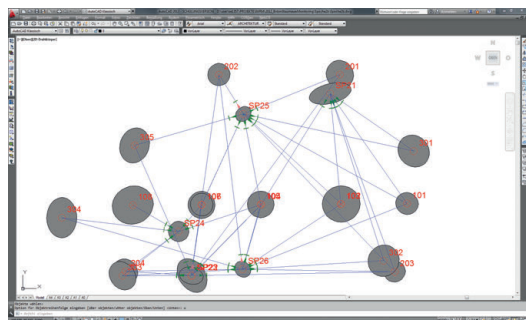


Abbildung 3.4: Epoche 2012: Fehlerellipsen der Punkte

Auf jedem Standpunkt wurden alle Messelemente zu allen Punkten, die angezielt werden konnten, erfasst. D. h., es wurden sämtliche Strecken, Richtungen und Zenitdistanzen registriert. Die genannten Messelemente wurden getrennt nach Lage und Höhe als freies Netz ausgeglichen. Für die Standpunkte wurde dabei aus den Beobachtungen zu den Objektpunkten nach dem Prinzip *Freie Stationierung* geeignete Näherungskordinaten berechnet.

Tabelle 3.2: Mittlerer Punktfehler nach der Ausgleichung (Höhe)

Epoche	Jahr	mittl. Fehler	Red.
0	2008	6,34 mm	23
1	2009	0,79 mm	26
2	2012	1,43 mm	20
4	2017	0,40 mm	28

Die Tabellen 3.1 und 3.2 geben – getrennt nach Lage und Höhe – die Ergebnisse der Ausgleichung wieder. Bemerkenswert ist dabei die Tatsache, dass sich die mittleren Fehler ebenso wie die Redundanzen z. T. erheblich unterscheiden. Ursächlich dafür sind die großen Unterschiede in den jeweiligen Bedingungen vor Ort. Einige Messungen mussten unter starkem Zeitdruck in den Arbeitspausen durchgeführt werden, andere während des laufenden Betriebes der Anlage und damit unter dem Einfluss der starken Schwingungen, die die Turbinen/Pumpen auf die Umgebung ausüben. Der erste Effekt führte dazu, dass keinesfalls immer die optimalen Konfigurationen – mit der Konsequenz einer verminderten Redundanz – erzielt werden konnten. Die Schwingungen des laufenden Betriebs der Anlage sowie der damit verbundene Lärm, der selbst mit Gehörschutz kaum zu ertragen war, wirkten sich nachteilig auf das Instrument und die Psyche der Beobachter aus.

Abbildung 3.5 zeigt am direkten Vergleich zwischen den beiden Epochen 0 und 1 die Unterschiede der Koordinaten der Referenzpunkte im Rechts- und Hochwert ebenso wie in der Höhe. Von den 17 Punkten bewegen sich die Differenzen der ausgeglichenen Koordinaten bei 14 im Band zwischen $\pm 1\text{ mm}$. Die betragsmäßig größte Abweichung beläuft sich auf knapp 3 mm . Dabei ist hervorzuheben, dass gerade die Epoche 0 diejenige mit dem höchsten mittleren Fehler nach der Ausgleichung ist. Die maximale Differenz in der aus den ausgeglichenen Koordinaten abgeleiteten Strecken beläuft sich betragsmäßig auf $1,3\text{ mm}$.

4 Zusammenfassung

Die Deformationsmessungen haben bislang keine relativen Verschiebungen der Maschinenplattform erkennen lassen. Der Betrieb der Anlage kann damit als bislang unproblematisch gesehen werden. Mit der

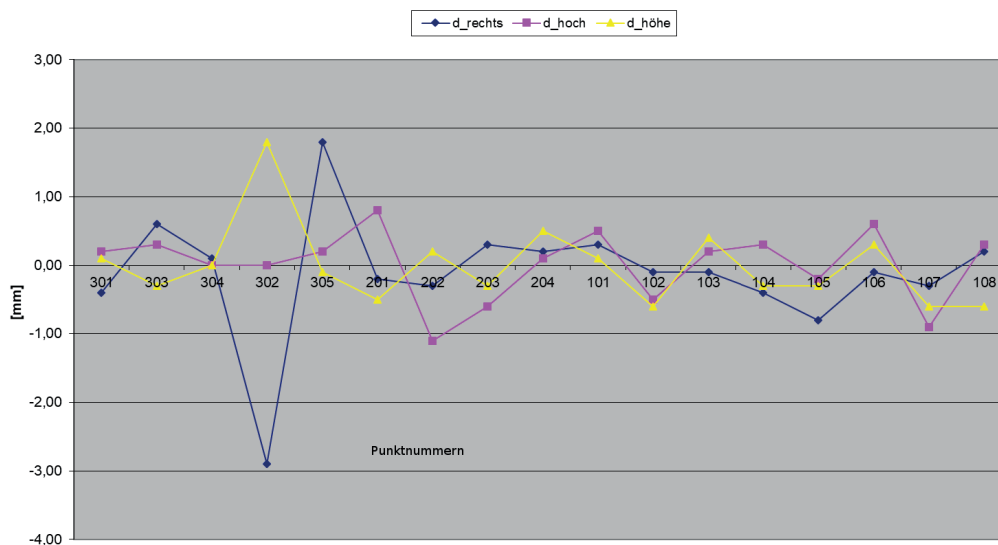


Abbildung 3.5: Direkter Vergleich zweier Epochen

offiziellen Übergabe der Anlage an den Betreiber vor Ort im Jahre 2014 wurde auch eine Handlungsempfehlung gegeben, die die regelmäßige Kontrolle der inneren Geometrie der Maschinenplattform vorsieht. Es wurde ein jährlicher Überprüfungszyklus vorgeschlagen. Dies erschien notwendig, vor allem angesichts der Tatsache, dass es sich bei der Anlage um einen weltweit einzigartigen Prototypen handelt und somit keine langfristigen Erfahrungen vorliegen.

Aus geodätischer Sicht sind die Messungen zum Monitoring der Anlage als sehr erfolgreich zu bezeichnen. Es konnte durch mehrere Messepochen nachgewiesen werden, dass sich auch unter widrigen Umständen sehr gute Ergebnisse erzielen lassen. Sowohl die Messung auf Basis der freien Stationierung als auch die Auswertestrategie haben sich bestens bewährt. Die Messergeb-

nisse waren in allen Fällen besser als die jeweiligen Beteiligten unter den gegebenen Umständen erwartet hätten.

Literatur

- Benner, M., Schmitt, G. und Vetter, M. (2009): Der geodätische Beitrag zur Karsthöhlenbewirtschaftung. *Wasserwirtschaft* 2009.
- Nestmann, F., Oberle, P., Muhammad, I., Tobias, L. und Schloz, U. (2009): Bewirtschaftung unterirdischer Fließgewässer in Karstgebieten – Pilotstudie auf Java, Indonesien. *Wasserwirtschaft* 2009.
- Oberle, P., Muhammad, I., Nestmann, F., Fritz, J. und Ravisunder, T. (2009): Bewirtschaftung unterirdischer Fließgewässer in Karstgebieten – Pilotstudie auf Java, Indonesien. *Wasserwirtschaft* 2009.
- Preis, S. und Wasmaier, P. (2012): Konvergenzmessung - ein permanentes, automatisches Überwachungssystem zur Untersuchung von Gebäudebewegungen. *DVW Bayern e. V.* 2012.
- Störzer, G. (2009): Einsatz von Pumpen als Turbinen (PAT) im Falleitungsbetrieb des Zweckverbands Landeswasserversorgung. *Wasserwirtschaft* 2009.

A new approach for assessing tropospheric delay model performance for safety-of-life GNSS applications

Szabolcs Rózsa

Department of Geodesy and Surveying, Budapest University of Technology and Economics, Hungary
E-Mail: rozsa.szabolcs@epito.bme.hu

Abstract

GNSS satellite signals suffer considerable delays while travelling through the troposphere. The delay caused, it can be separated into two different parts: the effect of gases in hydrostatic equilibrium and the effect of water vapour and condensed water present in the troposphere. In safety-of-life navigation applications of GNSS (e.g. positioning and navigation of aircrafts, autonomous vehicles, etc.) not only the accuracy of the positioning needs to be known, but the integrity of the positioning service should be evaluated, too. The integrity information means that the maximum positioning error at an extremely rare probability level (approximately 10^{-7}), called the protection level, must be determined. The widely adopted RTCA (Radio Technical Commission for Aeronautics) recommends the minimum operational performance standard (MOPS) for GNSS systems used in the aeronautics. According to this recommendation, the maximum total tropospheric delay error in the zenith direction is 0.12 m in terms of standard deviation. However, this model neglects both the geographical and seasonal variation of the accuracy performance of the tropospheric delay models. Our study focuses on the theoretical background of the assessment of tropospheric delay model performances under worst-case scenarios. The developed computational strategy is capable to estimate the magnitude of extremely rare tropospheric delay error and takes into consideration not only the geographical but also the seasonal variation of model performance. The results show that the proposed methodology provides a conservative model for assessing the maximal tropospheric delay error in worst case scenarios. However, the derived model is significantly less conservative than the RTCA recommendation based on radiosonde observations obtained in Budapest.

1 Introduction

The global navigation satellite systems (GNSS) use ranging between the satellites and the receivers to determine the position of the user with respect to a geocentric reference system. Ranging is realized by the time-of-flight observation of the satellite signals. Since these electromagnetic signals travel through the atmosphere, they suffer considerable delay in the troposphere. Tropospheric delays are usually taken into consideration by empirical models in absolute positioning. To assess the integrity of the satellite signal,

the performance of these models must be evaluated to ensure that the safety-of-life users (e.g. aviators) can absolutely rely on the coordinates provided by on-board GNSS receivers. Error models used in current ‘standard’ (RTCA, 2006) for safety-of-life GNSS applications are considered very conservative in case of residual error modelling. Although it is advantageous for the safety, it has a negative effect on the availability and continuity of the positioning service. The tropospheric delay model recommended in the RTCA MOPS (RTCA, 2016) has an associated maximum ver-



tical error of 0.12 m in terms of standard deviation globally. Although the RTCA MOPS does not specify how this value was obtained, it agrees well with the value found by Collins and Langley (1998).

van Leeuwen et al. (2004) studied the validity of this model in the Neatherlands and concluded that the model seems to be too conservative. Thus, there seems to be some room for developing a less conservative model without loosing the safety. In the near future, more demanding applications are expected to arise and as most of these will be based on multi-frequency and multi-constellation use of GNSS, they suffer from ionospheric delays less than today. Since the tropospheric effects cannot be eliminated by satellite signals using different frequencies, they need to be taken into consideration with empirical models in the future, too. This creates a demand for more accurate tropospheric error modelling and ensures its importance in approximating integrity while maintaining sufficient system availability. This paper proposes an improved method using the generalized extreme value theory to estimate the maximal tropospheric delay error in the vertical and in the satellite direction. To optimize the model for not only safety but also availability, the model incorporates geographical and seasonal dependent variables. Thus, a less conservative but still safe model can be developed for the existing and future tropospheric delay models.

2 Assessment of the integrity of GNSS service

The integrity of the satellite signal is assessed by the concept of the protection levels. Protection level provides an overbounding model of positioning error. The user must be very confident about his position, thus the protection level is usually calculated with approximately 4σ - 6σ confidence intervals. According to RTCA (2006) the following formula is used to calculate the residual error for GPS pseudorange measurements for the satellites used for the positioning:

$$\sigma_i^2 = \sigma_{i,flt}^2 + \sigma_{i,UIRE}^2 + \sigma_{i,air}^2 + \sigma_{i,tropo}^2, \quad (2.1)$$

where:

σ_i is the standard deviation of the pseudorange measurement of satellite i [m],

$\sigma_{i,flt}^2$ is the model variance of the residual errors for fast and long-term corrections [m],

$\sigma_{i,UIRE}^2$ is the model variance of the slant range ionospheric delay estimation error [m],

$\sigma_{i,air}^2$ is the variance of the airborne receiver errors [m],

$\sigma_{i,tropo}^2$ is the variance of tropospheric delay estimation error [m].

The residual tropospheric error is modelled as a probabilistic variable with the standard deviation of $\sigma_{i,tropo}$ in the i -th satellite direction and it is calculated as:

$$\sigma_{i,tropo} = (\sigma_{TVE} \cdot m(\theta_i)), \quad (2.2)$$

$$m(\theta_i) = \frac{1.001}{\sqrt{0.002001 + \sin^2(\theta_i)}}, \quad (2.3)$$

where σ_{TVE} denotes the vertical residual error of the tropospheric delay estimation and is equal to 0.12 meters and θ_i is the satellite elevation angle. Note that the vertical residual error of the tropospheric delay estimation is a constant value which globally overbounds the standard deviation of the residuals, but as it neglects the effect of latitude on the accuracy of the tropospheric delay estimation, leads to an overly conservative model in many regions. Combining these terms, one ends up with the variance of the total residual error which enables the system to calculate the horizontal and vertical protection levels (HPL and VPL , see figure 2.1) for a given position as follows:

$$HPL = K_H \cdot d_{major}, \quad (2.4)$$

$$VPL = K_V \cdot d_U, \quad (2.5)$$

where K_H and K_V are constants depending on the different approach type and d_{major} [m] corresponds to the uncertainty along the semimajor axis of the error ellipse:

$$d_{major} \equiv \sqrt{\frac{d_{east}^2 + d_{north}^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{d_{east}^2 - d_{north}^2}{2}\right)^2 + d_{EN}^2}}, \quad (2.6)$$

The terms in the equation stand for the following:

d_{east}^2 is the variance of model distribution that overbounds the true error distribution in the east axis [m²],

d_{north}^2 is the variance of model distribution that overbounds the true error distribution in the north axis [m²],

d_{EN} is the covariance of the model distribution in the east and the north axes [m],

d_{Tj}^2 is the variance of model distribution that overbounds the true error distribution in the vertical axis [m^2].

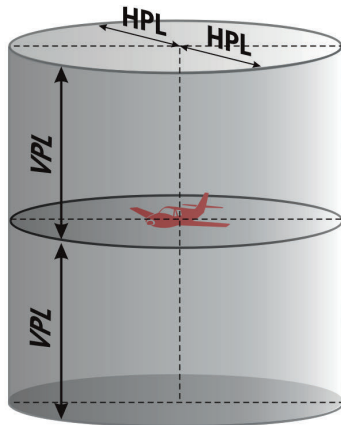


Figure 2.1: The concept of the protection levels.

All the model variances are calculated using the partial derivatives of the position error in the respective direction with respect to the pseudorange error on each satellite. Using the HPL and the VPL values, the instrument can decide whether current accuracy of the position is suitable for navigational purposes during the different approach types. When the calculated protection level is less than the precision requirement of the approach, than the integrity of the GNSS service is good, the service is available, whereas in case of a larger protection level than the needed requirement the service is not available anymore.

3 The proposed approach

The general integrity requirements of radio navigational aids used in civil aviation is formulated in *Aeronautical Telecommunication* (2006). According to this document, the integrity of GNSS positioning service must be evaluated at the extremely rare probability level of $2 \cdot 10^{-7}$ in any approach. Assuming the duration of an average approach of 150 seconds and no concurrent approaches in the same time, the recurrence interval of an integrity event would be 25 years.

Since no continuously available stationary error samples are available for the performance analysis, a probabilistic approach must be used for this purpose. It would be straightforward to fit a normal distribution to the residuals of the estimated tropospheric delays, and extrapolate it to the tails of the distribution. However, the probability plot of the residuals (see figure

3.1) clearly indicates that the tails of the residuals significantly deviate from the normal distribution. Thus, the extreme value theory must be applied for this problem. This mathematical approach is widely used in the prediction of flood levels with 100 years of recurrence time using a records from a much shorter time span.

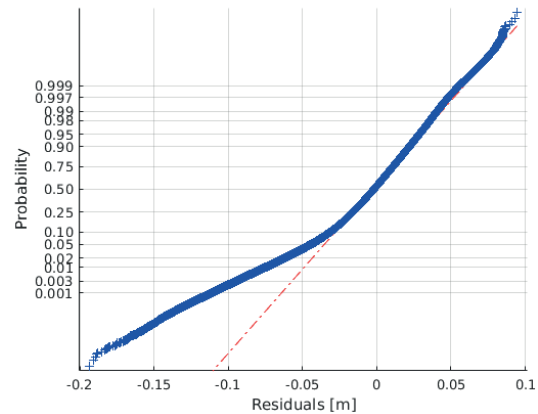


Figure 3.1: Normal probability plot of the hydrostatic tropospheric delay model residuals for the latitude band of $N41^\circ$ - $N50^\circ$ for the years 2000-2016 for the RTCA tropospheric delay model (reference values are calculated from ECMWF ERA-Interim numerical weather models using raytracing).

3.1 Principles of extreme value theory

The Fisher-Tippett theorem states that the maximum of a sample of independent and identically distributed probability variables after proper renormalization can converge to one of the three possible distributions, the Gumbel, the Fréchet or the Weibull distribution.

The three distribution functions are the following:

$$H(x) = \begin{cases} 0, & \text{if } x \leq 0 \\ \exp(-x^{-\alpha}), & \text{if } x > 0 \text{ and } \alpha > 0 \end{cases}$$

for the Fréchet,

$$H(x) = \begin{cases} \exp(-(-x^{-\alpha})), & \text{if } x \leq 0 \\ 1, & \text{if } x > 0 \text{ and } \alpha > 0 \end{cases}$$

for the Weibull and

$$H(x) = \exp(-\exp(-x)) \text{ for } x \in R$$

for the Gumbel distribution. The general extreme value (GEV) theory (Jenkinson, 1955) combines the previ-

ous three distributions to the general extreme value distribution. The distribution function is given by:

$$H(x) = \begin{cases} \exp(-(1 - k(x - \xi)/\alpha)^{1/k}), & \text{if } k \neq 0 \\ \exp(-\exp(-(x - \xi)/\alpha)), & \text{if } k = 0 \end{cases}$$

with x bounded by $\xi + \alpha/k$ from above if $k > 0$ and from below if $k < 0$. Here ξ and α are the location and scale parameters, respectively, while k is the shape parameter. The shape parameter determines which original extreme value is represented by the GEV distribution:

for $k > 0$, the Fréchet distribution (heavy tailed),

for $k = 0$ the Gumbel distribution (light tailed),

for $k < 0$ the short tailed negative Weibull distribution.

3.2 Estimation of extreme tropospheric error using the GEV theory

To study the performance of tropospheric delay models under extreme conditions, firstly, the tropospheric model error must be calculated. In order to achieve this, the tropospheric delay estimates provided by the studied model need to be compared to the ‘true’ value of the tropospheric delays. Since the ‘true’ value is not known, some kind of meteorological data sets must be used to calculate the ‘true’ tropospheric delay. One could use radiosonde datasets or numerical weather models for this purpose. In order to illustrate the proposed model, 16 years of ECMWF ERA-Interim re-analysis numerical weather models were acquired and processed in this paper with the ray-tracing technique. Afterwards the tropospheric delays obtained from the empirical models can be subtracted from the reference values to obtain the tropospheric delay model error. Due to the climatic and seasonal dependency of the tropospheric delay model performances, the error values will show strong seasonal variations all over the globe. Figure 3.2 shows the time series of the hydrostatic delay residuals for the latitude band between $N41^\circ$ to $N50^\circ$ latitudes on the globe. The figure shows, that the spread of the daily residuals has a significant seasonal variation. Since our aim is to derive the maximal tropospheric delay error taking into account seasonal dependency, the residual dataset needs to be normalized by an appropriate time-dependent model describing the seasonal variation of the standard deviation of

the daily residuals. When this function is available, then the extreme value analysis can be carried out on the normalized residuals. Later the obtained maximal tropospheric delay error with the recurrence time of 25 years can be scaled using the same function to any day of the year. It must also be mentioned that figure 3.2 shows a significant bias as well, that has a seasonal variation, too. Although theoretically this bias must be taken into account, in our approach the zero-mean assumption was used for the normalization step. The reason of this simplification is that when the bias is removed from the residual error, then it needs to be restored in the protection level calculation during the application of the developed model. However, the RTCA MOPS recommends that the protection level should be calculated with the zero-mean assumption using the propagation of the uncertainties of the various observation and error model components. In order to maintain the consistency with the RTCA recommendation, we decided to adopt the zero-mean assumption in the normalization step.

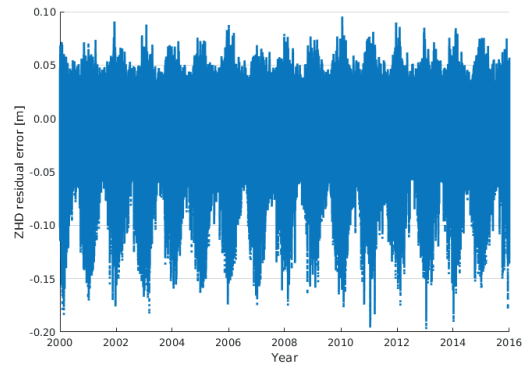


Figure 3.2: Time series of the residuals of the hydrostatic delays wrt the reference values obtained from raytracing numerical weather models.

In order to carry out this normalization, the daily standard deviation of the residual error was calculated and a periodic function was fit to these mean and standard deviation values considering both the annual and the semi-annual components of the seasonal variations (figure 3.3).

The model function for the daily standard deviation values:

$$\sigma(DOY) = \bar{\sigma} + A_1 \cos\left(\frac{DOY - DOY_0}{365.25} 2\pi\right) + A_2 \cos\left(\frac{DOY - DOY_0}{365.25} 4\pi\right) \quad (3.1)$$

where the unknown parameters are:

$\bar{\sigma}$ is the mean value of the daily mean residuals for the total time series,

DOY_0 is the day of the annual extreme value of the standard deviation of the daily residuals (phase),

A_1 is the amplitude of the annual terms of the seasonal variations of the daily standard deviations,

A_2 is the amplitude of the semi-annual terms of the seasonal variations of the daily standard deviations.

The time series of the daily standard deviation and the fitted model can be seen on figure 3.3.

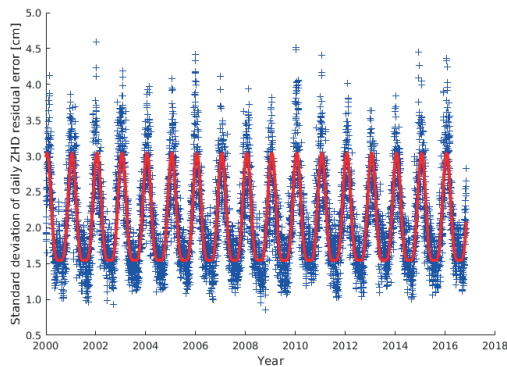


Figure 3.3: The seasonal variation of the daily standard deviation of the residuals and the fitted model containing annual and semi-annual terms.

Afterwards, the residuals (δ) were normalized using a zero-mean assumption with the following equation:

$$\delta_n = \frac{\delta}{\sigma(DOY)}. \quad (3.2)$$

In the next step, the normalized residual error values were used for the extreme value analysis. Since the samples covered 17 years of data, 17 annual extremes (maximum and minimum values) were identified and selected for the analysis. The GEV distribution was fit to these extremes using the MATLAB software, and finally the extreme value representing the recurrence time of 25 years was estimated using the fitted distribution for both the maximal (positive) and minimal (negative) extremes. From these two values, the one with the larger absolute value was chosen as the maximal expected error of the normalized residuals ($\Delta_{n,max}$). Since the RTCA-MOPS proposes a calculation of the protection levels based on the standard deviation of parameters defined as normally distributed probabilistic variables, the previously estimated extreme values had to be converted to the uncertainty domain by calculating the standard deviation of normally distributed

probabilistic variables providing the same maximum error at the given confidence level. Thus:

$$\sigma_{n,max} = \frac{\Delta_{n,max}}{K}, \quad (3.3)$$

where K is the value of the probability density function of the standard normal distribution at the probability level of $1 - 10^{-7}$.

To estimate the seasonal variations of the troposphere model errors the following overbounding model is formulated for the latitude band of N41° to N50°:

$$\sigma_{max}(DOY, band) = \frac{\Delta_0}{K} + \sigma_{n,max}(DOY), \quad (3.4)$$

where Δ_0 is an offset parameter, that is necessary for achieving the overbounding of model error. This offset parameter takes into consideration the effect of the zero-mean assumption during the normalization phase. To achieve overbounding, the maximal daily mean value (maximal bias) is estimated by fitting another extreme value distribution to the annual extremes of the daily mean values of the residual error (see figure 3.4). To maintain consistency with the previous steps, the maximal value of the daily bias is calculated with the recurrence time of 25 years, too.

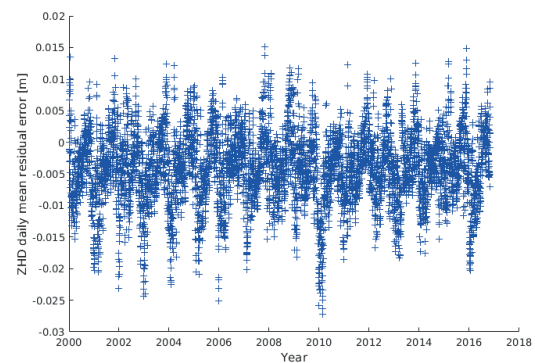


Figure 3.4: The seasonal variation of the daily mean values of the residuals.

3.3 Model formulation

Although the maximal tropospheric delay error in terms of standard deviation could even be given for any specific gridpoint of the input numerical weather data, the derived models must be as simple as possible, since they need to be incorporated in receiver firmware. One of the advantage of the RTCA MOPS recommendation in this respect is the simplicity. It provides a single value for the maximal tropospheric delay error in the

vertical direction for the whole globe.

To maintain the simplicity of the model as much as possible and to provide a less conservative but still safe model for the calculation of the tropospheric protection level, the introduced calculations have been done for latitude bands of 10°. To further simplify the models, the following solutions have been formulated:

- Band Seasonal Model (BSM): this model provides the parameters to consider the seasonal variations of σ_{max} in each latitude band of 10°. Thus, this model takes into consideration not only the geographical but also the seasonal variations of the uncertainties.
- Band Constant Model (BCM): this model provides in each 10° latitude band a single value for the estimation of maximal tropospheric vertical error in terms of standard deviation for both the hydrostatic and wet delays.

In the next sections some important aspects of these models are discussed.

Band seasonal model

This model is the most sophisticated one among the derived integrity models. It provides the following parameters for any latitude bands:

- $\bar{\sigma}$: the mean value of the standard deviation of the daily tropospheric delay error (see eq. 3.1)
- DOY_0 : the phase of the annual and semiannual variations of the daily standard deviation of the tropospheric delay error (see eq. 3.1)
- A_1 : the amplitude of the annual terms of the seasonal variation (see eq. 3.1)
- A_2 : the amplitude of the semi-annual terms of the seasonal variation (see eq. 3.1)
- Δ_0 : the maximal value of the daily bias (see eq. 3.4)
- $\sigma_{n,max}$: the maximal uncertainty of the normalized tropospheric delay error for each band (see eq. 3.3)

Thus, the maximal uncertainty of the vertical tropospheric delay error can be calculated by combining the equations 3.1 and 3.4 using the following expression:

$$\begin{aligned} \sigma_{max}(DOY, band) = & \frac{\Delta_0}{K} \\ & + (\bar{\sigma} + A_1 \cos(\frac{DOY - DOY_0}{365.25} 2\pi)) \\ & + A_2 \cos(\frac{DOY - DOY_0}{365.25} 4\pi) \cdot \sigma_{n,max}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

The BSM models can be derived for the hydrostatic and the wet delays separately, since advanced tropospheric delay models use different mapping functions for the calculation of the slant delays.

Band constant model

Although the Band Seasonal Model (BSM) is capable to take into consideration both the geographical and the seasonal variations of the uncertainties, the complexity of the model may cause some problems in the application in GNSS receivers. Thus, it was decided to provide simpler models as well for positioning applications.

The Band Constant Model (BCM) is derived from the BSM by calculating the annual maximum of the uncertainties using eq. 3.5:

$$\sigma_{max}(band) = \max(\sigma_{max}(DOY, band)). \quad (3.6)$$

These models are also derived for the hydrostatic and wet components, respectively. The advantage of the model is that only a single constant needs to be stored for each latitude band for the hydrostatic and wet delays in the receiver's memory. The disadvantage is that the seasonal variation of the uncertainties is neglected in this model.

3.4 Calculation of the maximal uncertainty of the slant total delays

According to the RTCA MOPS the uncertainties must be calculated in the satellite direction. Thus, the vertical uncertainties calculated from the proposed models must be converted to slant uncertainties. This can be done by the appropriate mapping functions. Thus, the maximal uncertainty of the slant total delay is:

$$\sigma_{max,STD} = \sqrt{\sigma_{max,ZHD}^2 \cdot m_h^2 + \sigma_{max,ZWD}^2 \cdot m_w^2} \quad (3.7)$$

where m_h and m_w are the hydrostatic and wet mapping function values calculated for the respective satellite.

3.5 Results and conclusions

To prove the feasibility of the approach, the RTCA MOPS model has been tested against 17 years of ECMWF ERA-Interim reanalysis data. The reference values were obtained by ray-tracing the numerical weather models on a 1°×1° geographical grid for the latitude band of N41°-N50°. The proposed BSM and

BCM models were derived using the aforementioned computational strategy. The model parameters can be found in table 3.1, while the seasonal variation of the BSM is depicted on figure 3.5.

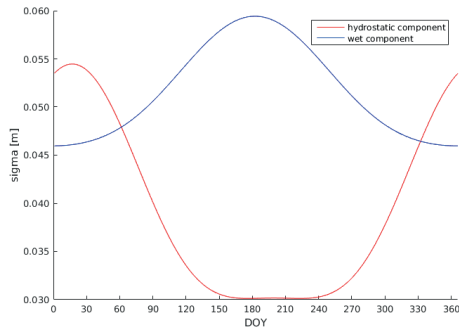


Figure 3.5: Seasonal variations of the BSM.

To check whether the derived models over-bound the tropospheric delay error, a set of radiosonde observations were collected from the radiosonde launching station located in Budapest (WMOID: 12843). The radiosonde profiles were processed and the zenith hydrostatic and wet delays were calculated including the uncertainties of these values according to the process given in Rózsa (2014).

Figure 3.6 and 3.7 show the - so called - Stanford plot of the hydrostatic and wet component of the tropospheric model error for the BSM model. The plot shows the frequency of the tropospheric delay error with respect to the tropospheric protection level for the radiosonde station in Budapest.

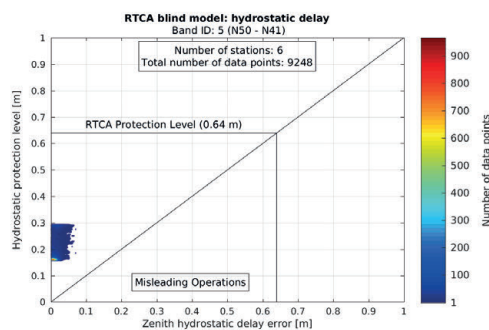


Figure 3.6: The Stanford plot of the tropospheric delay error against the tropospheric protection level for the hydrostatic component in the vertical direction.

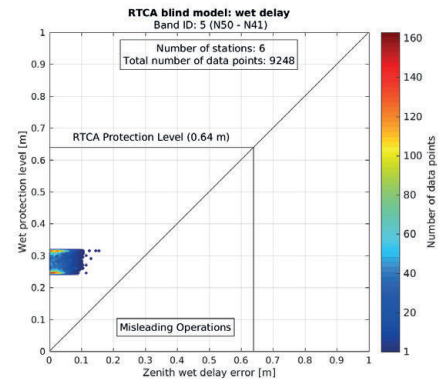


Figure 3.7: The Stanford plot of the tropospheric delay error against the tropospheric protection level for the wet component in the vertical direction.

Since tropospheric protection level (vertical axis) must always be higher than the tropospheric delay error calculated as the difference between the ground truth obtained from numerically integrating the radiosonde profile and the RTCA tropospheric model estimation (RTCA, 2006), each radiosonde profile should be located above the unit gradient line.

The constant protection level recommended by the RTCA MOPS is also depicted on the figures. The results show that the proposed computational approach successfully provided a model for the protection level calculations, which overbounds the residual error. Moreover, one can notice that all of the calculated protection levels are significantly lower than the recommendation of RTCA MOPS. It means that although our proposed model is conservative, since it overbounds the tropospheric delay error, it is significantly less conservative than the original RTCA model. This effect can result in a higher availability of GNSS positioning services in safety-of-life applications.

It must also be noted, that the proposed computational approach can be applied to any other advanced tropospheric delay models, such as the ESA GAL-TROPO model (Krueger et al., 2004) or the GPT2W model (Boehm et al., 2014), which is originally only a surface meteorological parameter model, but can be used as a tropospheric model using the approach of Askne and Nordius (1987).

Acknowledgement

The author would like to thank Prof. Bernhard Heck for the warm welcome and continuous support during and after his stay at the University of Karlsruhe be-

Table 3.1: BSM and BCM parameters for the latitude band of N41°-N50°.

	Band seasonal model parameters						Band constant model parameters
	Δ_0 [mm]	$\bar{\sigma}$ [mm]	A_1 [mm]	A_2 [mm]	DOY [day]	$\sigma_{n,max}$	σ_{max} [mm]
ZHD	27	21	8	2	348	1.63	60
ZWD	60	37	-6	0	0	1.08	60

tween 2001 and 2004. Those years and the memorable experiences significantly contributed to this, and other research conducted by the author in the field of GNSS positioning.

I'd also like to express my gratitude to Prof. Bernhard Heck for the long-lasting cooperation between the Geodetic Institute of the Karlsruhe Institute of Technology and the Department of Geodesy and Surveying of the Budapest University of Technology and Economics.

References

- Aeronautical Telecommunication (2006). International Standards and Recommended Practices. Annex 10 to the Convention on International Civil Aviation, Volume 1: 578. International Civil Aviation Organization.
- Askne, J. and Nordius, H. (1987): Estimation of tropospheric delay for microwaves from surface weather data. *Radio Science* 22(3):379–386.
- Boehm, J., Moeller, G., Schindelegger, M., Pain, G., and Weber, R. (2014): Development of an improved empirical model for slant delays in the troposphere (GPT2w). *GPS Solutions* 19(3):433–441.
- Collins, J. P. and Langley, R. B. (1998): The residual tropospheric propagation delay: How bad can it get? In: 11th International Technical Meeting of the Institute of Navigation, Nashville, Tennessee.
- Jenkinson, A. F. (1955): The frequency distribution of the annual maximum (or minimum) of meteorological elements. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 81:158–171.
- Krueger, E., Schueler, T., Hein, W. G., Martellucci, A., and Blarmino, G. (2004): Galileo Tropospheric Correction Approaches Developed within GSTB-V1. In: Proceedings of the ENC-GNSS, Rotterdam, the Netherlands.
- Rózsa, S. (2014): Uncertainty Considerations for the Comparison of Water Vapour Derived from Radiosondes and GNSS. In: IAG Symposia Series, vol. 139.
- RTCA (2016): Minimum operational performance standards for global positioning systems/satellite-based augmentation system airborne equipment. Standard: RTCA DO-229.
- Van Leeuwen, S. S., van der Marel, H., Toussaint, M., and Martellucci, A. (2004): Validation of SBAS MOPS troposphere model over the EGNOS service area. In: European Navigation Conference (ENC), Rotterdam, The Netherlands.

Ein modernes Welthöhensystem nach Bruns (1878)

Reiner Rummel

IAPG, Technische Universität München
E-Mail: rummel@bv.tum.de

Zusammenfassung

Heinrich Bruns erörterte 1878 in einer Denkschrift die Bestimmung der Figur der Erde. Ein die ganze Erde umspannendes Polyeder bildet den Geometrieteil. Die Berechnung des Schwerepotentials an den Polyederpunkten liefert die notwendige Höheninformation. Bruns zeigte auch, dass die Bestimmung der Erdfigur mit den damals zur Verfügung stehenden Messverfahren theoretisch zwar möglich, praktisch die Realisierung jedoch wegen der atmosphärischen Refraktion und der Unüberbrückbarkeit der Weltmeere stark eingeschränkt gewesen wäre. Die geodätischen Raumverfahren haben die Möglichkeiten der Geodäsie revolutioniert. Durch die Kombination der Raumverfahren SLR, VLBI, GNSS und DORIS wurde der Geometrieteil des Brunsschen Polyeders in Form des International Terrestrial Reference Frame (ITRF) bereits Wirklichkeit. Mit den gravimetrischen Satellitenmissionen CHAMP, GRACE und GOCE wurde zudem die globale Bestimmung des Erdschwerepotentials entscheidend vorangetrieben. In Kombination mit terrestrischen Schwereanomalien, Schwereanomalien aus Altimetrie und topographischen Höhen ließe sich bereits heute ein relativ genaues globales Höhensystem realisieren. Es wird daher vorgeschlagen, im Rahmen der Arbeiten des Global Geodetic Observing System (GGOS) ein Konzept für die periodische Ergänzung des ITRF durch global einheitliche Potential- bzw. Höheninformation zu formulieren.

1 Einleitung

Potentialdifferenzen zwischen Geländepunkten sind ein eindeutiges und physikalisch sinnvolles Höhenmaß. Traditionell lassen sich Differenzen des Schwerepotentials aus nivellierten Höheninkrementen in Kombination mit Schweremessungen gewinnen. Dieses Verfahren ist sehr genau und wird seit mehr als 120 Jahren erfolgreich in der Geodäsie eingesetzt (Bomford, 1980, Kapitel 3). Potentialdifferenzen bezogen auf einen Nullpunkt, dem mittleren Meeresspiegel an einem sorgfältig ausgewählten Pegel liefern sogenannte Geopotentielle Koten, die wiederum sehr einfach in orthometrische Höhen oder Normalhöhen umgewandelt werden können (Heiskanen und Moritz, 1967; Heck, 2003). Es gehört zu den geodätischen Kernaufgaben, physikalische Höhen als Teil der Infra-

struktur für die vielfältigen Nutzer in Praxis und Wissenschaft bereit zu stellen. Bereits während der Zeit der Europäischen Gradmessung wurde so versucht, mit groß angelegten, transkontinentalen Nivellements die Mittelwasserstände der Bezugsmarken der verschiedenen, an Westeuropa und Zentraleuropa grenzenden Meere zu vergleichen (Seibt, 1883; Börsch u. a., 1891). Nachteile dieses klassischen Ansatzes sind insbesondere:

- Das Nivellement ist sehr arbeits- und daher zeitaufwändig;
- wegen des Zeitaufwands ist es auch schwierig, zeitlichen Veränderungen der Höhenwerte eindeutige Epochen zuzuordnen;
- die geringe Redundanz bei der Ausgleichung von Nivellementnetzen macht es schwer, systematische Fehler aufzudecken;

Erschienen bei KIT Scientific Publishing
Schriftenreihe des Studiengangs
Geodäsie und Geoinformatik 2018,1

DOI Einzelbeitrag:
10.5445/KSP/1000080244

Festschrift zur Verabschiedung von
Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. Bernhard Heck
(Schw)Ehre, wem (Schw)Ehre gebührt

DOI Festschrift:
10.5445/KSP/1000080324



Dieses Werk ist lizenziert unter einer
Creative Commons Namensnennung
- Weitergabe unter gleichen Bedin-
gungen 4.0 International Lizenz (CC BY-SA 4.0): [https://
creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.en](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.en)

- grundsätzlich ist das Nivellement anfällig bezüglich systematischer Fehler (wiederum Bomford, 1980, Kapitel 3);
- wegen des Bezugs auf den Mittelwasserstand von Pegeln entstehen zwischen den Höhensystemen unbekannte Sprünge deren Größenordnung der Abweichung des Mittelwasserstands am Bezugspegel von einer gemeinsamen Niveaulfläche des Erdschwerefelds entspricht.

In den achtziger und neunziger Jahren des zurückliegenden Jahrhunderts zeichnete sich das „Nivellement mit GPS“ als neues Verfahren zur Bestimmung physikalischer Höhen ab. Mit dieser Methode sollte es auch möglich werden, die genannten Systematiken der bestehenden Höhensysteme aufzudecken und die Sprünge zwischen den Höhensystemen zu beseitigen. Ein einheitliches globales Höhensystem ist nun in Sichtweite (Gruber u. a., 2012).

Vorbereitende Studien waren unter anderem (Colombo, 1980; Rummel und Teunissen, 1988; Rapp und Balasubramania, 1992; Rummel und Heck, 2001; Heck, 2004). Seit der Veröffentlichung dieser Arbeiten hat sich durch den Aufbau mehrerer globaler Navigationssatellitensysteme (insbesondere des amerikanischen GPS, aber auch des russischen Glonass, europäischen Galileo und chinesischen Beidou) und im Schwerefeldbereich durch die Missionen CHAMP, GRACE und GOCE die Ausgangslage für diesen neuen Ansatz beträchtlich verbessert. Auch innerhalb der Internationalen Assoziation für Geodäsie (IAG) wurde in Arbeitsgruppen intensiv über diese neue Möglichkeit und ihre Implementierung nachgedacht (Ihde und Sánchez, 2005; Sánchez, 2012; Ihde u. a., 2017).

Heute hat die Geodäsie – vor allem auch durch die geodätischen Satellitenverfahren – bei der Bewältigung ihrer zwei großen Aufgaben einen bemerkenswerten Stand erreicht, sowohl bei der Bestimmung der Geometrie des Erdkörpers und dessen zeitlicher Veränderung als auch bei der Ermittlung des globalen Schwerefelds und dessen Zeitvariationen. In dieser Arbeit wollen wir diskutieren, ob durch die Verschmelzung dieser beiden Aufgaben – Geometrie und Schwere – ein geodätisches Weltsystem höchster Güte geschaffen werden könnte, so wie dies Heinrich Bruns bereits 1878 in seiner Schrift „Die Figur der Erde“ angedacht hatte.

2 Die Figur der Erde nach Bruns

Im Jahr 1878 erschien die Publikation „Die Figur der Erde“ von Heinrich Bruns (1878). Zu dieser Zeit war die von General Baeyer (1861) initiierte Mitteleuropäische Gradmessung bereits angelaufen, die Geodäsie entwickelte sich zu einer selbstständigen Wissenschaftsdisziplin und etliche namhafte Gelehrte beschäftigten sich mit der flächenhaften Ermittlung der Erdfigur. Bruns gelang es in der genannten Arbeit, auf nur 49 Seiten eine umfassende und genaue Antwort auf die Frage der Bestimmung der Erdfigur zu geben. Er analysierte die damals der Geodäsie zur Verfügung stehenden fünf Messverfahren:

- astronomische Ortsbestimmung (Breite, Länge, Azimut),
- Zenitwinkel,
- Horizontalwinkel und Länge einer Basislinie,
- geometrisches Nivellement und
- Schwere.

Es gelang ihm nachzuweisen, dass diese fünf Verfahren theoretisch notwendig und hinreichend waren, um frei von Hypothesen die Erdfigur durch ein die Erde umspannendes Polyeder festzulegen, ergänzt durch die notwendige Höheninformation in Form von Schwerepotential und Schwere an allen Polyederpunkten und einschließlich der Orientierung des Polyeders bezüglich der Erdachse. Bruns zeigte auch die praktischen Grenzen dieses Ansatzes auf. Zum einen waren die Ozeane zu Bruns' Zeiten ein unüberbrückbares Hindernis für die geodätischen Messverfahren. Es wären also nur die auf die Landmassen beschränkten Teile eines die Erde umspannenden Polyeders realisierbar gewesen. Folglich hätte man auch die Werte des Schwerepotentials, d. h. die Höheninformation, für jedes dieser Teilsysteme auf „seine“ Höhennullmarke beziehen müssen, üblicherweise das mittlere Meeresniveau eines geeigneten Pegels, mit als Konsequenz unbekanntem Höhendifferenzen zwischen diesen Teilsystemen. Bruns erläutert auf Seite 5 seiner Veröffentlichung die Ursache dieser Höhendifferenzen, nämlich die Abweichung der mittleren Meeresoberfläche von einer Niveaulfläche des Schwerefelds und er diskutiert die möglichen atmosphärischen und ozeanographischen Ursachen dieser Abweichungen. Zum anderen war auch der Einfluss der atmosphärischen Refraktion ein nicht überwindbares Hindernis.

Er resultiert in fehlerhaften Zenitwinkeln und damit in zu großen Unsicherheiten der Geometrie des Polyeders in z -Richtung.

Wie müsste man sich den Aufbau des Brunsschen Polyeders aus den genannten fünf Messverfahren vorstellen? Ausgangspunkt wäre als geodätisches Grundelement ein Dreieck eines Triangulationsnetzes, das drei Geländepunkte mit einander verbindet. Aus den Horizontalwinkeln und der Länge der Basislinie ergibt sich ein maßstabgerechtes horizontales Dreieck. Aus den jeweils zwei Zenitwinkeln an den Dreieckspunkten zu den Nachbarpunkten resultieren die geometrischen Höhenunterschiede im Dreieck und die Festlegung der Lotrichtung an den drei Eckpunkten bezüglich der Dreiecksfläche. Es entsteht ein geometrisches Formelement im Sinne von Baarda u. a. (1956). Die Form liegt fest, sie ist jedoch frei verschieb- und drehbar. Wird ein größerer Geländeausschnitt mit einer derartigen räumlichen Triangulation erfasst, so teilen sich benachbarte Formelemente jeweils eine Seite und das Lot der beiden Endpunkte dieser Seite. Es entsteht ein wesentlich größeres dreidimensionales geometrisches Formelement, das sich an das Gelände anpasst aber grundsätzlich noch stets als Ganzes frei verschieb- und drehbar ist. Mit Hilfe der astronomischen Ortsbestimmung an mehreren Punkten erfolgt die Orientierung des Formelements bezüglich der Erdachse und der Meridianebene von Greenwich. Der Abstand zur Erdachse oder zum Geozentrum bleibt unbekannt. Im globalen Limit einer Erde ohne Ozeane ließe sich so ein erdumspannendes Polyeder mit bekannter Orientierung bezüglich Erdachse und dem Meridian von Greenwich konstruieren. Physikalisch relevante Höheninformation (d. h. eine Aussage zur Fließrichtung von Wasser zwischen den Polyederpunkten) entstünde in diesem rein geometrischen Gebilde durch Hinzunahme von Schwerepotentialdifferenzen zwischen allen Polyederpunkten. Geopotentielle Konten ergäben sich durch Einführung einer Nullmarke auf Meeresniveau. Alternativ ließe sich mit Hilfe der Sätze der Potentialtheorie ein Referenzpotentialwert W_0 ermitteln. Die Potentialdifferenzen ergeben sich aus dem geometrischen Nivellement ergänzt durch Schwere. Die fundamentalen Hindernisse waren damals, wie bereits erläutert, einerseits die Ozeane, zu jener Zeit noch unüberbrückbares geodätisches Niemandsland und andererseits die atmosphärische Refraktion, die wegen

der daraus resultierenden großen Unsicherheiten von Zenitwinkeln die Realisierung eines räumlichen Polyeders unmöglich machte.

3 Brunssches Polyeder heute: ITRF kombiniert mit einem hochauflösenden Geopotentialmodell

In den 140 Jahren seit dieser fundamentalen Arbeit von Heinrich Bruns entstanden großartige neue Möglichkeiten für die Geodäsie. Neben dem Aufkommen neuer Mess- und Rechenmöglichkeiten bedeutet insbesondere der Eintritt ins Raumfahrtzeitalter einen Quantensprung. Für die punktweise Bestimmung der Erdfigur stehen heute vier sich ergänzende Raumverfahren zur Verfügung:

- Very Long Baseline Interferometry (VLBI),
- Satellite Laser Ranging (SLR),
- die Globalen Navigationssatellitensysteme, zusammengefasst unter der Bezeichnung GNSS
- und das französische DORIS-System.

Unter dem Dach der Internationalen Assoziation für Geodäsie (IAG) entstand für jedes dieser vier Raumverfahren ein wissenschaftlicher Dienst, der die weltweit anfallenden Messungen sammelt und einer einheitlichen Auswertung zuführt. Aus einer kombinierten Auswertung aller vier Verfahren entsteht dann unter der Regie des Internationalen Erdrotationssdienstes (IERS) das Internationale Terrestrische Referenzsystem (ITRS), (Petit und Luzum, 2010). Die Realisierung dieses Systems auf dem Erdkörper ist der sogenannte Referenzrahmen (International Terrestrial Reference Frame = ITRF), ein Verzeichnis von Koordinaten und Geschwindigkeiten von Beobachtungspunkten und von deren Genauigkeiten. Bei diesem Rechenprozess wird eine Vielzahl von Einflussfaktoren und geophysikalischen Effekten, wie Gezeitendeformation oder Auflasteffekte mit aufwändigen Reduktionsmodellen berücksichtigt. In Abständen von ca. 5 Jahren wird eine Neuberechnung vorgenommen (Altamimi u. a., 2011; Seitz u. a., 2017). Die Koordinaten werden in einem geozentrischen kartesischen Koordinatensystem gegeben und erreichen heute eine Genauigkeit von wenigen Millimetern. Diese ca. 1500 Beobachtungspunkte kommen

der Idee des Brunsschen Polyeders sehr nahe. Sie werden ergänzt und verdichtet durch eine Hierarchie von kontinentalen und nationalen Systemen, meist basierend auf GNSS-Beobachtungen. Im Zeitalter der Satellitengeodäsie formen die Ozeane keine Hindernisse mehr. Parallel zum ITRS entstand durch das Verfahren der Satellitenaltimetrie in den zurückliegenden 30 Jahren eine ununterbrochene zentimetergenaue Erfassung der Geometrie der Meeresoberfläche und ihrer zeitlichen Veränderung (Fu und Cazenave, 2001; Stammer und Cazenave, 2017). In gewisser Weise bleibt die atmosphärische Refraktion, d. h. der störende Einfluss der Troposphäre ein Schwachpunkt, allerdings ist durch die steilen Visuren der Satellitenpositionierung die z -Komponente der Beobachtungspunkte heute nur unwesentlich ungenauer als die beiden horizontalen Komponenten. Der Geometrieteil des Brunsschen Polyeders ist also Wirklichkeit, wenngleich nicht realisiert mit den klassischen geodätischen Messverfahren des 19. Jahrhunderts sondern mit den modernen Raumverfahren der geodätischen Gegenwart.

Offen ist jedoch noch die Ergänzung der Koordinaten der Polyederpunkte durch physikalisch relevante Höheninformation, oder wie Bruns es vorschlägt, die Vervollständigung durch die Werte des Schwerepotentials und zusätzlich evtl. durch Schwere und Lotabweichungen.

Parallel und teilweise Hand in Hand mit den Positionierungsverfahren wurde in der Satellitengeodäsie an der Entwicklung von Methoden zur Erdschwerefeldbestimmung gearbeitet. Eine neue Qualität erreichten diese Arbeiten mit gravimetrischen Satellitenverfahren, die eine direkte dreidimensionale Bahnverfolgung erdnahe Satelliten über GPS mit hochgenauen Beschleunigungsmessungen kombinieren. Es waren dies bisher die Missionen CHAMP (2000 – 2010), GRACE (2002 – 2017) und GOCE (2009 – 2013). Aus den Messreihen dieser Missionen konnten globale Schwerefeldmodelle gewonnen werden. Sie werden üblicherweise als ein Satz von dimensionslosen Entwicklungskoeffizienten einer Reihe von Kugelfunktionen dargestellt. So besteht zum Beispiel das Modell GOCE-TIM5 aus einem kompletten Satz von Koeffizienten bis Grad und Ordnung 280 oder das Modell GOCE-DIR5 bis Grad und Ordnung 300, (Brockmann u. a., 2014; Bruinsma u. a., 2014). Diese

Entwicklungsgrade entsprechen nach der Faustregel: Räumliche Auflösung = $20\,000 \text{ km} / \text{Entwicklungsgrad}$ einer Auflösung auf der Erdkugel von ca. 71 km bzw. 66 km. Die Genauigkeit des Schwerepotentials bei Grad und Ordnung 200 (bzw. 100 km) entspricht für beide Modelle einer Höhengenaugigkeit von ungefähr 1 cm bis 3 cm. Mit diesen Modellen ließen sich die 3-D Koordinaten des ITRF global einheitlich durch Geopotentielle Koten oder Potentialwerte einschließlich den Werten der ersten und zweiten Ableitungen ergänzen. Das heißt, man könnte nun den Gedankengang von Bruns aufgreifen und seinem Vorschlag folgend, global konsistent die Geometrieinformation durch die Höhen bzw. Potentialinformation ergänzen. Im Sinne von Marussi (1985) entspräche dies einer Ergänzung der geometrischen Koordinaten durch sogenannte natürliche oder Schwerekoordinaten. Marussi (1977) sprach an anderer Stelle von einer „Geometrie in der Geometrie“. Leider entspricht jedoch die Begrenzung der Reihenentwicklung des Schwerepotentials, z. B. bis Grad und Ordnung 200, einer geglätteten und daher unvollständigen Darstellung der Potentialfunktion oder der daraus abgeleiteten physikalischen Höhen. Der vernachlässigte Teil der Kugelfunktionsdarstellung wird als spektraler Abbruchfehler bezeichnet. Bei einem Entwicklungsgrad 200 liefert als Abschätzung das Gradvarianzmodell von Tscherning und Rapp (1974) einen Abbruchfehler von ca. 48 cm, das einfachere Modell von Kaula (1966) 28 cm, beide Werte viel zu hoch für ein offizielles nationales Höhensystem. Der Abbruchfehler ist im Sinne einer globalen Standardabweichung zu verstehen, d. h. je nach Rauigkeit des Schwerefelds gibt es Regionen mit höherem und niedrigerem Abbruchfehler. Durch Hinzunahme von terrestrischer Schwerefeldinformation lässt sich der Abbruchfehler signifikant verringern, wobei es Regionen gibt mit sehr guten und flächendeckenden Schwerefeldern und andere mit sehr lückenhaftem bzw. schlecht dokumentiertem Datenmaterial. Am einfachsten ist die Verwendung von kombinierten Geopotentialmodellen, bei denen mit großem Aufwand die Kugelfunktionsentwicklung der Ergebnisse der Satellitengravimetrie mit der verfügbaren Schwerefeldinformation aus terrestrischer Gravimetrie oder abgeleitet aus Satellitenaltimetrie kombiniert wurde. Ein hervorragendes Beispiel ist das Modell EGM2008 (Pavlis u. a., 2012) mit einer lückenlosen Reihenent-

wicklung bis Grad und Ordnung 2159 und zusätzlichen Koeffizienten bis Grad 2190. Neuere Modelle sind GOCO05c-ogmoc des GeoForschungsZentrums in Potsdam, ebenfalls bis Grad 2190 oder GOCO05, das auf einer strengen Lösung der kombinierten Normalgleichungen bis Grad und Ordnung 720 beruht, (Fecher u. a., 2017). Bei letzterem ist der Abbruchfehler ca. 8 bis 9 cm, bei den hochauflösenden Modellen nur noch ca. 2 cm. Dies bedeutet, dass auch der gravimetrische Teil des Vorschlags von Bruns umgesetzt werden kann, wenn auch noch nicht global einheitlich mit der wünschenswerten Genauigkeit. Dennoch, die Grundidee von Heinrich Bruns (1878) könnte heute als Aufgabe des Global Geodetic Observing System (GGOS) unter dem Dach der IAG realisiert werden, (Beutler und Rummel, 2012).

Es scheint daher nun der Zeitpunkt gekommen, zu dem die Umsetzung der Grundidee von Bruns im obengenannten Sinn und damit auch die Realisierung eines global konsistenten Höhensystems angegangen werden sollte. Kernpunkte sind:

- Die Realisierung eines global vereinheitlichten Höhensystems durch die Ergänzung des Koordinatenregisters des ITRF mit Werten des Schwerepotentials (und/oder Geopotentiellen Koten, Normalhöhen, orthometrischen Höhen) ergänzt durch die ersten Ableitungen des Schwerepotentials in einem Nord, Ost, vertikal oben-Dreibein. Dies entspricht dem gravimetrischen Teil bzw. Höhentheil des Brunsschen Polyeders.
- Erweiterung des globalen geodätischen Punkteregisters durch ausgewählte terrestrische Bezugspunkte, Meerespegel und Bezugsmarken der nationalen Zeitdienste einschließlich der entsprechenden Potential-/Höheninformation. Die Gesamtheit dieser Punkte sei hier Polyeder genannt.
- Ergänzung auch der regionalen/nationalen GNSS-Punktfelder durch entsprechende Potential-/Höheninformation.
- Unter dem Dach von GGOS-IAG die Sammlung, Aufbereitung und Überprüfung aller weltweit verfügbaren Schwere- und zugehörigen Höhendaten als Datenquelle für eine bestmögliche Neuberechnung eines hochauflösenden Geopotentialmodells – als Nachfolgemodell von EGM2008 bzw. EIGEN-C4. Überprüfung der theoretischen und numerischen Grundlagen dieser Neuberechnung, Festle-

gung des Rechenmodells und aller Definitionsparameter als Teil des ITRS.

- Ebenfalls als Aktivität des GGOS-IAG: parallel zu der periodischen Neuberechnung des ITRF eine periodische Neuberechnung und Überprüfung der Werte des Schwerepotentialanteils und seiner Ableitungen.

Die Umsetzung dieser Vorschläge erfordert die Berücksichtigung bzw. Klärung einer Reihe von Einzelthemen:

Im Rahmen des IERS wird kontinuierlich an der Aktualisierung und Verfeinerung des ITRS und dessen Realisierung, dem ITRF gearbeitet, (Altamimi u. a., 2011; Seitz u. a., 2017). Es wäre daher nur logisch, parallel hierzu als Aktivität des GGOS-IAG an die Koordinaten der Polyederpunkte den ergänzenden Potential- bzw. Höhentheil hinzuzufügen. Auch diese Aufgabe sollte einer ausgewiesenen Institution anvertraut werden und von unabhängigen Expertengruppen überprüft werden. Die Berechnung sollte auf einem aktuellen und hochauflösenden Geopotentialmodell beruhen. Es könnte Aufgabe des GGOS sein, die für dieses Modell bestmögliche Datengrundlage zu schaffen. Ähnlich den sehr erfolgreichen Kampagnen in der Arktis und Antarktis, (Kenyon u. a., 2008; Scheinert u. a., 2016) könnte man mit abgestimmten Projekten vorhandene Lücken und Schwachstellen beseitigen. Dabei geht es nach den Satellitenmissionen GRACE und GOCE und der Neuberechnung des ozeanischen Schwerefelds unter Einbeziehung der CRYOSAT-2-Daten (Andersen und Knudsen, 2017) um eine Vervollständigung der terrestrischen Schwere- und Höheninformationen und eine Identifizierung eines geeigneten hochauflösenden topographischen Höhenmodells.

Die terrestrischen Schwereanomalien beziehen sich auf das jeweilige Höhendatum der Region. Das heißt, aus den unbekanntem Höhendatumsdifferenzen resultieren unbekannt Sprünge in den Schwereanomalien. In Rummel und Teunissen (1988) wurde gezeigt, wie dieser Aspekt bei der Lösung der Geodätischen Randwertaufgabe berücksichtigt werden kann. Xu (1992) führte hierzu eine Modellsimulation durch. Kürzlich wurde in Gerlach und Rummel (2013) gezeigt, dass wegen des mittlerweile hohen Auflösungsgrads der Satellitenschwerefeldmodelle dieser indirekte Datumseffekt in den terrestrischen Schwereanomalien vernachlässigt werden kann.

Höchste Priorität muss die perfekte Konsistenz der Geometriedaten der Polyederpunkte im ITRF mit dem Potential- bzw. Höhentheil haben. Im Kern bedeutet dies die Berechnung des Potential- bzw. Höhentails im ITRS, d. h. die Verwendung der Systemparameter und Reduktionsmodelle des ITRS auch für das zu verwendende Geopotentialmodell. Dabei relevante Themen werden in Gerlach u. a. (2017) erörtert. Aspekte, die hierbei vielleicht besondere Aufmerksamkeit verdienen sind das Thema „permanente Gezeiten“ (Hughes und Bingham, 2008), die Frage des gemeinsamen Ursprungs des ITRS (nahe dem Massenzentrum) und des Schwerepotentialmodells (definitionsgemäß im Massenzentrum) und die Rolle der zeitlichen Veränderungen der Höhenwerte. Gerade wegen der heute hohen Relevanz der Geoidbestimmung, der Berechnung der mittleren Meeresoberfläche und der mittleren Ozeanographie für die Ozeanographie und Klimaforschung wäre es überlegenswert, die bisherige Empfehlung der IAG zum Zero-Tide-System zu überdenken und evtl. zum Mean-Tide-System überzugehen (vgl. auch Mäkinen und Ihde, 2009). Im Mean-Tide-System wäre ein natürlicher Übergang zu den Messreihen der Satellitenaltimetrie und der Meerespiegel gegeben.

Noch eine Bemerkung zur Datumsdefinition des Potential- bzw. Höhentails und zur Bestimmung von W_0 . Auch dieses Thema wurde bereits von Bruns (1878) behandelt, der sich sehr intensiv mit den Grundlagen der Potentialtheorie beschäftigte. Es sei auch auf Heiskanen und Moritz (1967, Abschnitte 2-19 und 2-20), Rummel und Heck (2001), Hipkin (2002) und Sacerdote und Sansò (2001) verwiesen. Messbar sind nur Potentialdifferenzen, nicht aber das Potential selbst, vollkommen analog zur Elektrostatik. In der Praxis werden auch nur Potential- oder Höhendifferenzen benötigt. In der Geodäsie wird das „absolute“ Potential nur durch die Einführung der Regularitätsbedingung bei der Lösung der Geodätischen Randwertaufgabe schätzbar, d. h. durch die Annahme, dass das Potential im Außenraum gegen Unendlich nach Null abklingt. Erst durch diese Annahme wird das Potential auf der Erdoberfläche und im Außenraum berechenbar. Es geht also auch hier um Potentialdifferenzen, nämlich um die Differenz des Potentials von Punkten auf der Erde oder im erdnahen Außenraum bezüglich „Unendlich“. Inwiefern lässt sich dann dennoch von einer Datums-

wahl sprechen? Die Regularitätsbedingung lässt natürlich noch offen, auf welche Niveaufläche des Schwerefelds sich die Geopotentiellen Knoten oder physikalischen Höhen beziehen sollen. Man könnte zum Beispiel die durch einen tektonisch sehr stabilen und sorgfältig überwachten Pegel gehende Niveaufläche wählen, oder den Ensemblemittelwert aus einer Gruppe ausgewählter Meerespiegel oder den globalen Mittelwert der altimetrisch vermessenen Meeresoberfläche, mit den dazugehörigen Möglichkeiten der Transformation von einer Datumswahl zu einer anderen, (Baarda, 1973). Es gibt in diesem Sinne verschiedene Arbeiten zur Bestimmung eines bestmöglichen Wertes W_0 , (Burša u. a., 1997, 1999, 2007; Grafarend und Ardalan, 1997).

Ein weiterer Punkt ist die Einbeziehung bestehender klassischer Nivellements (kombiniert mit Schwerewerten) in den vorgeschlagenen Prozess. Es ist bekannt, dass die klassischen Nivellements über kürzere Abstände sehr genau sind, über große Abstände sich jedoch systematische Fehler einschleichen können, die zu signifikanten Verformungen der bestehenden Höhensysteme geführt haben, siehe zum Beispiel Higginson u. a. (2015), Wang u. a. (2012) und Woodworth u. a. (2012). In der älteren Literatur werden höhenabhängige und breitenabhängige systematische Fehler diskutiert, zum Beispiel in Bomford (1980) und Jordan u. a. (1956, S.218-264). Es müsste demnach ein Verfahren entwickelt werden, das die Stärke des „GPS-Nivellements“ über große Abstände und global mit dem des klassischen Nivellements über kurze Abstände kombiniert.

4 Ausblick

Heinrich Bruns erörterte im Jahr 1878 in seiner berühmten Denkschrift „Die Figur der Erde“ das theoretische Konzept einer Bestimmung der Form der Erde mittels eines den Erdkörper umspannenden Polyeders. Teil seines Konzeptes war die Ermittlung des Schwerepotentials an den Polyederpunkten als physikalisch eindeutiges Höhenmaß. Bruns legte auch dar, dass die atmosphärische Refraktion eine genaue Messung der notwendigen Zenitwinkel zwischen den Polyederpunkten und die Beschränkung der terrestrischen Messungen auf die Landmassen die Realisierung dieses weltumspannenden Polyeders zu seiner Zeit un-

möglich machte. Mit dem Eintritt ins Raumzeitalter im Jahre 1957 wurden die genannten Beschränkungen überwunden. Heute, siebenzig Jahre nach Sputnik-1, dem ersten künstlichen Satelliten ist die zentimetergenaue Bestimmung der Geometrie des Erdkörpers Realität. Zudem bilden Ozeane und Eisoberflächen keine Hindernisse mehr. Das Brunssche Polyeder ist Wirklichkeit geworden, wenngleich in der abgewandelten Form des ITRS/ITRF. Mit den erfolgreichen Schwerefeldmissionen CHAMP, GRACE und GOCE rückte auch die noch fehlende global einheitliche und genaue Ergänzung des ITRS/ITRF durch Geopotentielle Knoten bzw. physikalische Höhen in greifbare Nähe. Die beiden Missionen GRACE und GOCE waren so konzipiert, dass durch differentielle Messverfahren dem mit zunehmendem Abstand von den Erdmassen schnellen Abklingen des Gravitationssignals entgegen gewirkt werden konnte: bei GRACE durch eine Abstandsdifferenzmessung zwischen den beiden sich in einer erdnahen Umlaufbahn folgenden Satelliten, bei GOCE durch die Verwendung eines Gravitationsgradientometers. Die erforderliche hohe Genauigkeit der Höhenbestimmung erfordert jedoch auch heute noch eine Kombination der aus CHAMP, GRACE und GOCE entstandenen Geopotentialmodelle mit terrestrischen Schwerefelddaten, d. h. gravimetrischen Schwereanomalien auf Land und in einigen Eis- und Meeresregionen, auf den Ozeanen Schwereanomalien aus Satellitenaltimetrie und ergänzend, Topographiedaten. Die Qualitätsanalyse und optimale Kombination von Satellitengravimetrie mit den terrestrischen Datensätzen könnte als Projekt unter dem Dach von GGOS-IAG realisiert werden.

Die Realisierung eines global konsistenten und genauen Höhensystems gehört zu den Grundaufgaben der Geodäsie. Die Verwirklichung eines derartigen Internationalen Höhenreferenzsystems ist Voraussetzung für die Behebung von Verformungen in den bestehenden Höhennetzen, Grundlage für Länder oder Kontinente übergreifende Ingenieuraufgaben und Ausgangspunkt für die globale Untersuchung des mittleren Meeresspiegels und dessen Veränderungen.

Literatur

- Altamimi, Z., Collilieux, X. und Métivier, L. (2011): ITRF2008: an improved solution of the international terrestrial reference frame. *Journal of Geodesy* 85(8):457–473. DOI: 10.1007/s00190-011-0444-4.
- Andersen, O. B. und Knudsen, P. (2017): Deriving the DTU15 global high resolution marine gravity field from satellite altimetry. In: Abstract from ESA Living Planet Symposium 2016, Prague, Czech Republic.
- Baarda, W. (1973): S-transformations and criterion matrices. Publ. Netherlands Geodetic Commission 5-1.
- Baarda, W., Harkink, F. und de Groot, D. (1956): Handleiding voor de technische werkzaamheden van het kadaster. Ministerie van Financiën, Den Haag.
- Baeyer, J. J. (1861): Ueber die Grösse und Figur der Erde - Eine Denkschrift zur Begründung einer mitteleuropäischen Gradmessung, 111 Seiten. Georg Reimer, Berlin.
- Beutler, G. und Rummel, R. (2012): Scientific Rationale and Development of the Global Geodetic Observing System. In: *Geodesy for Planet Earth: Proceedings of the 2009 IAG Symposium, Buenos Aires, Argentina, 31 August 31 - 4 September 2009*. Hrsg. von S. Kenyon, M. C. Pacino und U. Marti. IAG-Symposia 136. Berlin, Heidelberg: Springer, S. 987–993. DOI: 10.1007/978-3-642-20338-1_123.
- Bomford, G. (1980): Geodesy. Forth Edition. Clarendon, Oxford.
- Börsch, A., Kühnen, F. und Helmert, F. R. (1891): Vergleich der Mittelwasser der Ostsee und Nordsee, des Atlantischen Ozeans und des Mittelmeeres auf Grund einer Ausgleichung von 48 Nivellements-polygonen in Central- und Westeuropa. Centralbureau der Internationalen Gradmessung, Berlin.
- Brockmann, J. M., Zehentner, N., Höck, E., Pail, R., Loth, I., Mayer-Gürr, T. und Schuh, W.-D. (2014): EGM_TIM_RL05: An independent geoid with centimeter accuracy purely based on the GOCE mission. *Geophysical Research Letters* 41(22):8089–8099. DOI: 10.1002/2014GL061904.
- Bruinsma, S. L., Förste, C., Abrikosov, O., Lemoine, J.-M., Marty, J.-C., Mulet, S., Rio, M.-H. und Bonvalot, S. (2014): ESA's satellite-only gravity field model via the direct approach based on all GOCE data. *Geophysical Research Letters* 41(21):7508–7514. DOI: 10.1002/2014GL062045.
- Bruns, H. (1878): Die Figur der Erde. Publication des Königl. Preussischen Geodätischen Instituts, Berlin.
- Burša, M., Kenyon, S., Kouba, J., Šíma, Z., Vatrt, V., Vitek, V. und Vojtíšková, M. (2007): The geopotential value W_0 for specifying the relativistic atomic time scale and a global vertical reference system. *Journal of Geodesy* 81(2):103–110. DOI: 10.1007/s00190-006-0091-3.
- Burša, M., Kouba, J., Kumar, M., Müller, A., Raděj, K., True, S. A., Vatrt, V. und Vojtíšková, M. (1999): Geoidal Geopotential and World Height System. *Studia Geophysica et Geodaetica* 43(4):327–337. DOI: 10.1023/A:1023273416512.
- Burša, M., Raděj, K., Šíma, Z., True, S. A. und Vatrt, V. (1997): Determination of the Geopotential Scale Factor from TOPEX/POSEIDON Satellite Altimetry. *Studia Geophysica et Geodaetica* 41(3):203–216. DOI: 10.1023/A:1023313614618.
- Colombo, O. (1980): A world vertical network. Report 296. Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus, USA.
- Fecher, T., Pail, R. und Gruber, T. (2017): GOCO05c: A New Combined Gravity Field Model Based on Full Normal Equations and Regionally Varying Weighting. *Surveys in Geophysics* 38(3):571–590. DOI: 10.1007/s10712-016-9406-y.
- Fu, L.-L. und Cazenave, A. (2001): Satellite Altimetry and Earth Sciences. Hrsg. von L.-L. Fu und A. Cazenave. Academic Press, San Diego.
- Gerlach, C. und Rummel, R. (2013): Global height system unification with GOCE: a simulation study on the indirect bias term in the GBVP approach. *Journal of Geodesy* 87(1):57–67. DOI: 10.1007/s00190-012-0579-y.

- Gerlach, C., Gruber, T. und Rummel, R. (2017): Höhensysteme der nächsten Generation. In: *Erdmessung und Satellitengeodäsie: Handbuch der Geodäsie*. Hrsg. von R. Rummel. Springer Reference Naturwissenschaften, Kap. 9. Berlin, Heidelberg: Springer, S. 349–400. DOI: 10.1007/978-3-662-47100-5_7.
- Grafarend, E. W. und Ardalan, A. A. (1997): W_0 : an estimate in the Finnish Height Datum N60, epoch 1993.4, from twenty-five GPS points of the Baltic Sea Level Project. *Journal of Geodesy* 71(11):673–679. DOI: 10.1007/s001900050134.
- Gruber, T., Gerlach, C. und Haagmans, R. (2012): Intercontinental height datum connection with GOCE and GPS-levelling data. *Journal of Geodetic Science* 2(4):270–280. DOI: 10.2478/v10156-012-0001-y.
- Heck, B. (2004): Problems in the Definition of Vertical Reference Frames. In: *V Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy: Matera, Italy June 17–21, 2003*. Hrsg. von F. Sansò. IAG Symposia, Vol. 127. Berlin, Heidelberg: Springer, S. 164–173. DOI: 10.1007/978-3-662-10735-5_22.
- Heck, B. (2003): Rechenverfahren und Auswertemodelle der Landesvermessung - Klassische und moderne Methoden. 3. Aufl., 473 S. Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg.
- Heiskanen, W. A. und Moritz, H. (1967): Physical geodesy. W. H. Freeman & Co., San Francisco, USA.
- Higginson, S., Thompson, K. R., Woodworth, P. L. und Hughes, C. W. (2015): The tilt of mean sea level along the east coast of North America. *Geophysical Research Letters* 42(5):1471–1479. DOI: 10.1002/2015GL063186.
- Hipkin, R. G. (2002): Is there a need for a Geodetic Datum 2000? Discussion of a “Heiskanen & Moritz” Proposition”. In: *Vistas for Geodesy in the New Millennium: IAG 2001 Scientific Assembly, Budapest, Hungary September 2–7, 2001*. Hrsg. von J. Ádám und K.-P. Schwarz. IAG-Symposia 125. Berlin, Heidelberg: Springer, S. 124–127. DOI: 10.1007/978-3-662-04709-5_21.
- Hughes, C. W. und Bingham, R. J. (2008): An Oceanographer’s Guide to GOCE and the Geoid. *Ocean Science* 4(1):15–29. DOI: 10.5194/os-4-15-2008.
- Ihde, J. und Sánchez, L. (2005): A unified global height reference system as a basis for IGGOS. *Journal of Geodynamics* 40(4):400–413. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jog.2005.06.015>.
- Ihde, J., Sánchez, L., Barzaghi, R., Drewes, H., Foerste, C., Gruber, T., Liebsch, G., Marti, U., Pail, R. und Sideris, M. (2017): Definition and Proposed Realization of the International Height Reference System (IHR5). *Surveys in Geophysics* 38(3):549–570. DOI: 10.1007/s10712-017-9409-3.
- Jordan, W., Eggert, O. und Kneissl, M. (1956): Handbuch der Vermessungskunde. Band III, 10. Auflage. Metzlersche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart.
- Kaula, W. M. (1966): Theory of Satellite Geodesy. Blaisdell Publishing Comp, Waltham.
- Kenyon, S., Forsberg, R. und Coakley, B. (2008): New Gravity Field for the Arctic. *Eos, Transactions American Geophysical Union* 89(32):289–290. DOI: 10.1029/2008EO320002.
- Mäkinen, J. und Ihde, J. (2009): The Permanent Tide in Height Systems. In: *Observing our Changing Earth*. Hrsg. von M. G. Sideris. IAG-Symposia 133. Berlin, Heidelberg: Springer, S. 81–87. DOI: 10.1007/978-3-540-85426-5_10.
- Marussi, A. (1977): Geodäsie: Zwischen Wirklichkeit und Abstraktion. *Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie* 65(3–4):129–131.
- Marussi, A. (1985): Intrinsic Geodesy. (übersetzt von W. I. Reilly). Springer, Heidelberg.
- Pavlis, N. K., Holmes, S. A., Kenyon, S. C. und Factor, J. K. (2012): The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008). *Journal of Geophysical Research* 117:B04406. DOI: 10.1029/2011JB008916.
- Petit, G. und Luzum, B. (2010): IERS Conventions (2010). 644 Seiten. Frankfurt/M: IERS Technical Note No. 36.
- Rapp, R. H. und Balasubramania, N. (1992): A conceptual formulation of a world height system. Report 421. Department of Geodetic Science und Surveying, The Ohio State University, Columbus, USA.
- Rummel, R. und Heck, B. (2001): Some critical remarks on the definition and realization of the EVRS. *Veröffentlichungen der Bayerischen Kommission für die Internationale Erdmessung* 61:114–115.
- Rummel, R. und Teunissen, P. (1988): Height datum definition, height datum connection and the role of the geodetic boundary value problem. *Bulletin Géodésique* 62(4):477–498. DOI: 10.1007/BF02520239.
- Sacerdote, F. und Sansò, F. (2001): W_0 : A story of the height datum problem. In: *Festschrift Wolfgang Torge*. Report No 241. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, S. 49–56.
- Sánchez, L. (2012): Towards a vertical datum standardization under the umbrella of Global Geodetic Observing System. *Journal of Geodetic Science* 2(4):325–342. DOI: 10.2478/v10156-012-0002-x.
- Scheinert, M., Ferraccioli, F., Schwabe, J., Bell, R., Studinger, M., Damaske, D., Jokat, W., Aleshkova, N., Jordan, T., Leitchenkov, G., Blankenship, D. D., Damiani, T. M., Young, D., Cochran, J. R. und Richter, T. D. (2016): New Antarctic gravity anomaly grid for enhanced geodetic and geophysical studies in Antarctica. *Geophysical Research Letters* 43(2):600–610. DOI: 10.1002/2015GL067439.
- Seibt, W. (1883): Gradmessungs-Nivellement zwischen Swinemünde und Amsterdam. Publication des Königl. Preussischen Geodätischen Instituts, Berlin.
- Seitz, M., Angermann, D. und Bloßfeld, M. (2017): Geometrische Referenzsysteme. In: *Erdmessung und Satellitengeodäsie: Handbuch der Geodäsie*. Hrsg. von R. Rummel. Springer Reference Naturwissenschaften, Kap. 8. Berlin, Heidelberg: Springer, S. 325–348. DOI: 10.1007/978-3-662-47100-5_17.
- Stammer, D. und Cazenave, A. (2017): Satellite Altimetry Over Oceans and Land Surfaces. Hrsg. von D. Stammer und A. Cazenave. 644 Seiten. CRC Press. ISBN: 9781498743457.
- Tscherning, C. C. und Rapp, R. H. (1974): Closed covariance expressions for gravity anomalies, geoid undulations, and deflections of the vertical implied by anomaly degree variance models. Report 208. Department of Geodetic Science und Surveying, The Ohio State University, Columbus, USA.
- Wang, Y. M., Saleh, J., Li, X. und Roman, D. R. (2012): The US Gravimetric Geoid of 2009 (USGG2009): model development and evaluation. *Journal of Geodesy* 86(3):165–180. DOI: 10.1007/s00190-011-0506-7.
- Woodworth, P. L., Hughes, C. W., Bingham, R. J. und Gruber, T. (2012): Towards worldwide height system unification using ocean information. *Journal of Geodetic Science* 2(4):302–318. DOI: 10.2478/v10156-012-0004-8.
- Xu, P. (1992): A quality investigation of global vertical datum connection. *Geophysical Journal International* 110(2):361–370. DOI: 10.1111/j.1365-246X.1992.tb00880.x.

Recovering undifferenced GNSS observations from double differences – use and limits

Steffen Schön

Institut für Erdmessung, Leibniz Universität Hannover, Germany
E-Mail: schoen@ife.uni-hannover.de

Abstract

Double differences (DD) of GNSS phase observations are often used to eliminate or largely reduce systematic effects in the observations, especially the satellite and receiver clock errors. However, during this operation not only errors are eliminated but also information of four different lines-of-sights is combined into one DD observation. Consequently, specific effects of interest like e. g. multipath signatures or tropospheric slant delay variations can be hardly attributed to a specific line-of-sight. To overcome these problems, Alber et al. (2000) proposed a strategy to recover undifferenced observations (ZD) from DD which is now widely used in geodesy and GPS data assimilation in meteorology. In this paper, the explicit analytical solution of the strategy proposed by Alber et al. (2000) will be given. The findings describe directly the repartition of the information contained in the DD on the recovered ZD and the difference between the original ZD and the recovered one. Using simulated and real data the benefits and limitations of the strategy are discussed. It is shown that individual signatures cannot be completely recovered. We found that the success of recovering individual signatures and the degree of contamination of other observations by these signatures depend on the number of stations in the network, the number of satellites in common view, and the uniqueness of the signatures.

1 Motivation

Double differencing GPS phase observations is a standard approach in relative positioning. The impact of distance dependent systematics can be largely reduced as the satellite and receiver clock errors cancel out. In addition, depending on the network size the unmodelled tropospheric and ionospheric propagation effects are also lower. However, if double differences (DD) instead of undifferenced observations (zero differences, ZD) are used, specific effects of interest, like e. g., multipath signatures or tropospheric slant delay variations can be hardly attributed to a specific line-of-sight. As a consequence, it becomes difficult to study these effects in detail, i. e. each DD includes four different paths.

Information from high-resolution line-of-sight is increasingly requested. Prominent applications are the description of temporal and spatial variations of the water vapor in the atmosphere which are mandatory for weather prediction. A direct use of ZD is generally difficult for these applications since the information of interest is masked by or highly correlated with the dominant receiver clock error (Luo et al., 2007).

To overcome this problem, Alber et al. (2000) proposed a method for obtaining single-path delays from DD using the so-called “zero mean” assumption. This method has been rapidly adopted in meteorological modeling and multipath characterization. For example, Braun et al. (2001) and Braun et al. (2003) adopted



the zero mean assumption and derived integrated water vapor along the ray path between a ground-based GPS receiver and GPS satellites. MacDonald et al. (2002) or Bender et al. (2011) used the obtained phase delays to determine and analyze 3D water vapor fields. Within the TOUGH-project (Targeting Optimal Use of GPS Humidity Measurements in Metrology) this methodology was also applied to retrieve slant delays for use in numerical weather prediction assimilation, cf. e. g. van der Marel and Gundlich (2006).

A second application is the mitigation or monitoring of GPS multipath effects. Here DDs are transformed to inbetween station single difference, in order to take the individual satellite repeat time and thus the repeatability of multipath patterns into account (Zhong et al., 2010). Huisman et al. (2009) transform DD residuals from a CORS network in Australia into ZD residuals and propose finger print maps for the analysis of multipath.

Besides its attractiveness, reconverting DDs into ZDs is based on different assumptions that can restrict the possible interpretations. In this contribution we present the explicit algebraic formulation of the recovered ZDs from SD as well as from DD. These results enable to evaluate if recovered ZD may answer the specific scientific question of interest.

In Section 2, the different strategies for double differencing are briefly revisited. Two algebraic solutions for the recovered ZD from DD are derived and discussed. Finally, we will use simulated and real data to illustrate the mathematical properties of the recovering procedure. The remainder of the paper will summarize in a comprehensive way the benefits and limits of using recovered ZD.

2 Mathematical concept

We can compute linearly independent DD using different construction sequences, like e. g. the fixed differencing basis selecting one reference satellite and one reference station (Remondi 1984, also named pivoting) or the sequential differencing basis (Beutler et al. 1984, also named cycling). Lindlohr and Wells (1985) showed that the estimated parameters and their asso-

ciated variancecovariance matrices are independent of the specific strategies used for computing the DD. Following the strategy of first differencing between stations and then between satellites, the DD can be expressed as follows

$$d_{AB}^{12} = s_{AB}^1 - s_{AB}^2 = (z_A^1 - z_B^1) - (z_A^2 - z_B^2), \quad (2.1)$$

where z_A^1 and z_B^1 are the original undifferenced (zerodifferenced) observations of satellite 1 by station A and B , respectively, and z_A^2 and z_B^2 are observations of satellite 2 by station A and B , respectively. The difference between z_A^1 and z_B^1 is the single difference s_{AB}^1 . Similarly s_{AB}^2 denotes the SD for the satellite 2. The two single differences can then be combined into the double difference d_{AB}^{12} .

Considering a network with m stations A, B, \dots, M observing n satellites $1, 2, \dots, n, m-1$ linearly independent baselines can be formed. In matrix vector notation we can write

$$\mathbf{s}^i = \begin{bmatrix} s'_{IA} \\ s'_{IB} \\ \vdots \\ s'_{IM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & -1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z'_I \\ z'_A \\ z'_B \\ \vdots \\ z'_M \end{bmatrix} = \mathbf{A}_P \mathbf{z}', \quad (2.2)$$

where the $(m-1) \times m$ matrix \mathbf{A}_P presents the functional relationship between ZDs and SDs in case of pivoting and station I was arbitrarily chosen as reference station. Similarly, we form the DD for one baseline IJ as the product of a $(n-1) \times n$ matrix \mathbf{B}_P for pivoting the SDs vector \mathbf{s}_{IJ}

$$\mathbf{d}_{IJ} = \begin{bmatrix} d_{IJ}^{12} \\ d_{IJ}^{13} \\ \vdots \\ d_{IJ}^{1n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & -1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{IJ}^1 \\ s_{IJ}^2 \\ s_{IJ}^3 \\ \vdots \\ s_{IJ}^n \end{bmatrix} = \mathbf{B}_P \mathbf{s}_{IJ}, \quad (2.3)$$

Finally, the $(m-1)(n-1) \times 1$ vector of all linear independent DD of the whole network reads

$$\begin{aligned} \mathbf{d} &= (\mathbf{B} \otimes \mathbf{A}) \mathbf{z} = \mathbf{M} \mathbf{z} \\ &= (\mathbf{B} \otimes \mathbf{I}_{m-1}) (\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{A}) \mathbf{z} \end{aligned} \quad (2.4)$$

where \otimes is the ‘Kronecker-Zehfuss product’ (e. g., Koch 1999). The matrix \mathbf{M} relates the ZDs to the

DDs. The $mn \times 1$ vector \mathbf{z} is sorted by satellites (i. e. $z_I^1, z_A^1, \dots, z_M^1, z_I^2, z_A^2, \dots, z_M^2, \dots, z_I^n, z_A^n, \dots, z_M^n$). The vector \mathbf{s}_S and \mathbf{s}_B contain the SD sorted by satellites and baselines, respectively. These formulations are developed for observed- computed values. However, they are also valid for DD residuals.

Eqs. (2.2),(2.3) and (2.4) are three under-determined equation systems of ZDs as function of linearly independent DDs. Thus, the matrix \mathbf{M} cannot be directly inverted. Consequently, recovering ZDs from the DDs is only possible under some assumptions.

In order to invert the matrix \mathbf{M} , Alber et al. (2000) added constraints to Eqs. (2.2) and (2.3), assuming that the residual delay in the direction of one GPS satellite at each epoch, averaged over the entire GPS network, is equal to zero. They stated that this assumption is generally valid for a network distributed over a large area. This ‘zero mean’ assumption is also used for the transformation between DDs and SDs.

3 Explicit algebraic solution for recovered zerodifferences

In this section, we derive an analytical and explicit solution of the recovered ZD based on DD. Without loss of generality we concentrate on star-like networks. We generalize the allowed constraints so that a weighted sum of the ZDs is fixed to an arbitrary value d . Again, we assume a network of m stations A, B, \dots, M ; the station I is the reference station for all $m - 1$ baselines

and the same $i = 1, \dots, n$ satellites are observed at each station.

3.1 Two-step solution

The $m \times 1$ vector \mathbf{z}^{i**} is given by:

$$\mathbf{z}^{i**} = \begin{bmatrix} w_I^i & w_A^i & \dots & w_M^i \\ 1 & -1 & & \\ \vdots & & \dots & \\ & & & 1 \\ 1 & & & -1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \delta^i \\ \mathbf{s}_P^{i*} \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

where \mathbf{z}^{i**} is the vector of ZDs referring to the i -th satellite. The $(m-1) \times 1$ vector $\mathbf{s}_P^{i*} = [s_{IA}^{i*}, s_{IB}^{i*}, \dots, s_{IM}^{i*}]^T$ contains the corresponding recovered SDs, which we get from DDs using a similar strategy (see Fig. 2.1, red selection path). The required condition is $\sum_K (w_K^i z_K^{i**}) = \delta^i$. After some rearrangements, the solution of Eq. (3.1) is completely described by

$$z_J^{i**} = z_I^i + \frac{\delta^i - \sum_K w_K^i z_K^i}{w^i} + \frac{\sum_k w_{IJ}^k s_{IJ}^k - \delta_{IJ}}{\sum_k w_{IJ}^k} + \sum_K \frac{w_K^i}{w^i} \frac{\delta_{IK} - \sum_k w_{IK}^k s_{IK}^k}{\sum_k w_{IK}^k} \quad (3.2)$$

where z_J^{i**} is the recovered ZD for the i -th satellite measured at the J -th station.

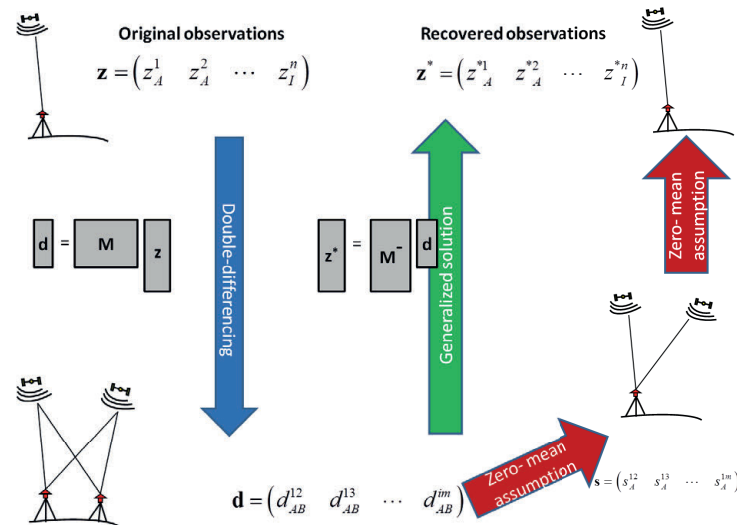


Figure 2.1: Recovery scheme of undifferenced observations (\mathbf{z}) from Double Differences \mathbf{d} . Blue: Process of double-differencing, green: direct solution by generalized inverse, red: two-step solution by zero mean assumption.

The terms $\delta^i - \sum_K w_K^i z_K^i, \sum_k w_{IJ}^k s_{IJ}^k - \delta_{IJ}$ and $\delta_{IK} - \sum_k w_{IK}^k s_{IK}^k$ represent the constraints applied to the satellite i , the baseline IJ , and all baselines referenced with station I , respectively. Note that for the reference station I , the second and the third term vanish. In the second line of Eq.(3.2) the recovered observation is expressed in terms of ZD and SD.

3.2 Equivalence conditions and final solution

Since in Eq. (3.2) the correction for the reference station differs from that of the other stations, the solution is obviously dependent on the strategy used to compute the DD. However, this is in contradiction with the fundamental differencing theorem (Lindlohr and Wells, 1985). Therefore, we propose the following equivalence conditions to be fulfilled in order to guarantee independency on the DD processing strategy:

EC1. The weights w_{ST}^k must be identical for a given satellite k in all baselines ST with arbitrary endpoints S and T .

EC2. The constraints for the baselines cannot be chosen in an arbitrary way. They must fulfill the following equation:

$$\sum_K \frac{w_K^i}{w^i} \delta_{IK} - \delta_{IJ} = \sum_K \frac{w_K^i}{w^i} \delta_{JK}, \quad (3.3)$$

note that $\delta_{II} = 0$.

With these two conditions we can rewrite our solution, which is now independent on the selection of the DD. For the given station J and satellite i the solution reads:

$$\begin{aligned} z_J^{i**} = & j_J^i + \frac{\delta^i}{\sum_K w_K^i} - \frac{\sum_K w_K^i z_K^i}{\sum_K w_K^i} - \frac{\sum_k w_{ST}^k z_J^k}{\sum_K w_{ST}^k} \\ & + \sum_K \frac{w_K^i}{\sum_K w_K^i} \frac{\sum_k w_{ST}^k z_K^k}{\sum_k w_{ST}^k} + \sum_K \frac{w_K^i}{\sum_K w_K^i} \frac{\delta_{JK}}{\sum_k w_{ST}^k} \end{aligned} \quad (3.4)$$

with w_{ST}^k according to the EC1, and an arbitrary starting point K of the baseline instead of the firm reference station. The corrections are now independent of the choice of reference station or baseline selection in the network. If we use the assumption that δ^i and δ_{JK} equal zero and $w_I^i = w_{ST}^k = w$ are identical for all sta-

tions and satellites, the solution can be expressed in its most simplified case

$$z_J^{i**} = z_J^i - \frac{\sum_K z_K^i}{m} - \frac{\sum_k z_J^k}{n} + \frac{\sum_K \sum_k z_K^k}{mn}. \quad (3.5)$$

3.3 Direct inversion

The general solution for the consistent equation $\mathbf{Mz} = \mathbf{d}$ can be expressed according to Koch (1999) as follows:

$$\begin{aligned} \mathbf{z} &= \mathbf{M}^- \mathbf{d} + (\mathbf{I} - \mathbf{M}^- \mathbf{M}) \boldsymbol{\beta} \\ &= \mathbf{M}^- \mathbf{Mz} + (\mathbf{I} - \mathbf{M}^- \mathbf{M}) \boldsymbol{\beta} \\ &= \mathbf{z} + (\mathbf{I} - \mathbf{M}^- \mathbf{M}) (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{z}) \end{aligned} \quad (3.6)$$

where \mathbf{M}^- denotes the generalized inverse of the matrix \mathbf{M} , and $\boldsymbol{\beta}$ is an arbitrary $mn \times 1$ vector. Using the pseudo inverse, a special solution of Eq. (3.6) reads

$$\mathbf{z}^\# = \mathbf{M}^+ \mathbf{d}, \text{ where } \mathbf{M}^+ = \mathbf{M}^T (\mathbf{M} \mathbf{M}^T)^{-1} \quad (3.7)$$

for the matrix \mathbf{M} with full row rank and refers to the minimal norm of $\|\mathbf{z}\|$. In order to compare the pseudo-inverse solution and Eq. (3.4) we can describe the inversion problem as

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W} \\ \mathbf{M} \end{bmatrix} \mathbf{z}^{**} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\delta} \\ \mathbf{d} \end{bmatrix}, \quad (3.8)$$

where $\begin{bmatrix} \mathbf{W} \\ \mathbf{M} \end{bmatrix}$ has a suitable inversion and combines the two-step strategy in one step. The two-step solution and the MINOS solution provide both a unique solution because of the uniqueness of the inverse and pseudo inverse. Through $\mathbf{d} = \mathbf{Mz}$ and the matrix identity $\mathbf{M} \mathbf{M}^+ \mathbf{M} = \mathbf{M}$ (see Koch, 1999) we can obtain $\mathbf{Mz}^\# = \mathbf{M} \mathbf{M}^+ \mathbf{Mz} = \mathbf{Mz} = \mathbf{Mz}^{**}$. If the upper part of equation system (3.8) holds, i.e. $\mathbf{Wz}^\# = \boldsymbol{\delta}$, both solutions give the identical result. In addition, they are identical under the condition $\boldsymbol{\delta} = 0$ and $\mathbf{w}_i \in \text{null}(\mathbf{M})$ with $\mathbf{W}^T = [\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_i, \dots, \mathbf{w}_{n+m-1}]$, and null denoting the nullspace of the matrix \mathbf{M} . This special scenario is given under the zero mean assumption designed by Alber et al. (2000) when the weights that appear in the same row of the matrix \mathbf{W} are identical.

4 Discussion and examples

4.1 General discussion

In Section 3 we derived explicit formulas for the recovered undifferenced observations in terms of DD and ZD. In all cases three corrections are applied to the original observation, namely:

- i) For common mode errors in all observations of the satellite i . This correction includes mainly the satellite clock error, but also satellite hardware delays, and satellite specific parts of ionospheric and tropospheric refraction that are common over the whole network.
- ii) For common mode errors in all observations of the station J . This correction includes primary the receiver clock error and receiver hardware delays as well as station specific common parts of ionospheric and tropospheric refraction.
- iii) For common mode errors in all observations of the whole network. The specific combination of these corrections yields that the signatures that are common to all observations of one satellite or common to all observations at one station cannot be recovered. Consequently, the recovered observations are free of the receiver clock error in J and the satellite clock error of the satellite i . This property is one of the basic benefit of the strategy, since the clock errors mask many line of sight effects, like slant tropospheric delays or multipath effects.

4.2 Discussion of special properties

The recovering by the simplest model was evaluated. From Eq. (3.5), the individual signature can only be recovered to a fraction of $f_R = \frac{mn-n-m+1}{mn}$ of the original signature. Assuming $n = 10$ satellites observed at each station, then f_R equals 45% in a two-station-network ($m = 2$) and 85%(89%) for 20 (100) stations. For even larger networks, f_R is limited by the number of satellites n and tends to $f_R = 1 - \frac{1}{n}$, e. g. for $n = 10, f_R \rightarrow 90\%$. Consequently, with Eq. (3.5) the individual signature cannot be completely recovered. In addition, we can see that the smaller the number of stations or satellites, the smaller the percentage of recovery, like e. g., for $n = 5$ satellites the maximum recovery tends to 80%. Finally, all observations of the network will be contaminated by the signature. The de-

gree of contamination depends on the relationship between each observation and the observation with signature. Four groups of observations can be distinguished:

- 1) The observation to satellite i at station J with individual signature.
- 2) The observations to satellite i at any arbitrary station L . It is affected by $f_{C1} = -\frac{n-1}{mn}$ times the signature of the observation to satellite i at station J .
- 3) The observations to any arbitrary satellite k at any station L . It is affected by $f_{C2} = \frac{1}{mn}$ times the signature of the observation to satellite i at station J .
- 4) The observation of any satellite k at station J . It is affected by $f_{C3} = -\frac{m-1}{mn}$ times the signature of the observation to satellite i at station J .

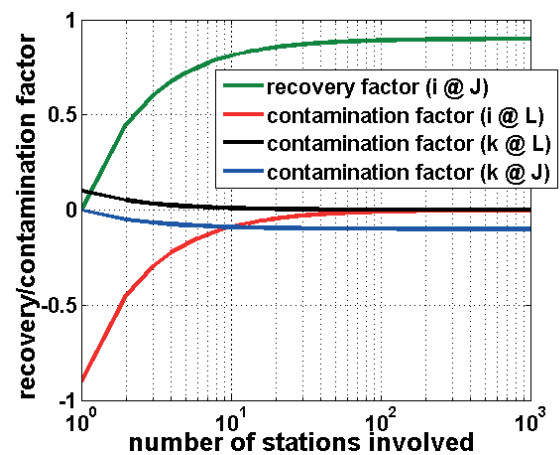


Figure 4.1: Dependency of the recovery and contamination factors on the network size (number of stations involved) for a scenario of $n = 10$ common satellites visible at all stations.

Figure 4.1 shows the variation of the contamination depending on the number of stations m involved in the network and the relation of the observation k to the one with the signature i . For large networks only observations at station J are affected, since f_{C1} and f_{C2} tend to zero. If less than 10 satellites are visible, the recovery is less successful and the contamination is increased.

In order to highlight the special properties of the recovering strategy, simulations were carried out. A forward strategy is applied to assess how well signatures can be recovered. We consider a network of 4 stations (A, B, C , and D) observing 6 satellites ($1, 2, \dots, 6$). For each of the 24 observations, time series of undifferenced observations are generated as a series of normal distributed random variables. Since common mode signatures cancel during double differencing, we transform the simulated time series in such a way, that the

data fulfill exactly the zero mean assumption epoch by epoch. In a next step, we add an individual signature to one observation time series, like e. g., variations due to multipath in the observation of satellite 2 at station *B*. Then, the DD are computed assuming a star-like network with station *A* as reference station and satellite 1 as reference satellite.

Figure 4.2 shows that for our example, the sine-oscillation of the original time series from satellite 2 at station *B* can only partially be recovered. An estimation of the amplitude gives a recovery factor of 62.3% which is close to the theoretical value of 62.5%. All observations at station *B* and all observations of satellite 2 are distorted after recovering with a contamination factor of 12.5% and 20%, respectively. Please note the phase shift of 180° in the sineoscillation. All other observations are contaminated by 5% which is not visible from the data depicted in Fig. 4.1.

Corresponding results are obtained if the satellite and/or station with individual signature are changed. If the weight w_j^i of the individual signature is small, the factor of recovery can be improved. In this case

even for small networks (i. e. few stations) the factor of recovery tends to $f_R \rightarrow 1 - \frac{1}{n}$, i. e. in our example to 83%. The contamination of the satellite 2 at all other station tends to 0. However, the contamination factor of all other satellites is unchanged, especially the contamination factor f_{C3} of the observations at station *B* does not vanish, i. e. in our example it is 12%. Alber et al. (2000) proposed the selection of the weights according to the satellites' elevations. For small networks (i. e. station separation smaller than 10 km), the individual weight for a particular satellite differs only little, so that this selection equals an assignment of an identical weight for the satellite.

5 Recovering real data series

Up to now we have considered only one individual signature. In real data however, different signatures may occur that may have common mode parts. Starting with ZD residuals from PPP processing, we compute DD and reconstruct the ZD. Test data sets from two networks are investigated. The first data set is from

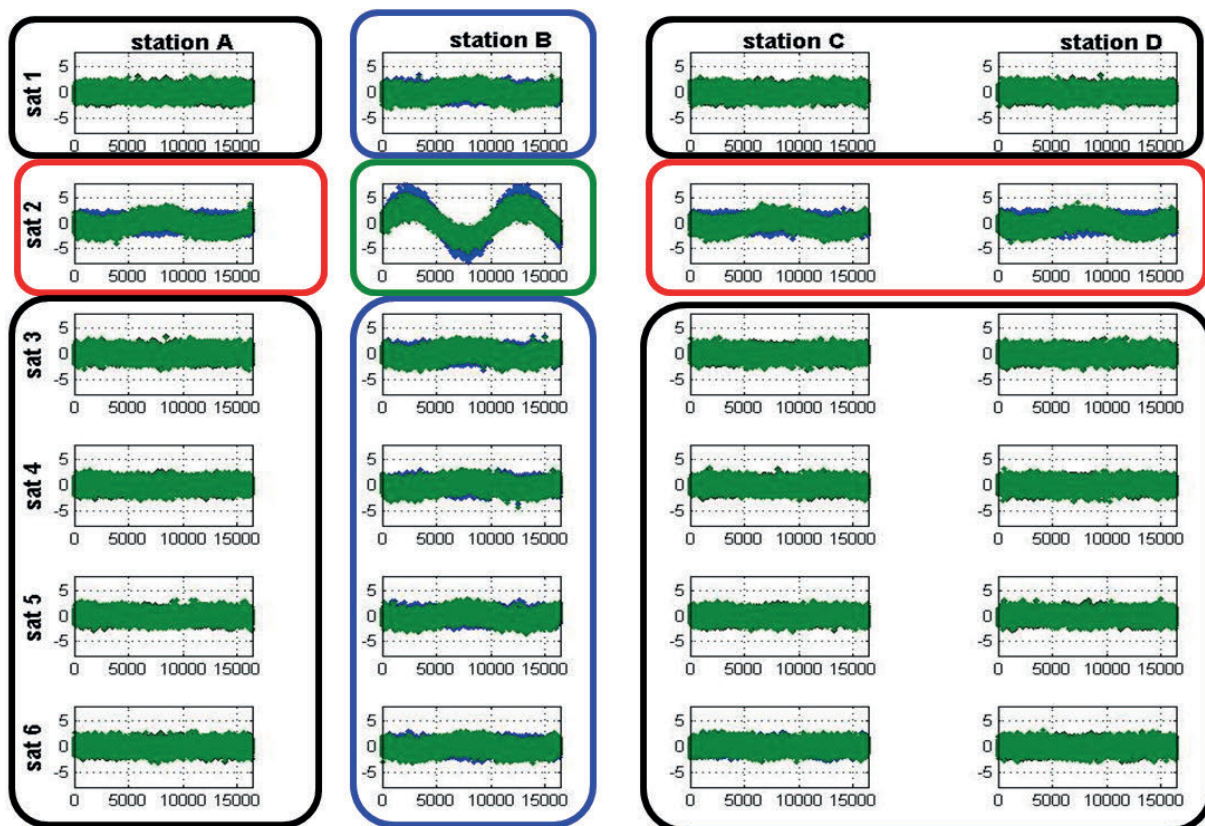


Figure 4.2: Simulated undifferenced data for 4 stations observing the identical 6 satellites. Comparison of original (blue) and recovered (green) simulated time series. The subplots are arranged in a matrix, each column refers to one station and contains the time series of all 6 satellites. Identical weights have been used.

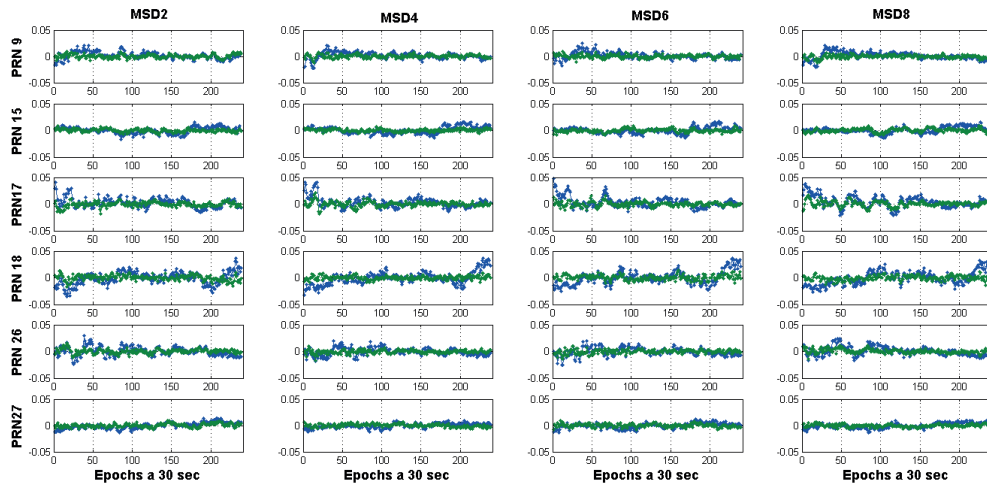


Figure 4.3: Comparison of the original (blue) and recovered (green) time series of undifferenced phase residuals from the LUH network when using Eq. (3.5) for recovering. The subplots are organized in a matrix; each column contains the observations to 6 satellites at the four stations MSD 2, MSD4, MSD6 and MSD8. Data from a 2 h segment (12:00–14:00 GPS time) on 7. July 2009

a very small network on the roof top of the Geodetic Institute of Leibniz Universität Hannover (LUH network). Four equally equipped and aligned stations were used that are separated by 10 m each. The second network is a subset of 6 stations of the EPN network (Bruyninx et al., 2004). Both data sets were processed by the IfE-developed PPP-software, Weinbach and Schön (2011, 2015).

The evaluation of the recovering success is not straight forward and may depend on the specific applications. As a first quality measure, we propose the cumulative histogram of absolute deviations of the recovered time

series $\bar{x}_j^i(t)$ with respect to the original one $x_j^i(t)$. This quantity is computed as

$$\begin{aligned} \Delta_j^i &= \text{cumhist} \{ \Delta_j^i(t) \} \\ \Delta_j^i(t) &= | \bar{x}_j^i(t) - x_j^i(t) |. \end{aligned} \quad (5.1)$$

Due to the very short station separations in the LUH network, many common mode systematic variations exist in the original time series. From the discussion in Sec. 4.1, it is obvious that these common patterns cannot be recovered, they will be lost during doubledifferencing. Consequently, the success of recovering is small. For a network of EPN stations the situation is different since individual signatures exist due to the larger station separations. For the LUH net-

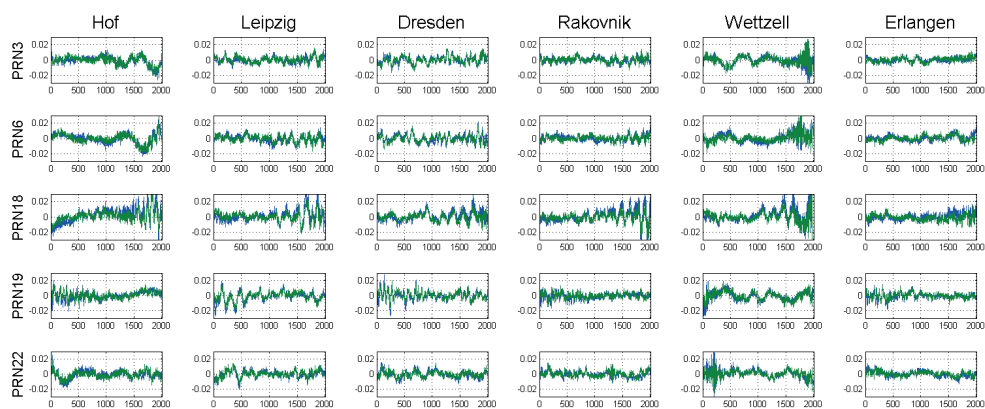


Figure 4.4: Comparison of the original (blue) and recovered (green) time series of undifferenced phase residuals from the EPN subnetwork when using Eq. (3.5) for recovering. The subplots are organized in a matrix; each column contains the observations to 5 satellites at the six stations Hof, Leipzig, Dresden, Rakovnik, Wettzell, and Erlangen.

work, the deviation between original and the recovered data is in 55%/85%/95% of all data points smaller 5 mm/10 mm/15 mm, respectively. Maximum deviations of 37 mm occur. In addition, the recovery success depends of the satellite: PRN 27 can be best recovered, i. e. for 70% of the data, deviations smaller 5mm are obtained, and maximum deviations of 13mm occur. However, for PRN 17 in 70% of the data point deviations smaller than 8 mm are obtained. Here maximum deviations of 37 mm can be found.

The change of the weights in the recovering to an elevation dependent weighting yields no significant change of the recovery success.

6 Conclusions

In this paper, the explicit algebraic solution for recovered ZDs from DDs is presented. The strategy initially proposed by Alber et al. (2000) is expanded. It is shown that the recovered ZD of a particular satellite at a distinct station can be expressed as the original ZD plus three correction terms. They represent the common mode errors of all observations of (1) the particular satellite, (2) at the distinct station, and (3) all observations of the whole networks. The main benefits of recovering ZD is that the ZD is consequently free of common mode errors, especially the receiver and satellite clock errors. This enables the analysis of signatures with small amplitudes (i. e. from some mm to a few cm), e. g. like variations in the tropospheric slant delays or multipath patterns. However, it is mathematically shown that the recovery will never be perfect. For an individual signature, we introduce recovery and contamination factors. The recovery success depends on the number of stations involved in the network and the satellites in view at all stations. While the number of stations can be increased and thus the recovering improved, the number of satellites is restricted and currently limits the success of recovery from a theoretical point of view to a maximum of 90% recovery. The operational use of multi GNSS will improve the situation in future. Since the recovered ZD are linear combinations of all original ZD, all recovered ZD will be contaminated by an individual signature. The degree of contamination depends on the relation of each observation to the observation with individual signature and the number of stations and satellites in com-

mon view in the network. Considering real PPP residuals as “true” ZD signatures, it could be shown that the success of recovery increases if the signatures of the observation time series of the identical satellite at different stations differ at most and meet the zero mean assumption. Considering original and recovered ZD as identical if their deviations are smaller than the GPS carrier phase noise level of about 2 mm, in our example about 50% of the time series of high elevation satellites could be correctly recovered.

Acknowledgements

Bernhard’s “post” group at GIK is the starting place of my scientific career. I deeply thank Bernhard for his support already during my studies at Universität Karlsruhe, as an enthusiastic teacher who attracted my interests to theoretical questions. His mentorship and friendly interest was a big support during all the last years.

References

- Alber, C., Ware, R., Rocken, C., and Braun, J. (2000): Obtaining single path phase delays from GPS double differences. *Geophysical Research Letters* 27:2661–2664.
- Bender, M., Dick, G., Ge, M., Deng, Z., Wickert, J., Kahle, H., Raabe, A., and Tetzlaff, G. (2011): Development of a GNSS water vapour tomography system using algebraic reconstruction techniques. *Advances in Space Research* 47(10):1704–1720.
- Beutler, G., Davidson, D. A., Langley, R. B., Santerre, R., Vanicek, P., and Wells, D. E. (1984): Some theoretical and practical aspects of geodetic positioning using carrier phase difference observations of GPS satellites. *Technical Report, Department of surveying engineering, University of New Brunswick* 109.
- Braun, J., Rocken, C., and Liljegren, J. (2003): Comparisons of line-of-sight water vapor observations using the global positioning system and a pointing microwave radiometer. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology* 20:606–612.
- Braun, J., Rocken, C., and Ware, R. (2001): Validation of single slant water vapor measurements with GPS. *Radio Science* 36(3):459–472.
- Bruyninx, C., Altamimi, Z., Boucher, C., Brockmann, E., Caporali, A., Gurtner, W., Habrich, H., Hornik, H., Ihde, J., Kenyeres, A., Mäkinen, J., Stangl, G., van der Marel, H., Simek, J., Söhne, W., Torres, J. A., and Weber, G. (2004): The European Reference Frame: Maintenance and Products In “Geodetic Reference Frames”. *IAG Symposia Series* 134:131–136.
- Huisman, L., van der Marel, H., and Teunissen, P. (2009): CORS local-site finger-printing using undifferenced least squares GNSS phase residuals. *Proc. International Global Navigation Satellite Systems Society Symposium, 1–3 Dec. 2009* 2009.
- Koch, K. R. (1999): Parameter estimation and hypothesis testing in linear models. 2nd ed. Springer, Berlin Heidelberg New York.
- Lindlohr, W. and Wells, D. (1985): GPS design using undifferenced carrier beat phase observation. *Manuscripta Geodetica* 10:255–295.
- Luo, X., Mayer, M., and Heck, B. (2007): Quantifizierung verschiedener Einflussfaktoren in GNSS-Residuen. *Zeitschrift für Vermessungswesen* 132(2):97–107.

- MacDonald, A. E., Xie, Y., and Ware, R. H. (2002): Diagnosis of Three-Dimensional Water Vapor Using a GPS Network. *Monthly Weather Review* 130:386–397.
- Remondi, B. W. (1984): Using the Global Positioning System (GPS) phase observable for relative geodesy: modeling, Processing, and results. PhD thesis. Austin, Texas: Center for Space Research, The University of Texas at Austin.
- van der Marel, H. and Gundlich, B. (2006): Development of Models for Use of Slant Delays - Slant delay Retrieval and Multipath Mapping Software. Tech. rep. Delft University of Technology. Department of Earth Observation and Space Systems.
- Weinbach, U. and Schön, S. (2011): GNSS receiver clock modeling when using high-precision oscillators and its impact on PPP. *Advances in Space Research* 47(2):229–238.
- Weinbach, U. and Schön, S. (2015): Improved GPS-based coseismic displacement monitoring using high-precision oscillators. *Geophysical Research Letters* 42(10):3773–3779.
- Zhong, P., Ding, X. L., Yuan, L. G., Xu, Y. L., Kenny, K., and Chen, Y. Q. (2010): Sidereal filtering based on single differences for mitigating GPS multipath effects on short baseline. *Journal of Geodesy* 84:145–158.

Die Karlsruher Tesseroidmethode

Kurt Seitz und Thomas Grombein

Geodätisches Institut, Karlsruher Institut für Technologie
E-Mail: kurt.seitz@kit.edu, thomas.grombein@kit.edu

Zusammenfassung

Die Wirkungen von Massen im System Erde haben eine wichtige Bedeutung in der Erdsystemforschung. Hierbei ist zum einen die Modellierung von Massenverlagerungen erforderlich um dynamische Prozesse in einen stationären Zustand abzubilden. Zum anderen ist es auch von zentraler Bedeutung Funktionale des Erdschwerefeldes, welche von unterschiedlichen Massen (Atmosphäre, Eis, Topographie etc.) abhängig sind, zu glätten und somit einer geeigneten Modellbildung zuzuführen. Dies wird durch die Reduktion von Masseneffekten realisiert.

In den Geowissenschaften Geophysik und Geodäsie handelt es sich insbesondere um topographische und isostatische Massen, die modelliert und reduziert werden. Die dazu erforderlichen Gelände- und Dichtemodelle werden in zunehmend höherer Genauigkeit und Auflösung bereitgestellt. Hierzu muss auch die entsprechende Modellbildung stets verifiziert werden, ob sie noch den steigenden Anforderungen hinsichtlich Genauigkeit und Effizienz bei der numerischen Umsetzung gerecht wird.

In diesem Kontext sind Bernhard Heck wertvolle Weiterentwicklungen in der Modellbildung zuzuschreiben. Insbesondere hat er eine echte sphärische Diskretisierung der Massenelemente in Form von Tesseroiden motiviert und vorangebracht.

1 Motivation

Die Modellierung von Massenwirkungen auf das Gravitationspotential und dessen partiellen Ableitungen hat vielseitige Anwendungen in der Physikalischen Geodäsie und der Geophysik. Von zentraler Bedeutung ist die Elimination topographischer und isostatischer Anteile aus gemessenen Funktionalen des Schwerefeldes der Erde. Diese Reduktionen haben als Zielsetzung die Glättung von Funktionalen um ihre analytischen und numerischen Eigenschaften bei Interpolationsaufgaben zu verbessern. Des weiteren werden gewisse Randwerte der Physikalischen Geodäsie mit Hilfe dieser Reduktionen aufbereitet, damit sie für entsprechende Integrale als Randwerte verwendet werden können. Digitale Gelände- sowie Dichtemodelle bilden die Grundlage hierfür.

Bei der klassischen Randwertaufgabe nach Stokes (Stokes, 1849) wird das Geoid als Randfläche eingeführt, weshalb die Randwerte (skalare Schwereanomalien) bzw. die an der physischen Oberfläche gemessenen Schwerewerte auf die mathematische Randfläche (Geoid) zu reduzieren sind. Dabei werden topographische und isostatische Reduktionen angewendet (Heiskanen und Moritz, 1967, Kap. 3). Obwohl in der alternativen Vorgehensweise von Molodenskii (Molodenskii u. a., 1962) zur Lösung der geodätischen Randwertaufgabe gerade keine Massenreduktionen vorgesehen sind, da mit ihnen Dichtehypothesen verbunden wären, treten in der praktischen Realisierung Reduktionen zutage (vergl. Heck und Seitz, 2016). So sind bei der Berechnung der Molodenskii-Terme (Denker und Tziavos, 1999) intensive Massenreduktionen erforderlich, ebenso wie bei



der Behandlung der sogenannten planaren Approximation (Moritz, 1980; Müßle u. a., 2014). Die im Rahmen der Gradiometrie-Mission GOCE gemessenen zweiten Ableitungen des Gravitationspotentials der Erde sollten vor einer Weiterverarbeitung geglättet werden, was einen enormen numerischen Aufwand erfordert. Hier bietet sich eine effiziente Berechnung mittels Tesseroiden an (Grombein u. a., 2014b; Janák u. a., 2012).

2 Das Tesseroid

Die numerische Auswertung von Massenwirkungen erfordert die geometrische Diskretisierung der felderzeugenden Massen. Dazu wurden klassischer Weise Punktmassen, Massenlinien (Tsoulis, 1999, 2012) oder Quader (Mader, 1951) verwendet. Letztere werden auch als Prismen oder flat top prisms in der Literatur bezeichnet (Nagy, 1966; Nagy u. a., 2000, 2002). Die Verwendung von allgemeinen prismatischen Körpern wird in Petrović (1996) vorgestellt.

Im Folgenden wird die Diskretisierung von Massenverteilungen mittels *Tesseroiden* erläutert. Es wird die analytische Darstellung der Potentialwirkung eines Tesseroids mit ihren ersten und zweiten partiellen Ableitungen sowie die numerische Auswertung der Tesseroidformeln dargelegt. Die analytische Form (Tesseroidformeln), so wie sie heute unter zahlreichen Nutzern verbreitet ist, wurde von Bernhard Heck vorgeschlagen und die Ausarbeitung ihrer analytischen Darstellung von ihm wissenschaftlich begleitet.

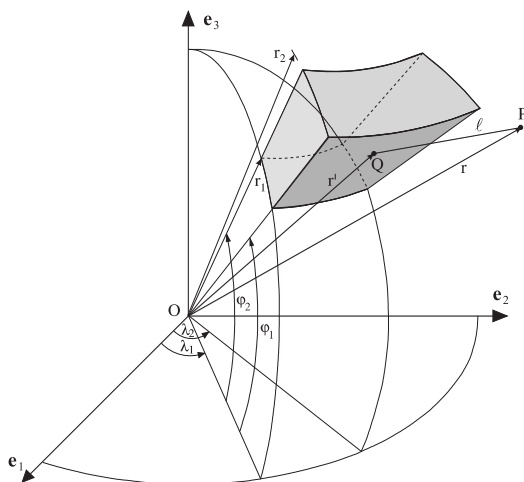


Abbildung 2.1: Geometrie eines sphärischen Tesseroids (Heck und Seitz, 2007).

2.1 Geometrie eines Tesseroids

Die sphärische Diskretisierung eines Volumenelements wird erstmals in Anderson (1976) als Tesseroid bezeichnet. In Abbildung 2.1 ist ein sphärisches Tesseroid dargestellt. Seine Parametrisierung erfolgt im erdfesten Äquatorsystem, das durch die Basisvektoren \mathbf{e}_i aufgespannt ist. Die östliche und westliche Begrenzungsflächen eines sphärischen Tesseroids sind durch Meridianebenen in den Längen λ_1 und λ_2 gegeben. Die nördliche sowie südliche Begrenzung ist durch die Oberfläche eines Kegels mit dem Öffnungswinkel $\pi/2 - \varphi_1$ bzw. $\pi/2 - \varphi_2$ festgelegt. Die geozentrische Breite ist mit φ bezeichnet. Die Grund- und Deckfläche sind durch Kugeloberflächen von konzentrischen Kugeln mit den Radien r_1 und r_2 definiert. Daraus folgen die Dimensionen eines Tesseroids in sphärischen Koordinaten zu

$$\begin{aligned} \Delta r &= r_2 - r_1, \\ \Delta\varphi &= \varphi_2 - \varphi_1 \quad \text{sowie} \\ \Delta\lambda &= \lambda_2 - \lambda_1. \end{aligned} \quad (2.1)$$

2.2 Das Potential eines Tesseroids

Die Wirkung eines massegefüllten Tesseroids mit der homogenen Dichte ρ wird über das Newton-Integral (Heiskanen und Moritz, 1967, S. 14)

$$v(r, \varphi, \lambda) = G\rho \int_{r'=r_1}^{r_2} \int_{\varphi'=\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{\lambda'=\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{1}{\ell} dr' d\varphi' d\lambda' \quad (2.2)$$

dargestellt. Die geozentrische Gravitationskonstante ist mit G bezeichnet. Der Euklidische Abstand ℓ zwischen dem Berechnungspunkt $P(r, \varphi, \lambda)$ und dem variablen Integrationspunkt $Q(r', \varphi', \lambda')$ kann aus deren sphärischen Koordinaten mit dem ebenen Kosinussatz dargestellt werden (Bronstein u. a., 2008, S. 137):

$$\ell(P, Q) = \sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \psi}. \quad (2.3)$$

Hierbei bezeichnet ψ die sphärische Distanz zwischen P und Q und berechnet sich aus dem sphärischen Kosinussatz (Bronstein u. a., 2008, S. 160):

$$\cos \psi = \sin \varphi \sin \varphi' + \cos \varphi \cos \varphi' \cos (\lambda' - \lambda). \quad (2.4)$$

Mit Gleichung (2.3) resultiert aus (2.2) die Potentialdarstellung

$$v(r, \varphi, \lambda) = G\rho \int_{r'=r_1}^{r_2} \int_{\varphi'=\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{\lambda'=\lambda_1}^{\lambda_2} K(P, Q) dr' d\varphi' d\lambda' \quad (2.5)$$

mit dem Integralkern

$$K(P, Q) = \frac{1}{\sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \psi}}. \quad (2.6)$$

Dieser Integralkern ist prinzipiell über r' integrierbar (Martinec, 1998). Bezüglich der Variablen φ' und λ' stellt (2.5) jedoch ein elliptisches Integral dar, für das keine analytische Lösung existiert.

2.3 Lösung des Newton-Integrals mit der Karlsruher Tesseroidmethode

Die Karlsruher Tesseroidmethode basiert auf der Idee den Integranden in Gleichung (2.5), also den Integralkern (2.6), in eine Taylor-Reihe zu entwickeln und die Reihenterme anschließend gliedweise zu integrieren (Heck und Seitz, 2007). Die Taylor-Reihenentwicklung wird im geometrischen Mittelpunkt Q_0 des Tesseroids angesetzt (vergleiche Abbildung 2.1 und Deng u. a., 2016)

$$K(P, Q) = \sum_{i,j,k} \frac{K_{ijk}(P, Q_0)}{i!j!k!} \times (r' - r_0)^i (\varphi' - \varphi_0)^j (\lambda' - \lambda_0)^k \quad (2.7)$$

mit den Koordinaten des Entwicklungspunktes Q_0 :

$$\begin{aligned} r_0 &= \frac{1}{2} (r_1 + r_2), \\ \varphi_0 &= \frac{1}{2} (\varphi_1 + \varphi_2) \quad \text{und} \\ \lambda_0 &= \frac{1}{2} (\lambda_1 + \lambda_2). \end{aligned} \quad (2.8)$$

Die partiellen Ableitungen des Integralkerns sind im Entwicklungspunkt Q_0 auszuwerten:

$$K_{ijk}(P, Q_0) := \left. \frac{\partial^{i+j+k} K(P, Q)}{\partial r'^i \partial \varphi'^j \partial \lambda'^k} \right|_{\substack{r' = r_0 \\ \varphi' = \varphi_0 \\ \lambda' = \lambda_0}}. \quad (2.9)$$

Dadurch dass der geometrische Mittelpunkt des Tesseroids als Taylor-Punkt gewählt wird, werden alle

Teilintegrale mit ungerader Potenz des entsprechenden Taylor-Terms der partiellen Ableitungen zu Null.

Tesseroidformeln 3ter-Ordnung

Wird die Taylor-Reihenentwicklung für den Integralkern (2.7) nach den Termen 2ter-Ordnung abgebrochen, so resultiert nach der Integration die Taylor-Formel 3ter-Ordnung für die Potentialwirkung eines homogenen Tesseroids:

$$\begin{aligned} v(r, \varphi, \lambda) &= G\rho \Delta r \Delta \varphi \Delta \lambda \left[K_{000} + \right. \\ &+ \frac{1}{24} \left(K_{200} \Delta r^2 + K_{020} \Delta \varphi^2 + K_{002} \Delta \lambda^2 \right) \\ &\left. + O\left(\Delta^4 / \ell_0^5\right) \right], \end{aligned} \quad (2.10)$$

wobei das Landau-Symbol $O(\Delta^4 / \ell_0^5)$ die Fehlerordnung angibt.

In gleicher Weise werden die skalare (Heck und Seitz, 2007) und die vektorielle Schwerewirkung (Wild-Pfeiffer, 2007, 2008; Grombein u. a., 2010b) sowie die Elemente des Marussi-Tensors (Gravitations-Gradienten) (Wild-Pfeiffer, 2007, 2008; Grombein u. a., 2010b) hergeleitet. Von Grombein u. a. (2013) wurden darüber hinaus auch Formeln in kartesischen Koordinaten hergeleitet, die sich hinsichtlich ihrer numerischen Eigenschaften auszeichnen. Des weiteren weisen sie an den Polen keine Singularitäten auf, was eine weitere wichtige Eigenschaft dieser Entwicklungen ist.

Details der hier skizzierten Vorgehensweise sowie die partiellen Ableitungen der jeweiligen Integralkerne sind ausführlich in Heck und Seitz (2007), Wild-Pfeiffer (2008) und Grombein u. a. (2013) dargelegt.

Die entsprechenden (sphärischen) Formeln können ohne signifikanten Genauigkeitsverlust auch für ellipsoidische Tesseroiden angewendet werden. Dazu muss lediglich die geographische Breite ϕ in die geozentrische Breite φ mit Hilfe der ersten numerischen Exzentrizität e' umgerechnet werden (siehe Heck, 1995, S. 70, (3.27b)):

$$\varphi = \frac{1}{1 + e'^2} \tan \phi. \quad (2.11)$$

In Abbildung 2.2 ist der Approximationsfehler für das Potential für ein Tesseroid der Ausdehnung $5' \times 5' \times 2$ km mit einer homogenen Dichte von $\rho = 2670$ kg m⁻³ ausgewertet. Der Berechnungspunkt befindet sich 2 km Höhe über dem Pol.

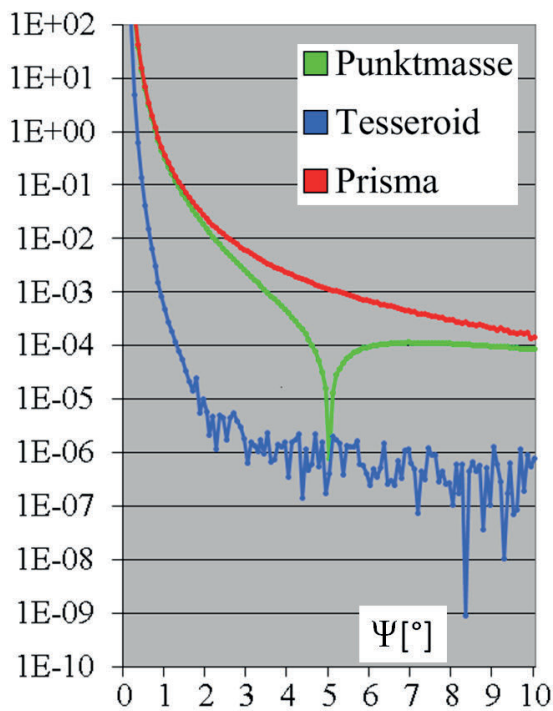


Abbildung 2.2: Approximationsfehler für die Schwerewirkung eines Tesseroids (Seitz u. a., 2004b,c)

Tesseroidformeln 1ter-Ordnung

Wird die Approximation 0ter-Ordnung für den Integralkern (2.7) verwendet, so lautet die resultierende Darstellung mit $(i = j = k = 0)$

$$v(r, \varphi, \lambda) = G\rho\Delta r\Delta\varphi\Delta\lambda \cdot K_{000} + O\left(\Delta^2/\ell_0^5\right). \quad (2.12)$$

Der Taylor-Reihenterm K_{000} ist in Q_0 auszuwerten und ist aber auch von P abhängig:

$$K_{000} = K(P, Q_0) = \frac{1}{\sqrt{r_P^2 + r_0^2 - 2r_P r_0 \cos \psi_0}}. \quad (2.13)$$

Die sphärische Distanz zwischen P und Q_0 lautet:

$$\begin{aligned} \cos \psi_0 &= \sin \varphi_P \sin \varphi_0 \\ &+ \cos \varphi_P \cos \varphi_0 \cos (\lambda_P - \lambda_0). \end{aligned} \quad (2.14)$$

Diese Stufe (2.14) der Approximation der Massenwirkung eines Tesseroids entspricht einer numerischen Integration mit einer Gauss-Legendre-Kubaturformel 1ter-Ordnung. Sie ist mit einer Punktmassenapproximation identisch. Zur numerischen Lösung von Integralen im Kontext der Physikalischen Geodäsie und der dabei erforderlichen Approximation des Integralkerns siehe Hirt u. a. (2011).

3 Historie der Tesseroidmethode am GIK

Wie in Kapitel 2.1 angesprochen, geht die Bezeichnung eines sphärischen Volumenelements als Tesseroid auf Anderson (1976) zurück.

Am GIK wurde das Tesseroid erstmals in den Dissertationen von Grüniger (1990) und Kuhn (2000) zur Modellierung und Berechnung von topographischen und isostatischen Effekten eingesetzt, allerdings noch in der Approximation 1ter-Ordnung (siehe Abschnitt 2.3), d. h. das Integral (2.5) wurde mittels der Reihenentwicklung 0ter-Ordnung für den Integralkern (2.7) angenähert. Die Potentialwirkung berechnet sich mit Gleichung (2.12).

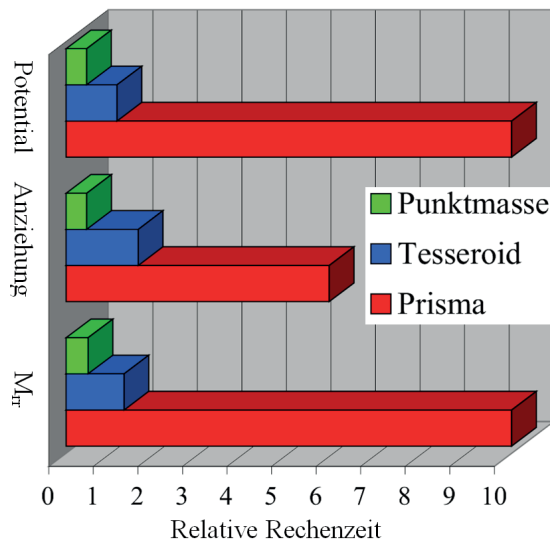


Abbildung 3.1: Vergleich der erforderlichen (relativen) Rechenzeit mit Tesseroid, Prisma oder Punktmasse, um Potential, Anziehung und Gravitationsgradient M_{rr} zu berechnen (Seitz u. a., 2004b,c)

Schon in diesen Dissertationen wurde darauf hingewiesen, dass der immens hohe Rechenaufwand bei Verwendung der klassischen Prismen/Quaderformel (Mader, 1951) durch alternative Verwendung von Tesseroiden deutlich reduziert werden könnte. Die hohe Rechenzeitkosten bei Verwendung der Quaderformeln ist den darin auftretenden intrinsischen Tangens-, Arcus-Tangens- und Wurzelfunktionen zuzuschreiben. Diese treten bei den Tesseroidformeln nicht auf. Ein Rechenzeitvergleich bei der Auswertung von Potentialeffekt und Schwerewirkung wurde in Heck und Seitz (2007) vorgenommen. Abbildung 3.1 zeigt den signifikanten Vorteil bei der Rechenzeit unter Verwendung von Tesseroidformeln an Stelle von Prismen. Dieser Vorteil konnte durch die optimierten Tesseroidformeln

von Grombein u. a. (2013), welche in kartesischen Koordinaten formuliert sind, noch weiter zu Gunsten des Tesseroids vergrößert werden.

Durch die Anregung von Bernhard Heck begannen ab dem Jahre 2000 die intensiven Untersuchungen zur Massenmodellierung mittels Tesseroiden. In der Folge wurden die Tesseroidformeln für die Potentialwirkung von Heck und Seitz (2000) bei der Geodätischen Woche (GW) in Potsdam präsentiert. Danach wurden erstmals die Tesseroidformeln sowohl für das Potential als auch für die skalare gravitative Wirkung eines sphärischen Tesseroids bei der IAG-Tagung in Budapest von Seitz und Heck (2001b) vorgestellt.

Es folgten weitere Vorträge (V) und Posterpräsentationen (P) bei denen die numerische Effizienz, Anwendungsmöglichkeiten, aber auch das Problem der numerischen Instabilität der Reihenentwicklung falls der Berechnungspunkt P direkt auf der Oberfläche des Tesseroids liegt ($r_P = r_2$), diskutiert wurden:

- Seitz und Heck (2001a, GW Köln, (V))
- Heck und Seitz (2001, EGS Nizza, (V))
- Seitz und Heck (2002, GW Frankfurt, (V))
- Heck und Seitz (2002, EGS Nizza, (V))
- Seitz und Heck (2003a, EGS Nizza, (P))
- Seitz und Heck (2003b, IUGG Sapporo, (P))
- Seitz u. a. (2004b, GGSM Porto, (P))
- Seitz u. a. (2004c, GW Stuttgart, (P))
- Seitz u. a. (2005, GW Düsseldorf, (P))
- Heck u. a. (2005a, EGU Wien, (V))
- Heck u. a. (2005b, DGG Graz, (V))
- Heck u. a. (2005c, GW Düsseldorf, (V))
- Seitz und Heck (2006, GW München, (V))
- Wild-Pfeiffer (2008, IUGG Perugia, (P))
- Seitz und Heck (2008, GW Bremen, (P))
- Heck und Seitz (2008, EGU Wien, (V))
- Grombein u. a. (2009, GW Karlsruhe, (V))
- Grombein u. a. (2010a, GW Köln, (V))
- Grombein u. a. (2011, IUGG Melbourne, (V))
- Grombein u. a. (2012, EGU Wien, (P))
- Müßle u. a. (2012, GW Hannover, (V))

Die Tensorelemente eines Tesseroids wurden in sphärischen Koordinaten von Wild-Pfeiffer (2007) hergeleitet. Des Weiteren finden sich diesbezüglich interessante Aspekte in Wild-Pfeiffer und Heck (2007). Auf der Basis dieser Tesseroidformeln wurden intensive Voruntersuchungen für eine Schwerefeldmission vom Typ GOCE durchgeführt (Wild und Heck, 2008; Wild-Pfeiffer, 2008; Wild-Pfeiffer u. a., 2008; Janák u. a., 2012). Aspekte bei der rechentechnischen Umsetzung der zweiten Ableitungen des Gravitationspotentials

werden in Wild-Pfeiffer u. a. (2007) diskutiert.

Eine Darstellung der Tesseroidformeln für die ersten und zweiten Ableitungen, bei denen an den Polen keine Singularitäten auftreten, wurde von Grombein u. a. (2013) vorgelegt. Untersuchungen zur effizienten Berechnung topographischer Effekte auf den Gradiententensor am Fallbeispiel der Satellitengradiometrie-mission GOCE wurde in Grombein u. a. (2010b, 2011, 2014 b,c) vorgenommen. Numerische Untersuchungen zum Glättungsverhalten an Realdaten von GOCE wurden in Grombein u. a. (2014a) unter zusätzlicher Anwendung einer Wavelet-Analyse durchgeführt. Die Dissertation von Grombein (2017) enthält u. a. die Herleitung der optimierten Tesseroidformeln und zeigt die Effizienz in der numerischen Umsetzung sowie mögliche Anwendungsfelder auf. Im REAL-GOCE Projekt wurden die gemessenen zweiten Ableitungen des Gravitationspotentials durch Reduktion topographischer und isostatischer Effekte unter Anwendung der Tesseroidformeln geglättet (Grombein u. a., 2014 a,b).

Extensive Anwendung erfuhren die Tesseroidformeln bei der Berechnung der globalen Rock-Water-Ice(RWI)-Kugelfunktionsmodelle (Grombein u. a., 2014a, 2015, 2016a) zur Darstellung der topographischen und isostatischen Effekte bis Grad und Ordnung $N = 2190$, was international Anklang gefunden hat und die auf der Internetseite des International Centre for Global Earth Models (ICGEM, 2018) verfügbar sind.

Durch immer genauere und auch höher auflöste digitale Geländemodelle (DGMs) wächst der Rechenaufwand enorm. So werden im Rahmen des Quasigeoidprojekts am Lehrstuhl von Bernhard Heck mit dem Landesamt für Geoinformation und Landentwicklung in Baden-Württemberg (LGL) stetig neue Versionen einer regionalen Quasigeoidlösung für Baden-Württemberg erzeugt (Seitz u. a., 2004a). Sie haben immer die aktuellsten DGMs und Schwerewerte als Datengrundlage (Seitz u. a., 2009a,b). Allein der Austausch des DGMs für den Nahbereich von $50 \text{ m} \times 50 \text{ m}$ auf das hochaufgelöste $10 \text{ m} \times 50 \text{ m}$ DGM hat eine Steigerung der Rechenzeit um den Faktor 25 zur Folge. Dabei kommen optimierte Tesseroidformeln sowohl im remove-Schritt als auch im restore-Schritt zum Einsatz (Forsberg, 1984; Forsberg und Tscherning, 1997). In internationalen Kooperationen zum Thema spektrale Erweiterung (Hirt u. a., 2014), Vorwärtsmodellie-

zung im Orts- und Frequenzbereich (Kuhn und Seitz, 2003, 2005), der Berechnung eines Geoidmodells für Afrika (Abd-Elmotaal u. a., 2016a,b), einer Quasigeoid Lösung für Nordeuropa (Farahani u. a., 2017) sowie der inversen Modellierung von hydrologischen Phänomenen mittels Tesseroiden (Ferreira u. a., 2016), um nur einige zu nennen, wurden und werden die Tesseroidprogramme des GIK erfolgreich eingesetzt.

Die zahlreichen studentischen Arbeiten zu der hier erläuterten Thematik der Vorwärtsmodellierung topographischer und isostatischer Effekte mittels der Tesseroidmethode machen deutlich, dass am Lehrstuhl von Bernhard Heck Forschung und Lehre ineinander greifen. So hat Hermann Bähr in seiner Studienarbeit eine Bouguerkarte für das Saarland berechnet die bei der EUCOR-URGENT-Tagung 2008 vorgestellt wurde (Seitz u. a., 2008). Von Müßle (2011) und Müßle u. a. (2013) wurde die Kernfunktion für Potential- und Schwerewirkung eines Tesseroids, wie in Abschnitt 2.2 angedeutet, radial integriert, bevor die Reihenentwicklung in Richtung φ und λ ausgeführt wird. Analytische Aspekte wurden von Grombein u. a. (2010b) untersucht und dabei eine optimierte Darstellung der Tesseroidformeln für das Potential, den vektoriellen Schwereeinfluss und den tensoriellen Gravitationsgradienten entwickelt. Erste Ansätze zur inversen Tesseroidmodellierung wurden in Grombein u. a. (2012) präsentiert und in den Bachelor-Arbeiten Fuhrmann (2014) und Härter (2016) weitergeführt. Dabei wurden aus differentiellen Monatslösungen (Dezember 2008) für das Gravitationsfeld der Erde (siehe Abbildung 3.2 (a)), die in einer Höhe von 250 km synthetisiert wurden, die Höhen der für die Unterschiede in den Lösungen verantwortlichen Wassersäulen über Australien geschätzt (siehe Abbildung 3.2 (b)). Aus diesen geschätzten Wassermassen wurde das zugehörige Po-

tential wieder durch Vorwärtsrechnung generiert und mit den Ausgangsdaten verglichen. Die Residuen sind in Abbildung 3.2 (c) dargestellt und sind dem Betrag nach kleiner als $10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$.

Diese vielversprechenden Resultate der inversen Tesseroidmodellierung können im Rahmen der Neuausrichtung des Lehrstuhls von Bernhard Heck in Richtung Geodätischer Erdsystemwissenschaft vertieft werden.

In Diplom- bzw. Masterarbeiten wurde die Tesseroidmethode für rechenintensive Massenreduktionen eingesetzt. Von Müßle (2013) und Müßle u. a. (2014) wurde die Tesseroidmethode bei der Behandlung der sogenannten planaren Approximation verwendet um die Molodenskii-Terme zu berechnen. Bei der Behandlung der Vereinigung regionaler Höhensysteme zu einem globalen Höhendatum wurde eine fixe Randwertaufgabe formuliert (Porz, 2015; Porz u. a., 2017). Auch hier wurden residuale topographische Effekte mittels Tesseroiden ausgewertet (Grombein u. a., 2016b, 2017). Beim Vergleich der Berechnungsweise von topographischen Effekten durch Vorwärtsmodellierung im Frequenz- bzw. Ortsbereich wurde von Schmitz (2017) von der Tesseroidmethode intensiv Gebrauch gemacht.

4 Externe Sichtbarkeit der Karlsruher Tesseroidmethode

Parameter, an dem der Impact einer Publikation festgemacht werden kann, sind die Anzahl der Downloads und die Häufigkeit ihrer Zitierung. Die Publikation von Heck und Seitz (2007) wurde bis heute 792 von der Internetseite des J Geod heruntergeladen und 83 mal zitiert.

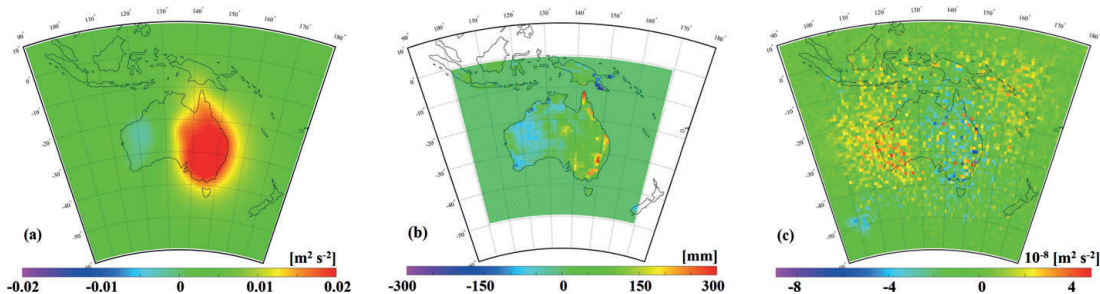


Abbildung 3.2: Schätzung von Wassersäulen aus einem inversen Tesseroidansatz über Australien (Härter, 2016). (a) Potentialänderung, (b) geschätzte Höhen der Wassersäulen, (c) Residuen auf Potentialebene

Die Approximation für das Potential eines Tesseroids wird in Shen und Deng (2016) bis zur 5ten-Ordnung erweitert. Die zweiten Ableitungen werden ebenfalls bis zur 5ten-Ordnung in sphärischen Koordinaten (Deng und Shen, 2017) und in kartesischen Koordinaten (Deng und Shen, 2018) unter Anwendung der Karlsruher Methode veröffentlicht. Ebenso wurde das Tesseroidkonzept von Uieda u. a. (2016) im geophysikalischen Kontext adaptiert. In Marotta und Barzaghi (2017) wird die Tesseroidmethode modifiziert. Dabei wird unter hohem Rechenaufwand jedes Tesseroid in das System sphärischer Polarkoordinaten des Berechnungspunkts transformiert. Die Lösung des sphärischen Integrals durch Gauss-Legendre Quadrat (2.2) wird u. a. in Roussel u. a. (2015) diskutiert.

5 Ausblick

Die Erfolgsgeschichte der Karlsruher Tesseroidmethode wurde durch Bernhard Heck initiiert und wissenschaftlich begleitet. Bislang beschränkte sich die Diskretisierung mittels Tesseroiden auf topographische und isostatische Massen.

Die Erweiterung der Tesseroidmodellierung auf hydrologische oder atmosphärische Massenwirkungen befinden sich in Planung. Eine strenge ellipsoidische Modellierung der Methode ist möglich. Die Ursache der numerischen Instabilität der Tesseroidformeln im unmittelbaren Nahfeld ist noch nicht zufriedenstellend geklärt. Zukünftige Schwerefeldmissionen erfordern möglicherweise die Berechnung der topographischen und isostatischen Effekte auf die dritten Ableitungen.

Literatur

- Abd-Elmotaal, H. A., Ashry, M., Seitz, K. und Heck, B. (2016a): Effect of Victoria Lake on Gravity Reduction and Geoid Determination in Africa. GGHS, Thessaloniki, 19.-23. September 2016.
- Abd-Elmotaal, H. A., Seitz, K., Abd-Elbaky, M. und Heck, B. (2016b): Tailored Reference Geopotential Model for Africa. In: *IAG 150 Years: Proceedings of the IAG Scientific Assembly in Postdam, Germany, 2013*. Hrsg. von C. Rizos und P. Willis. Cham: Springer International Publishing, S. 383–390. DOI: 10.1007/1345_2015_84.
- Anderson, E. G. (1976): The effect of topography on solutions of Stokes' problem. Unisurv S-14, Report. School of Surveying, University of New South Wales, Australia.
- Bronstein, I. N., Semendjajew, K. A., Musiol, G. und Mühlig, H. (2008): Taschenbuch der Mathematik. Verlag Harri Deutsch.
- Deng, X.-L., Grombein, T., Shen, W.-B., Heck, B. und Seitz, K. (2016): Corrections to "A comparison of the tesseroid, prism and point-mass approaches for mass reductions in gravity field modelling" (Heck and Seitz, 2007) and "Optimized formulas for the gravitational field of a tesseroid" (Grombein et al., 2013). *Journal of Geodesy* 90(6):585–587. DOI: 10.1007/s00190-016-0907-8.
- Deng, X.-L. und Shen, W.-B. (2017): Evaluation of gravitational curvatures of a tesseroid in spherical integral kernels. *Journal of Geodesy* 2017. DOI: 10.1007/s00190-017-1073-3.
- Deng, X.-L. und Shen, W.-B. (2018): Evaluation of Optimal Formulas for Gravitational Tensors up to Gravitational Curvatures of a Tesseroid. *Surveys in Geophysics* 2018. DOI: 10.1007/s10712-018-9460-8.
- Denker, H. D. und Tziavos, I. N. T. (1999): Investigation of the Molodensky series terms for terrain reduced gravity field data. *Bollettino di Geofisica Teorica ed Applicata* 40(3-4):195–203.
- Farahani, H. H., Slobbe, D. C., Klees, R. und Seitz, K. (2017): Impact of accounting for coloured noise in radar altimetry data on a regional quasi-geoid model. *Journal of Geodesy* 91(1):97–112. DOI: 10.1007/s00190-016-0941-6.
- Ferreira, V. G., Heck, B., Seitz, K. und Grombein, T. (2016): Using tesseroid mascons to improve the estimations of water-mass variations with GRACE. EGU-Tagung, Wien, 17.-22. April 2015.
- Forsberg, R. (1984): A study of terrain reductions, density anomalies and geophysical inversion methods in gravity field modelling. Report 355. Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus, USA.
- Forsberg, R. und Tscherning, C. C. (1997): Topographic effects in gravity field modelling for BVP. In: Sansò, F., und Rummel, R. (Hrsg.) Geodetic boundary value problems in view of the one centimeter geoid, *Lecture Notes in Earth Sciences*, vol. 65. Springer Berlin Heidelberg, S. 239–272. DOI: 10.1007/BFb0011707.
- Fuhrmann, C. (2014): Numerische Untersuchungen zu den RTM-Effekten auf die Höhenanomalie. BA im Studiengang Geodäsie und Geoinformatik am GIK/KIT, Karlsruhe, (unveröffentlicht).
- Grombein, T. (2017): Gravity forward modeling with a tesseroid-based Rock-Water-Ice approach – Theory and applications in the context of the GOCE mission and height system unification. *Schriftenreihe des Studiengangs Geodäsie und Geoinformatik*, no. 2017,1. Karlsruhe Institute of Technology (KIT), KIT Scientific Publishing, Karlsruhe. DOI: 10.5445/KSP/1000068500.
- Grombein, T., Luo, X., Seitz, K. und Heck, B. (2014a): A wavelet-based assessment of topographic-isostatic reductions for GOCE gravity gradients. *Surveys in Geophysics* 35(4):959–982. DOI: 10.1007/s10712-014-9283-1.
- Grombein, T., Seitz, K., Awange, J. L. und Heck, B. (2012): Detection of hydrological mass variations by means of an inverse tesseroid approach. EGU-Tagung, Wien, 22.-27. April 2012.
- Grombein, T., Seitz, K. und Heck, B. (2016a): The Rock-Water-Ice topographic gravity field model RWL_TOPO_2015 and its comparison to a conventional rock-equivalent version. *Surveys in Geophysics* 37(5):937–976. DOI: 10.1007/s10712-016-9376-0.
- Grombein, T., Seitz, K. und Heck, B. (2016b): Height system unification based on the fixed GBVP approach. In: Rizos, C., und Willis, P. (Hrsg.) IAG 150 years, *International Association of Geodesy Symposia*, vol. 143. Springer Berlin Heidelberg, S. 305–311. DOI: 10.1007/1345_2015_104.
- Grombein, T., Seitz, K. und Heck, B. (2009): Optimierte Tesseroidformeln zur Berechnung topographischer Effekte auf den Gradiententensor. Geodätische Woche, Karlsruhe, 22.-24. September 2009.
- Grombein, T., Seitz, K. und Heck, B. (2010a): Einfluss von Dichteanahmen auf die Modellierung topographischer Effekte. Geodätische Woche, Köln, 05.-07. Oktober 2010.
- Grombein, T., Seitz, K. und Heck, B. (2010b): Untersuchungen zur effizienten Berechnung topographischer Effekte auf den Gradiententensor am Fallbeispiel der Satellitengradiometriemission GOCE. *Schriftenreihe des Studiengangs Geodäsie und Geoinformatik*, no. 2010,1. Karlsruhe Institute of Technology (KIT), KIT Scientific Reports 7547, Karlsruhe.
- Grombein, T., Seitz, K. und Heck, B. (2011): Topographic-isostatic reduction of GOCE gravity gradients. IUGG, Melbourne, 28. Juni - 07. Juli 2011.
- Grombein, T., Seitz, K. und Heck, B. (2013): Optimized formulas for the gravitational field of a tesseroid. *Journal of Geodesy* 87(7):645–660. DOI: 10.1007/s00190-013-0636-1.

- Grombein, T., Seitz, K. und Heck, B. (2014b): Incorporating Topographic-Isostatic Information into GOCE Gravity Gradient Processing. In: *Observation of the System Earth from Space - CHAMP, GRACE, GOCE and future missions: GEOTECHNOLOGIEN Science Report No. 20*. Hrsg. von F. Flechtner, N. Sneeuw und W.-D. Schuh. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, S. 95–101. DOI: 10.1007/978-3-642-32135-1_12.
- Grombein, T., Seitz, K. und Heck, B. (2014c): Topographic-isostatic reduction of GOCE gravity gradients. IAG Symp, vol 139, 349–356. DOI: 10.1007/978-3-642-37222-3_46.
- Grombein, T., Seitz, K. und Heck, B. (2015): RWI_TOPO_2015: An update of the Rock-Water-Ice topographic gravity field model of the Earth up to degree and order 2190. IUGG, Prague, 22. Juni - 02. Juli 2015.
- Grombein, T., Seitz, K. und Heck, B. (2017): On high-frequency topography-implied gravity signals for height system unification using GOCE-based global geopotential models. *Surveys in Geophysics* 38(2):443–477. DOI: 10.1007/s10712-016-9400-4.
- Grüninger, W. (1990): Zur topographisch-isostatischen Reduktion der Schwere. PhD thesis. Universität Karlsruhe, Germany.
- Härter, N. (2016): Rekonstruktion von äquivalenten Wassersäulen aus einem inversen Tesseroidansatz in einer closed-loop Simulation. BA im Studiengang Geodäsie und Geoinformatik am GIK/KIT, Karlsruhe, (unveröffentlicht).
- Heck, B. und Seitz, K. (2007): A comparison of the tesseroid, prism and point-mass approaches for mass reductions in gravity field modelling. *Journal of Geodesy* 81(2):121–136. DOI: 10.1007/s00190-006-0094-0.
- Heck, B. und Seitz, K. (2016): Molodenski – quo vadis? – Aktueller Stand und künftige Entwicklungen des Geodätischen Randwertproblems. In: Freedon, W., und Rummel, R. (Hrsg.) *Handbuch der Geodäsie, Springer Reference Naturwissenschaften*. Springer Berlin Heidelberg, S. 1–32. DOI: 10.1007/978-3-662-46900-2_14-1.
- Heck, B. (1995): Rechenverfahren und Auswertemodelle der Landesvermessung - Klassische und moderne Methoden. 2. Auflage. Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg.
- Heck, B. und Seitz, K. (2000): Die Potentialwirkung eines Tesseroids. Geodätische Woche, Potsdam, 09.-13. Oktober 2000.
- Heck, B. und Seitz, K. (2001): Gravitational attraction of a Tesseroid. EGS-Tagung, Nizza, 26.-30. März 2001.
- Heck, B. und Seitz, K. (2002): Efficient calculation of topographic reductions by the use of tesseroids. EGS-Tagung, Nizza, 21.-26. April 2002.
- Heck, B. und Seitz, K. (2008): Representation of the time variable gravity field due to hydrological mass variations by surface layer potentials. EGU-Tagung, Wien, 13.-18. April 2008.
- Heck, B., Wild-Pfeiffer, F. und Seitz, K. (2005a): A comparison of different mass elements for use in gravity gradiometry. EGU-Tagung, Wien, 24.-29. April 2005.
- Heck, B., Wild-Pfeiffer, F. und Seitz, K. (2005b): Vergleich verschiedener Massenkörper zur Modellierung der 2. Ableitungen des Schwerepotentials. 65. Jahrestagung der Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft, Graz, 22. Februar 2005.
- Heck, B., Wild-Pfeiffer, F. und Seitz, K. (2005c): Vergleich von analytischen und numerischen Methoden zur Berechnung des Gravitationspotentials von Massenelementen und seiner ersten und zweiten Ableitungen. Geodätische Woche, Düsseldorf, 04.-06. Oktober 2005.
- Heiskanen, W. A. und Moritz, H. (1967): *Physical geodesy*. W. H. Freeman & Co., San Francisco, USA.
- Hirt, C., Featherstone, W. E. und Claessens, S. J. (2011): On the accurate numerical evaluation of geodetic convolution integrals. *Journal of Geodesy* 85(8):519–538. DOI: 10.1007/s00190-011-0451-5.
- Hirt, C., Kuhn, M., Claessens, S., Pail, R., Seitz, K. und Gruber, T. (2014): Study of the Earth's short-scale gravity field using the ERTM2160 gravity model. *Computers & Geosciences* 73(Supplement C):71–80. DOI: 10.1016/j.cageo.2014.09.001.
- ICGEM (2018): International Centre for Global Earth Models. URL: <http://icgem.gfz-potsdam.de/home> (besucht am 12.01.2018).
- Janák, J., Wild-Pfeiffer, F. und Heck, B. (2012): Smoothing the gradiometric observations using different topographic-isostatic models: a regional case study. In Sneeuw et al. (eds), Proc. VII Hotine-Marussi Symposium, Rome, Italy, 2009, IAG Symposia, vol. 137, pp. 245–250, Springer, Berlin. DOI: 10.1007/978-3-642-22078-4_37.
- Kuhn, M. (2000): Geoidbestimmung unter Verwendung verschiedener Dichtehypothesen. *Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C*, no. 520. Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften in Kommission beim Verlag C. H. Beck, Munich, Germany.
- Kuhn, M. und Seitz, K. (2003): Evaluation of Newton's integral in the space and frequency domains. IAG General Assembly Sapporo, Japan June 30 – July 11, 2003.
- Kuhn, M. und Seitz, K. (2005): Comparison of Newton's Integral in the Space and Frequency Domains. In: Sansò, F. (Hrsg.) *A Window on the Future of Geodesy, Proceedings of the International Association of Geodesy IAG General Assembly Sapporo, Japan June 30 – July 11, 2003*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, S. 386–391. ISBN: 978-3-540-27432-2.
- Mader, K. (1951): Das Newtonsche Raumpotential prismatischer Körper und seine Ableitungen bis zur dritten Ordnung. *Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen, Sonderheft* 11.
- Marotta, A. M. und Barzaghi, R. (2017): A new methodology to compute the gravitational contribution of a spherical tesseroid based on the analytical solution of a sector of a spherical zonal band. *Journal of Geodesy* 91(10):1207–1224. DOI: 10.1007/s00190-017-1018-x.
- Martinez, Z. (1998): Boundary-value problems for gravimetric determination of a precise geoid. *Lecture notes in earth sciences, vol. 73*. Springer, Berlin, Germany.
- Molodenskii, M. S., Eremeev, V. F. und Yuikina, M. I. (1962): Methods for study of the external gravitational field and figure of the earth. *Translated from Russian (1960) by Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem* 1962.
- Moritz, H. (1980): *Advanced Physical Geodesy*. Herbert Wichmann Verlag Karlsruhe.
- Müßle, M. (2011): Untersuchungen zur numerischen Stabilität der Tesseroidformeln. SA im Studiengang Geodäsie und Geoinformatik am GIK/KIT, Karlsruhe, (unveröffentlicht).
- Müßle, M. (2013): Untersuchungen zur planaren Approximation im Geodätischen Randwertproblem. DA im Studiengang Geodäsie und Geoinformatik am GIK/KIT, Karlsruhe, (unveröffentlicht).
- Müßle, M., Heck, B., Seitz, K. und Grombein, T. (2013): Untersuchungen zur planaren Approximation im Geodätischen Randwertproblem. *Schriftenreihe des Studiengangs Geodäsie und Geoinformatik*, no. 2013,1. Karlsruhe Institute of Technology (KIT), KIT Scientific Reports 7652, Karlsruhe.
- Müßle, M., Heck, B., Seitz, K. und Grombein, T. (2014): On the effect of planar approximation in the Geodetic Boundary Value Problem. *Studia Geophysica et Geodaetica* 58(4):536–555. DOI: 10.1007/s11200-013-0249-4.
- Müßle, M., Seitz, K., Grombein, T. und Heck, B. (2012): Numerische Untersuchungen zur Genauigkeit der Tesseroidformeln für die Massenmodellierung im Nahbereich. Geodätische Woche, Hannover, 09.-11. Oktober 2012.
- Nagy, D., Papp, G. und Benedek, J. (2000): The gravitational potential and its derivatives for the prism. *Journal of Geodesy* 74(7–8):552–560. DOI: 10.1007/s001900000116.
- Nagy, D., Papp, G. und Benedek, J. (2002): Corrections to *The gravitational potential and its derivatives for the prism*. *Journal of Geodesy* 76(8):475. DOI: 10.1007/s00190-002-0264-7.
- Nagy, D. (1966): The gravitational attraction of a right rectangular prism. *Geophysics* 31(2):362–371. DOI: 10.1190/1.1439779.
- Petrović, S. (1996): Determination of the potential of homogeneous polyhedral bodies using line integrals. *J Geod* 71(1):44–52. DOI: 10.1007/s001900050074.
- Porz, L. (2015): Berechnung von RTM-Effekten ultra-kurzweiliger Erdtopographie und Vergleich mit ERTM2160. BA im Studiengang Geodäsie und Geoinformatik am GIK/KIT, Karlsruhe, (unveröffentlicht).
- Porz, L., Grombein, T., Seitz, K., Heck, B. und Wenzel, F. (2017): Height system unification based on the Fixed Geodetic Boundary Value Problem with limited availability of gravity data. In: Ge-

- neral Assembly of the European Geosciences Union 2017. Vienna, Austria, 23.–28. Apr. 2017. *Geophysical Research Abstracts*, vol. 19.
- Roussel, C., Verdun, J., Cali, J. und Masson, F. (2015): Complete gravity field of an ellipsoidal prism by Gauss-Legendre quadrature. *Geophysical Journal International* 203(3):2220–2236. DOI: 10.1093/gji/ggv438.
- Schmitz, B. (2017): Untersuchung und Implementierung der Vorwärtsmodellierung des Topographiepentials im Spektralbereich. MA im Studiengang Geodäsie und Geoinformatik am GIK/KIT, Karlsruhe, (unveröffentlicht).
- Seitz, K., Bähr, H., Wild, F., Heck, B. und Roth, K. (2005): Berechnung einer Bouguerkarte für das Saarland. Geodätische Woche, Düsseldorf, 04.-06. Oktober 2005.
- Seitz, K., Bähr, H., Wild, F., Heck, B. und Roth, K. (2008): A Bouguer gravity anomaly map for the Saarland region. EUCOR-urgent meeting.
- Seitz, K. und Heck, B. (2001a): Anziehung und Potential von Tesseroiden. Geodätische Woche, Köln, 18.-21. September 2001.
- Seitz, K. und Heck, B. (2001b): Tesseroids for the calculation of topographic reductions. Vistas for Geodesy in the New Millennium: IAG Scientific Assembly, Budapest, Hungary, September 2-7, 2001.
- Seitz, K. und Heck, B. (2002): Effiziente Berechnung topographischer Reduktionen mit Tesseroiden. Geodätische Woche, Frankfurt, 15.-17. Oktober 2002.
- Seitz, K. und Heck, B. (2003a): Efficient calculation of topographic reductions by the use of tesseroids. EGS-Tagung, Nizza, 06.-11. April 2003.
- Seitz, K. und Heck, B. (2003b): Efficient calculation of topographic reductions by the use of tesseroids. IUGG General Assembly, Sapporo, 07. Juli 2003.
- Seitz, K. und Heck, B. (2006): Zum Einfluss der Elliptizität und Höhenbezugsfläche auf die topographische Reduktion. Geodätische Woche, München, 10.-12. Oktober 2006.
- Seitz, K. und Heck, B. (2008): Behandlung des Nahfeldeinflusses bei der regionalen Quasigeoidbestimmung. Geodätische Woche, Bremen, 30.09.-02. Oktober 2008.
- Seitz, K., Heck, B., Meichle, H., Wild, F. und Lindner, K. (2004a): Studie zur regionalen Quasi-Geoidberechnung am Beispiel von Baden-Württemberg. Geodätische Woche, Stuttgart, 12.-15. Oktober 2004.
- Seitz, K., Lindner, K. und Heck, B. (2009a): Quasigeoidmodell für Baden-Württemberg. Geodätische Woche, Karlsruhe, 22.-24. September 2009.
- Seitz, K., Lindner, K. und Heck, B. (2009b): Spektrale Zerlegung und harmonische Fortsetzung im Kontext der regionalen Quasigeoidbestimmung. Geodätische Woche, Karlsruhe, 22.-24. September 2009.
- Seitz, K., Wild, F. und Heck, B. (2004b): Efficient calculation of the tesseroid potential and its derivatives up to second order. GGSM Symposium on Gravity, Geoid and Space Missions, Porto, 30. August - 03. September 2004.
- Seitz, K., Wild, F. und Heck, B. (2004c): Effiziente Berechnung des Potentials eines Tesseroids sowie seiner ersten und zweiten Ableitungen. Geodätische Woche, Stuttgart, 12.-15. Oktober 2004.
- Shen, W.-B. und Deng, X.-L. (2016): Evaluation of the fourth-order tesseroid formula and new combination approach to precisely determine gravitational potential. *Studia Geophysica et Geodaetica* 60(4):583–607. DOI: 10.1007/s11200-016-0402-y.
- Stokes, G. G. (1849): On the variation of gravity on the surface of the Earth. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society* 8:672–695.
- Tsoulis, D. (1999): Analytical and numerical methods in gravity field modelling of ideal and real masses. *Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C*, no. 510. Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften in Kommission beim Verlag C. H. Beck, Munich, Germany.
- Tsoulis, D. (2012): Analytical computation of the full gravity tensor of a homogeneous arbitrarily shaped polyhedral source using line integrals. *Geophysics* 77(2):F1–F11. DOI: 10.1190/geo2010-0334.1.
- Uieda, L., Barbosa, V. C. F. und Braitenberg, C. (2016): Tesseroids: Forward-modeling gravitational fields in spherical coordinates. *Geophysics* 81(5):41–48. DOI: 10.1190/geo2015-0204.1.
- Wild, F. und Heck, B. (2008): Topographic and isostatic reductions for use in satellite gravity gradiometry. In Xu et al. (eds), Proc. VI Hotine-Marussi Symposium, Wuhan, China, 2006, IAG Symposia, vol. 132, pp. 49–55, Springer, Berlin. DOI: 10.1007/978-3-540-74584-6_8.
- Wild-Pfeiffer, F. (2007): Auswirkungen topographisch-isostatischer Massen auf die Satellitengradiometrie. *Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C*, no. 604. Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften in Kommission beim Verlag C. H. Beck, Munich, Germany.
- Wild-Pfeiffer, F. (2008): A comparison of different mass elements for use in gravity gradiometry. *J Geod* 82(10):637–653. DOI: 10.1007/s00190-008-0219-8.
- Wild-Pfeiffer, F., Augustin, W. und Heck, B. (2007): Optimierung der Rechenzeit bei der Berechnung der 2. Ableitungen des Gravitationspotentials von Massenelementen. *Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformatik und Landmanagement (ZfV)* 7:377–384.
- Wild-Pfeiffer, F. und Heck, B. (2007): Comparison of the modelling of topographic and isostatic masses in the space and the frequency domain for use in satellite gravity gradiometry. In Kiliçoğlu, A., Forsberg, R. (eds), Proc. 1st Int. Symposium IGFS: Gravity Field of the Earth, Istanbul, Turkey, 2006, Harita Dergisi, Special Issue 18, pp. 312–317.
- Wild-Pfeiffer, F., Heck, B. und Seitz, K. (2008): Comparison of analytical and numerical methods for the computation of the potential of different mass elements and its first and second derivatives. IUGG, Perugia, 02.-13. Juli 2008.

Harmonic downward continuation of gravity anomalies

Petr Vaníček

Department of Geodesy and Geomatics Engineering, University of New Brunswick, Canada
E-Mail: Petr.Vanicek@unb.ca

Abstract

The question we would like to address is: Can any of the gravity anomalies (free-air, Fay, Bouguer, Helmert, etc.), multiplied by the radius r , be continued downward, using the (only rigorous) Poisson approach?

1 The discussion of downward continuation

(1) When talking about *downward continuation* of a function $f(r, \Omega)$, we understand that we know the functional value $f(r_t, \Omega)$ at the earth surface, i.e., at $r = r_t$, and want to determine the functional value $f(r_g, \Omega)$ at the geoid i.e., at $r = r_g$. Thus the function $f(r, \Omega)$ is to be *downward continued* from the surface of the earth to the geoid, through the topography, i.e., $\tau \equiv \{r_g \leq r \leq r_t\}$.

(2) The Poisson downward continuation is, of course, formulated under the assumption that the downward continued function is, in the region τ , harmonic. In other words, $f(r, \Omega)$ must satisfy the Laplace equation

$$\nabla^2 f(r, \Omega) = 0, \quad (1.1)$$

for $r \in \tau$. For other reasons (existence of solution to the BVP of geodesy) we will require that $f(r, \Omega)$ be harmonic for all $r_g \leq r$, i.e., everywhere above the geoid.

(3) We have several choices as how to go about proving that a gravity anomaly, multiplied by radius r , is harmonic above the geoid. To show these choices, let us recall that any gravity anomaly Δg^* can be expressed as a difference (Vaníček et al., 1999)

$$\forall r, \Omega: \Delta g^*(r, \Omega) = g^*(r, \Omega) - \gamma(r - z, \Omega), \quad (1.2)$$

where g^* stands for the gravity that comes from the model pertaining to the particular gravity anomaly (free-air gravity, Bouguer gravity, Helmert gravity, etc.), γ is the normal gravity and z stands for the displacement of the corresponding equipotential surfaces belonging to the two gravities. As harmonicity is associative (a sum of two harmonic functions is a harmonic function) and $r \cdot \gamma(r - z, \Omega)$ is known to be harmonic above the geoid (by definition of the normal gravity) it remains to be proved that also $r \cdot g^*(r, \Omega)$ is harmonic above the geoid.

(4) Alternatively, denoting the potential that generates g^* by V^* and the potential that generates γ by U , we can also express the anomaly Δg^* as

$$\forall r, \Omega: \Delta g^*(r, \Omega) = |\nabla V^*(r, \Omega)|_{r=r} - |\nabla U(r, \Omega)|_{r=r-z}. \quad (1.3)$$

Then the proof of harmonicity of $r \cdot \Delta g^*$ reduces to the proof of harmonicity of V^* .

(5) Clearly, if V^* is generated only by masses inside the geoid, as is the case with Helmert anomaly, or any of the isostatically compensated anomalies, the harmonicity of V^* - and thus that of the corresponding Δg^* multiplied by r - above the geoid is assured.

(6) Can the potential V^* for the free-air, Bouguer, or Fay anomalies be found? These anomalies are *defined in the literature only in a two-dimensional sense* as

$$\forall \Omega: \Delta g^*(\Omega) = g(r_t, \Omega) - \frac{\partial g^*(r, \Omega)}{\partial r} \Big|_{r=r_g} \cdot H(\Omega) - \gamma(r_e, \Omega), \quad (1.4)$$

where $g(r_t, \Omega)$ is the (observed) gravity on the earth surface, $H(\Omega)$ is the orthometric height of the observed gravity and r_e is the radius of the reference ellipsoid. Can the real gravity $g(r_t, \Omega)$ on the earth surface and the adopted vertical gradient $\partial g^*(r, \Omega)/\partial r|_{r=r_g}$ of g^* be construed as defining either $g^*(r, \Omega)$ or $V^*(r, \Omega)$ in a three-dimensional way?

(7) Another way of approaching the problem is by defining the disturbing potential T^* that corresponds to the specific potential V^* in the following manner:

$$\forall r, \Omega: T^*(r, \Omega) = V^*(r, \Omega) - U(r, \Omega). \quad (1.5)$$

Then, applying eqns. (1.2), (1.3) and the Bruns theorem, we get

$$\forall r, \Omega: \Delta g^*(r, \Omega) = \frac{\partial T^*(r, \Omega)}{\partial h} + \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\partial \gamma}{\partial h} \Big|_{r=r-z} \cdot T^*(r, \Omega), \quad (1.6)$$

where h is the geodetic height reckoned along the normal to the reference ellipsoid. This equation is often called the *fundamental gravimetric equation*. We note that if $T^*(r, \Omega)$ is harmonic in the desired domain, then

$$\forall r, \Omega: \Delta g^{*/'}(r, \Omega) = \frac{\partial T^*(r, \Omega)}{\partial r} - \frac{2}{r} \cdot T^*(r, \Omega) \quad (1.7)$$

multiplied by r is also harmonic (because harmonicity is associative and because if T^* is harmonic then $r \cdot \partial T^*/\partial r$ is automatically harmonic). It is possible to transform $\Delta g^*(r, \Omega)$ into $\Delta g^{*/'}(r, \Omega)$ by means of some small correction, as a matter of fact by two smallish ellipsoidal corrections (Vaníček et al., 1999).

(8) But can the disturbing potential $T^*(r, \Omega)$ for the free-air, Bouguer, or Fay anomalies be found? Later on we found out that this cannot be done (Vaníček et al., 2004).

(9) Another way of showing that $r \cdot \Delta g^*(r, \Omega)$ is a harmonic function would be to carry out the Laplacian operation on it and to show that the result is indeed identically equal to 0 in the domain of interest (above the geoid). Can that be done?

Acknowledgements

Dear Bernhard,

When I learnt about your retirement the first thought that occurred to me was: well, he is not that young any more. Then I realised that people do not retire according to the level of wisdom they reach but according to their biological age. Clearly you have reached the level of wisdom that would entitle you to retire at a very young biological age and now your biological age has caught up with you.

In any case I wish you many years of happy retirement when you will be sitting in your rocking chair, twiddling your thumbs and enjoy the company of your grand kids. Just to remind you what we have been worrying about some 20 years ago, when we were both young men, I am enclosing an internal paper, never published of course, that lead eventually to the formulation and publication of our paper "New views of the spherical Bouguer gravity anomaly" in 2004. It is now all an old stuff but sometimes it is good to look at the old stuff to realise what ground we have already covered.

Kindest regards from your old friend

Petr Vaníček

References

- Vaníček, P., Huang, J., Novák, P., Véronneau, M., Pagiatakis, S., Martinec, Z., and Featherstone, W. E. (1999): Determination of boundary values for the Stokes-Helmert problem. *Journal of Geodesy* 73:180–192.
- Vaníček, P., Tenzer, R., Sjöberg, L. E., Martinec, Z., and Featherstone, W. E. (2004): New views of the spherical Bouguer gravity anomaly. *Geophysical Journal International* 159(2):460–472.

Bestimmung von Trendänderungen in InSAR-Zeitreihen

Maryse Wampach und Malte Westerhaus

Geodätisches Institut, Karlsruher Institut für Technologie,
E-Mail: maryse.wampach@kit.edu, malte.westerhaus@kit.edu

Zusammenfassung

In den Jahren 2006 und 2008 wurden im östlichen Stadtgebiet Böblingen Erdwärmesonden im Tiefenbereich von 80 m bis 130 m installiert. Es gilt inzwischen als gesichert, dass durch die Arbeiten während der zweiten Bohrphase im Herbst 2008 ein Quellvorgang im Untergrund ausgelöst wurde, der sich an der Oberfläche mit lokalen Hebungen und Hebungsraten bis zu mehreren cm pro Jahr bemerkbar macht. Der Zusammenhang zwischen Bohrarbeiten, Beginn des Hebungsereignisses und dem Schadensbild an Gebäuden und Infrastruktur ist für diesen Zeitraum auf Basis verschiedener geodätischer Messverfahren sehr gut dokumentiert, auch der Erfolg von Sanierungsmaßnahmen lässt sich mit Hilfe von Aufnahmen des Radarsatelliten TerraSAR-X eindeutig verfolgen. Für den Zeitraum der ersten Bohrphase im Oktober 2006 ist die Beobachtungslage wesentlich schlechter. Es bestand der Verdacht, dass auch durch diese Bohrungen lokale Hebungen ausgelöst wurden, Beginn und Ausgangspunkt der Hebungssignale waren aber nicht genau bekannt. Im Rahmen eines vom Ministerium für Umwelt, Klima und Energiewirtschaft Baden-Württemberg geförderten Forschungsvorhabens sollte der Frage nach dem zeitlichen und räumlichen Beginn der Hebungsvorgänge ab 2006 und dem möglichen Zusammenhang mit den Geothermie-Bohrungen im südlichen Schadensgebiet nachgegangen werden. Insbesondere war zu klären, mit welcher Präzision sich der Beginn des Hebungsereignisses mittels SAR-Interferometrie retrospektiv bestimmen lässt, um eine mögliche Koinzidenz mit den verursachenden Arbeiten quantitativ zu belegen. Dazu wurden Radarszenen des Envisat-Satelliten mittels der Persistent Scatterer InSAR (PSI) Technik für den Zeitraum 2003 – 2010 ausgewertet und statistische Untersuchungen zur Anpassung eines Bewegungsmodells an die PS-Zeitreihen durchgeführt. Nach Korrektur systematischer Fehler koinzidiert das wahrscheinlichste Datum für den Hebungsbeginn bis auf wenige Tage mit der ersten Bohrphase vom 12. – 18.10.2006. Die Präzision des geschätzten Hebungsbegins, die vom Akquisitionsintervall der Radarszenen, dem Datenrauschen und der Hebungsrate abhängt, beträgt 115 Tage.

1 Einleitung

Mit der steigenden Verfügbarkeit geodätischer Messdaten wird deutlich, dass die wirtschaftliche Nutzung des Untergrundes vielerorts Auswirkungen an der Erdoberfläche hat. Eine Karte der aus Präzisionsnivelements abgeleiteten vertikalen Bodenbewegungen in Südwestdeutschland zeigt, dass anthropogene Effekte die natürlichen Bewegungen im Allgemeinen um ein

bis zwei Größenordnungen übertreffen und das Bewegungsbild dominieren (Fuhrmann u. a., 2014). In Ballungsräumen können anthropogene Bodenbewegungen zu einer Beeinträchtigung der Wohn- und Infrastruktur führen, insbesondere aber stellen sie eine Herausforderung für die gesellschaftliche Akzeptanz wirtschaftlicher und technischer Aktivitäten im Untergrund dar.



Eine besondere Situation herrscht in Baden-Württemberg, wo häufig bereits in geringer Tiefe Gipskeuperschichten anstehen. Das in diesen Schichten vorkommende Mineral Anhydrit wandelt sich durch Wassereinlagerung zu Gips und vergrößert dabei sein Volumen um mehr als 50%. In den vergangenen Jahrzehnten ist der Quellvorgang durch technische Eingriffe in den Untergrund wiederholt ausgelöst worden und hat zu ernsthaften Schäden an der Statik von Tunneln und Wohngebäuden geführt. Beispiele aus jüngster Zeit sind die Hebungseignisse in Stauf/Breisgau und Böblingen, wo eine sehr hohe Wahrscheinlichkeit besteht, dass unzureichend abgesicherte Geothermiebohrungen den Quellvorgang ausgelöst haben könnten.

Da in den kommenden Jahren die wirtschaftlich/technische Nutzung des Untergrundes weiter zunehmen wird (Förderung von Kohlenwasserstoffen, CO_2 -Sequestrierung, flache/tiefe Geothermie, Grundwasserentnahme, technische Infrastrukturprojekte), müssen neben der Ausweisung von Verbotsgeländen und verbesserten Bauverfahren auch flächendeckende Monitoringverfahren weiterentwickelt werden, die ein Hebungs- oder Senkungseignis frühzeitig aufdecken. Eine besondere Bedeutung kommt dabei der Deformationsmessung mit Radarsatelliten mit synthetischer Apertur (SAR-Satelliten) zu, die in der Lage sind, Bodenbewegungseignisse mit hoher Präzision räumlich und zeitlich einzugrenzen und zu vermessen. Insbesondere die für die kontinuierliche Erdbeobachtung ausgelegten C-Band Missionen der ESA können aufgrund ihrer regelmäßigen Erfassung und Archivierung von Radarbildern des Untergrundes entscheidende Hinweise auf den Beginn eines Deformationsereignisses geben. Die im April 2014 gestartete Erdbeobachtungsmission Sentinel 1 wird im Verein mit den im Rahmen des EU-Projektes Copernicus zur Verfügung gestellten Produkten die Nutzung der SAR-Interferometrie dabei wesentlich voranbringen.

Dieser Artikel befasst sich mit dem Hebungseignis im Stadtgebiet Böblingen. Seit 2011 werden aus mehreren Gebieten im Ostteil der Stadt Gebäudeschäden im Zusammenhang mit einer Anhebung des Untergrundes gemeldet (siehe Abbildung 1.1). Es besteht der Verdacht, dass die Hebungen, die inzwischen mehrere Dezimeter betragen, auf einen Quellvorgang im unter der Stadt anstehenden Gipskeuper zurückzuführen

ren sind, der möglicherweise durch Geothermiebohrungen in den Jahren 2006 bis 2008 ausgelöst wurde. Für den Ende 2008 einsetzenden Hebungsvorgang im nördlichen Schadensgebiet wurde dieser Zusammenhang inzwischen gut dokumentiert und gilt als bestätigt (Koch u. a., 2015), im südlichen Schadensgebiet sind Beginn und Ausgangspunkt der Hebungssignale noch nicht eindeutig geklärt.

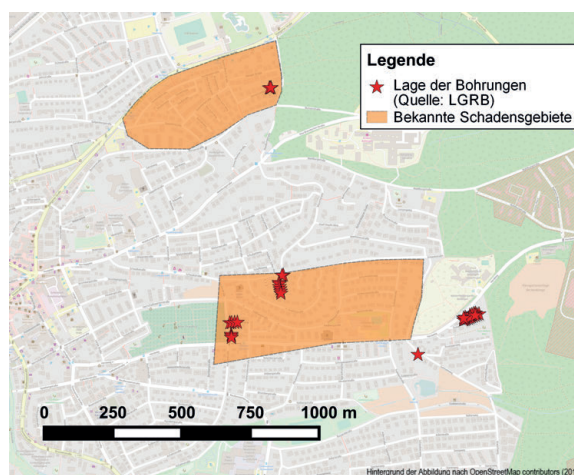


Abbildung 1.1: Lage der Schadensgebiete sowie der Geothermiebohrungen in der Innenstadt Böblingens (Steinacker, 2015).

Um die Beobachtungslage für diese Fragestellung zu verbessern, wurden die im Archiv der Europäischen Raumfahrtbehörde ESA vorhandenen Radarszenen des C-Band Satelliten ENVISAT der Jahre 2003 bis 2010 für benachbarte Beobachtungstreifen, die sich im Stadtgebiet Böblingen überschneiden, mit den Methoden der Persistent-Scatterer SAR-Interferometrie (PSI) ausgewertet. Die Ergebnisse werden im Folgenden kurz zusammengestellt. Im Fokus dieses Artikels steht die Frage, wie genau der Beginn eines plötzlich einsetzenden Bodenbewegungseignisses wie in Böblingen aus PSI-Zeitreihen rekonstruiert werden kann.

2 PSI-Ergebnisse

Insgesamt stehen 107 SLC-Radarszenen des C-Band Satelliten Envisat aus vier benachbarten, auf- und absteigenden Orbits für die Untersuchung zur Verfügung. Aufgrund von technischen Gegebenheiten konnten nicht alle Szenen in der PS-Prozessierung verwendet werden. Insbesondere für die aufsteigenden Tracks standen zu wenig Szenen zur Verfügung, um die statistischen Verfahren der SAR-Interferometrie

anwenden zu können. Die nachfolgende Abbildung 2.1 gibt einen Überblick über die geographische Lage der beiden auswertbaren Satellitentracks, während Tabelle 2.1 die Anzahl an ausgewerteten Szenen anzeigt.

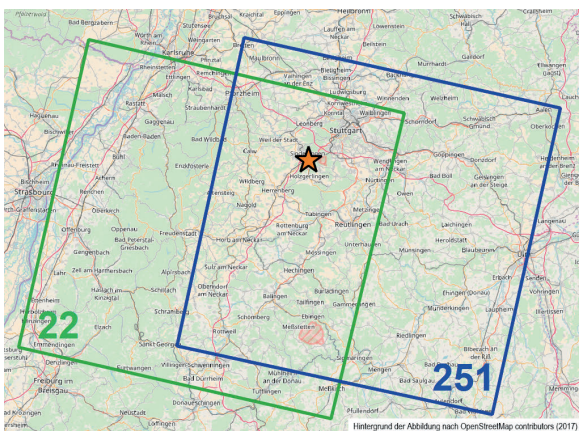


Abbildung 2.1: Übersicht über die Lage der auswertbaren Envisat-Tracks.

Tabelle 2.1: Anzahl der in der Prozessierung verwendeten SAR-Szenen.

Track	Anzahl an ausgewerteten Szenen	Bemerkung
251	32	Absteigender Orbit
22	30	Absteigender Orbit
215	16	Aufsteigender Orbit; zu wenig Szenen
444	12	Aufsteigender Orbit; zu wenig Szenen

Die Datenprozessierung erfolgte nach der Methode der Persistent-Scatterer SAR-Interferometrie (PSI) auf Basis der wissenschaftlichen Softwarepakete DORIS (Kampes u. a., 2003) und StaMPS (Hooper u. a., 2007). StaMPS eignet sich für den vorliegenden Fall besonders, da bei dieser Umsetzung der PS-Prozessierungsstrategie im Gegensatz zu anderen Programmen kein (lineares) Bewegungsmodell für die PS-Punktsuche verlangt wird. Zur Reduzierung des topographischen Phasenanteils wurde ein SRTM-3-Geländemodell (*Shuttle Radar Topography Mission*) eingeführt. Szenen mit außergewöhnlich starken atmosphärischen Phasensignalen wurden nach einem ersten Durchlauf aussortiert.

Ein wesentliches Charakteristikum der interferometrischen SAR-Daten ist deren Mehrdeutigkeit. Phasemessungen können nur Werte zwischen $[-\pi, +\pi[$ an-

nehmen. Die Phasenmehrdeutigkeit wird im Verlauf der Prozessierung durch die Phasenabwicklung beseitigt, deren Grundannahme darin besteht, dass sich die Phasendifferenzen zwischen zwei räumlich oder zeitlich benachbarten Punkten auf dieses Intervall beschränken. Durch hohes Phasenrauschen, große horizontale Deformationsgradienten oder große räumliche und zeitliche Punktabstände können dabei jedoch Fehler auftreten, die zu einer Über- oder Unterschätzung der abgeleiteten Bewegungsraten führen können. Derartige Fehler wurden bei der Analyse der Tracks 22 und 251 vor allem in den Jahren 2009 bis 2011 beobachtet, da für diesen Zeitraum nur wenige Aufnahmen vorliegen. Die Probleme konnten durch eine Reduzierung des Gitterabstandes zur Phaseninterpolation (StaMPS Parameter *unwrap_grid_size*) auf 20 m sowie durch eine Vergrößerung des Zeitfensters für die Bestimmung des Phasenrauschens (StaMPS Parameter *unwrap_time_win*) auf 360 Tage (default: 730 Tage) weitgehend, aber nicht vollständig gelöst werden.

Ein weiterer wichtiger Aspekt der PS-Prozessierung ist das sogenannte *Weeding*. In diesem Schritt werden Nachbarschaftsbeziehungen zwischen den gefundenen PS-Punkten ausgewertet, um redundante Punkte (unmittelbar nebeneinander liegende, als PS-Punkte eingestuft Punktechos, die jedoch vom selben physikalischen Rückstreuer stammen) und/oder Einzelpunktbewegungen aufzuspüren und zu beseitigen. Ziel ist es, eine PS-Punktdichte zu finden, die einerseits das Bewegungsgebiet ausreichend abdeckt und sich andererseits auf möglichst verlässliche Punkte stützt. Im vorliegenden Fall blieben nach dem *Weeding* zu wenig Punkte übrig, um das Hebungsbereich im Hinblick auf die nachfolgend beschriebenen statistischen Untersuchungen ausreichend abzudecken. Daher wurde auf das *Weeding* verzichtet; stattdessen wurden redundante Punkte im Zuge einer Clusteranalyse reduziert.

Da die PSI-Zeitreihen aus Track 22 aus bisher nicht vollständig verstandenen Gründen erheblich stärker verrauscht sind, werden im weiteren Verlauf nur Ergebnisse für Track 251 verwendet. Im Hinblick auf die Interpretation der Ergebnisse gilt es zu beachten, dass der Satellit die Schrägentfernung (Line-of-Sight, LoS) zwischen SAR-Antenne und Bodenpunkt misst. Das Messsignal enthält daher sowohl vertikale als auch horizontale Verschiebungskomponenten, die nur auf Basis von Zusatzinformationen getrennt werden kön-

nen. Wenn im Folgenden von „Hebungen“ gesprochen wird, ist damit immer die Bewegung in Schrägentfernung gemeint. Da zur Vermeidung von räumlichem Aliasing vor der Analyse eine zweifache Überabtastung der SAR-Szenen vorgenommen wurde, ist jeder PS-Punkt repräsentativ für ein 2 m x 10 m großes Areal am Untergrund.

Abbildung 3.1 zeigt einen Ausschnitt des Stadtgebietes Böblingen mit den entsprechend ihrer mittleren Bewegungsrate eingefärbten PS-Punkten. Die bekannten Schadensgebiete im Süden und im Norden treten deutlich hervor (blaue Punkte). Die über den gesamten Beobachtungszeitraum gemittelten, in der Schrägrichtung zum Satelliten gemessenen Verschiebungsraten in diesen Gebieten liegen zwischen 2 mm/Jahr und 6 mm/Jahr. Im restlichen Stadtgebiet werden keine signifikanten Verschiebungsraten beobachtet, insbesondere treten auch keine Absenkungen auf. Ein Blick auf exemplarische PSI-Zeitreihen aus dem südlichen Gebiet (S1, S2, S3) - siehe Abbildung 3.1 - zeigt deutlich eine im vierten Quartal 2006 einsetzende positive Bewegung mit Raten zwischen 4 mm/Jahr und 9 mm/Jahr. Der Beginn der Hebungssignale koinzidiert mit der ersten Geothermie-Bohrphase am 12.10.2006. Eine genauere Untersuchung dieser möglichen Übereinstimmung ist Gegenstand der nachfolgenden Abschnitte.

3 Modellierung der Hebungen

3.1 Anpassung eines Bewegungsmodells

Kernziel des Projektvorhabens ist die Bestimmung des zeitlichen und räumlichen Hebungsbeginns im Stadtgebiet Böblingens. Diese Aufgabe wird durch Anpassung eines Bewegungsmodells r_{mod} an die Daten gelöst:

$$r_{mod} = \begin{cases} 0, & \text{für } t < T \\ v \cdot t, & \text{für } t \geq T \end{cases} \quad (3.1)$$

Im Zuge einer Inversionsrechnung werden Hebungsbeginn T und Hebungsrate v bestimmt. Das Modell (3.1) hat gegenüber anderen möglichen Erklärungsmöglichkeiten verschiedene Vorzüge:

a) Es erklärt die Daten ausreichend gut (die Verteilungsfunktion des Residuums widerspricht nicht der Annahme einer Normalverteilung).

- b) Es erklärt die Daten nur unwesentlich schlechter als komplexere Modelle mit einer höheren Anzahl anzupassender Parameter.
- c) Im Gegensatz zu Modellen mit höheren Polynomgraden liefert es einen definierten Zeitpunkt für den Beginn des Hebungsereignisses.
- d) Es widerspricht nicht den physikalischen Vorstellungen. Es gibt beispielsweise keine Anhaltspunkte dafür, dass sich das durch den Quellvorgang im Untergrund ausgelöste Hebungsereignis an Messpunkten in einiger Entfernung zu den Bohrungen über allmählich zunehmende Hebungsraten manifestieren müsste.

Nach dem Prinzip vom *Ockhams Rasiermesser*, nach dem von mehreren Modellen für ein und denselben Sachverhalt die einfachste Variante vorzuziehen sei, haben wir uns daher für dieses Modell entschieden, da es zudem klare Aussagen zur Ausgangsfragestellung der Untersuchungen ermöglicht. Das Bewegungsmodell kann mittels eines Inversionsansatzes über Absuchen des (T, v) -Parameterraumes an die PSI-Zeitreihen angepasst werden, was für Referenzzwecke auch durchgeführt wurde. Im Rahmen der hier vorgestellten Arbeiten wurde für die Modellierungszwecke allerdings vorrangig das Programmpaket SLM (Shape Language Modeling, siehe D’Errico (2017)) getestet und eingesetzt. Bei SLM handelt es sich um eine Matlab Toolbox, die via Fileexchange unter dem Link <https://de.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/24443-slm-shape-language-modeling> abgerufen werden kann. Das Copyright liegt bei dem Autor der Software, John D’Errico. SLM ist frei verfügbar, setzt aber die kommerzielle Programmierumgebung Matlab ab Release R2014b voraus.

Das in SLM implementierte Werkzeug sind kubische Splines (*least squares splines*), die grundsätzlich eine sehr flexible Modellierung von Beobachtungszeitreihen ermöglichen. Das wesentliche Konzept der Software besteht jedoch darin, dass der Nutzer die Form der Modellkurven vorgeben und damit Vorinformation in den Anpassungsprozess einfließen lassen kann. Die Vorgaben können sehr einfach oder auch sehr detailliert gehalten werden, sie betreffen u.a. den Grad der Splines, die Anzahl und Lage der Knoten, Monotonie oder Differenzierbarkeit. Die Modellkurve wird unter Beibehaltung der vorgegebenen Form optimal an die Daten angepasst. Damit wird der Nutzer in die Lage

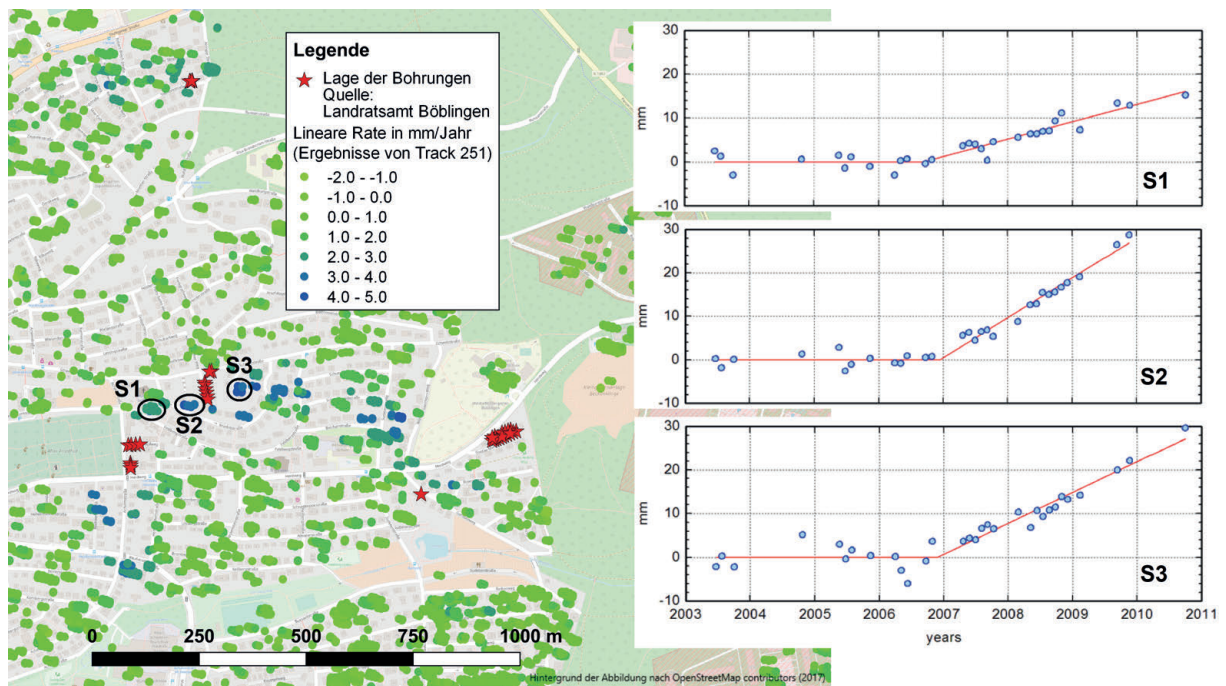


Abbildung 3.1: Drei Beispiel-Zeitreihen im südlichen Hebungsgebiet. Die roten Linien zeigen ein einfaches Bewegungsmodell, das bestmöglich an die gegebenen LOS-Verschiebungen (blaue Punkte) angepasst wurde.

versetzt, nicht nur mathematische Funktionen wie z.B. Polynome an die Daten zu fiten, sondern gezielt Hypothesen über die zugrundeliegenden physikalischen Prozesse an den Daten zu testen.

Auch das Bewegungsmodell r_{mod} (Gleichung 3.1) lässt sich als Vorgabe in SLM realisieren. Dazu wird der Grad der Splines zu Eins gesetzt, sodass nur lineare Segmente erlaubt sind. Die Anzahl der Segmente wird durch die Zahl der sogenannten Knoten zwischen Anfangs- und Endpunkt der Zeitreihe bestimmt. Für das einfache Bewegungsmodell r_{mod} wurde ein Knoten vorgegeben, dessen genaue Lage als unbekannt angenommen wurde. Damit besteht das SLM-Modell aus zwei linearen Segmenten, wobei zusätzlich die Steigung des ersten Segmentes zu Null gesetzt wurde. Aufgabe der Software ist es damit, die Lage des Knotens (= Hebungsbeginn) und die Steigung des zweiten Segmentes optimal an die Datenreihen anzupassen. Ungeachtet der hohen Flexibilität und der Vielfältigkeit der Anwendungen liefert der SLM-Algorithmus keine Genauigkeitsangaben für die angepassten Modellparameter. Die Ableitung von Vertrauensmaßen für den Beginn und die Rate des Hebungereignisses in Böblingen sind aber integraler Bestandteil unseres Projekts. Um dieses Problem zu lösen, werden die Genauigkeitsangaben a-posteriori auf der Basis eines Bootstrapping-Verfahrens ermittelt.

Bootstrapping ist eine Methode zur Schätzung statistischer Kenngrößen wie Varianz oder Vertrauensintervalle, wenn die zugrundeliegende theoretische Verteilungsfunktion nicht bekannt ist. Grundlage ist eine einzige Stichprobe, aus der durch Ziehen mit Zurücklegen eine große Anzahl weiterer Stichproben generiert wird. Für jede Stichprobe wird ein Wert für die interessierende Zufallsvariable (in unserem Fall Hebungsbeginn T und Hebungsrate ν) ermittelt, und aus der Gesamtheit der Ergebnisse werden empirische Verteilungsfunktionen für die interessierenden Größen bestimmt. Die empirischen Verteilungsfunktionen ersetzen die unbekannte theoretische Verteilung (Chernick, 1999).

Es existieren verschiedene Bootstrapping-Varianten. Nach eingehenden Tests haben wir uns für das sog. Residuen-Bootstrapping entschieden. Dabei wird zunächst das Modell \hat{y} an die Daten y angepasst und das Residuum e berechnet:

$$e_i = y_i - \hat{y}$$

Im nächsten Schritt wird durch Ziehen mit Zurücklegen ein synthetisches Residuum \hat{e}_j erzeugt, wobei j jeweils zufällig aus der vollständigen Liste für den Index $i = 1, \dots, m$ gewählt wird. Das dergestalt umsorierte

Residuum wird auf das Modell addiert, und es wird eine synthetische Beobachtungsreihe \hat{y}_i^* generiert:

$$\hat{y}_i^* = \hat{y}_i + \hat{e}_j$$

Nun wird der Optimierungsschritt wiederholt. Das Modell \hat{y} wird an die synthetische Datenreihe \hat{y}_i^* angepasst, und es werden die interessierenden Parameter erneut bestimmt. Der Vorgang wird häufig wiederholt bis eine aussagekräftige empirische Verteilungsfunktion für jeden Parameter vorliegt, aus der die gesuchten statistischen Größen wie Mittelwert und Varianz abgelesen werden können.

Das Verfahren wurde an den drei exemplarischen Zeitreihen aus Abbildung 3.1 getestet. Zur Schätzung der Präzision wurde das Residuen-Bootstrapping mit je 1000 Durchläufen eingesetzt. Die Resultate sind in Tabelle 3.1 zusammengefasst. Die Standardabweichungen für den Hebungsbeginn T schwanken zwischen 35 und 82 Tagen und liegen damit in der Größenordnung des mittleren Erfassungsintervalls von 86 Tagen. Die Standardabweichungen für die Hebungsrate v liegen zwischen 0.37 und 0.55 mm/Jahr. Die zeitliche Koinzidenz mit den Geothermiebohrungen wird deutlich, allerdings streut der Hebungsbeginn um bis zu zwei Monate um den Zeitpunkt der ersten Bohrphase. Es ist zu bemerken, dass bei diesem Test eine mögliche Zunahme der Bewegungsraten durch die zweite Bohrphase im September/Dezember 2008 nicht berücksichtigt und keine systematischen Fehlerkorrekturen vorgenommen wurden. Die Ergebnisse wurden mit dem klassischen Inversionsansatz über Absuchen des T, v -Parameterraumes verifiziert.

3.2 Synthetische Untersuchungen

Zur besseren Einschätzung der Ergebnisse werden im Folgenden die statistischen Eigenschaften des nach Gleichung 3.1 formulierten Problems mit Hilfe von synthetischen Rauschmodellen beschrieben. Anschließend wird überprüft, inwieweit der Lösungsansatz über SLM inklusive des Bootstrapping Verfahrens die Statistik adäquat repräsentiert.

Beschreibung des synthetischen Experimentes

Grundlage der synthetischen Experimente ist das Modell r_{mod} nach Gleichung 3.1, dem ein normalverteiltes

Rauschsignal überlagert wird. Einem vorausgehenden Hypothesentest nach Kolmogorov-Smirnov zufolge verstoßen nur sehr wenige der durch Bootstrapping erzeugten Residuen gegen die Null-Hypothese, sodass die Annahme einer Normalverteilung gerechtfertigt erscheint. Für die zeitliche Diskretisierung des Modells wurden die tatsächlichen Aufnahmezeitpunkte der SAR-Szenen oder realistische Annahmen für künftige Satellitenmissionen zugrunde gelegt. Um eine Kontamination durch die mögliche Beschleunigung des Hebungsvorganges nach der zweiten Bohrphase zu vermeiden, wurden nur Akquisitionszeitpunkte bis Ende 2008 verwendet (26 für Track 251, 50 für die Kombination der beiden Tracks 251 und 22). Der Beginn des Hebungseignisses wurde im Modell auf den 12.10.2006 festgelegt, die Hebungsrate wurde schrittweise über den Bereich von 3 mm/Jahr bis 30 mm/Jahr variiert.

Es wurden zahlreiche Experimente durchgeführt, die die Abhängigkeit der gesuchten Modellparameter von der Hebungsrate, der Rauschamplitude und der Akquisitionsrate der Radarbilder untersuchen. Jedes Experiment besteht aus fünf Durchläufen, wobei pro Durchlauf für jede vorgewählte Hebungsrate 500 synthetische Messreihen erzeugt und die Parameter T_i (Hebungsbeginn) und v_i (Hebungsrate) über SLM bestimmt werden ($i = 1 \dots 500$, Nummer der Stichprobe). Aus den 500 Realisierungen der Zufallsvariablen T_i und v_i wurden pro Durchlauf empirische Mittelwerte und Standardabweichungen $\sigma_{T,k}$ und $\sigma_{v,k}$ berechnet ($k = 1 \dots 5$, Nummer des Durchlaufs), anschließend wurden diese über alle Durchläufe gemittelt. Auf diese Weise wurden für jedes Experiment basierend auf 2500 Stichproben repräsentative Schätzungen der Erwartungswerte für Hebungsbeginn T und Hebungsrate v sowie deren Standardabweichungen σ_T und σ_v bestimmt. Es ist zu betonen, dass bei diesen Experimenten zunächst kein Bootstrapping angewendet wird, sondern das Rauschen für jede einzelne Stichprobe aus der Grundgesamtheit der Normalverteilung gezogen wird.

Abhängigkeit vom Messrauschen

Mit der ersten Modellsequenz zur statistischen Struktur des Problems wurde die Abhängigkeit der gesuchten Parameter vom Messrauschen σ_n untersucht. Zu

Tabelle 3.1: Ergebnisse einer Bestanpassung des Bewegungsmodells an drei beispielhaften PS-Zeitreihen aus dem südlichen Hebungsbereich (siehe Abbildung 3.1) mittels SLM. Die Standardabweichungen wurden durch Bootstrapping (je 1000 Durchläufe) bestimmt. Die erste Bohrphase in Böblingen begann am 12.10.2006.

Punkt	Mittlere Verschiebung von 2003 bis 2006 (mm)	Mittleres Rauschen (mm)	Hebungsbeginn (Tag)	Standardabw. Hebungsbeginn (Tage)	Rate ab 2006 (mm/Jahr)	Standardabw. Rate (mm/Jahr)
S1	-0.91	1.54	14.09.2006	82	3.99	0.37
S2	-1.47	1.37	11.12.2006	35	9.14	0.44
S3	-0.90	2.23	22.11.2006	64	7.05	0.55

diesem Zweck wurde die Standardabweichung des Modellrauschens in sieben Stufen von 1.7 mm auf 4.5 mm gesteigert. Abbildung 3.2 zeigt die Gesamtmittelwerte jedes Experimentes als Funktion der wahren Hebungsrate. Wesentliches Ergebnis dieses Experimentes ist, dass die Hebungsrate oberhalb eines rauschabhängigen Schwellwertes zuverlässig mit annähernd gleichbleibender Präzision detektiert wird (Abbildungen 3.2c und 3.2d).

Die Schwellwerte betragen 4 mm/Jahr für $1.7\text{ mm} \leq \sigma_n \leq 2.3\text{ mm}$, 6 mm/Jahr für $1.7\text{ mm} \leq \sigma_n \leq 3.5\text{ mm}$ und 7 mm/Jahr für $\sigma_n = 4.5\text{ mm}$, die Standardabweichungen variieren rauschabhängig zwischen 0.85 mm/Jahr und 2.2 mm/Jahr, sind aber oberhalb des Schwellwertes weitgehend unabhängig von der wahren Hebungsrate. Im Gegensatz dazu weicht der Hebungsbeginn für Raten unterhalb von 10 mm/Jahr bis 20 mm/Jahr systematisch um bis zu -140 Tage vom Sollwert ab, erst für große Hebungsraten nähern sich die Ergebnisse dem wahren Wert an (Abbildung 3.2a).

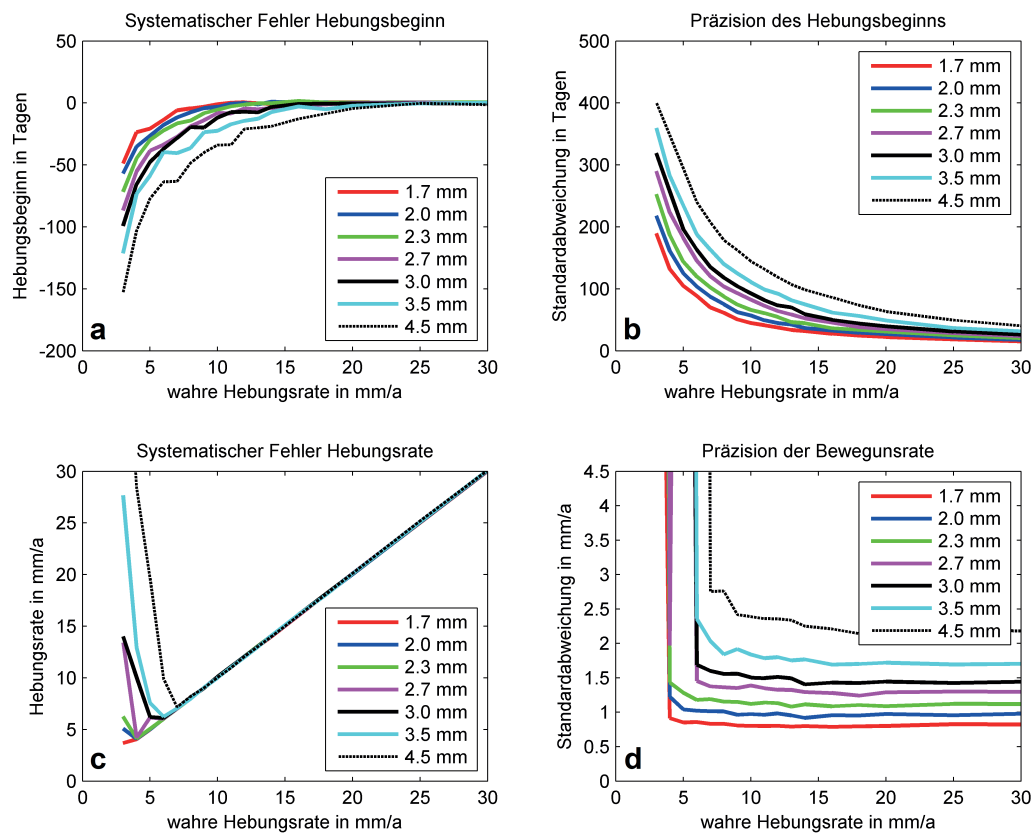


Abbildung 3.2: Systematische Fehler (links) und Standardabweichungen (rechts) für den Hebungsbeginn und die geschätzte Hebungsrate als Funktion des Datenrauschens und der wahren Hebungsrate. Dargestellt sind die Mittelwerte aus 2500 Testläufen pro vorgeählter (wahrer) Hebungsrate. Tag 0 in (a) ist der Hebungsbeginn am 12.10.2006.

Die Standardabweichungen fallen über das ganze Untersuchungsintervall exponentiell von mehreren hundert Tagen auf unter 50 Tage ab (Abbildung 3.2b).

Der hier untersuchte statistische Prozess hat demnach die Eigenschaft, dass der im Zuge der Dateninversion geschätzte Hebungsbeginn in der Zeit systematisch verschoben wird und vor dem eigentlichen Beginn liegt. Bei einer Hebungsrate von 6 mm/Jahr betragen die Abweichungen rauschabhängig -13 Tage bis -63 Tage. Dieses Ergebnis muss bei der Interpretation der PSI-Beobachtungen berücksichtigt werden, um keine falschen Schlussfolgerungen zu ziehen. Die Vergleichsuntersuchungen belegen, dass dieses Ergebnis nicht von der verwendeten Methode (SLM oder grid search) abhängt, sondern in der Struktur des Problems selbst liegt.

Abhängigkeit vom Akquisitionsintervall

Eine Verdichtung der Aufnahmezeit führt zu einer konsistenten Schätzung der Hebungsparameter, da sowohl der systematische Fehler als auch die Präzision des Hebungsbeginns mit kürzer werdendem Akquisitionsintervall deutlich abnehmen.

Die Kombination der beiden benachbarten Envisat-Tracks 251 und 22 ergibt eine moderate Verbesserung, während der systematische Fehler bei Verwendung von ununterbrochenen Datenreihen der Satelliten Sentinel 1a und 1b mit Akquisitionsintervallen von jeweils 12 Tagen kaum noch signifikant in Erscheinung tritt (Abb. 3.3).

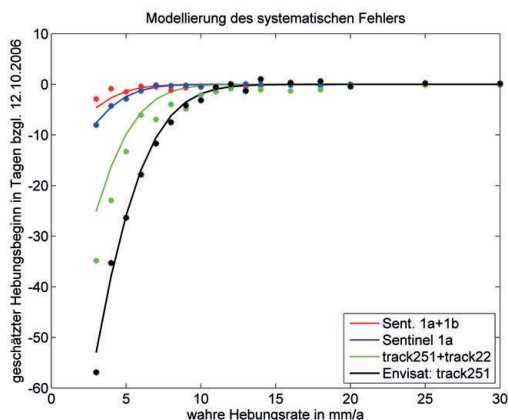


Abbildung 3.3: Der systematische Fehler des Hebungsbeginns als Funktion des Akquisitionsintervalls und der wahren Hebungsrate (Punkte). Das Datenrauschen wurde auf 2.0 mm festgesetzt. Durchgezogene Linien zeigen die Ergebnisse einer Modellierung des Fehlers auf Basis der Errorfunktion.

Die besten Ergebnisse erhält man für eine Kombination der beiden Sentinel-Satelliten und der daraus folgenden Verkürzung des Akquisitionsintervalls auf 6 Tage. Für eine Hebungsrate von 6 mm/Jahr betragen systematischer Fehler σ_B und Standardabweichung σ_T des Hebungsbeginns im Falle des einfachen Envisat-Datenstapels -17.8 Tage und 103 Tage, bei Sentinel 1a entsprechend -1.3 Tage und 36 Tage. Für die Kombination der Sentinel 1a und 1b Daten lässt sich ein solches Hebungsereignis mit einer Präzision von 25 Tagen bestimmen.

Modellierung der Ratenabhängigkeit

Für die konkrete Nutzung der Rauschuntersuchungen ist eine Modellierung der Ergebnisse notwendig. Dies gilt insbesondere für die systematische, rauschabhängige Verschiebung des Hebungsbeginns (Abb. 3.2a), die für die Interpretation der PSI-Beobachtungen von Bedeutung ist. Für die empirische Bestimmung eines funktionalen Zusammenhangs zwischen der Verschiebung des Hebungsbeginns und der Standardabweichung wurde die aus der Statistik und Diffusionsproblemen bekannte Error-Funktion (*erf*) verwendet, die im Gegensatz zu anderen Funktionen wie beispielsweise der Exponentialfunktion konvergiert.

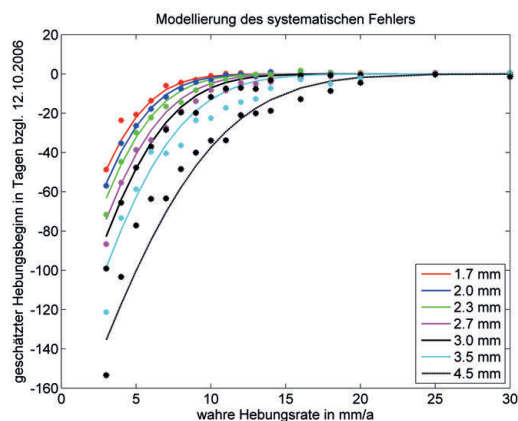


Abbildung 3.4: Der systematische Fehler des Hebungsbeginns als Funktion des Datenrauschens und der wahren Hebungsrate für den Envisat track 251 (Punkte).

Über einen iterativen Regressionsansatz mittels des *curve-fitting* Tools von Matlab wurde zunächst ein Modell der Form

$$y = a \cdot (erf(b \cdot x) - 1) \tag{3.2}$$

an jede Kurve aus Abb. 3.2a angepasst und die Parameter *a* und *b* bestimmt. Aus den in Tabelle 3.2 und

3.3 zusammengefassten Ergebnissen können anschließend lineare Zusammenhänge zwischen b und a sowie zwischen a und σ_n abgeleitet werden:

$$b = -0.001065 \cdot a + 0.2993$$

$$a = 29.729 \cdot \sigma_n + 61.95$$

In beiden Fällen ist das korrigierte Bestimmtheitsmaß R^2 größer als 0.90, d.h. die abhängigen Variablen können zu über 90% durch das Modell erklärt werden (siehe dazu z.B. Fahrmeir u. a. (2007)). Damit ergibt sich folgender Zusammenhang zwischen der systematischen Verschiebung des Hebungsbeginns T_{shift} und der Hebungsrate v für eine gegebene Standardabweichung des Rauchens σ_N :

$$T_{shift}(v|\sigma_n) = a \cdot (\text{erf}((-0.001065 \cdot a + 0.3) \cdot v) - 1)$$

mit:

$$a = 30 \cdot (\sigma_n + 2)$$

Eine gleichartige Untersuchung ergibt für den Zusammenhang zwischen T_{shift} und dem (mittleren) Akquisitionintervall dt :

$$T_{shift}(v|dt) = a \cdot (\text{erf}((-0.000675 \cdot a + 0.245) \cdot v) - 1)$$

mit:

$$a = \sqrt{2} \cdot dt + 6$$

Die Ergebnisse der Regressionsanalysen sind in den Abbildungen 3.4 und 3.3 grafisch zusammengefasst. Eine multi-variate Betrachtung der gemeinsamen Abhängigkeit von T_{shift} von σ_n und dt bleibt weiterführenden Untersuchungen vorbehalten. Voraussetzung dafür sowie für die weitere Stabilisierung der bisherigen Ergebnisse sind umfangreiche zusätzliche Modellierungen des Rauschverhaltens.

Bootstrapping

Im Gegensatz zu den synthetischen Modellierungen steht in der realen Welt für jeden Beobachtungspunkt nur eine einzige Messreihe (die an diesem Punkt aufgezeichnete Zeitreihe der Beobachtungen) zur Verfügung. In diesem Fall ist eine einmalige Bestimmung der Modellparameter T und v möglich, die entsprechend der Varianz des Prozesses zufällig vom wahren Wert abweichen werden. Eine Verbesserung des Resultates kann – unter bestimmten Voraussetzungen – nur über eine Mittelung über benachbarte Messpunkte erfolgen (siehe Abschnitt 3.3).

Mit Hilfe der synthetischen Modellierungen ist daher zunächst nur überprüfbar, ob Bootstrapping, durchgeführt an einer einzelnen Messreihe, in der Lage ist, die Standardabweichung des gegebenen Prozesses korrekt zu bestimmen. Diese Frage ist insofern wichtig, da die Anzahl der Akquisitionszeitpunkte für einen einzelnen Envisat Beobachtungstreifen (26 für Track 251) eher am unteren Ende der für das Bootstrapping-Verfahren empfohlenen Anzahl liegt (Chernick, 1999).

Für diese Rechnungen wurde die synthetische Modellierung dahingehend modifiziert, dass zunächst per SLM die Parameter T und v für eine einzelne, zufällig verrauschte Modellzeitreihe bestimmt wurden. Anschließend wurde über 500-maliges Residuen-Bootstrapping eine Verteilungsfunktion und damit die Standardabweichung der beiden Parameter geschätzt. Wie im oben vorgestellten Fall wurden fünf Durchläufe gerechnet und die Ergebnisse gemittelt. Der Vergleich mit den Ensemble-Ergebnissen zeigt, dass Residuen-Bootstrapping die Raten- und Rauschabhängigkeit der Standardabweichung des Hebungsbeginns sehr gut wiedergibt (Abb. 3.5).

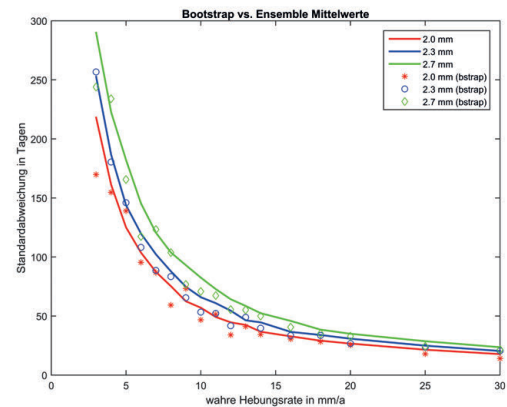


Abbildung 3.5: Vergleich der Standardabweichung des synthetischen Modells (Linien) mit den Bootstrap-Ergebnissen (Einzelsymbole) für den Hebungsbeginn.

Für diese Rechnungen wurde die synthetische Modellierung dahingehend modifiziert, dass zunächst per SLM die Parameter T und v für eine einzelne, zufällig verrauschte Modellzeitreihe bestimmt wurden. Anschließend wurde über 500-maliges Residuen-Bootstrapping eine Verteilungsfunktion und damit die Standardabweichung der beiden Parameter geschätzt.

Tabelle 3.2: Regressionskoeffizienten a und b nach Anpassung des Modells 3.2 für die Envisat-Daten aus Track 251. R^2 steht für das korrigierte Bestimmtheitsmaß (*adjusted R-square*), n bezeichnet das Datenrauschen (einfache Standardabweichung).

	$n=1.7$	$n=2.0$	$n=2.3$	$n=2.7$	$n=3.0$	$n=3.5$	$n=4.5$
a in Tagen	110.3	115.5	134.7	139.7	161.8	165.8	191.5
b	0.1929	0.1694	0.1603	0.1364	0.1364	0.1165	0.09801
R^2	0.973	0.993	0.981	0.973	0.978	0.937	0.943

Tabelle 3.3: Regressionskoeffizienten a und b nach Anpassung des Modells 3.2 für verschiedene Datenzeitreihen mit unterschiedlichen mittleren Akquisitionsintervallen. dt bezeichnet das mittlere Akquisitionsintervall, das Rauschniveau wurde auf 2.0 mm festgesetzt.

	Sentinel 1a	Sentinel 1a/1b	Envisat 251	Envisat 251+22 (kombiniert)
a in Tagen	24.09	3.487	115.5	80.01
b	0.2303	0.1224	0.1694	0.188
R^2	0.968	0.654	0.993	0.972
dt in Tagen	12	6	75	41

Wie im oben vorgestellten Fall wurden fünf Durchläufe gerechnet und die Ergebnisse gemittelt. Der Vergleich mit den Ensemble-Ergebnissen zeigt, dass Residuen-Bootstrapping die Raten- und Rauschabhängigkeit der Standardabweichung des Hebungsbeginns sehr gut wiedergibt (Abb. 3.5).

Das Gleiche gilt für die Standardabweichung der Ratenbestimmung (Abb. 3.6), wobei hier eine leichte Tendenz zur Unterschätzung (ca. 10%) erkennbar wird, die bei genauerem Hinsehen auch für den Hebungsbeginn gilt. Insgesamt lässt sich jedoch festhalten, dass Residuen-Bootstrapping zur Bestimmung der Präzision der mit SLM bestimmten Parameter des Hebungereignisses in Böblingen sehr gut verwendbar ist.

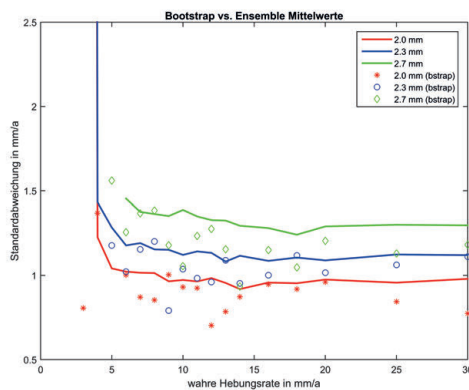


Abbildung 3.6: Vergleich der Standardabweichung des synthetischen Modells (Linien) mit den Bootstrap-Ergebnissen (Einzelsymbole) für die Hebungsrates.

3.3 Bestimmung des zeitlichen Hebungsbeginns

Wie im vorherigen Absatz erwähnt, steht für jeden Beobachtungspunkt nur eine einzelne Messreihe zur Verfügung. Unabhängig vom angewendeten methodischen Ansatz werden die an diesem Punkt bestimmten Modellparameter des Hebungereignisses statistisch streuen. Die Situation kann durch Mittelung über benachbarte Punkte verbessert werden, allerdings unter einigen zum Teil starken Annahmen:

- Die Rauschanteile benachbarter Messpunkte sind nicht korreliert. Um dies sicherzustellen, wurde eine Clusteranalyse (Matlab-Funktion *kmeans*) durchgeführt und für jedes Cluster nur die Zeitreihe mit dem geringstem Rauschen ausgewählt. Für die mittels Kriging-Interpolation kombinierten Orbits ist diese Vorgehensweise nicht möglich, deshalb wurde die räumliche Mittelung nur für den Beobachtungstreifen 251 durchgeführt.
- Der Prozess ist ergodisch, sodass Ensemble-Mittelwerte durch räumliche Mittelwerte ersetzt werden dürfen. Dies ist für die meisten natürlichen Prozesse der Fall; in der SAR-Interferometrie werden räumliche Mittelungen verschiedentlich angewendet.
- Das Hebungssignal setzt an allen benachbarten Punkten gleichzeitig ein. Diese Annahme ist die stärkste, da davon auszugehen ist, dass sich das Quellsignal von den Bohrpunkten aus entsprechend der Fließ- oder Diffusionsgeschwindigkeit

des Grundwassers ausbreitet und daher eine gewisse Zeit braucht, um weiter entfernt liegende Messpunkte zu erreichen. Aus den zu Verfügung stehenden Datensätzen ist ein Zeitversatz allerdings nicht erkennbar. Stattdessen scheint sich die spezielle Hebungssignatur im südlichen Hebungsgebiet innerhalb kurzer Zeit etabliert zu haben, wobei die langgestreckte, gebogene Form möglicherweise ein Hinweis auf den Einfluss rasch fließenden Grundwassers ist.

Unter diesen Annahme wurde das Verfahren SLM + Bootstrapping zur Bestimmung von Hebungsbeginn T und Hebungsrate v für das südliche Hebungsgebiet in Böblingen angewendet. Die zu analysierenden PS-Zeitreihen im Hebungsgebiet wurden aus der Gesamtmenge der PS-Punkte im betroffenen Stadtteil von Böblingen mit dem statistischen Test nach Anderson-Darling ausgewählt. Der Anderson-Darling Test prüft zwei Stichproben (im vorliegenden Fall zwei Zeitreihen) auf Ähnlichkeit. Es ist ein nicht-parametrischer Hypothesentest bei dem keine Annahmen über die Verteilung der beiden zu untersuchenden Stichproben benötigt werden. Im Wesentlichen erfolgt eine Distanzmessung zwischen den zwei empirischen Verteilungsfunktionen. Ist die maximale Distanz D kleiner als ein kritischer Wert, besteht Ähnlichkeit zwischen den beiden Stichproben und der Test wird angenommen. Zur Berechnung des kritischen Wertes wird nach Scholz und Stephens (1987) eine Näherungsformel für die asymptotische Verteilung genutzt für die ein Signifikanzniveau vom Nutzer festgelegt werden muss. Der Anderson-Darling Test ist für unseren Fall besonders gut geeignet, da er sich auch auf kleine Stichproben (sprich Zeitreihen mit einer begrenzten Anzahl an Aufnahmezeitpunkten) anwenden lässt und zudem der Fokus des Tests auf der Form der Verteilungsfunktionen liegt. Er weist außerdem dahingehend Vorteile gegenüber dem sehr ähnlich funktionierenden und oft verwendeten Kolmogorov-Smirnov Test auf, als dass er auch sensitiv in den tails der Verteilungen und somit Ausreißer-sensitiv ist (Engmann und Cousineau, 2011).

Für die nach den Auswahlverfahren verbleibenden 36 Messpunkten wurden T_i und v_i , $i=1..36$ per SLM bestimmt und die Standardabweichungen mittels Bootstrapping berechnet. Wie bei den synthetischen Tests

wurden nur Messzeitpunkte bis November 2008 berücksichtigt. Damit entfallen einige Punkte im Osten des Hebungsgebietes, die erst mit der zweiten Bohrphase im Herbst 2008 aktiviert werden. Anhand des Messrauschens vor dem vermuteten Beginn des Hebungssignales wurden entsprechend der Ergebnisse der statistischen Untersuchungen für jeden Punkt Schwellwerte v_{tresh} für die Hebungsrate sowie Korrekturwerte T_{corr} für den systematischen Fehler von T_i festgesetzt. Für die Bestimmung des gemittelten Hebungsbeginns T_m wurden nur Punkte mit $v_i > v_{tresh}$ und $T_i^c = T_i + T_{corr}$ zugelassen. Der Bereich der räumlichen Mittelwertbildung erstreckt sich auf die westliche Hälfte des Hebungsgebietes. Damit reduziert sich die Zahl der Messpunkte weiter auf $n=15$. Ein schwaches Hintergrundsignal von ca. 0.5 mm/Jahr wurde für jeden PS-Punkt aus dem Zeitabschnitt 2003-2006 berechnet und vor Ermittlung der Hebungsparameter abgezogen.

Das Histogramm der aus den verbleibenden Messpunkten ermittelten Startzeitpunkte für den Hebungsbeginn ist auf das Datum des Beginns der ersten Bohrphase am 12.10.2006 zentriert (Abb. 3.7). Ein zweiter Häufungspunkt koinzidiert mit Bohrarbeiten zwischen dem 18.01. und 30.01.2007. Eine sinnvolle Verteilungsfunktion kann aus dem Histogramm nicht abgeleitet werden, da einerseits die Anzahl der Messpunkte insgesamt zu gering ist, andererseits die Varianz des Modellparameters T aufgrund seiner Abhängigkeit von anderen Kenngrößen der jeweiligen Zeitreihe von Punkt zu Punkt stark variiert. Die Spannweite beträgt 160 Tage² bis 33489 Tage² entsprechend einer Variation der Standardabweichungen von 40 Tagen bis 183 Tagen. Um den Schätzwert für den Hebungsbeginn zu verbessern, wurde daher ein über die Varianzen gewichtetes Mittel bestimmt.

Der gewichtete empirische Mittelwert \bar{T} für den Hebungsbeginn an den ausgewählten 15 PS-Punkten weicht um 23.6 Tage vom Beginn der ersten Bohrphase ab und fällt auf den 05.11.2006 (Abb. 3.7), der Standardfehler $\sigma_{\bar{T}} = \sqrt{\sigma_{\bar{T}}^2}$ beträgt 19.7 Tage. Die Hebungsrate variiert zwischen 4 und 8 mm/Jahr (Abb. 3.8). Ein gewichtetes Mittel wurde in diesem Fall nicht berechnet, da die Hebungsrate vermutlich nicht nur statistischen Schwankungen unterliegt, sondern auch durch lokale Variationen der durch den Quellvorgang hervorgerufenen Geschwindigkeit der Volumenänderun-

gen im Untergrund bestimmt wird.

Der wahrscheinlichste Zeitpunkt für den Hebungsbeginn am 05.11.2006 liegt zwischen zwei aufeinanderfolgenden Bohrtätigkeiten (10/2006, 01/2007) und könnte auf eine Überlagerung der Einflüsse beider Bohrungen zurückzuführen sein. Eine andere Erklärungsmöglichkeit ist, dass die Bohrphase im Oktober 2006 das Hebungseignis ausgelöst hat, aber eine gewisse Zeitspanne für die Etablierung des hydraulischen Kurzschlusses über die Ringraumverfüllung und das Eindringen einer für den Quellvorgang ausreichenden Wassermenge in die Gipskeuperschichten notwendig war. Auf Grund der unregelmäßigen zeitlichen Abtastung der zur Verfügung stehende Daten, insbesondere einer Datenlücke zwischen dem 27.10.2006 und dem 20.04.2007, kann der individuelle Beitrag der Bohrungen nicht weiter aufgeschlüsselt und diese Frage nicht abschließend beantwortet werden. Auch wenn sich die zeitlichen Abläufe stellenweise nicht vollständig auflösen lassen, so legt die Koinzidenz zwischen den Bohrtätigkeiten und dem Einsetzen des Hebungssignales im südlichen Schadensgebiet der Stadt Böblingen jedoch einen Kausalzusammenhang nahe.

3.4 Zusammenfassung und Danksagung

Die Anpassung eines einfachen Hebungsmodells an PS-Zeitreihen aus dem Hebungsgebiet Böblingen verbunden mit einer Analyse der statistischen Struktur des Anpassungsproblems ergibt den 05.11.2006 als wahrscheinlichsten Termin für den Hebungsbeginn. Der modellierte Zeitpunkt koinzidiert mit Bohrarbei-

ten vom 12.10. bis 18.10.2006 und vom 18.01. bis 30.01.2007. Die Standardabweichung der Bestimmung des Hebungsbeginns aus einzelnen Messreihen variiert zwischen 40 und 183 Tagen, der Standardfehler des gewichteten Mittels beträgt 20 Tage.

Die Präzision, hier definiert als empirische Standardabweichung der zufällig variierenden Modellparameter, lässt sich mit der Bootstrapping-Methode hinreichend genau bestimmen, wobei nach den synthetischen Tests eine Tendenz zur Unterschätzung von ca. 10% erkennbar ist. Es scheint auf den ersten Blick ein ein wenig überraschendes Ergebnis zu sein, dass die Präzision, mit der sich der Hebungsbeginn aus einer einzelnen PSI-Zeitreihe bestimmen lässt, in der Größenordnung des mittleren Akquisitionsintervalls der Envisat-Daten liegt. Die statistischen Untersuchungen zeigen jedoch, dass neben dem Akquisitionsintervall auch das Datenrauschen und die Hebungsrate eine bedeutende Rolle spielen. Auch mit dem Envisat-Datensatz ließen sich unter anderen Umständen geringere Standardabweichungen für die Modellparameter erzielen. Beispielsweise verdreifacht sich die Präzision für den Hebungsbeginn für Hebungsraten oberhalb von 20 mm/Jahr, wie sie nach der zweiten Bohrphase im November 2008 im nördlichen Hebungsgebiet in Böblingen beobachtet werden, und würde für Envisat weniger als 40 Tage und bei Verwendung von Sentinel-Daten weniger als 10 Tage betragen (bei Datenrauschen von 3.0 mm). Die Fallstudie Böblingen verdeutlicht das große Potential der SAR-Interferometrie für die Vermessung

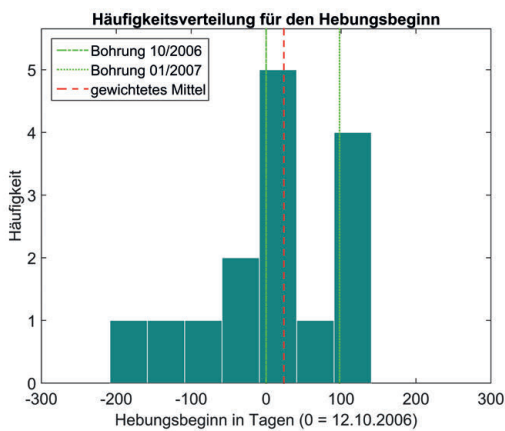


Abbildung 3.7: Häufigkeitsverteilung des Hebungsbeginns, berechnet aus 15 PS-Zeitreihen im Hebungsgebiet. Grüne Linien kennzeichnen die Bohrzeitpunkte, die rote Linie das gewichtete Mittel (23.8 Tage)

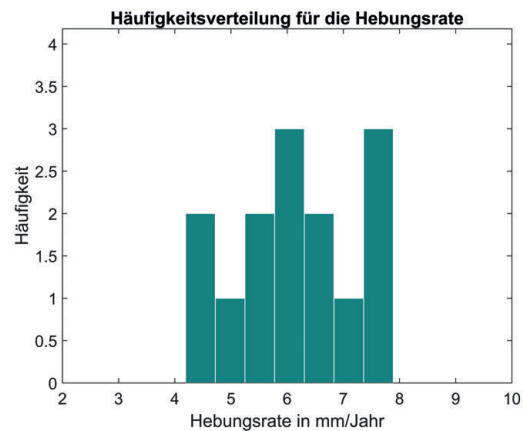


Abbildung 3.8: Häufigkeitsverteilung der Hebungsrate

von Bodenbewegungen. Es gibt kein anderes Verfahren, mit dem sich der Einsatzzeitpunkt eines Hebungs- oder Senkungsereignisses retrospektiv mit vergleichbarer Genauigkeit quantifizieren ließe. Die Studie zeigt auch die zukünftige Bedeutung der Satellitenmission Sentinel für ein flächenhaftes Monitoring in Regionen mit kritischen Untertageaktivitäten. Ein solches Monitoringsystem, in das eine Quasi-Echtzeit-Auswertung von Sentinel 1a/1b eingebunden wäre, würde ein Hebungseignis wie in Böblingen innerhalb weniger Monate verlässlich detektieren können und, in Verbindung mit der entsprechenden Bereitschaft öffentlicher Einrichtungen, zu einer Vermeidung von erheblichen Schäden an Gebäuden und Infrastruktur beitragen.

Das Geodätische Institut hat 2007 mit einigen Bedenken den Schritt in die interferometrische Prozessierung von SAR-Daten „gewagt“. Es ist der Verdienst von Bernhard Heck, das Potential dieser Technik für die Geodynamik, aber insbesondere auch für die Geodäsie erkannt und an seinem Lehrstuhl das notwendige Umfeld geschaffen zu haben, das die Durchführung der zeitaufwendigen und rechenintensiven Arbeiten erlaubte. Inzwischen ist die SAR-Interferometrie in verschiedenen Varianten und Anwendungsgebieten am GIK fest etabliert, und es besteht eine enge Kooperation mit dem Institut für Photogrammetrie und Fernerkundung bei der Nutzung von Radar-Satellitendaten.

Wir möchten uns bei Bernhard Heck für die jahrelange vertrauensvolle Zusammenarbeit sehr herzlich bedanken.

Literatur

- Chernick, M. (1999): *Bootstrap Methods: A Practitioner's Guide* (Wiley Series in Probability and Statistics). XVI. Wiley und Sons, S. 264. ISBN: 0-471-34912-7.
- D'Errico, J. (2017): SLM - Shape Language Modeling. URL: <https://de.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/24443-slm-shape-language-modeling>.
- Engmann, S. und Cousineau, D. (2011): Comparing distributions: the two-sample Anderson-Darling test as an alternative to the Kolmogorov-Smirnov test. *Journal of Applied Quantitative Methods* 6(3):1–17.
- Fahrmeir, L., Kneib, T. und Lang, S. (2007): *Regression. Modelle, Methoden und Anwendungen*. 2007.
- Fuhrmann, T., Westerhaus, M., Zippelt, K. und Heck, B. (2014): Vertical displacement rates in the Upper Rhine Graben area derived from precise leveling. *Journal of Geodesy* 88(8):773–787.
- Hooper, A., Segall, P. und Zebker, H. (2007): Persistent scatterer interferometric synthetic aperture radar for crustal deformation analysis, with application to Volcán Alcedo, Galápagos. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 112(B7).
- Kampes, B., Hanssen, R. und Perski, Z. (2003): Radar interferometry with public domain tools. In: *Proceedings of Fringe Workshop*.
- Koch, A., Martin, M., Prestel, R., Ruch, C., Sage, A. und Trapp, C. (2015): Geologische Untersuchungen von Baugrundhebungen im nordöstlichen Stadtgebiet von Böblingen (Hebungsgebiet "Nord") - Sachstandsbericht. Forschungsber. Landesamt für Geologie, Rohstoffe und Bergbau. URL: http://www.lgrb-bw.de/geothermie/boeblingen/pdf/Sachstandsbericht_EWS_Schadensfall_Boeblingen.pdf (besucht am 25.01.2018).
- Scholz, F. W. und Stephens, M. A. (1987): K-sample Anderson-Darling tests. *Journal of the American Statistical Association* 82(399):918–924.
- Steinacker, A. (2015). Privatkommunikation. Landratsamt Böblingen - Wasserwirtschaft.

Observing the Earth's magnetic field in an underground observatory: a case study from BFO

Rudolf Widmer-Schmidrig¹, Peter Duffner², Thomas Forbriger³, and Walter Zürn⁴

1 Institute of Geophysics, Stuttgart University, Black Forest Observatory (BFO), Germany
E-Mail: widmer@geophys.uni-stuttgart.de

2 Geodetic Institute, Karlsruhe Institute of Technology, Black Forest Observatory (BFO), Germany
E-Mail: peter.duffner@kit.edu

3 Geophysical Institute, Karlsruhe Institute of Technology, Black Forest Observatory (BFO), Germany
E-Mail: thomas.forbriger@kit.edu

4 retired, Black Forest Observatory (BFO), Germany
E-Mail: walter.zuern@partner.kit.edu

1 Introduction

While we humans have no sensory ability to perceive the Earth's magnetic field its presence has a number of important consequences which make it a worthwhile object of study. On the one hand it protects life in the biosphere from harmful solar and cosmic radiation and on the other hand prevents the erosion of the atmosphere by solar wind. The magnetic field has also important technical applications such as navigation based on a magnetic compass. To understand the processes by which the Earth's magnetic field is generated we study its long-term temporal variation. These variations provide us with a window through which we can study the dynamo which is thought to be driven by thermal convection in the Earth's liquid outer core and which in turn is responsible for the steady regeneration of the magnetic field.

Convective velocities in the outer core are large compared to the velocities of mantle convection: centimeters per minute as opposed to centimeters per year. Expressed in terms of every day life: the speed of a snail as opposed to the speed with which human hair grows. In spite of the higher velocities in the core the resulting variations in the Earth's exterior magnetic field take place over decades and centuries. So to observe these

slow variations utmost care must be taken to limit or at least to capture instrumental drift.

At typical geomagnetic observatories instrumental drift of the continuously observing variometers is addressed by conducting frequent (weekly) observations of the magnetic field with so called absolute instruments: a theodolite with a flux gate sensor mounted on top of the telescope and a scalar magnetometer for the total field strength. The absolute measurements with a theodolite require a well trained human observer. One obtains the inclination and declination of the magnetic field and together with a total field measurement obtained with an Overhauser magnetometer those allow to fully specify the magnetic field vector at the time of the observation. By comparing the absolute measurement with the data from the continuously recording 3-component variometer we infer instrumental drift over weekly and longer time scales. Experience at many observatories has shown that these drifts are due to an inherent temperature sensitivity of the flux gate sensors and due to tilting of the pillar on which the variometer rests (caused by solar heating of the soil surrounding the magnetics hut or by reaction of the soil to precipitation).

At BFO we operate a geomagnetic observatory and one aim of this article is to describe the technical solutions



that we have come up with in setting up such an observatory overcoming the above mentioned problems.

2 History

Ever since the inception of BFO the observation of the Earth's magnetic field belonged to its tasks. The activities in this field started simultaneously with the construction of the main laboratory building: a separate hut dedicated to magnetic observations was constructed 200 m away from the laboratory (fig. 2.1). This hut had to be magnetically clean. Hence it got a Eternit roof, wooden walls and only brass screws were utilized in its construction. The initial expertise to install and operate a magnetic observatory came from our colleagues Martin Beblo and Martin Feller of the geomagnetic observatory Fürstfeldbruck (FUR) who at the time were interested to run BFO as a magnetic outpost of FUR for redundancy and for data quality checks.

In 2000, with the arrival of one of the authors (R.W.-S.) at BFO, it was decided to upgrade the installed hardware with modern, state-of-the-art sensors and data acquisition systems with the goal of becoming an INTERMAGNET observatory. INTERMAGNET is an international association of geomagnetic observatories that sets the de-facto standard for the terrestrial observation of the Earth's magnetic field. INTERMAGNET archives and disseminates magnetic observatory data in a standardized form and is the primary source of data used to constrain models of the Earth's magnetic field. By becoming a member of INTERMAGNET we also anticipated that the data from BFO would get the widest possible usage by the global research community. Observations with the new hardware started in January 2003 and in 2006 – after evaluation of the quality of its magnetic data – BFO was awarded the status of an official INTERMAGNET magnetic observatory (IMO).

3 Sensors

The signal to be observed in geomagnetism covers the frequency band from DC to 1 Hz. Of course the magnetic spectrum does not stop at 1 Hz but higher frequency magnetic field variations do not penetrate deep

into the Earth. They are the interest of magnetotellurics (0.01 Hz - 10 kHz) or georadar (25 MHz - 2.5 GHz).

At least two disciplines that are prominently represented at BFO share a common interest in the zero-frequency (DC) field value: gravimetry and geomagnetism. This interest in the long term field variations sets these two disciplines apart from seismology - a third discipline prominently represented at BFO. The frequency band of interest for seismology stops at the frequency of the Earth's gravest seismic free oscillation, the spheroidal mode ${}_0S_2$ with a frequency of 0.3 mHz (Häfner and Widmer-Schmidrig, 2012). There is no scientific interest for a seismometer with sensitivity at lower frequencies.

In instrument design high dynamic range and high sensitivity seem to be two competing design goals. At least in magnetics and in gravimetry there is still no sensor which achieves both these goals at the state-of-the-art levels. The approach taken by these two communities is to build and operate two distinct sets of sensors: one in which the sensitivity is maximized and the other in which the magnitude of the field can be observed. This is a viable solution because for both disciplines the signal to be observed consists of a large DC signal and a superposed variation that is small compared to the DC part: $\sim 1\%$ in the case of the magnetic field and $\sim 1\text{ppm}$ in the case of the gravity field.

In gravimetry the two complementary types of instruments would be the free fall absolute gravimeter measuring the magnitude of Earth's gravity, g , to 1 part in 10^9 and the super conducting gravimeters or the LaCoste-Romberg spring gravimeters measuring variations with a resolution of $10^{-12}g$.

In magnetics the absolute instruments are the Proton Precession Magnetometers (PPM) or Overhauser magnetometers (fig. 3.1) which measure the magnitude of the magnetic field vector and the DI-flux theodolite (fig. 3.2) measuring the absolute value of the declination (D) relative to geographic North and the inclination (I) relative to the horizontal as defined by the local gravity. Small variations in the vector components of the magnetic field are observed continuously with a three component fluxgate magnetometer - a so called vector magnetometer.



Figure 3.1: The Overhauser GSM-90 sensing unit installed in the upper tunnel of the Anton mine. The white cover (seen on the left) has been removed for the picture.

Continuing the comparison with neighboring disciplines we compare the dynamic range and the bandwidth of signals to be recorded at INTERMAGNET observatories and at stations of the Global Seismic Network (GSN) in table 3.1. Signals in geomagnetism cover a larger bandwidth while signals in global seismology cover a larger dynamic range. Since BFO is one of only very few observatories where both disciplines are actively pursued, the observatory offers a

unique opportunity where expertise brought together from these two disciplines can benefit from each other.

Table 3.1: Comparison of signals to be recorded at geomagnetic and seismologic global observatories: bandwidth (BW) and dynamic range (DR).

	INTERMAGNET observatory	Global Seismic Network
BW	century ⁻¹ - 0.1 Hz 9 decades	0.3 mHz - 30 Hz 5 decades
DR	0.5 - 50000 nT 100 dB	10 ⁻¹² - 10 ⁻⁵ m/s ² 140 dB

3.1 Overhauser scalar magnetometer

Sensors used to measure the magnitude of the magnetic field vector $F = |\vec{B}|$ are referred to as scalar magnetometers. At BFO we use an Overhauser GSM-90 magnetometer from GemSystems (Ontario, Canada). In this sensor the Larmour frequency of the proton Ω_L is measured. This is the frequency with which the magnetic moments of isolated protons (nucleii of hydrogen atoms) precess around the magnetic field vector. The Larmour frequency is strictly proportional to the magnitude of the magnetic field with the gyromagnetic constant $\gamma = 4.257 \cdot 10^7 \text{ Hz T}^{-1}$ as proportionality factor. Thus for a field of $\sim 48000 \text{ nT}$ the Larmour frequency is $\Omega_L \simeq 2.05 \text{ kHz}$. A frequency measurement

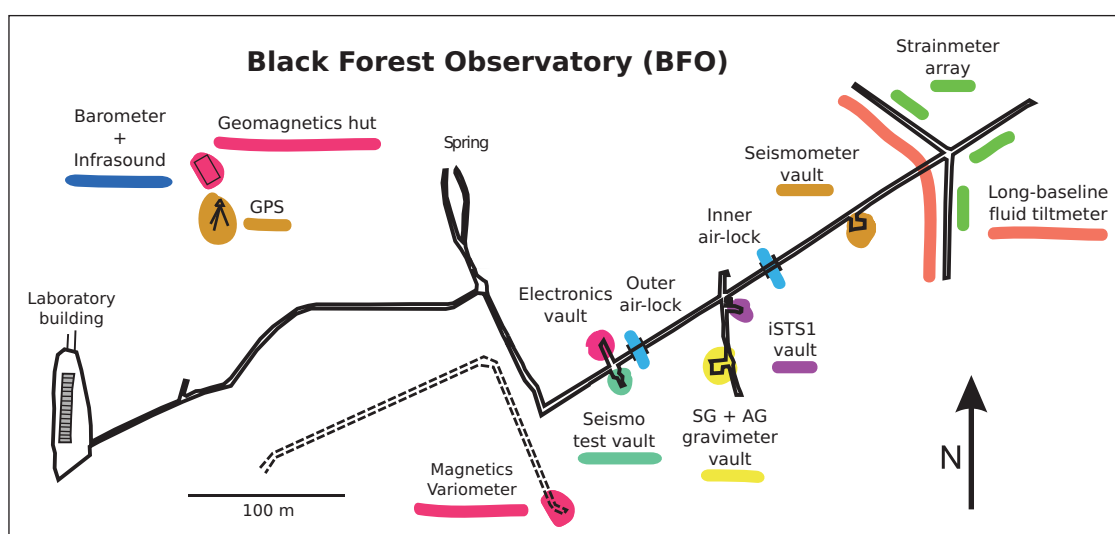


Figure 2.1: The underground tunnels of the Anton mine. It consists of two levels: lower and approx. 700 m long gallery (solid lines) and a shorter, 200 m long upper tunnel (dashed lines). The two systems are vertically separated by 60 m. The magnetic variometers (fluxgate and Overhauser sensors) are located at the end of the upper level gallery system. The DI-flux theodolite is housed in the magnetism hut to the North-East of the laboratory building. The overburden at the end of the lower tunnel is 170 m and at the end of the upper tunnel 50 m.

is made every 5 seconds - more rapid measurements would not yield the desired accuracy.

Since the gyromagnetic constant is a property of an elementary particle it is independent of environmental parameters such as the temperature or atmospheric pressure. As such it is perfectly suited for an absolute, DC stable measurement. The only point of concern is the frequency stability of the oscillator against which the Larmour frequency signal is measured.



Figure 3.2: At BFO the DI-Flux theodolite is a non-magnetic Zeiss Theo-020 theodolite with a brass covered fluxgate sensing unit mounted on top of the telescope.

3.2 DI-flux theodolite

To determine the orientation of the magnetic field vector we use a non-magnetic theodolite Theo-020 from Zeiss (Jena) (fig. 3.2) that we have on loan from Fürstfeldbruck observatory. The theodolite is installed in the magnetics hut 200 m to the North-East of the main laboratory building (fig. 3.3). The smallest angular subdivision on the reading scales are 1/3 of a minute of arc so that readings down to 1/10th of a minute are possible. The single-component fluxgate magnetometer is a Mag-01H from Bartington. The digitally displayed field values on the electronics unit are updated twice per second with 0.1 nT being the least significant digit. With a background field at BFO of ~ 48000 nT and an inclination of $\sim 64^\circ$ the magne-

tometer reading changes by 13.8 and 6.1 nT per minutes of arc for inclination and declination measurements respectively. Thus in the case of our DI-flux theodolite the angular resolution of the theodolite is the limiting element for the overall precision of the inclination measurements. The declination also depends on the quality with which we can know the direction of geographic North. As we shall see below (sec. 5.1) this direction is only known to within 1 minute of arc, which must be taken as the uncertainty in the estimated declination.

The procedure involved in an absolute measurement of the declination and inclination is described below in Section 5.1.



Figure 3.3: Magnetics hut and the tripod supporting the permanent, geodetic quality GPS antenna *BFO1*. The hut houses the DI-flux theodolite, a barometer, an infrasound sensor and a combined temperature-humidity sensor. Peter Duffner is seen during maintenance work on the GPS antenna.

3.3 Fluxgate vector magnetometer (variometer)

Our FGE fluxgate magnetometer is manufactured by the Danish Meteorological Institute (DMI) in Copenhagen. It is built around a cube of Carrara marble (fig. 3.4). On three sides a V-shaped groove holds the fluxgate sensors in an orthogonal arrangement. The marble cube sits on an aluminum base plate that can be leveled. We have chosen to install the permanently recording magnetometers in the upper tunnel of the

Anton mine. This part of the mine did not house any permanently installed instruments up to that point. This had the disadvantage that we first had to bring power and optical fibers for data transmission into this part of the mine. The advantage however was, that this part of the mine was magnetically clean: no iron hardware from prior experiments was installed in that section of the mine: such potentially magnetic objects are a major concern when selecting an installation site for a variometer.

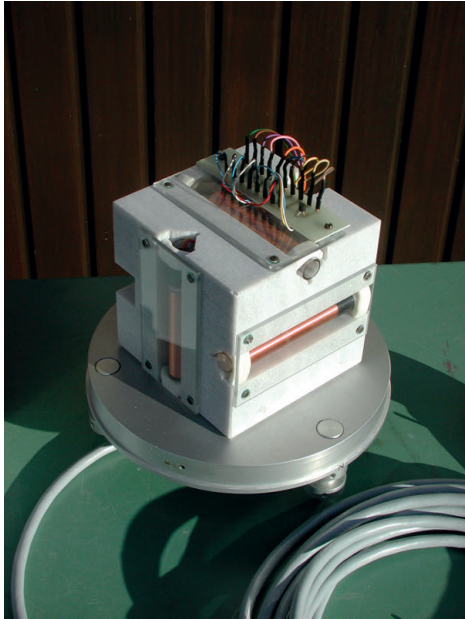


Figure 3.4: The FGE fluxgate magnetometer prior to installation in the mine. The white marble cube holds the three fluxgate sensors.



Figure 3.5: The FGE fluxgate magnetometer installed in the mine. Through the transparent plastic cover the sensor and a bag full of orange colored desiccant can be seen.

In the mine the FGE is installed on a polished granite slab that has been glued to a concrete pier sitting on the granitic floor. On top of the sensor we placed a glass bowl filled with desiccant and everything is covered by an upside down transparent bucket (fig. 3.5) so that we can visually inspect the state of the desiccant and hence are able to monitor the humidity underneath the bucket without touching the variometer. The feedback electronics of the fluxgates is housed 15 m away in the electronics cabinet (fig. 4.2).

4 Data acquisition

4.1 Buffer amplifier

The electronics unit of the FGE fluxgate provides the output signals of the three sensors as single-ended, analog voltages. Wires transporting such signals are susceptible to picking up stray EM fields. For this reason differential signals are preferable over single-ended signals. To address this shortcoming of the FGE electronics we built a buffer amplifier which low-pass filters the signal with a second-order Bessel low-pass ($f_c=20$ Hz) and inverts it to deliver a differential signal on output. The low-pass filter is added to suppress any harmonics from the power grid as well as other spurious signals from the nearby digital electronics. The design used for the buffer amplifier is actually taken from the one we built to interface our superconducting gravimeter with a seismic data acquisition system: the Q330HR (Forbriger, 2011).

4.2 Digitizer

To acquire data from the geophysical sensors at BFO the 26bit Q330HR digitizers from Quanterra have been selected. These are digitizers designed for the particular needs of seismology: signals with high dynamic range but no particular need for DC stability (see table 3.1). However, the suitability of the Quanterra Q330 digitizer for use with a superconducting gravimeter - where DC stability is of paramount importance - has been investigated by Van Camp et al. (2008). Combining their findings with the characteristics of the FGE magnetometer signal we concluded that the 24bit Q330 is perfectly suited for acquiring the FGE data.

The principal concern with using a seismic data acquisition is related to the automatic self-calibration after every digitizer reboot. The voltage reference used for this self-calibration exhibits some undesirable temperature dependence. However, since we operate the Q330 in a thermally stable environment these - hopefully rare steps - are expected to be too small to be noticeable in the data. In fig. 4.1 the digitizer self-noise is plotted together with the FGE signal and the former is ~ 50 dB below the magnetometer signal. This large 50 dB margin also absorbs the unwanted steps introduced into the signal by the self-calibrations.

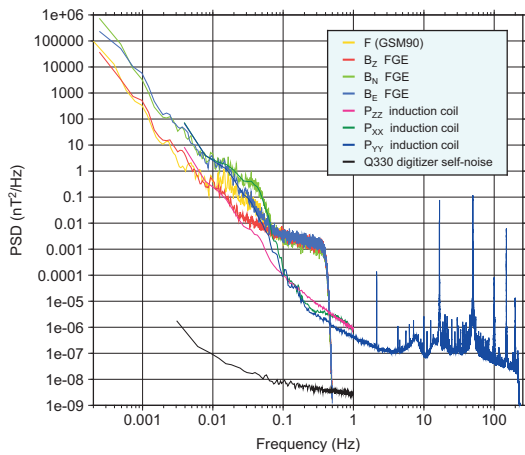


Figure 4.1: Observation of the magnetic field at BFO from 8.-9. Dec. 2016 with different sensors: the fluxgate FGE and Overhauser GSM-90 resolve the low-frequency part of the spectrum while the induction coils cover the band from 1000 seconds to kHz frequencies. Buried underneath many narrow technical spectral lines is the broad peak of the lowest-order Schumann resonance at 7 Hz. For clarity only one horizontal field component is plotted at frequencies above 1Hz. The induction coils were operated in the upper tunnel of the Anton mine. The noise-floor of both the FGE fluxgate and the Overhauser are around $0.003 \text{ nT}^2/\text{Hz}$. The self-noise of the Q330 digitizer is ~ 50 dB below the FGE fluxgate signal.

4.3 Timing of acquisition: GPS and NTP

Nowadays the preferred way to synchronize the clock in data acquisition systems world wide is based on the Global Navigation System GPS. Together with precise geographic coordinates each GPS receiver necessarily also knows the time: for a position with a ~ 10 m error the time must be known to within ~ 30 nanoseconds. This is how long it takes for an electromagnetic wave to travel a distance of 10 m. Is a 30 ns time jitter small enough to not lead to any signal degradation? What is the timing requirement for the signal we want to record? To give a quantitative answer to this question let us assume that we want to record a monochro-

matic sine wave with maximum amplitude and maximum frequency. The variometer signal saturates for signals larger than $A = \pm 1000 \text{ nT}$ (see above) and is being recorded with 1 sample per second. Thus the Nyquist frequency is $f=0.5 \text{ Hz}$. Our hypothetical signal y then is $y(t) = A \sin(2\pi ft)$. The rate of change of the signal amplitude is $dy/dt = 2\pi f A \cos(2\pi ft)$ and its largest value is $dy/dt = 2\pi f A$. With this expression we can relate a time jitter dt to a jitter in the signal amplitude dy and vice versa. A jitter of $dt=30 \text{ ns}$ from the GPS clock thus translates to an amplitude jitter of $dy = 0.1 \text{ pT}$, a value 100 times smaller than the least significant digit reported to INTERMAGNET. To stay below the 10pT bit-noise of the INTERMAGNET-1s data standard a time jitter smaller than $3 \mu\text{s}$ are needed. However, in a mine setting we have no reception of the GPS signal and absolute time to within 30 ns is not available. To remedy this shortcoming we came up with the technical solution described below. In the laboratory building we operate a GPS disciplined clock that can maintain a stable time reference even during outages of the GPS signal: its internal oscillator drifts by less than a second in a year. This clock - a Meinberg GPS167 - outputs a pulse-per-second (PPS) signal where the leading edge of the pulse is precisely synchronized to the beginning of the second. The same clock also outputs time telegrams every second with the absolute time information of the most recent PPS pulse. This information: the time telegram and the PPS pulse is also what the Q330 data acquisition can accept from an external source in order to stay synchronized with absolute time. To transport the time information into the mine we use dedicated multimode 50/125 μm optical fibers for the PPS pulses. For the absolute time information we use the Network Time Protocol (NTP) with which PCs connected to a computer network can stay synchronized. Two PCs connected to the BFO computer network are needed: an NTP time server located next to the GPS167 clock and from which it gets the time and a PC located next to the Q330 digitizer acting as NTP-client. The latter PC outputs the time telegrams suitable for the Q330 digitizer. We have found that the NTP time jitter in our computer network is below 10 ms which is good enough to correctly time tag the PPS pulses. The quality of the Q330 timing is then only limited by the travel time of the PPS through the fiber ($\sim 5 \mu\text{s}$) and the $\sim 100 \text{ ns}$ rise time of

the optical-electrical media converters. The former is a constant time delay that is negligible for the interpretation of the magnetic signals. The 100 ns rise time is a conservative estimate of the time jitter and is well below the above mentioned 3 μ s minimum requirement to reach a 10 pT resolution. A detailed description of the technical implementation at BFO is given in Forbriger (2013).

4.4 Recorder

To interface with the Q330 digitizer we operate a mini-PC running Linux. Once every second it sends a current time telegram (as mentioned above) and simultaneously receives the digital fluxgate data. The software used to handle the real-time data flow is Seiscomp-2.6 with the Seedlink protocol (Hanka et al., 2000, 2010). This data is locally stored in a disk loop and transferred to a central server in the laboratory building before going to Niemegk and eventually to the INTERMAGNET data servers. The same mini-PC also communicates with the Overhauser GSM90 electronics and triggers each of its measurements.



Figure 4.2: Electronics cabinet (with the cover removed) in the upper tunnel of the Anton mine. It houses the electronics units of the FGE and Overhauser magnetometers, the Q330 digitizer, the buffer amplifier, fiber optic media converters for LAN and PPS signals, a mini-PC, a Hygrometer and power supplies.

Except for the sensor heads, all the magnetics hardware in the mine is tightly packed in a sealed cabinet where it is protected from the very high humidity (fig. 4.2).

For reasons of redundancy the Q330 directly interfaces also with a second PC in the laboratory building running FreeBSD operating system and the Near-Real-Time-System (NRTS) software by the IRIS/IDA (Incorporated Research Institutions for Seismology) group in San Diego. The data passing through this system is forwarded to the IRIS/DMC in Seattle (USA) where it is also made publicly available with a typical delay time of under 30 seconds.

Table 4.1: Calibration of stages along the FGE variometer signal path.

stage	sensitivity, gain
FGE fluxgate	100 nT/V
buffer amplifier	2x gain
Q330 digitizer	2.38 μ V/count
overall	8388.6 counts / nT

5 Applications

5.1 Absolute measurements with a DI-flux theodolite

Absolute measurements of the declination and inclination of the magnetic field still require a human observer: devices capable of automatic absolute measurements are still at the prototype stage. Here we describe briefly the procedure of conducting such an absolute D, I - measurement.

To start out a tie to the geographic coordinate system is established by pointing the cross-hair of the telescope at two geographic targets 60 - 80 m away. The azimuth of these targets relative to geographic North was established with a gyrocompass to within one minute of arc by Klaus Lindner (GIK, KIT) in 2004. In a second step the telescope is leveled and turned around the vertical axis until the fluxgate reads zero field strength. The local magnetic meridian plane is oriented perpendicular to this direction and so is the horizontal component of the magnetic field, \vec{H} . The declination D is the angle in the horizontal plane between geographic North and \vec{H} . In a third step the inclination I is determined by rotating the telescope in the plane of the magnetic meridian until the fluxgate reads again zero field strength. The telescope is now perpendicular to the magnetic field vector and the inclination I of the magnetic field is exactly 90° away from the inclination of the telescope.

Since the optical axis of the telescope and the sensitive axis of the fluxgate sensor are not perfectly aligned, the above measurements are repeated once with the fluxgate sensor above the telescope and once below. For the repeat measurements the telescope is pointing in all four directions: East and West for measuring the declination, North and South for the inclination. With the eight resulting readings the misalignments (also called collimation angles) can be estimated simultaneously with the inclination I and declination D of the magnetic field. The collimation angles are a property of the theodolite and should not change from one DI-flux measurement to the next so that the scatter in these values (fig 5.1, top panel) can be taken as a measure of uncertainty in the absolute observations: they typically change by less than $0.2'$ between successive observations.

The definition of the collimation angles in fig. 5.1 assumes that the axis of the telescope is horizontal. Then the displayed quantities in the top panel of fig. 5.1 are the misalignment between optical and magnetic axes in the vertical plane ε_H , ε_V and in the horizontal plane δ_H (Jankowski and Socksdorff, 1996). ε_H , ε_V denote the same angle: once computed from the four declination measurements (subscript H) and once from the four inclination measurements (subscript V). The middle panel shows the zero offset So_H and So_V of the fluxgate sensor together with the room temperature in the magnetics hut. The room temperature and the sensor offset are clearly anti correlated: a well known problem with fluxgate sensors that is mitigated by the above measurement strategy.

If we combine inclination I and declination D obtained from the theodolite readings with the simultaneously recorded total field F we can predict the components of the magnetic field vector \vec{B} :

$$\begin{aligned} B_x &= F \cos(I) \cos(D) \\ B_y &= F \cos(I) \sin(D) \\ B_z &= F \sin(I) \end{aligned} \quad (5.1)$$

Taken together with the variations $x(t)$, $y(t)$ and $z(t)$ provided by the fluxgate variometer we can estimate the baseline values as defined in eq. 5.2. These are shown in the bottom panel of fig. 5.1. Over a time span of seven years the baseline value for X (North) in-

creased by 6 nT while Z (Vertical) decreased by 2 nT. The tendency in the Y (East) baseline is less clear.

What could be the reason for the very slow but steady variation of the baselines in the bottom panel of fig. 5.1? A tilting of the FGE fluxgate magnetometer towards the North-East by an angle of $9''/a$ or 1° in 380 years could explain the behavior of the X_B (= North) and Z_B (= vertical) component base line values. We can only speculate what could be responsible for such a tilt: bulging of the concrete pillar or bulging of the glue between pillar and granite base-plate, which are both exposed to 100% humidity.

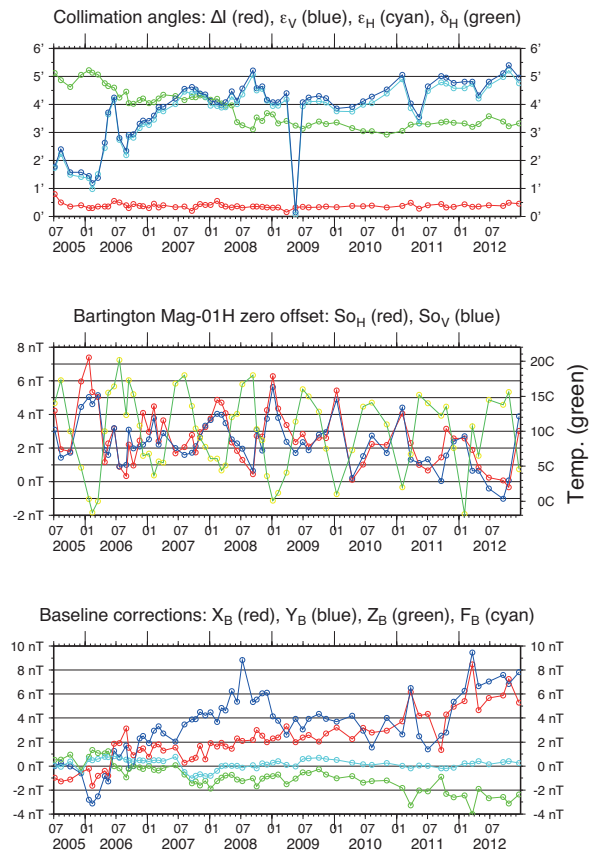


Figure 5.1: Summary plot of 62 absolute measurements taken between 2005 and 2012. The top panel shows the variation of the collimation angles. The middle panel shows the zero-offset of the fluxgate sensor mounted on the theodolite together with the room temperature in the magnetics hut. The bottom panel shows the evolution of the baseline values.

The stability of the baseline values is a measure of the instrumental drift of the variometer. Since such a baseline drift can mimic a slow variation of the magnetic field the baseline drift is monitored with DI-flux absolute measurements. Unstable baselines require more frequent absolute measurements whereas very stable baselines require less frequent observations. We have taken the small drift of the variometers as documented

in figures 5.3 and 5.4 together with the small baseline scatter documented in fig. 5.1 as justification to increase the time between DI-flux measurements from weekly to once every six weeks.

5.2 Data quality – consistency check of vector against scalar magnetometer

Instrumental drift of the variometer can be checked by comparing the vector field measurements with the data from the Overhauser PPM magnetometer. The latter records $F = |\vec{B}|$ where $\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)^T$ is the magnetic field vector.

The FGE fluxgate does not record the individual components of \vec{B} but only their variations $x(t), y(t), z(t)$:

$$\begin{aligned} B_x(t) &= X_B + x(t) \\ B_y(t) &= Y_B + y(t) \\ B_z(t) &= Z_B + z(t), \end{aligned} \quad (5.2)$$

where X_B, Y_B, Z_B are the so called baseline values. Since variations in B are small we can linearize the relation between variations in F and variations in the components X, Y and Z

$$|\vec{B}(t)|^2 = [F + \Delta F(t)]^2$$

so that to first order

$$\Delta F(t) = \frac{X_B}{F} \cdot x(t) + \frac{Y_B}{F} \cdot y(t) + \frac{Z_B}{F} \cdot z(t) + C_0, \quad (5.3)$$

where C_0 is a constant offset from the contribution of the unknown fluxgate sensor offsets. This system linearly relates for any instant in time variations in $\Delta F(t)$ with variations in the vector components $x(t), y(t)$ and $z(t)$. Given long time series of F, x, y and z the scale factors $c_x = X_B/F$, $c_y = Y_B/F$, $c_z = Z_B/F$ and offset C_0 can be estimated by solving eq. 5.3 in a least squares sense.

If the variometer signals x, y, z are calibrated and converted to nanoteslas like the Overhauser signal then the coefficients c_x, c_y, c_z are simply the directional cosines obtained from projecting the magnetic field vector onto the coordinate axes. This can be used to check the consistency of the calibration: the L_2 -Norm of $c = (c_x, c_y, c_z)^T$ should be unity.

This check has been conducted most recently with the data from January 2014 to September 2017 and we

found $c = 0.9994$ - thus it looks like the acquisition chain consisting of fluxgate, buffer amplifier and Q330 digitizer is calibrated to better than one part in 10^3 .

This conclusion cannot be drawn for all three fluxgate components: the component which points East contributes very little to the total field variations. This is because the magnetic declination at BFO is currently very small ($D \simeq 2^\circ$).

In anticipation of the shortcoming of such a calibration check we have operated the FGE fluxgate magnetometer from 2003 to 2012 in a unconventional orientation: the X-component was pointing North-East while the Y-component was pointing North-West. In such a configuration all three fluxgate sensors contribute with similar weights to variations in F and a baseline drift of any one component would show up in the consistency check of the calibration.

The residue from solving eq. 5.3 for the two fluxgate installations is shown in fig. 5.3 for the FGE setup prior to 2013 and in fig. 5.4 for the reoriented sensor after 2013. The residual variations are below 2 nT for both installations. The cause of these slow variations are unknown. If they came from the environment we would first of all expect to see seasonal temperature variations, which we don't. We can only speculate that it is due to an instability in the FGE electronics, its power supply or - less likely - in the frequency standard of the GSM90. To safely exclude the latter possibility a calibration of the GSM90 should be made, as this has not been done ever since we installed it in 2003.

The salient point of this section is, that even without applying time variable baseline corrections the consistency check realized in eq. 5.3 finds only very small deviations. Variations below 5 nT (after applying baseline corrections) are the target value for INTERMAGNET observatories. Our guess is that the stable environment provided by the installation in the Anton mine is primarily responsible for this low instrumental drift: stable ambient temperature and mechanically stable instrument pier.

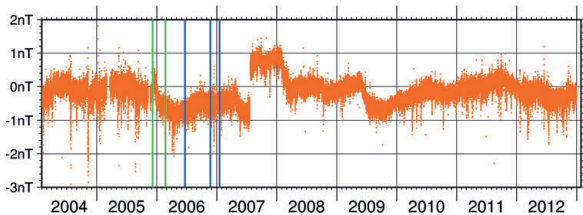


Figure 5.3: The vector of residues from solving eq. 5.3 for the years before the Q330 was installed. Note: the target for INTERMAGNET observatories is to have baseline variations below 5 nT. The vertical lines indicate times where the scalar magnetometer was moved and a small offset was introduced. The shown data has these offsets removed.

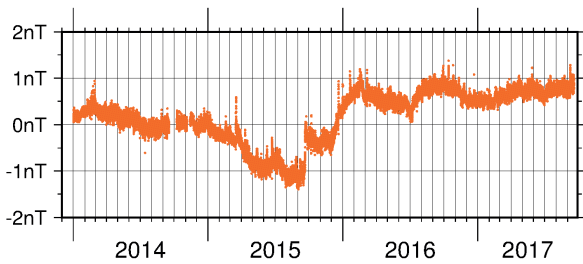


Figure 5.4: The vector of residues from solving eq. 5.3 since the Q330 digitizer was installed.

5.3 Frequency calibration of variometer

We conducted a calibration experiment to determine the transfer function of the FGE variometer. The focus of this experiment was to determine the frequency

response at high frequencies. At low frequencies the calibration can be checked against the Overhauser. In order not to mechanically disturb the FGE sensor we placed a pair of calibration coils from an Askania torsion balance magnetometer next to the FGE. Using a battery as power source we applied voltage steps to the calibration coils. In the lines to the coils we had a resistor inserted and the voltage drop over this resistor was recorded on a free channel of the Q330. In this way we have a measure of the applied current flowing through the coil and hence the added magnetic field from the coil together with the response of all three fluxgate sensors: input and output to the variometer are thus known (fig. 5.2).

Using the CALEX software (Wielandt, 2012; Wielandt and Forbriger, 2016) to analyze these signals (recorded at 40 samples per second) we find that the transfer function can be described by a first order low-pass filter with a corner frequency at 1.8 Hz. This is in agreement with the specifications of the manufacturer and confirms that the response of the variometer, when recorded at 1 sample per second can be considered as being independent of frequency.

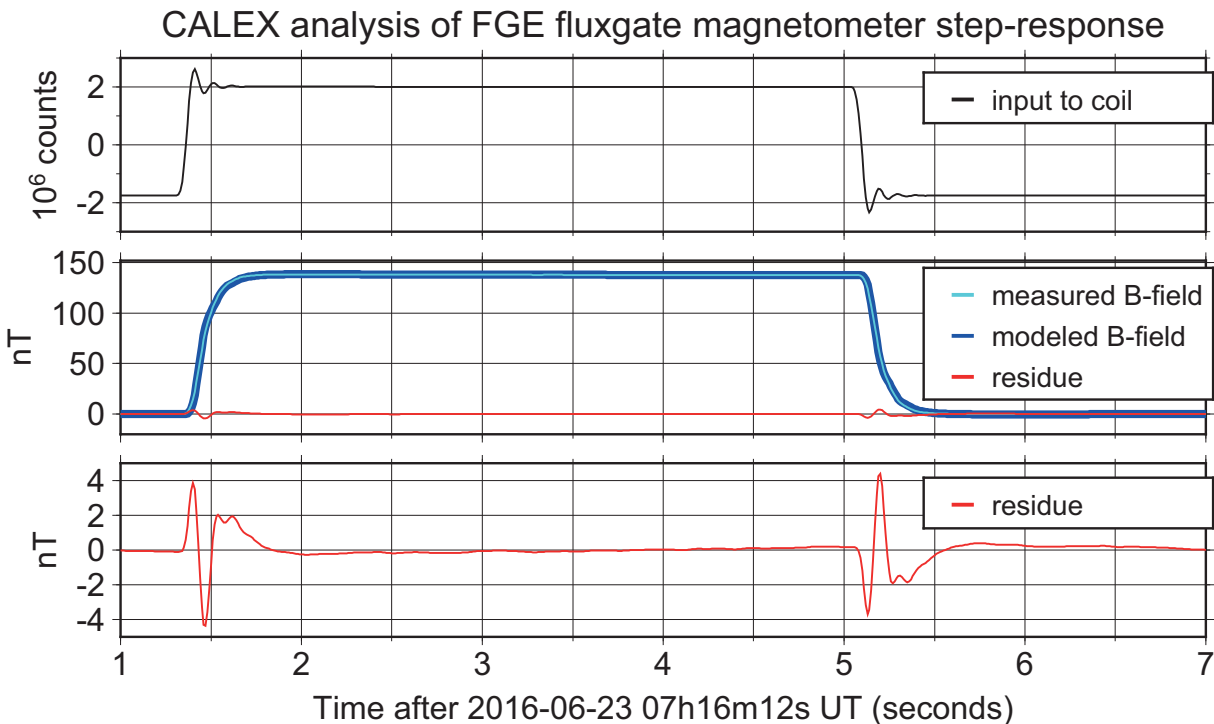


Figure 5.2: Experimental frequency response determination of FGE fluxgate magnetometer. The top panel shows the current flowing through the coils. The middle panel shows the observed output overlain by the modeled output: the two are indistinguishable at this scale. The bottom panel shows the difference between modeled and recorded fluxgate output. Note the 30 times smaller scale on the axes.

5.4 Magnetic sensitivity of broad-band seismometers

In this section we give an example of how observations in the two disciplines, seismology and geomagnetism, are closely linked at BFO. Operating sensors from both disciplines we noticed repeatedly that magnetic storms show up in recordings of broad-band seismometers (Klinge et al., 2002; Forbriger, 2007; Forbriger et al., 2010). In fig. 5.5 such an event is documented. A teleseismic earthquake recorded on all three components of the STS-2 seismometer at BFO is shown (blue). Shortly after the initial Rayleigh waves have passed a large low-frequency disturbance is visible. It coincides with a magnetic field disturbance due to a solar coronal mass ejection (CME). A linear combination of the scaled magnetograms (red) almost perfectly reproduces these low-frequency disturbances which can now be subtracted to get a cleaned seismogram (not shown). The sensitivities to magnetic field variations is given in the figures: 0.390, 0.367 and 0.060 (nm/s²)/nT for the East, North and vertical components, respectively.

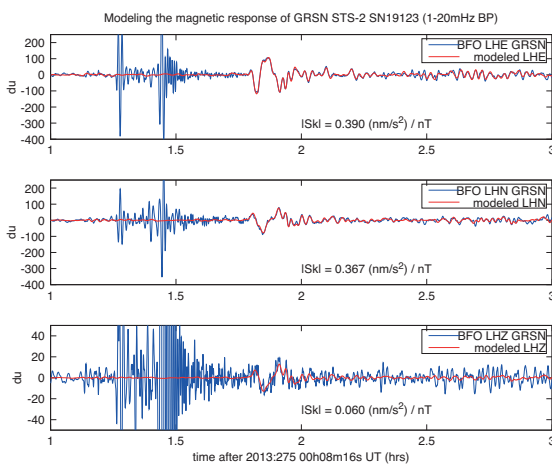


Figure 5.5: Modeling parasitic magnetic signals in broad-band seismograms. Seismograms (in raw counts: du) are shown in blue and magnetograms in red. The latter have been convolved with the instrument response of the STS-2 seismometer. A linear combination of the scaled magnetograms (red) almost perfectly reproduces these low-frequency disturbances which can now be subtracted to get a cleaned seismogram (not shown).

5.5 Carrington event

Having demonstrated that broad-band seismometers exhibit some parasitic magnetic sensitivity and having seen in fig. 5.5 that the influence of magnetic field variations on broad-band sensors can be deterministically

treated, we now look at a very unlikely yet dangerous event: a very large geomagnetic storm, a so-called Carrington event (named after Carrington who documented the geomagnetic storm of Sept. 1st 1859), and ask how our magnetometers and seismometers would perform when confronted with such a signal.

The FGE fluxgate magnetometer outputs an analog voltage signal in the range ± 10 Volts. As next stage the buffer amplifier with gain $2x$ is operated with ± 15 Volts. Its output saturates if the input exceeds ± 30 Volts or ± 3000 nT. The last stage is the digitizer: it can take ± 20 Volts on input. Thus neither the buffer amplifier nor the digitizer limit the dynamic range coming from the fluxgate magnetometer.

To put these numbers into perspective we note that the magnetic storm of October 28th 2003 had an amplitude at BFO of 800 nT in the E-W-component and was only 20% below the clipping level of the FGE magnetometer.

How would the Streckeisen STS-2 seismometer perform as a magnetometer? In Forbriger (2007) it was shown that the magnetic field acts like a force on the seismometer mass or equivalently like a ground acceleration. The sensitivity of the STS-2 at BFO was estimated to ~ 0.4 (nm/s²)/nT for the horizontal components and ~ 0.06 (nm/s²)/nT for the vertical component. The manufacturer specifies that for a signal period of 33 seconds the STS-2 will clip for accelerations of 0.00055 g or 0.0055 m/s². Thus the next Carrington event can be ~ 100 times stronger than today's magnetic field of 48000nT before the STS-2 will clip. Of course a low-gain magnetometer should be preferred to record such a huge magnetic signal as it would not respond to ground accelerations for which the seismometer is built in the first place.

5.6 Schumann resonances

That the spectrum of magnetic field variations at BFO does not stop at 1 Hz has been demonstrated by our colleagues from ETH Zürich, who operated magnetotelluric sensors for three days in 2016 in the upper Anton tunnel. The spectrum of the induction coils is plotted together with the data from the permanently installed fluxgate and Overhauser magnetometers in fig. 4.1. Buried underneath many narrow technical spectral lines is the broad peak of the lowest-order Schumann

resonance at 7 Hz. This is a standing electromagnetic wave trapped in the wave guide that is formed by an isolator sandwiched between the conducting ionosphere and the conducting solid Earth/Oceans. A wave traveling at the speed of light travels around the globe in 1/7th of a second. This is the simplest explanation of the Schumann resonance at a frequency of ~ 7 Hz and its harmonics (14 Hz, 21 Hz). Lightning in tropical thunder storms is thought to be the dominant excitation mechanism for the Schumann resonances (Füllekrug and Constable, 2000).

5.7 Tides

The tides are first of all a phenomenon in the field of gravity. But secondary tidal effects also show up in many neighboring disciplines. Here we show an example from geomagnetism. A plot of the power spectral density of 3.5 years of FGE magnetometer data from BFO is shown in fig. 5.6. The spectral peak at the semi-diurnal lunar frequency M2 of 1.932 cycles per day (cpd) is a sure sign that tidal gravity is at work. For the much larger peaks at the frequencies of the solar harmonics this conclusion cannot be drawn: solar heating of the ionosphere could equally (and more likely) be responsible for these lines.

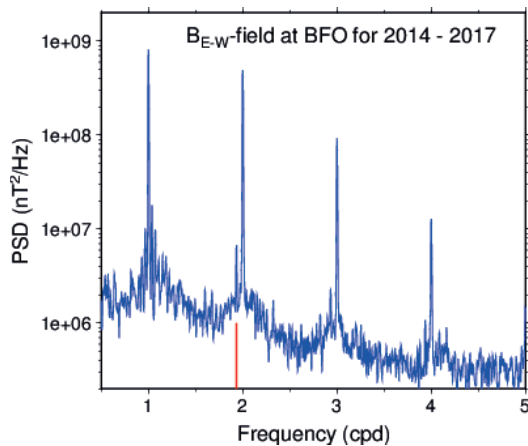


Figure 5.6: Spectrum of the E-W component of magnetic field variations at BFO covering the years 2014 - 2017. The dominant spectral lines are the daily harmonics S1, S2, S3, S4 which are primarily a result of the Sq field variations which are generated by the day side, ionospheric electric current systems. Indicated with a vertical red line is the semi-diurnal lunar tide M2 at 1.932 cycles per day.

So far we can only speculate as to the physical mechanism responsible for the M2 spectral line in the magnetometer data. A first model invokes tidal forcing of the motion in the conducting ionosphere. A second

model invokes tidal forcing of the oceans. Since sea water is an electrical conductor an electric current will be induced as it moves through the magnetic field. This electric current in the oceans will be modulated by the dominant tidal frequency, M2. The prime suspect are the ocean tides in the North Sea. At BFO we would observe the B -field associated with the induced electric current.

5.8 Outlook: aerspectives for sensors to increase the observed bandwidth

To be compliant with the INTERMAGNET standard we record the magnetic field variations once per second. The comparison of simultaneously recorded signal spectra in fig. 4.1 however shows that for periods shorter than 30 seconds the fluxgate and the Overhauser sensors cannot resolve ambient background variations: the spectra from the induction coils plot below the fluxgate spectra. For frequencies above 0.01 Hz induction coils are preferable: their self-noise is below the level of the ambient field up to at least 1kHz.

How to fuse the data from fluxgates and induction coils into a single record of the magnetic field has been discussed in Brunke et al. (2017). With their suggested procedure it is possible to fill the entire frequency band covered by INTERMAGNET observatory data with usable signal, also between 0.03 and 0.5 Hz. To permanently install and operate a set of three orthogonal induction coils would thus be an obvious addition to expand the covered frequency band at BFO.

5.9 Data access

The magnetics data from BFO are published by INTERMAGNET at www.intermagnet.org and by the IRIS/DMC at <http://www.iris.edu>. The data distributed by the IRIS/DMC are the raw output from the Q330 digitizer while INTERMAGNET publishes post-processed magnetic field values. This postprocessing involves the estimation of a model for the variometer baseline drift for which the DI-flux absolute measurements are needed. The baselines are then added to the calibrated FGE variometer data (see eq. 5.2) to yield a complete description of the magnetic field vector \vec{B} . Understandably the delay behind real-time for INTER-

MAGNET data is measured in weeks and months and not in seconds as with the IRIS/DMC.

Acknowledgements

We thank Martin Feller and Martin Beblo from Fürstfeldbruck Geomagnetic Observatory (FUR) for their continued support with the magnetometer installation and operation at BFO. The technical expertise with magnetic sensors of Eberhard Pulz and the help in becoming an INTERMAGNET observatory from Achim Linthe - both from Niemegek observatory (NGK) is greatly acknowledged. Jürgen Matzka also from NGK has recently taken over the post-processing of magnetics data from BFO for which we are very grateful. Friedemann Samrock and Johannes Käuffl from ETH Zürich temporarily operated an MT station in the upper tunnel of the Anton mine consisting of two pairs of electrodes to record the E-field and three induction coils to record the B-field. They kindly provided the data used in fig. 4.1. Klaus Lindner (GIK, KIT) established the geographic reference points needed for the inclination and declination observations.

To work at the Black Forest Observatory is a big privilege: a place where such diverse geophysical phenomena as touched in this paper show up in the locally collected data: the dynamo in the outer core and its secular variations, the Schumann resonances in the electrically isolating spherical shell between ionosphere and solid Earth, the S_q day-side magnetic variations from current systems in the ionosphere, magnetic storms from solar coronal mass ejections (CMEs), the harmonic magnetic field variations at the frequency of the semi-diurnal lunar tide possibly from tidal currents in the North Sea to mention just a few. Bernhard Heck has, in his position as director of the observatory, created an environment in which we as researchers and technicians at BFO could dedicate our time to the study of these signals and the maintenance of the sensors that record them. Bernhard has represented BFO towards

cerns of the observatory were heard by the university administrations and even the government of Baden-Württemberg. Thank you, Bernhard!

References

- Brunke, H.-P., Widmer-Schmidrig, R., and Korte, M. (2017): Merging fluxgate and induction coil data to produce low-noise geomagnetic observatory data meeting the INTERMAGNET definitive 1 s data standard. *Geosci. Instrum. Method. Data Syst.* 2017. DOI: <https://doi.org/10.5194/gi-6-1-2017>.
- Forbriger, T. (2011): Technical report: Buffer amplifier to connect the SG-056 to a Q330HR recording system. Tech. rep. URL: <http://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:swb:90-741065>.
- Forbriger, T. (2013): Technical Documentation: FO-transmission of a 1 PPS signal. Tech. rep. URL: <http://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:swb:90-360949>.
- Forbriger, T. (2007): Reducing magnetic field induced noise in broad-band seismic recordings. *Geophys. J. Int.* 169:240–258.
- Forbriger, T., Widmer-Schmidrig, R., Wielandt, E., Hayman, M., and Ackerley, N. (2010): Magnetic field background variations can limit the resolution of seismic broad-band sensors. *Geophys. J. Int.* 183:303–312.
- Füllekrug, M. and Constable, S. (2000): Global triangulation of intense lightning discharges. *Geophys. Res. Lett.* 27:333–336.
- Häfner, R. and Widmer-Schmidrig, R. (2012): Signature of 3-D density structure in spectra of the spheroidal free oscillation ${}_0S_2$. *Geophysical Journal International* 169:240–258. DOI: 10.1093/gji/ggs013.
- Hanka, W., Heinloo, A., and Jäckel, K.-H. (2000): Networked seismographs: GEOFON real-time data distribution. *ORFEUS Newsl.* 2. URL: <http://www.xn--orfeuseu-5m3d.org/Organization/Newsletter/vol2no3/geofon.html>.
- Hanka, W., Saul, J., Weber, B., Becker, J., Harjadi, F., and GITEWS Seismology Group (2010): Real-time earthquake monitoring for tsunami warning in the Indian Ocean and beyond. *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.* 10.
- Jankowski, J. and Socksdorff, C. (1996): Guide for magnetic measurements and observatory practice. International Association for Geomagnetism and Aeronomy, Warsaw.
- Klinge, K., Kroner, C., and Zürn, W. (2002): Broadband seismic noise at Stations of the GRSN. In: Korn, M. *Ten years of German Regional Seismic Network (GRSN)*. Weinheim: Wiley-VCH, pp. 83–101.
- Van Camp, M., Steim, J., Rapagnani, G., and Rivera, L. (2008): Connecting a Quanterra data logger Q330 on the GWR C021 superconducting gravimeter. *Seismol. Res. Lett.* 79:786–796.
- Wielandt, E. (2012): Seismometer calibration with program CALEX. In: Bormann, P. *New Manual of Seismological Observatory Practice 2 (NMSOP-2), Exercise 5.4*. Potsdam, Germany: GeoForschungsZentrum GFZ, pp. 1–51. DOI: 10.2312/GFZ.NMSOP-2_EX_5.4.
- Wielandt, E. and Forbriger, T. (2016): Linux version of program CALEX. URL: <https://git.scc.kit.edu/Seitosh/software-for-seismometry-linux/tree/master/software/calex>.

Auswirkungen der Datumswahl bei der Berechnung und Beurteilung von Vertikalbewegungen

Karl Zippelt

In den Buchen 8, 75053 Gondelsheim
E-Mail: karl.zippelt@gmx.de

Zusammenfassung

Geodätisch bestimmte Vertikalbewegungen werden in den Geowissenschaften bei der Beurteilung der rezenten Geodynamik herangezogen. Zur Bestimmung dieser Deformationswerte stehen der Geodäsie verschiedene moderne Messverfahren zur Verfügung, die in den letzten Jahren auch zusehends satellitengestützt sind und die sich gegenseitig in ihren Berechnungsergebnissen unterstützen (Fuhrmann, 2016). Höchste Genauigkeit bei der Berechnung von vertikalen Bewegungsraten wird jedoch immer noch mit der Auswertung klassischer Präzisionsnivelements erzielt, die durch die amtlichen Vermessungsdienststellen in den letzten Jahrzehnten wiederholt durchgeführt wurden. Dabei ist zu beachten, dass die Ergebnisse dieser Berechnungen sowohl von der funktionalen Modellbildung als auch von der Datumsformulierung im Gesamtmodell abhängig sind. Der vorliegende Beitrag beschäftigt sich mit verschiedenen Möglichkeiten der Datumswahl in sogenannten Einzelpunktmodellen, die die Höhe eines Punktes als Funktion der Zeit betrachten und damit die Bestimmung der Veränderungsgeschwindigkeit einer Höhenfestlegung an der Erdoberfläche erlauben.

1 Allgemeine Modellbildung

Zur Analyse der Vertikalbewegungen können Präzisionsnivelements hoher Genauigkeit, die in Mitteleuropa seit etwa einhundert Jahren von den amtlichen Vermessungsstellen landesweit in verschiedenen Ordnungen (Genauigkeitsstufen) durchgeführt werden, herangezogen werden. Durch den langen Zeitraum und die hohe Anzahl an Wiederholungsmessungen sind Voraussetzungen gegeben, um in weiten Bereichen entlang den Nivellementlinien eine stabile Modellierung der stattgefundenen regelmäßigen Bewegungen zu erreichen. Da das Nivellement jedoch ein zeit- und kostenintensives Messverfahren ist, das zudem erfahrenes Personal erfordert, können die Messungen nicht innerhalb eines kurzen Zeitraumes durchgeführt werden. Dadurch sind vor allem in großen, landesweiten Netzen die Beobachtungen zeitlich

über einen längeren Zeitraum (mehrere Jahre oder gar Jahrzehnte) mit einer ungleichmäßigen Anzahl von Wiederholungen verteilt. Eine Beschreibung der Punkthöhen auf der Erdoberfläche zu einem festen Zeitpunkt ist deshalb nicht möglich. Um dieses Datenproblem aufzufangen, ist es bei der Berechnung von Vertikalbewegungen erforderlich, von einer statischen Modellierung des Höhennetzes zu einer kinematischen Modellierung überzugehen. In der kinematischen Modellierung eines Höhennetzes wird die Punkthöhe als eine Funktion der Zeit betrachtet. Aus dieser Grundform können je nach Modellierung der Geschwindigkeitsfunktion verschiedene Modelle abgeleitet werden. Hierüber finden sich in Zippelt (1988) ausführliche Hinweise. Unter der Annahme einer räumlich unabhängigen, stetigen, nicht sprunghaften Punktbewegung



kann die Geschwindigkeitsfunktion eines Punktes P_j z. B. in eine Taylorreihe mit folgender Form entwickelt werden

$$v_j(t_i) = c_{1,j} + c_{2,j} \cdot \Delta t_i + \dots \quad (1.1)$$

mit:

$$\Delta t_i = t_i - t_0$$

$c_{1,j}$: Geschwindigkeitskoeffizient

$c_{2,j}$: Beschleunigungskoeffizient

wobei in Abhängigkeit des verfügbaren Beobachtungsmaterials prinzipiell weitere Koeffizienten durch Erweiterung der Taylorreihe möglich sind. Wird diese Geschwindigkeitsfunktion (1.1) in die ursprüngliche Funktion der Punktbeziehung eingesetzt, so ergibt sich die zeitabhängige Funktion für den Verlauf der Höhenbewegung des Punkte P_j

$$H_j(t_i) = H_{0,j} + c_{1,j} \cdot \Delta t_i + \frac{1}{2!} \cdot c_{2,j} \cdot \Delta t_i^2 + \dots \quad (1.2)$$

die es ermöglicht, für jeden einzelnen Punkt das Bewegungsverhalten unabhängig von seiner Nachbarschaft zu beschreiben. Diese Modellform wird auch Einzelpunktmodell genannt. Durch die Verknüpfung des Einzelpunktmodells mit dem funktionalen Modell eines beobachteten Höhenunterschiedes wird aus diesem eine zeitabhängige Beobachtung

$$\Delta h_{i,AB}(t) = H_{i,B}(t) - H_{i,A}(t). \quad (1.3)$$

Dieses funktionale Modell der Beobachtungen bildet die Grundlage für eine Schätzung der unbekannt Parameter in einer vermittelnden Ausgleichung nach dem Gauß-Markov-Modell (GMM)

$$\mathbf{I} + \mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{x}. \quad (1.4)$$

Die Konfigurationsmatrix \mathbf{A} beschreibt darin den funktionalen Zusammenhang der im Vektor \mathbf{I} zusammengefassten Beobachtungen mit den im Vektor der Unbekannten \mathbf{x} enthaltenen unbekannt Parameter $H_{0,j}$, $c_{1,j}$ und $c_{2,j}$ (siehe Gleichung (1.2)). Der Vektor \mathbf{v} bezeichnet die Verbesserungen der Beobachtungen, für die Normalverteilung angenommen wird.

In einer Ausgleichung setzt sich das Gesamtmodell aus Angaben zum

- a) funktionalen Modell
- b) stochastischen Modell und
- c) Datummodell

zusammen. Zur Beschreibung der Eigenschaften eines Ausgleichungsergebnisses gehören demnach auch immer Aussagen über die Stochastik der Beobachtungen. Diese werden im stochastischen Modell zusammengefasst und beschrieben. Da geodätische Nivelements keine Informationen über die Lagerung der unbekannt Parameter in einem Bezugssystem enthalten, müssen im Datummodell zusätzliche Vorgaben über die Festlegung des Bezugsniveaus in das Gesamtmodell eingeführt werden. Diese zusätzlichen Bedingungen müssen so formuliert werden, dass die aus (1.4) abgeleitete Normalgleichungsmatrix $\mathbf{N} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A}$ regulär und damit eindeutig invertierbar wird. Die Formulierungen der Datumfestlegungen haben damit großen Einfluss auf die Schätzwerte und Standardabweichungen der Modellparameter. Bei der Bewertung eines Ausgleichungsergebnisses ist die Datumfestlegung also immer mit anzugeben. Es ist zu berücksichtigen, dass die Schätzwerte der unbekannt Parameter und ihre Standardabweichungen von der gewählten Datumfestlegung abhängig sind, es handelt sich um datumsabhängige Schätzwerte. Der Ablauf einer Ausgleichung im GMM ist bekannt und soll hier nicht erneut dargestellt werden. Für den Sonderfall einer kinematischen Modellbildung von Präzisionsnivelements ist dieser Ablauf im Detail in Zippelt (1988) enthalten. Welche Möglichkeiten der Datumfestlegung in einem kinematischen Deformationsnetz zur Verfügung stehen und welche Auswirkungen die Datumswahl hat soll im Folgenden im Detail dargestellt und diskutiert werden.

2 Möglichkeiten der Datummodellierung

Zur Regularisierung der Normalgleichungsmatrix \mathbf{N} ist es erforderlich, Zusatzbedingungen (= Datumfestlegungen) zu definieren, um damit das Gleichungssystem zu ergänzen. Üblicherweise fehlt in der kinematischen Modellbildung eine Festlegung zum Niveau der Höhenparameter $H_{0,j}$ und eine weitere zum Niveau der Geschwindigkeitskoeffizienten $c_{1,j}$. Zusatzbedingungen für die Beschleunigungskoeffizienten $c_{2,j}$ und weitere Parameter sind nicht erforderlich. Im Folgenden werden mögliche Datumfestlegungen beschrieben.

2.1 Zwangsfreies Datum

Durch die a-priori Festlegung beliebiger Werte für die Höhe und die Geschwindigkeit eines ausgewählten Referenzpunktes P_R wird eindeutig über das Referenzsystem verfügt. Dies ist gleichbedeutend mit der Einführung folgender Zwangsbedingungen:

$$H_{0,R} = \text{const} \quad c_{1,R} = \text{const}. \quad (2.1)$$

Dies führt dazu, dass das Niveau der Höhe und das Niveau der Geschwindigkeit von einem deterministischen (fehlerfreien) Datumspunkt (= Referenzpunkt) fixiert werden und die dazugehörigen Koeffizienten sowohl in \mathbf{A} , \mathbf{x} und \mathbf{N} entfallen. Diese Zwangsbedingungen haben keinen Einfluss auf die innere Netzgeometrie und die Verhältnisse zwischen den Schätzwerten, so dass dieses Datummodell auch als zwangsfreies Datum bezeichnet wird. Die Schätzwerte der Höhen und vor allem auch der Geschwindigkeitskoeffizienten sind auf die Vorgaben zu diesem (Datums-)Punkt entsprechend Gleichung (2.1) bezogen. Vorteilhaft ist, dass Unabhängigkeit zwischen den Schätzwerten der beiden Parametertypen besteht. Die Niveaufinitionen machen eine einfache und physikalisch nachvollziehbare Interpretation der Ergebnisse möglich. Aufgrund der Abhängigkeit der Ausgleichungsergebnisse von den angenommenen Werten werden an diese gewisse Bedingungen gestellt. Insbesondere die Vorgabe der Geschwindigkeit des Referenzpunktes ist in einer kinematischen Deformationsanalyse von besonderer Bedeutung. Meistens wird davon ausgegangen, dass sich der Referenzpunkt nicht bewegt, d. h. stabil ist, so dass

$$c_{1,R} = \text{const} \quad \rightarrow \quad c_{1,R} = 0 \quad (2.2)$$

angenommen wird. Dies hat zur Folge, dass die Bewegungsraten aller Punkte um die unbekannt, tatsächliche Eigenbewegung des Referenzpunktes verfälscht sein werden. Da die Lagerung des Netzes lediglich über einen einzigen Referenzpunkt erfolgt, wird es aufgrund der Fehlerfortpflanzung der Messgenauigkeit über die einzelnen Netzlinien dazu kommen, dass die Standardabweichungen der geschätzten Parameter umso größer werden, je weiter der betreffende Netzpunkt vom Referenzpunkt entfernt liegt. Einen untergeordneten Einfluss spielt die Netz-

geometrie, d. h. der Effekt der entfernungsabhängig ansteigenden Standardabweichung wird umso größer, je schwächer die Netzgeometrie (abhängig von der Anzahl der Wiederholungsmessungen, der Liniendichte, des Umfangs der einzelnen Netzschleifen, ...) ist. Weitere Einflussfaktoren werden in Fuhrmann (2016) diskutiert. Zu beachten ist zudem, dass sich im zwangsfreien Datummodell der Effekt der entfernungsabhängig ansteigenden Standardabweichung der Schätzwerte auch negativ auf die Aufdeckbarkeit von Modellfehlern und die Signifikanz der geschätzten Punktbewegungen auswirkt, die weit vom Referenzpunkt entfernt sind. Aufgrund der Eindeutigkeit bei der Interpretation der Ergebnisse wurde dieses Datummodell in den letzten Jahren/Jahrzehnten bevorzugt angewendet (Zippelt und Dierks, 2006; Fuhrmann und Zippelt, 2013).

2.2 Datum über Minimierungsbedingungen

Anstatt die zuvor definierten Bedingungen (2.1) an einem Referenzpunkt zu berücksichtigen, wird die Regularisierung von \mathbf{N} erreicht, indem für die Schätzwerte der Höhenparameter und der Geschwindigkeitsparameter gefordert wird, dass sie quadratisch minimal von den benutzten Näherungswerten abweichen. Es entsteht ein GMM mit Restriktionen (Wolf, 1975) das auch als freie Ausgleichung bezeichnet wird. Zusätzlich zur bisherigen Zielfunktion $\Omega = \mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} \rightarrow \min$ werden für das System der Höhenwerte und das System der Geschwindigkeitskoeffizienten zusätzliche Zielfunktionen aufgestellt.

$$\begin{aligned} (\Delta \hat{\mathbf{H}}_{0,D})^T (\Delta \hat{\mathbf{H}}_{0,D}) &\rightarrow \min \\ (\Delta \hat{\mathbf{c}}_{1,D})^T (\Delta \hat{\mathbf{c}}_{1,D}) &\rightarrow \min. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Hier steht $(\Delta \hat{\mathbf{H}}_{0,D})$ für die Verbesserung der Näherungswerte der Höhenunbekannten und $(\Delta \hat{\mathbf{c}}_{1,D})$ für die Verbesserung der linearen Koeffizienten der Bewegungsgleichungen der selben (Datums-)Punkte. Eine detaillierte Darstellung findet sich in Zippelt (1988). Diese Zielfunktionen (2.3) werden durch linear unabhängige Nebenbedingungen umgesetzt

$$\sum_{i=1}^n \Delta \hat{H}_{0,D_i} = 0, \quad \sum_{i=1}^n \Delta \hat{c}_{1,D_i} = 0. \quad (2.4)$$

Wird das Normalgleichungssystem um diese beiden Nebenbedingungen ergänzt, so ergibt sich eine reguläre Normalgleichungsmatrix \mathbf{N}_D die zur Kofaktorenmatrix \mathbf{Q}_D invertiert werden kann. Im Vergleich zu anderen Inversen von \mathbf{N} hat diese Kofaktorenmatrix \mathbf{Q}_D die Eigenschaft einer minimalen Spur über die gewählten Datumspunkte D_i . Die Standardabweichungen der geschätzten Parameter in dieser Lösung sind nicht mehr von der Entfernung zu einem Referenzpunkt sondern nur noch von der Geometrie des Netzes, der Anzahl der Wiederholungsmessungen und den Beobachtungsgewichten abhängig.

Die Festlegung der Datumspunkte kann auf zwei Arten erfolgen (Illner, 1985):

- Es werden alle Punkte eines Netzes zur Datumsfestlegung herangezogen (Gesamtspurminimierung).
- Es wird lediglich eine begrenzte Anzahl von Netzpunkten zur Datumsfestlegung herangezogen, wobei diese Punkte frei wählbar sind (Teilspurminimierung).

Geometrisch interpretiert stellt dieses Datummodell eine Auffelderung der Schätzwerte $\Delta\hat{H}_{0,D_i}$ und $\Delta\hat{c}_{1,D_i}$ auf die Näherungswerte H_{0,D_i} und c_{1,D_i} mit minimalen Restklaffungen dar. Werden für die Datumspunkte D_i die Näherungswerte $c_{1,D_i} = 0$ (entspricht der Nullhypothese: die Datumspunkte D_i bewegen sich nicht) angenommen, so stellen die berechneten Schätzwerte $\Delta\hat{c}_{1,D_i}$ ein mittleres Niveau der Bewegungsraten dar, das jedoch an keinem speziellen Punkt definiert ist. Eine Datumsdefinition über alle Punkte eines Netzes, in dem extreme einseitige Bewegungen (z. B. in einem Bergbauggebiet) stattfinden und deshalb die Stabilität dieser Punkte nicht gegeben ist, erscheint nicht empfehlenswert. Bei der Auswahl einer begrenzten Anzahl von sinnvollen Datumspunkten wird dieser Effekt umgangen. Abschließend bleibt jedoch festzustellen, dass es bei Anwendung einer Teilspurminimierung zwar zu nicht entfernungsabhängigen Standardabweichungen der Schätzwerte kommt, diese wegen der vernachlässigten Stochastizität der Stabilitätsannahme oft unrealistisch niedrig sind.

2.3 Datum durch stochastische Vorinformationen

Alle bisher vorgestellten Datummodelle gehen von der Annahme aus, dass die Ausgangswerte, die für die Referenzfestlegung der Höhen und Geschwindigkeiten benutzt werden, für Stabilität stehen und fehlerfrei sind. Dies ist in der Realität selten zutreffend, so dass die mit diesen Datummodellen erzielten Standardabweichungen sehr optimistisch sind. In der Regel sind für die Ausgangswerte in den Datumspunkten auch Genauigkeitsangaben verfügbar. Quellen solcher Angaben sind sowohl Stabilitätsbewertungen aus geologischen Karten oder Informationen aus anderen geodätischen Überwachungsmessungen wie z. B. GNSS oder InSAR.

Ziel der Modellbildung sollte es deshalb sein, diese Informationen als eine weitere Gruppe von Beobachtungen, die von den Nivellements unabhängig sind, in das funktionale Modell aufzunehmen. Der bisherige Beobachtungsvektor \mathbf{I} der nivellitischen Beobachtungen wird ergänzt mit den Beobachtungen \mathbf{I}_S der zusätzlichen Vorinformationen über die Parameter auf den gewählten Datumspunkten. Diese Beobachtungen können sowohl aus Höhen-Vorinformationen \mathbf{I}_H als auch aus Geschwindigkeits-Vorinformationen \mathbf{I}_c bestehen, so dass \mathbf{I}_S sich aufteilen lässt in:

$$\mathbf{I}_S = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_H \\ \mathbf{I}_c \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Üblicherweise werden beide Beobachtungstypen punktweise berücksichtigt. Diesen Zusatzbeobachtungen sind die Beobachtungsgenauigkeiten σ_H bzw. σ_c zugeordnet, so dass es zu einer Erweiterung des stochastischen Modells kommt. Die Größe dieser Beobachtungsgenauigkeiten entscheidet darüber, wie restriktiv die beobachteten Parameter im Modell behandelt werden. Wird die Stochastizität der Vorinformation sehr gering angesetzt so kann damit auch ein zwangsweiser Anschluss an die Vorinformationen erreicht werden. Im erweiterten funktionalen Modell treten Verbesserungsgleichungen mit folgenden Anteilen auf:

- für nivellitische Beobachtungen $l_{\Delta h_i}$

$$l_{\Delta h_i} + v_{\Delta h_i} = H_{0,B} + c_{1,B} \cdot \Delta t_i + \dots - H_{0,A} - c_{1,A} \cdot \Delta t_i - \dots \quad (2.6)$$

b) für Höhenvorinformationen l_{H_0,S_i}

$$l_{H_0,S_i} + v_{H_0,S_i} = H_{0,S_i} \quad (2.7)$$

c) für Geschwindigkeitsvorinformationen l_{c_1,S_i}

$$l_{c_1,S_i} + v_{c_1,S_i} = c_{1,S_i} \quad (2.8)$$

denen die jeweiligen Standardabweichungen $\sigma_{\Delta h}$, σ_{l_H} und $\sigma_{l_{c_1}}$ zugeordnet sind. Es entsteht ein GMM mit gemessenen Unbekannten (Wolf, 1975). Die daraus entstehende Normalgleichungsmatrix \mathbf{N}_s ist regulär und kann ohne weitere Nebenbedingungen invertiert werden. Details zur weiteren funktionalen und stochastischen Beschreibung dieses Modells finden sich in Zippelt (1988).

Werden die Punkte mit stochastischen Vorinformationen zur Höhe und Geschwindigkeit einigermaßen gleichmäßig über das Netz verteilt, so ergeben sich Schätzwerte, die zwar von den eingeführten Vorinformationen abhängig sind, jedoch realistische Standardabweichungen mit einer geringen Entfernungsabhängigkeit zeigen. Je dichter das Feld der stochastischen Anschlusspunkte ist, desto geringer ist die Entfernungsabhängigkeit ausgeprägt. Es ergibt sich ein Ausgleichsmodell, das zur Integration von Vorinformationen geeignet ist, aber auch die Integration unabhängiger Analysemethoden ermöglicht.

3 Vergleichende Berechnungen und Beurteilungen der Standardabweichungen

Die dargestellte Methodik der kinematischen Höhenausgleichung mit unterschiedlichen Datumsformulierungen wurde in einem Projekt mit der Bundesanstalt für Gewässerkunde (BfG) auf die Höhenmessungen entlang des Rheins angewendet. Die detaillierten Ergebnisse sind in Zippelt u. a. (2016) enthalten.

In einem mehrere Nivellements Schleifen breiten Korridor beidseits des Rheins zwischen Basel und der niederländischen Grenze wurde aus allen verfügbaren amtlichen Höhenmessungen 1. und 2. Ordnung das in Abbildung 3.1 dargestellte Nivellementnetz zusammengestellt. Neben unterschiedlichen geologischen Formationen (Schwarzwald, Oberrheingraben, Rheinisches Schiefergebirge, ...) sind in diesem Netz

auch das bergbaulich geprägte Ruhrgebiet und Gebiete des Braunkohletagebaus in der Niederrheinischen Bucht enthalten.

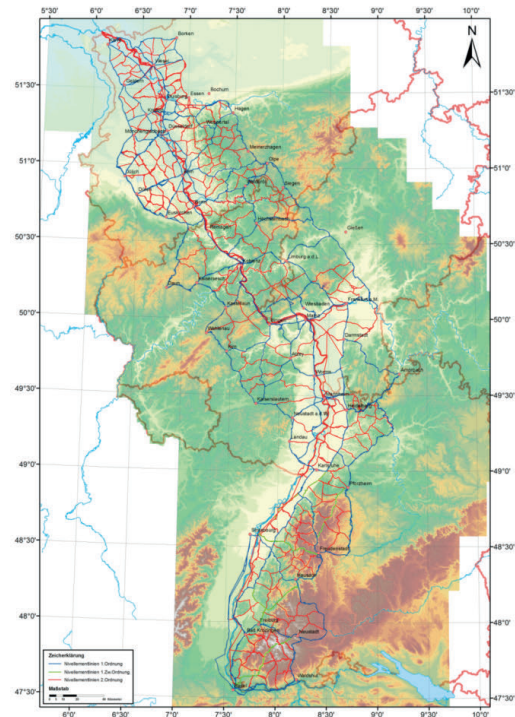



Abbildung 3.1: Nivellementnetz 1. + 2. Ordnung entlang des Rheins (Zippelt u. a., 2016).

Zur Wahl der Referenzpunkte in den verschiedenen Datumsmodellen wurden insbesondere geologische Kriterien und Bewertungen der Punktvermarkung herangezogen. In Zippelt u. a. (2016) ist eine ausführliche Beschreibung dieser Auswahl enthalten. Die für das Datumsmodell der Teilspurminimierung und der stochastischen Anschlusspunkte gewählten Punkte verteilen sich einigermaßen gleichmäßig im südlichen (Laufenburg am Hochrhein, Freudenstadt im Schwarzwald und Seitzenbuche im Odenwald) und im nördlichen Netzteil. Der mittlere Bereich wird durch keinen Punkt repräsentiert. Mit der getroffenen Auswahl an Datumspunkten wird u.a. das Ziel verfolgt, den Einfluss zufälliger langwelliger Effekte im Fehlerhaushalt des Nivellements zu dämpfen. In den vergleichenden Berechnungen mit

- dem zwangsfreien Datumsmodell mit einem Datumspunkt (Wehen/Taunus)
- dem Datumsmodell mit Spurminimierung über mehrere Datumspunkte (s.o.)
- dem Datumsmodell mit stochastischen Vorinformationen für die Datumspunkte (s.o.)

zeigt sich, dass die innere Geometrie der Schätzwerte für Bewegungsparameter weitgehend erhalten wird. Lediglich das Referenzniveau der Bewegungsraten ist an unterschiedlichen Punkten festgelegt. Besonders die Lösung mit der (Gesamt-)Spurminimierung über alle Netzpunkte weicht im Bezugsniveau durch den Einfluss der teilweise erheblichen Senkungen in den Bergbaugebieten von den übrigen Lösungen ab und ist nicht realistisch. Deshalb wird die Modellrechnung mit Teilspurminimierung über die gleichen Datumspunkte wie im Modell mit stochastischen Vorinformationen durchgeführt.

Entsprechend der Thematik der vorliegenden Betrachtung wird in den folgenden Abbildungen der Schwerpunkt mehr auf das Verhalten der Standardabweichungen der Geschwindigkeitskoeffizienten als auf die Schätzwerte der einzelnen Lösungen gelegt. Die benutzten Datumspunkte sind in allen folgenden Abbildungen durch das Symbol  gekennzeichnet.

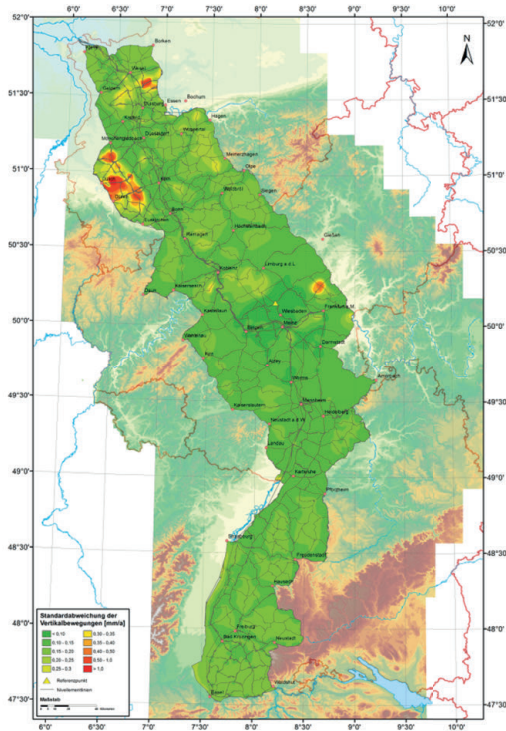


Abbildung 3.2: Standardabweichungen der Geschwindigkeitskoeffizienten des zwangsfreien Modells mit zentralem Referenzpunkt (Zippelt u. a., 2016).

Für die zwangsfreie Modellierung wurde der Referenzpunkt auf einen zentral gelegenen Punkt bei Wehen/Taunus festgelegt. Anhand der farblichen Einfärbung in Abbildung 3.2 ist gut erkennbar, wie die Standardabweichungen der geschätzten Geschwindigkeits-

koeffizienten mit der Entfernung immer größer und damit farblich heller werden. Besonders im südlichen Netzteil ist anhand der farblichen Einfärbung neben des entfernungsabhängigen Anwachsens der Standardabweichungen auch der Einfluss der Netzgeometrie auf die Standardabweichungen erkennbar. Hier zeigt sich, dass durch die erhöhte Anzahl von Wiederholungsmessungen auf den Linien 1. Ordnung eine bessere Netzgeometrie vorliegt als auf den Linien 2. Ordnung, die vorwiegend nur mit einer Wiederholungsmessung verfügbar sind.

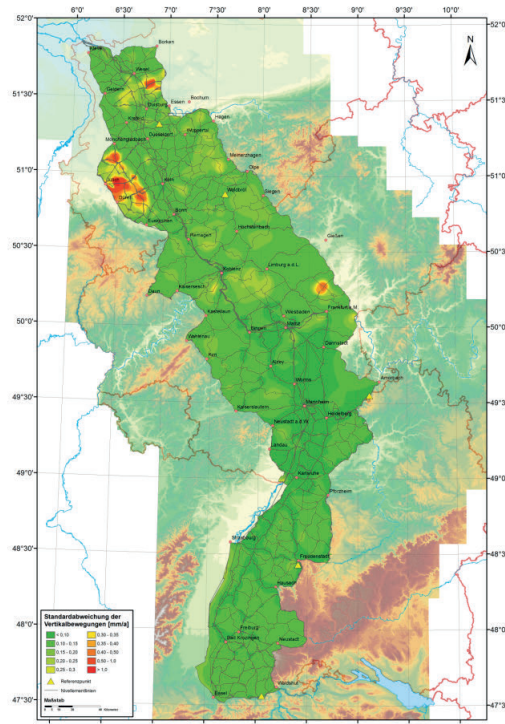


Abbildung 3.3: Standardabweichungen der Geschwindigkeitskoeffizienten nach einer Teilspurminimierung über fünf Datumspunkte (Zippelt u. a., 2016).

Für die Berechnung der Standardabweichungen der Lösung mit (Teil-)Spurminimierung wurden fünf Datumspunkte gewählt die möglichst homogen über das Netz verteilt sind. Abbildung 3.3 zeigt im Gegensatz zu Abbildung 3.2 nahezu keine entfernungsabhängigen Anteile in den Standardabweichungen. Vielmehr ist über das gesamte Netz (bis auf die Bergbaugebiete) eine einheitliche mittlere Standardabweichung erkennbar die nur in Gebieten mit sehr schlechter Netzgeometrie leicht anwächst. Gegenüber den Standardabweichungen aus Abbildung 3.2 sind diese um 1-2 Farbklassen geringer und flächenhaft homogen ausgeprägt. Zu beachten ist, dass diese Stan-

dardabweichungen jedoch lediglich die innere Genauigkeit des Modells ausdrücken da sie auf fehlerfreie Datumspunkte bezogen sind.

Für das Modell mit stochastischen Vorinformationen wurden die gleichen Punkte ausgewählt wie bei der Teilspurminimierung. Alle Punkte wurden als stabile Punkte eingestuft, d.h. dass für die „beobachteten“ Geschwindigkeiten $\mathbf{l}_c = 0$ gilt. Die beobachteten Höhen wurden den amtlichen Höhen des DHHN92 gleichgesetzt. Da beide Parametersysteme in der Schätzung unabhängig voneinander sind hat die Wahl des Höhen Bezugssystems keinen Einfluss auf die Schätzung der Geschwindigkeitskoeffizienten. Die Genauigkeiten der beobachteten Geschwindigkeiten wurden mit $0,25\text{mm}/a < \sigma_{l_c} < 0,65\text{mm}/a$ angenommen, wobei die drei Punkte im südlichen Netzteil als sicherer bewertet wurden als die beiden Punkte im nördlichen Teil.

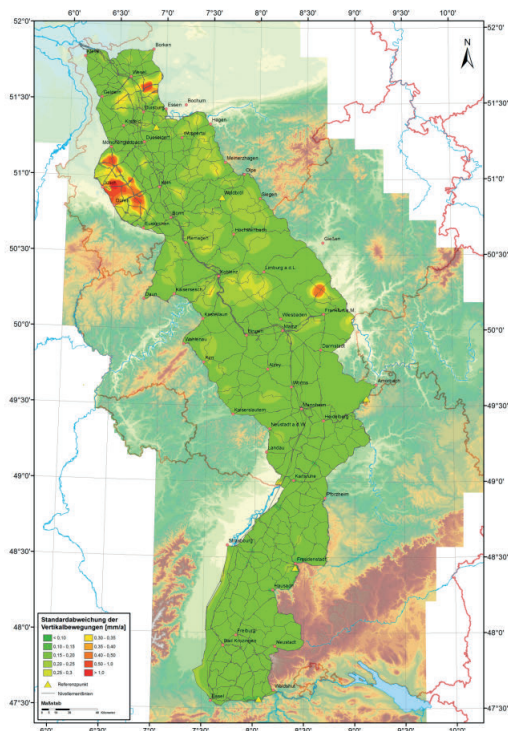


Abbildung 3.4: Standardabweichungen der geschätzten Geschwindigkeitsparameter bei einer stochastischen Lagerung auf fünf Punkte (Zippelt u. a., 2016).

Abbildung 3.4 zeigt die interpolierten Standardabweichungen der geschätzten Geschwindigkeitsparameter die mit diesem Modell erzielt wurden. Dabei sind zwei Eigenschaften besonders bemerkenswert:

a) Es wird ein sehr homogenes Bild in den Standardabweichungen erzielt. Entfernungsabhängige An-

teile und der Einfluss der Netzgeometrie sind fast nicht zu erkennen.

b) Die Standardabweichungen sind gegenüber denjenigen der freien Lösung leicht erhöht und erreichen ein realistisches Niveau. Dies wird zurückgeführt auf die in den Datumspunkten berücksichtigten Unsicherheiten der beobachteten Bewegungsparameter.

Diese verbesserte Schätzung der Standardabweichungen ist bei gleicher innerer Geometrie der Schätzwerte Grundlage für eine realistische Beurteilung der Bewegungsraten auf Signifikanz. Für die mittlere Standardabweichung wird ein Wert in der Größenordnung von $\bar{\sigma}_{c_1} \sim 0,25\text{mm}/a$ erzielt, sodass Bewegungsraten über das gesamte Netz verteilt ab etwa $|\hat{c}_1| > 0,5\text{mm}/a$ mit 95% Sicherheitswahrscheinlichkeit als signifikant bewertet werden können.

Zusammenfassend ist also festzustellen, dass gegenüber dem zwangsfreien Datummodell oder dem Datummodell mit Spurminimierung durch die Einführung stochastischer Vorinformationen sowohl gut interpretierbare Schätzwerte für die Vertikalbewegungen als auch realistische Standardabweichungen geschätzt werden können. Bei sinnvoller Punktauswahl wird eine flächenhaft homogene Verteilung der Standardabweichungen erzielt die wiederum Grundlage für eine sensitive Signifikanzanalyse der Bewegungsraten ist. Es ergeht deshalb die Empfehlung, Vertikalbewegungen bevorzugt durch die Berücksichtigung von stochastischen Informationen zu modellieren und berechnen.

4 Dank

Die umfangreichen Modellrechnungen wurden im Rahmen eines von der Bundesanstalt für Gewässerkunde unterstützten Projektes durchgeführt. Die Daten wurden von amtlichen Vermessungsdienststellen aus Baden-Württemberg, Hessen, Rheinland-Pfalz, Nordrhein-Westfalen, Bayern, der Schweiz und Frankreich dankenswerter Weise zur Verfügung gestellt. Die Datenaufbereitung und die Berechnungen wurden von Dipl.-Ing. David Vatter auf den Rechnern des Geodätischen Instituts (GIK) durchgeführt. Prof. Dr.-Ing. habil. Bernhard Heck hat in vielen Diskussionen durch sein Wissen und seine Erfahrungen wesentlich zum

Gelingen des Projektes beigetragen. Hierfür sei ihm an dieser Stelle ausdrücklich gedankt.

Literatur

- Fuhrmann, T. (2016): Surface Displacements from Fusion of Geodetic Measurement Techniques Applied to the Upper Rhine Graben Area. *Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C*, no. 773. Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften in Kommission beim Verlag C. H. Beck, München.
- Fuhrmann, T. und Zippelt, K. (2013): Berechnung und Beurteilung rezenter vertikaler Oberflächenbewegungen abgeleitet aus wiederholten Präzisionsnivellements in den Regionen Nordschweiz und Südwestdeutschland. NAB-Bericht 12-33. NAGRA (Nationale Genossenschaften für die Lagerung radioaktiver Abfälle).
- Illner, I. (1985): Datumsfestlegung in freien Netzen. *Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C*, no. 309. Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften in Kommission beim Verlag C. H. Beck, München.
- Wolf, H. (1975): Ausgleichsrechnung - Formeln zur praktischen Anwendung. Dümmler.
- Zippelt, K. (1988): Modellbildung, Berechnungsstrategie und Beurteilung von Vertikalbewegungen unter Verwendung von Präzisionsnivellements. *Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C*, no. 343. Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften in Kommission beim Verlag C. H. Beck, München.
- Zippelt, K. und Dierks, O. (2006): Auswertung von wiederholten Präzisionsnivellements im südlichen Schwarzwald, Bodenseeraum sowie in angrenzenden schweizerischen Landesteilen. NAB-Bericht 07-27. NAGRA (Nationale Genossenschaften für die Lagerung radioaktiver Abfälle).
- Zippelt, K., Vatter, D., Sudau, A., Bengel, W. und Meutsch, M. (2016): Pegelgestützte integrierte kinematische Analyse von rezenten Höhenänderungen am Rhein (PELIKAN). BfG-Bericht 1936. Koblenz: Bundesanstalt für Gewässerkunde, S. 1–163. DOI: 10.5675/BfG-1936.

Spezielle Störungen in Registrierungen des Supraleitenden Gravimeters SG-056 am BFO

Walter Zürn¹ und Peter Duffner²

1 privat, Black Forest Observatory (BFO)
E-Mail: walter.zuern@partner.kit.edu

2 Geodätisches Institut, Karlsruher Institut für Technologie, Black Forest Observatory (BFO)
E-Mail: peter.duffner@kit.edu

1 Einleitung

Das Karlsruher Institut für Technologie und die Universität Stuttgart betreiben über ihre geophysikalischen und geodätischen Institute das Geowissenschaftliche Gemeinschaftsobservatorium bei Schiltach im Schwarzwald, auch Black Forest Observatory (BFO) genannt. Alle Geräte sind unter Tage im Granitstollen aufgestellt, mit Horizontalabständen zur Oberfläche von mehr als 450 m und mit einer Gesteinsüberdeckung von mehr als 150 m (<https://www.gpi.kit.edu/BFO.php>). Der hintere Teil des Stollensystems, in dem die Geräte installiert sind, die dauerhaft Daten hoher Qualität und hoher Verfügbarkeit für die Forschung liefern sollen, ist durch zwei Druckschleusen abgeschottet, die dafür sorgen, dass Schwankungen des Atmosphärendrucks nur stark gedämpft in der Nähe dieser Sensoren stattfinden. Die Schleusen wirken wie Tiefpass-Filter für Luftdruckschwankungen mit Zeitkonstanten von 40 - 60 h. Um Störsignale durch Besucher zu vermeiden, verfolgt das BFO die Strategie, die Luftdruck-Schleusen nur zu öffnen, wenn es notwendig ist, an den Instrumenten Arbeiten durchzuführen. Seit 2009 ist am BFO auch ein supraleitendes Gravimeter (GWR SG-056) mit zwei übereinander angeordneten Schweresensoren im Betrieb. Die Sensoren bestehen jeweils aus einer supraleitenden Hohlkugel aus Niob, die in einem Magnetfeld schwebt, das durch sehr konstante Ströme in supraleitenden Spu-

len erzeugt wird. Die vertikale Position der Kugeln wird durch kapazitive Wegaufnehmer gemessen. Über weitere Spulen werden solche Kräfte auf die Kugeln ausgeübt, dass die Auslenkungen durch Schwereänderungen und Trägheitskräfte gerade kompensiert werden, allerdings nur bei kleinen Frequenzen. Die entsprechenden Ströme durch die Rückkopplungs-Spulen sind proportional zur Schwereänderung und stellen dann die Messsignale dar. Die beiden Niob-Kugeln sind gleich groß, aber verschieden schwer. Die obere Kugel hat eine „normale“ Masse von 4,34 g, die untere Kugel von 17,7 g. Das SG-056 ist das erste Doppelkugelgerät mit zwei verschiedenen Massen. Die erhöhte Masse der einen Kugel sollte die Frage klären, ob durch Verringerung der Brown'schen Bewegung der Kugel das im Frequenzband der Erdeigenschwingungen vorliegende instrumentelle Rauschen herabgesetzt werden kann. Dieses Rauschen war durch Vergleich mit den besten Breitbandseismometern eindeutig als instrumentell identifiziert worden (Banka und Crossley, 1999). In der Tat stellte sich der untere Sensor des SG-056 bei einer Untersuchung von Rosat und Hinderer (2011) als der im Eigenschwingungsband am wenigsten gestörte aller weltweit registrierenden supraleitenden Gravimeter heraus (Crossley und Hinderer, 2009).



2 Beobachtungen von Schwerestörungen durch Besucher

Am 30. April 2013 fand am BFO ein Treffen statt, bei dem es um die Zukunft des Observatoriums ging. Da die Betreiber des BFO sich gegen die Aufstellung von Windenergie-Anlagen in unmittelbarer Nähe zur Wehr gesetzt hatten, stand die Drohung im Raum, dass die Benutzung des Stollens gekündigt werden könnte.

Um den Teilnehmern des überlebenswichtigen Treffens die Investitionen klar zu machen, die mit dem Betrieb des SG-056 zusammenhängen, wurden diese Besucher entgegen der obengenannten Strategie durch die erste der Druckschleusen zum Gravimeter geführt. Insgesamt hielten sich dann für ca. 15 Minuten 9 Menschen, darunter der Direktor des BFO Professor Bernhard Heck, in unmittelbarer Nähe (Abstände im 1 - 2 m Bereich) des SG-056 auf. Die Abb. 2.1 zeigt die geeichten Registrierungen der beiden Sensoren sowie deren Differenz für die Stunde, in der dieser Besuch stattfand. Es zeigt sich eine zeitlich klar mit dem Besuch korrelierte Abnahme der Schwere von ca. 10 nm/s^2 . Diese Abnahme ist beim unteren Sensor um etwa 1 - 2 nm/s^2 größer als beim oberen.

Im Dewar des Gravimeters SG-056 sind zusätzlich zwei kleine Tiltmeter orthogonal zueinander eingebaut, die normalerweise dazu benutzt werden, Neigungen des Untergrundes der Station mittels weiterer Rückkopplungen zu kompensieren und dadurch die Sensoren genau vertikal zu halten. Dieses Kompensationsverfahren wird jedoch am BFO nicht benutzt, da der Sockel, auf dem das Gravimeter steht, sehr stabil ist. Schon früher wurden mit anderen Neigungsmessern auf diesem Sockel die Erdgezeiten mit guter Qualität gemessen. Deren Größenordnung (100 nrad) ist zu klein, um sich in der Schwereregistrierung als systematischer Fehler signifikant auszuwirken. Es ist trotz der Installation im Granit nicht verwunderlich, dass sich beim Betreten des Gravimeter-Containers der Boden neigt. Dies ist einer der Gründe dafür, sich nicht in die Nähe der hochsensiblen Geräte zu begeben. Zum Vergleich zeigt Abb. 2.2 sowohl die beiden orthogonalen Neigungen, die beim Besuch der neun Personen im Gravimeter-Container aufgetreten sind, als auch das Signal in der Schwere des unteren Sensors G1, das zum besseren Vergleich mit dem Faktor $0,00025 \mu\text{rad}/(\text{nm}\cdot\text{s}^{-2})$ multipliziert wurde. Der

zeitliche Verlauf der Neigungen ist sehr verschieden vom zeitlichen Verlauf der Schwere. Außerdem ergibt eine Abschätzung des durch die Neigungen erzeugten scheinbaren Schwereeffekts unter vernünftigen Annahmen eine Amplitude von $2 \cdot 10^{-6} \text{ nm/s}^2$, und ist also vernachlässigbar. Das heißt, das beobachtete Signal kann nicht durch Neigungen des SG-Sockels erklärt werden. Der genaue Verlauf der Neigungen ist allerdings noch nicht richtig verstanden.

Ganz kurz nach der Inbetriebnahme des SG-056 fand in Freudenstadt die jährliche Sitzung der Arbeitsgruppe Seismologie des FKPE (Forschungskollegium Physik des Erdkörpers) statt. Die Teilnehmer wurden zu einer Führung durch das BFO eingeladen und erstens, weil die Seismologen mit den supraleitenden Gravimetern kaum vertraut sind, und zweitens, weil noch nicht ernsthaft mit den Dauerregistrierungen des SG-056 begonnen worden war, auch zum letzteren geführt. Dazu wurde die relativ große Gesamtgruppe in drei kleinere Gruppen von je etwa 10 Leuten eingeteilt, die dann nacheinander den Gravimeter-Container betraten. Dieser Besuch fand am 24. September 2009 statt und die entsprechenden Schweresignale sind in Abb. 2.3 dargestellt. Die Besucher befanden sich etwa zwischen 13:30 und 14:00, 14:25 und 15:10 sowie 15:20 und 16:10 in der unmittelbaren Nähe des SG-056. Wieder betrug die Schwereabnahme jeweils etwa 10 nm/s^2 . Die genaue Anzahl der Menschen in jeder Gruppe wurde leider nicht festgehalten.

Ein weiterer Besuch beim SG-056 fand am 31. Januar 2013 statt. Eine notwendige elektrische Umstellung im Gravimeter-Container erforderte einen Besuch durch einen Wissenschaftler. Diese Gelegenheit wurde dazu benutzt, drei Studenten, die sich mit den Schwereregistrierungen im Rahmen ihrer Arbeiten beschäftigten, mit dem Instrument bekannt zu machen. Es betraten an diesem Tag also insgesamt 4 Leute den Container. Abb. 2.4 zeigt die dabei entstandenen Signale. Der Wiederanstieg der Schwere beim Verlassen der Kammer verschwindet in den viel stärkeren Signalen durch ein Erdbeben (9:53 UTC vor der Südküste Alaskas, $M_w = 5,9$), so dass nur die Vorderflanke des Rechteckimpulses abgeschätzt werden kann. Diese beträgt hier 2,5 - 3 nm/s^2 .

Van Camp u. a. (2017) beschreiben ein Experiment, das zu unseren Beobachtungen gut passt. Der 11-jährige Sohn Clément des ersten Autors setzte sich

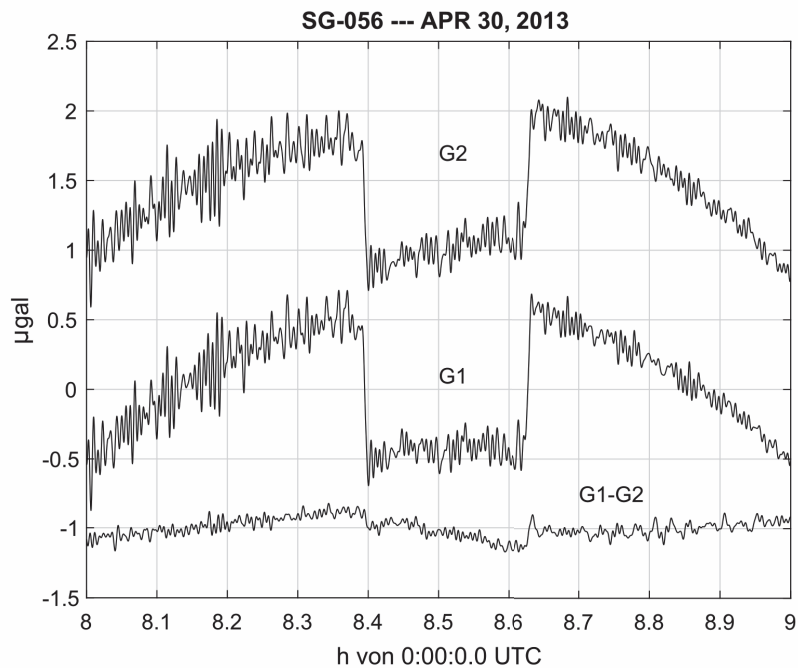


Abbildung 2.1: Zeitlicher Verlauf der Schwerestörungen, die von den beiden Sensoren des SG-056 beim Besuch von 9 Personen registriert wurden. G1 bezeichnet den unteren Sensor mit der schwereren Kugel, G2 den oberen Sensor mit der leichteren Kugel. Die Polarität der Rechteckimpulse entspricht einer scheinbaren Abnahme der Schwere. Bei den überlagerten höherfrequenten Schwingungen handelt es sich um die bekannte Meeres-Mikroseismik. Der parabelförmige Verlauf der Schwere, dem die Rechteckimpulse überlagert sind, wird durch die Gezeiten verursacht. Die beiden Sensoren erfahren nicht dieselbe Schwereänderung, da die Störung auch in der Differenz der beiden Signale auftaucht (unterste Kurve).

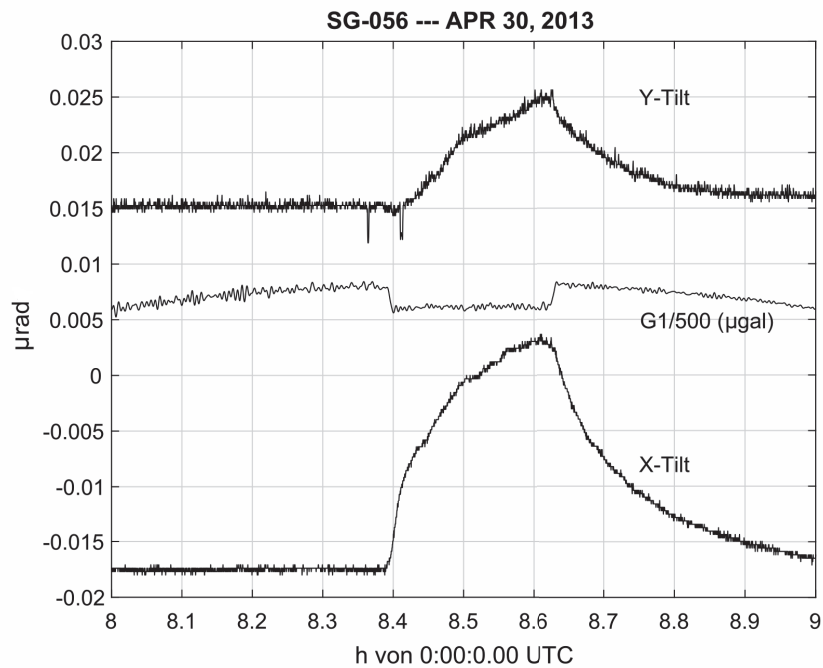


Abbildung 2.2: Zeitlicher Verlauf der Neigungen des Gravimeters in zwei zueinander orthogonalen Richtungen im Vergleich zum Verlauf der Schwere beim Besuch von 9 Personen. Das Schweresignal wurde zur besseren Veranschaulichung mit dem Faktor $0,00025 \mu\text{rad}/(\text{nm}\cdot\text{s}^{-2})$ multipliziert. Der zeitliche Verlauf ist sehr verschieden für die beiden Messgrößen.

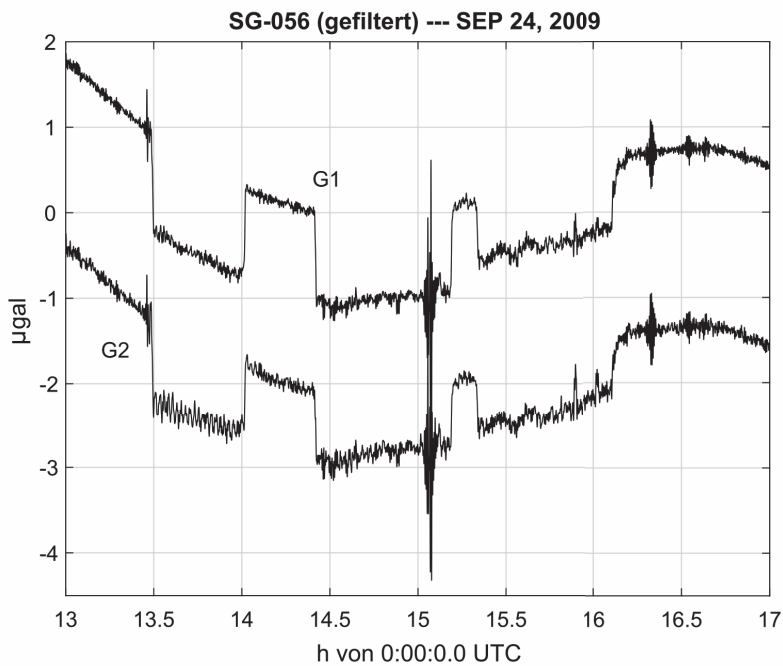


Abbildung 2.3: Schweresignale, die von den beiden Sensoren des SG-056 bei drei Besuchergruppen am 24. September 2009 registriert wurden. Kurz nach 15:00 und um ca. 16:20 sind Signale von Erdbeben zu erkennen. Die jeweilige Anzahl von Leuten in den Besuchergruppen ist nicht mehr genau bekannt (ca. 10).

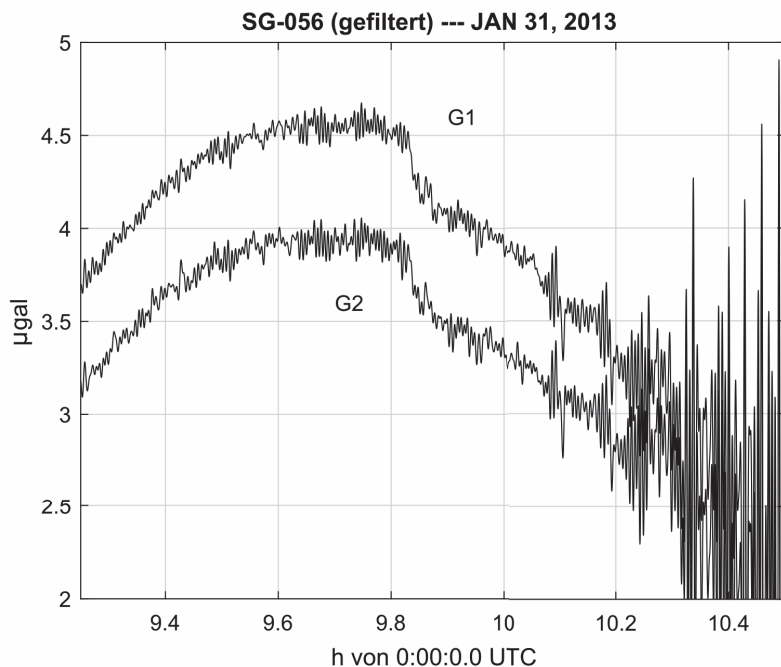


Abbildung 2.4: Schweresignale, die von den beiden Sensoren des SG-056 am 31. Januar 2013 aufgezeichnet wurden. Diese wurden durch den Besuch von 4 Personen im Gravimeter-Container verursacht. Die Rückflanke des Rechteck-Impulses findet etwa um 10:15 statt, ist aber durch die Rayleighwellen eines Erdbebens (9:53 UTC, $M_w = 5.9$, vor der Südostküste Alaskas) fast unkenntlich gemacht.

für etwa 6 Minuten über ein supraleitendes Gravimeter (iGrav-019), das in einer Grube an der Station Rochefort in Belgien installiert ist. Der Bauchnabel des Jungen mit einer Gesamtmasse von 45 kg befand sich etwa 1 m über der schwebenden Kugel. Ersetzt man den Jungen durch eine Punktmasse von 45 kg im Abstand von 1 m vom Sensor ergibt sich rechnerisch eine Schwereabnahme von ca. $3,0 \text{ nm/s}^2$, beobachtet wurden $2,8 \text{ nm/s}^2$.

3 Interpretation

3.1 Schwerewirkung einer linienförmigen Massenverteilung auf eine Punktmasse

Nachdem Neigungen nicht als Ursache der scheinbaren Schwereabnahmen in Frage kamen, wurde die Hypothese ins Auge gefasst, dass die Besucher durch ihre Massen einen echten Gravitationseffekt erzeugen. Dazu wurde ein einfaches Modell zur Abschätzung solcher Effekte entwickelt. Abb. 3.1 zeigt die Geometrie dieses Modells. Im Abstand $a_0 = 1 \text{ m}$ von der Sensorkugel in der Höhe h_x über dem Boden steht eine vertikale Massenlinie mit der Massendichte σ mit der Dimension kg/m (als Näherungswert dafür wurde $42,9 \text{ kg/m} = 75 \text{ kg/1,75 m}$ gewählt). Die Höhen der beiden Sensorkugeln wurden zu $h_1 = 0,321 \text{ m}$ und $h_2 = 0,521 \text{ m}$ aus Konstruktionszeichnungen bestimmt. h_u und h_o sind die unteren und oberen Enden der Linienmasse, die ein einfaches Modell eines „mittleren Durchschnittsmenschen“ simulieren soll. $\sigma \cdot \delta h$ ist ein Massenelement in der Höhe h_x auf dieser Linienquelle, das sich im Abstand r von der Sensorkugel befindet und von ihr unter dem Winkel ψ gegen die Horizontale gesehen wird. Die Schwerewirkung δg dieses Massenelements ist dann

$$\delta g = \sigma \cdot \frac{G}{r^2(h)} \cdot \sin \psi(h) \cdot \delta h, \quad (3.1)$$

wobei sich r aus

$$r^2(h) = (h - h_x)^2 + a_0^2 \quad (3.2)$$

ergibt.

Der Winkel ψ ergibt sich aus:

$$\sin \psi(h) = \frac{h - h_x}{\sqrt{(h - h_x)^2 + a_0^2}} \quad (3.3)$$

Die gesamte Schwerewirkung der Linienquelle ist dann das Integral

$$g_x = G \cdot \sigma \cdot \int_{h_u}^{h_o} \frac{(h - h_x) \cdot dh}{((h - h_x)^2 + a_0^2)^{3/2}}, \quad (3.4)$$

das geschlossen ausgewertet werden kann zu:

$$g_x = -G \cdot \sigma \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{(h_o - h_x)^2 + a_0^2}} - \frac{1}{\sqrt{(h_u - h_x)^2 + a_0^2}} \right] \quad (3.5)$$

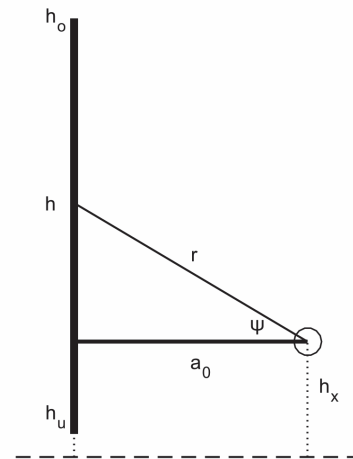


Abbildung 3.1: Skizze zur Geometrie der Schwerewirkung einer vertikalen Linienmasse auf eine Punktmasse in der Höhe h_x . Die angeschriebenen Größen sind in Abschnitt 3.1 definiert.

3.2 Auswertung

Abb. 3.2 zeigt die Schwerewirkungen von N Linienmassen mit jeweils gleicher Geometrie und zwar für die Positionen der oberen und unteren Sensorkugeln des SG-056. Die Gravitationsbeschleunigung nach oben der unteren Kugel ist größer, weil der Winkel ψ für diese Kugel immer größer ist. Die Schwerpunkte der Linienmassen (bzw. Menschen) liegen klar oberhalb der Kugeln. Die Parameter zur Berechnung der Effekte sind in der Abbildung angegeben. Ebenso eingetragen sind die aus den Abb. 2.1 und 2.4 entnommenen Amplituden. Insgesamt sind diese Abschätzungen sehr zufriedenstellend und damit ist mit hoher Wahrscheinlichkeit die richtige Erklärung gefunden. Nicht ganz zufriedenstellend erklärt sind die Differenzen der Effekte für die beiden Kugeln. Ein Eichfehler in dieser Größenordnung kann aber ausgeschlossen werden.

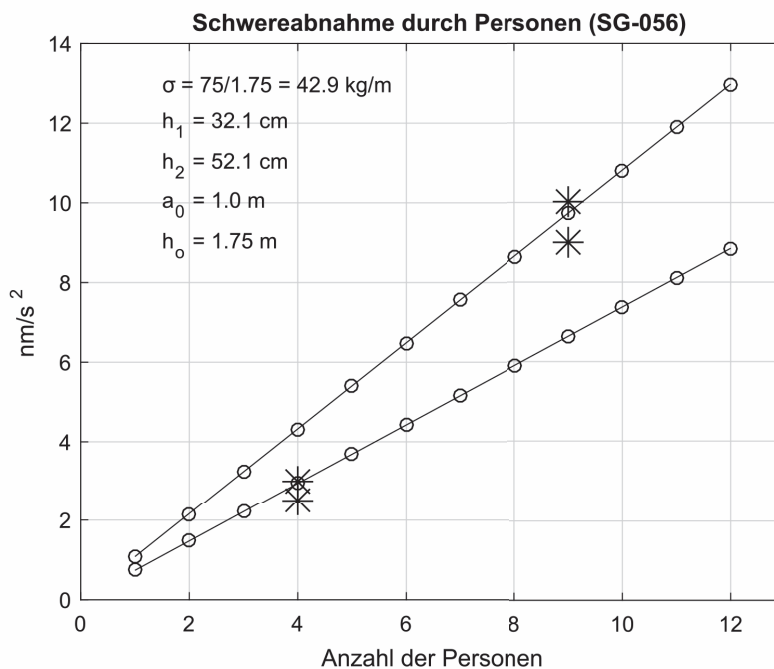


Abbildung 3.2: Scheinbare Schwerereduktion durch eine Anzahl von Menschen in der unmittelbaren Nähe zum Gravimeter, die durch eindimensionale vertikale Massenverteilungen modelliert werden. Parameter sind im Diagramm aufgelistet und in Abschnitt 3.1 definiert. Durchgezogene Linien sind die theoretischen Werte für die untere (obere Gerade) und obere (untere Gerade) Kugel des SG-056. Sterne bei $N = 9$ und $N = 4$ sind die aus den Abb. 2.1 und 2.4 abgeschätzten Schwerereduktionen. Die höheren Werte gehören jeweils zur unteren Kugel.

Als Schlussfolgerung ergibt sich, dass die Gravitationswirkung von Professor Bernhard Heck auf die Kugeln des supraleitenden Gravimeters im Abstand von etwa 1 m die Schwere scheinbar um ca. 1 nm/s^2 verringert.

Danksagung

Unser Dank gebührt Thomas Forbriger, Ruedi Widmer-Schmidrig, Erhard Wielandt, Helmut Wilhelm und Jacques Hinderer für viele Hilfestellungen. Michel VanCamp stellte sein unveröffentlichtes Manuskript zur Verfügung. Unser besonderer herzlicher Dank gilt Bernhard Heck für die jahrzehntelange freundschaftliche Zusammenarbeit am BFO.

Literatur

- Banka, D. und Crossley, D. (1999): Noise levels of superconducting gravimeters at seismic frequencies. *Geophys. J. Int.* 139(1):87–97.
- Crossley, D. und Hinderer, J. (2009): A review of the GGP network and scientific challenges. *J. Geodyn.* 48(1):299–304.
- Rosat, S. und Hinderer, J. (2011): Noise Levels of Superconducting Gravimeters: Updated Comparison and Time Stability. *Bull. Seism. Soc. Am.* 101(3):1233–1241. DOI: 10.1785/0120100217.
- Van Camp, M., de Viron, O., Watlet, A., Meurers, B., Francis, O. und Caudron, C. (2017): Geophysics from terrestrial time-variable gravity measurements. *Rev. Geophys.* 2017. ISSN: 1944-9208. DOI: 10.1002/2017RG000566. URL: <http://dx.doi.org/10.1002/2017RG000566>.

SCHRIFTENREIHE DES STUDIENGANGS GEODÄSIE UND GEOINFORMATIK

(ISSN 1612-9733)

- 2003/1 Daniel Koenig, Kurt Seitz**
Numerische Integration von Satellitenbahnen unter Berücksichtigung der Anisotropie des Gravitationsfeldes der Erde. 2003
ISBN 3-937300-00-7
- 2004/1 Marcus Ulrich Schmidt**
Objektorientierte Modellierung zur geodätischen Deformationsanalyse. 2004
ISBN 3-937300-06-6
- 2005/1 Stephan Kupferer**
Anwendung der Total-Least-Squares-Technik bei geodätischen Problemstellungen. 2005
ISBN 3-937300-67-8
- 2007/1 Andreas Knöpfler, Michael Mayer, André Nuckelt, Bernhard Heck, Günter Schmitt**
Untersuchungen zum Einfluss von Antennenkalibrierwerten auf die Prozessierung regionaler GPS-Netze. 2007
ISBN 978-3-86644-110-1
- 2007/2 Xiaoguang Luo, Michael Mayer, Bernhard Heck**
Bestimmung von hochauflösenden Wasserdampffeldern unter Berücksichtigung von GNSS-Doppeldifferenzresiduen. 2007
ISBN 978-3-86644-115-6
- 2007/3 Michael Mürle**
Aufbau eines Wertermittlungsinformationssystems. 2007
ISBN 978-3-86644-116-3
- 2007/4 Heinrich Derenbach, Michael Illner, Günter Schmitt, Martin Vetter, Siegfried Vielsack**
Ausgleichsrechnung – Theorie und aktuelle Anwendungen aus der Vermessungspraxis. 2007
ISBN 978-3-86644-124-8
- 2007/5 André Nuckelt**
Dreidimensionale Plattenkinematik. 2007
ISBN 978-3-86644-152-1
- 2007/6 Hermann Bähr, Zuheir Altamimi, Bernhard Heck**
Variance Component Estimation for Combination of Terrestrial Reference Frames. 2007
ISBN 978-3-86644-206-1
- 2009/1 Cornelia Eschelbach**
Refraktionskorrekturbestimmung durch Modellierung des Impuls- und Wärmeflusses in der Rauigkeitsschicht. 2009
ISBN 978-3-86644-307-5

- 2009/2 Bernhard Heck, Michael Mayer (Hrsg.)**
Geodätische Woche 2009
22.–24. September 2009, Messe Karlsruhe, Rheinstetten im Rahmen der INTERGEO –
Kongress und Fachmesse für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement. Abstracts. 2009
ISBN 978-3-86644-411-9
- 2010/1 Thomas Grombein, Kurt Seitz, Bernhard Heck**
Untersuchungen zur effizienten Berechnung topographischer Effekte auf
den Gradiententensor am Fallbeispiel der Satellitengradiometriemission GOCE. 2010
ISBN 978-3-86644-510-9 / KIT Scientific Reports 7547
- 2010/2 Thomas Fuhrmann, Andreas Knöpfler, Michael Mayer,
Xiaoguang Luo, Bernhard Heck**
Zur GNSS-basierten Bestimmung des atmosphärischen Wasserdampfgehalts mittels Precise
Point Positioning. 2010
ISBN 978-3-86644-539-0 / KIT Scientific Reports 7561
- 2010/3 Geodätisches Institut (Hrsg.)**
Vernetzt und ausgeglichen
Festschrift zur Verabschiedung von Prof. Dr.-Ing. habil. Dr.-Ing. E.h. Günter Schmitt. 2010
ISBN 978-3-86644-576-5
- 2012/1 Michael Mayer, Claudia P. Krueger, Bernhard Heck (Hrsg.)**
Highly Precise Positioning and Height Determination using GPS. Results of a
PROBRAL project by Universidade Federal do Paraná (UFPR, Curitiba, Brazil)
and Karlsruhe Institut für Technologie. 2012
KIT Scientific Reports 7604
- 2013/1 Melanie Müßle, Bernhard Heck, Kurt Seitz, Thomas Grombein**
Untersuchungen zur planaren Approximation im Geodätschen Randwertproblem. 2013
ISBN 978-3-7315-0095-7 / KIT Scientific Reports 7652
- 2013/2 Hermann Bähr**
Orbital Effects in Spaceborne Synthetic Aperture Radar Interferometry. 2013
ISBN 978-3-7315-0134-3
- 2014/1 Marion Heublein**
Towards a rigorous fusion of GNSS and InSAR observations for the purpose
of water vapor retrieval. 2014
ISBN 978-3-7315-0270-8
- 2015/1 Andreas Knöpfler**
Korrektur stationsabhängiger Fehler bei GNSS. 2015
ISBN 978-3-7315-0352-1
- 2017/1 Thomas Grombein**
Gravity forward modeling with a tesseroid-based Rock-Water-Ice approach – Theory and
applications in the context of the GOCE mission and height system unification. 2017
ISBN 978-3-7315-0655-3

2018/1 **Alexandra Heck, Kurt Seitz, Thomas Grombein, Michael Mayer,
Jan-Moritz Stövhase, Hael Sumaya, Maryse Wampach,
Malte Westerhaus, Lisa Dalheimer, Philipp Senger (Hrsg.)**
(Schw)Ehre, wem (Schw)Ehre gebührt: Festschrift zur Verabschiedung
von Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. Bernhard Heck. 2018
ISBN 978-3-7315-0777-2

SCHRIFTENREIHE DES STUDIENGANGS GEODÄSIE UND GEOINFORMATIK

KARLSRUHER INSTITUT FÜR TECHNOLOGIE (KIT)

ISSN 1612-9733
ISBN 978-3-7315-0777-2

Gedruckt auf FSC-zertifiziertem Papier

ISBN 978-3-7315-0777-2



9 783731 507772 >