A nehézségi erő vertikális gradiensének mérése és szerepe a nagypontosságú graviméteres méréseknél magyarországi példák alapján

CSAPÓ GÉZA[1], *VÖLGYESI LAJOS*[2]

A *vertikális gradiens (VG)* fogalmának tisztázása után ismertetjük a *VG* közvetett méréssel történő meghatározási módjait. Vizsgálatainkat kiterjesztettük a nehézségi gyorsulás magasságfüggő változásának tanulmányozására. A vertikális gradiens helyi értéke ismeretének többek között a nagypontosságú abszolút és relatív nehézségi gyorsulás mérések ún. műszermagassági korrekciójának meghatározásánál, a relatív graviméterek kalibrálásánál és geoidmodellek pontosításánál van nagy jelentősége. Összefüggéseket kerestünk a műszermagassági korrekció értéke és megbízhatósága valamint az ezek meghatározásra végzett mérési sorozatok, illetve az alkalmazott graviméterek száma között.

G. Csapó, L. Völgyesi: Determination and reliability estimation of vertical gradients based on test measurements in Hungary

The *vertical gradients* (*VG*) can be used for the reduction of measured gravity from the reference height of an instrument to the bench mark. In case of absolute or high accurate relative measurements high accurate reduction is necessary, and using the normal value of *VG* is not sufficient for this purpose, because the differences between the normal and the real values of *VG* may amount to 20-25%. Values of the real *VG* can generally be determined by measuring gravity at different heights. Based on our test measurements at more than two different heights, it is evident that *VG* is not a linear function. Variation of vertical gradient's reliability is investigated in the function of repetition number of measurements and the number of applied gravimeters too.

1. A vertikális gradiens fogalma

A *vertikális gradiens* (*VG*) a nehézségi erő függőleges irányú $\partial g/\partial h$ differenciálhányadosa, vagyis a nehézségi gyorsulás elemi függőleges távolságra vonatkoztatott megváltozása. A *VG* elméleti, vagy ún. *normál értéke* a homogén sűrűségeloszlású és a Földdel azonos tömegű gömb alakú test

$$g = k\frac{M}{r^2}$$

erőteréből vezethető le ennek r szerinti deriváltjaként:

$$\frac{\partial g}{\partial h} = -2k\frac{M}{r^3} = -\frac{2g}{r}$$

ahol k az általános tömegvonzási állandó, M pedig a Föld tömege. A *VG* normálértéke $r = R_0 = 6\,371\,000\,m$ távolságban a Föld tömegközépponjától, azaz a tengerszinten:

$$\frac{\partial g}{\partial h} = 0.3086\ mGal/m\,.$$

[1] Eötvös Loránd Geofizikai Intézet, H-1145 Budapest, Columbus utca 17–23.
[2] Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, H-1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3.

A *VG* normálértéke finomítható, amennyiben figyelembe vesszük a Föld lapultságát is, vagyis az R_0 sugarú gömb alakúnak feltételezett földtömeg normál gravitációs erőtere helyett forgási ellipszoid alakú homogén sűrűségeloszlású tömeg nehézségi erőterében számítjuk ki a függőleges irányú gradiens értékét. Ebben az esetben a *VG* normálértéke már függ a φ földrajzi szélességtől és az ellipszoid feletti h magasságtól is (TORGE 1989):

$$\frac{\partial \gamma}{\partial h} = \gamma_0 - 3.0877 \cdot 10^{-6} \left(1 - 0.00142 \sin^2 \varphi\right) h + 0.75 \cdot 10^{-12} h^2 \quad [m / s^2]$$

ahol γ_0 a normál nehézségi gyorsulás értéke és az együtthatók a GRS80 geodéziai vonatkozási rendszer paramétereinek felelnek meg.

2. A *VG* gyakorlati alkalmazásai

Az abszolút graviméterekkel meghatározott *g* nehézségi gyorsulási érték az adott berendezés ún. referencia-magasságában elképzelt fiktív pontra vonatkozik, amely a különböző berendezések felépítésétől függően mintegy 30-100 cm magasan van a mérési pont talajon állandósított pontjele fölött. Így az egyes műszerek referencia magasságára vonatkozó g értékeket a *VG* figyelembe vételével a pontjelre kell redukálni.

A relatív graviméterekkel meghatározott *g* értékeket a mérési pontok földfelszínen állandósított pontjeleire vonatkoztatjuk. Így ezek az értékek – különösen a szintezési hálózatoknál – gyakran épületek falába rögzített csapok, illetve furatos táblák magassági jeleire vonatkoznak. Mivel a műszereket általában nem lehet úgy felállítani, hogy érzékelő tömegük a pontjellel azonos szintfelületen legyen, ezért ebben az esetben is felmerül a g értékek magassági átszámításának szükségessége. Így a műszer referenciaszintre vonatkozó értékeket – az abszolút mérésekhez hasonlóan – a feladat által megkövetelt pontosságú műszermagassági korrekcióval látjuk el a mért nehézségi gyorsulási értéknek a pontjelre történő redukálása érdekében.

Ugyanezt a redukciós eljárás alkalmazzuk akkor is amikor a terepen, a különböző földfelszíni magasságokban mért illetve levezetett nehézségi gyorsulás értékeket valamely célból egyetlen szintfelületre kívánjuk vonatkoztatni. Ha a cél a geoid meghatározása, akkor a kiválasztott szintfelület maga a geoid (közelítőleg a tengerszint) lesz. Az átszámítás legfontosabb lépése a Faye-féle redukció, melyet általában a vertikális gradiens normál értékével szoktak meghatározni, és sokszor még a normál érték földrajzi szélességtől való függésétől is eltekintenek. Felmerül a kérdés, hogy a valódi és az alkalmazott *VG* érték közötti különbség elhanyagolása mekkora hibát okoz a nehézségi gyorsulási értékek átszámításakor, a geoid meghatározásakor.

Bár a Faye-féle redukció és a gravimetriai méréseknél szokásos ún. műszermagassági korrekció nem azonos fogalom, azonban mindkét esetben arról van szó, hogy a mérési pontot függőleges irányban eltoljuk a szabad levegőben. Azoknál a feladatoknál, amelyeknél a relatív nehézségi mérések eredményétől megkívánt pontosság csupán néhány tized, vagy század mGal ($1mGal = 10^{-5} m / s^2$), akár a *VG* normálértéke is használható a műszermagassági korrekció kiszámításához. Ellenkező esetben nem elegendő a *VG* normálértékével számolni és a *VG* valódi értékét méréssel kell meghatározni.

A nehézségi erő függőleges irányú differenciálhányadosának helyi értékét méréssel kétféle módon határozhatjuk meg: közvetlen és közvetett úton. A *közvetlen* meghatározásra szerkesztett berendezések a vertikális gradiométerek, a *közvetett* meghatározás eszközei a relatív graviméterek. Magyarországon a közvetett meghatározást alkalmazzuk. Mivel differenciálisan kis függőleges távolságban nem lehet méréseket végezni, ezért a gyakorlatban megállapodás szerint a vertikális gradienst úgy értelmezzük, mint a mérési pont függővonalán, egymás fölött 1 méter távolságban kijelölt két pont közötti térerősség-különbségnek a két pont közötti függővonal-szakasz felezőpontjára vonatkoztatott értékét. A helyi függővonal mindig térgörbe, és egy adott földfelszíni ponthoz tartozó vertikális gradiens értéke pontról-pontra változik ezen a térgörbén. Lényeges tehát a *VG* vonatkoztatási szintjének megadása.

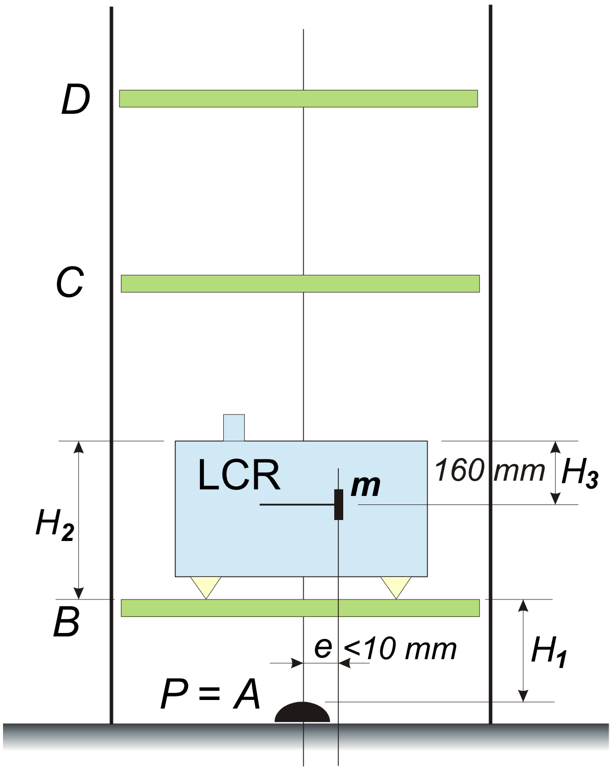
A különböző gyártmányú abszolút graviméterek (Axis, GABL, JILAg, ZZG stb.) referencia magassága jelentősen eltér egymástól, ráadásul az egyes műszerek referenciaszintje kis mértékben egy-egy mérési sorozaton belül is változik, ezért a magassági korrekciót általában az adott ejtéshez (drop-hoz) tartozó magasságra vonatkozóan alkalmazzák. Figyelembe kell venni azt is, hogy az abszolút mérések sokszor a földfelszín alatt, pinceszinten történnek, valamint a mérések helyszínén az észlelőpillér és az ehhez közeli tömegek a nehézségi erőtér kisebb-nagyobb inhomogenitását okozzák (SZAGITOV 1984). Ezen hatások figyelembe vételének módjára a potsdami Központi Földfizikai Intézetben végeztek próbaszámításokat (ELSTNER et all, 1986).

Összefoglalva: a megnövekedett mérési pontosság miatt a nehézségi gyorsulás értékeknek a műszerek referenciaszintjéről a pontjelre történő levezetéséhez már nem elegendő a magassági korrekció 0,3086 mGal/m elméleti értékének alkalmazása, ezt minden abszolút állomáson és minden olyan esetben méréssel kell meghatározni, amikor a mérések eredményétől a lehető legnagyobb megbízhatóságot várjuk el, pl. kalibráló alapvonalak létesítése, laboratóriumi, vagy mikrogravimetriai mérések esetén, stb. (CSAPÓ, PAPP 2000).

3. Magyarországi *VG* meghatározások két pont között végzett Δg nehézségi gyorsulás különbség mérésével (kétpontos eljárás).

A kétpontos eljárás lényege az, hogy a mérendő pont függőlegesében egymás fölött egy méternél nagyobb távolságban kijelölt két pont között végzünk Δg méréseket, majd a számított értéket lineáris interpolációval 1 méteres intervallumra vonatkoztatjuk. A mérésekhez az 1. ábrán vázolt mérőállványt alkalmaztuk, a mérési sorrend egy-egy sorozatban: A–B–A–B–A–B–A volt. Az állványon a gravimétereket mindig közel azonos mágneses azimutban és kényszerközpontosan állítottuk fel (Eötvös ingával végzett kísérleti méréseink szerint a mérendő pontokhoz tartozó horizontális gradiens elérheti a 100-200 μGal/m értéket, ami indokolttá teszi a kényszerközpontosítást; ha ettől eltekintünk, külpontos felállításoknál az e excentricitás nem haladhatja meg a 10 mm-t). Az 1. ábrán a graviméter *m* mérőtömege és a kijelölt magasság közötti távolság meghatározásához szükséges adatokat is feltüntettük: H_1 az ütközőkre helyezett mérőtányér felső vízszintes síkjának távolsága a *P* pontjeltől, H_2 a mérőtányér és a graviméter felső műszerfalának távolsága, H_3 a műszer mérőtömegének függőleges távolsága a felső műszerfaltól (ezt a távolságot a gyártó cég laboratóriumában számos graviméternél megmértük. Az átlagolt érték: *160 ± 1 mm*). H_1 és H_2 értékét minden sorozat mérése előtt *mm* pontosan kell meghatározni. Ezekkel az adatokkal: $H_{(m)} = H_1 + H_2 - H_3$.

A méréseket minden esetben CPI kimenettel és elektronikus libellákkal ellátott LCR-G graviméterekkel végeztük. A műszerleolvasási értékeket a graviméterek elektromos kimenetéhez csatlakoztatott, RC szűrővel ellátott digitális voltmérővel és a graviméter mérőtárcsája segítségével határoztuk meg ún. interpolációs eljárással. A voltmérő és mérőtárcsa leolvasásokat minden műszerállásban a lengő dezarretálását követően pontosan 4 perc után végeztük el. Az észlelési eredmények feldolgozásánál légnyomás- (DIN 5450/1968.), földi árapály- (HOLUB et al. 1986), valamint műszerjárás miatti korrekciót (CSAPÓ 1976) alkalmaztunk. A több graviméterrel, többszörös ismétléssel végzett mérések – 1 méteres távolságra interpolált – eredményeinek kiegyenlítéséből nyert legvalószínűbb értékét tekintettük az adott pont mGal/m egységű vertikális gradiensének. A kiegyenlítésben független mérési eredménynek az A-B-A-B-A-B-A mérési sorozat átlagos értékét tekintettük, nem pedig az egyes A-B és B-A (összesen hat db értéket), mert ezek fizikai értelemben nem tekinthetők függetlennek.



1. ábra. A VG mérésekhez alkalmazott mérőállvány

Fig. 1. Tripod for VG measurements

3.1 Az országos gravimetriai kalibráló vonalpontokon végzett VG mérések.

A kalibráló vonal pontjait általában templomkertekben (a templomtól néhány méterre), vagy repülőtereken telepítettük, talajszintre süllyesztett betontömbökkel állandósítottuk és magassági jellel láttuk el.

A graviméter csoportot közvetlenül a mérési sorozat megkezdése előtt, gépkocsival szállítottuk a pontokhoz, és a napi műszervizsgálatok elvégzése után kezdtük az észleléseket – minden alkalmazott graviméterrel teljes sorozatot mérve egymás után. A műszercsoport esetenként 2-4 gaviméterből állt. Egy-egy sorozat lemérésének időszükséglete általában 60–80 perc műszerenként. A *VG* mérések eredményeit az 1. táblázatban összesítettük, ahol H a pont tengerszint feletti magassága, n_S a mérési sorozatok száma, n_{GR} a mérési sorozatokban alkalmazott graviméterek száma,

$$m_i = \pm\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} v_i^2}{n-1}}$$

az egyes VG mérések középhibája Eötvös egységben ($1\ E = 0{,}1\ \mu Gal/m$),

$$m_x = \pm\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} v_i^2}{n(n-1)}}$$

a VG legvalószínűbb értékének kiegyenlítés utáni középhibája, $\Delta_{VG} = VG_{\max} - VG_{\min}$ pedig a magyarországi graviméter-kalibráló alapvonal pontjain a legkisebb és a legnagyobb VG értékek közötti különbség értéke.

a pont neve	*helye*	*H [m]*	n_S	n_{GR}	*VG [E]*	m_i *[E]*	m_x *[E]*
Pécs	repülőtér	200	2	4	3180	±86	±30
Mecseknádasd	templomkert	194	2	4	2960	±80	±28
Tolna	templomkert	100	2	4	3107	±100	±38
Dunaújváros	repülőtér	122	4	3	3087	±34	±10
Ercsi	templomkert	124	4	3	3093	±73	±21
Budaörs	repülőtér	126	5	3	3082	±98	±27
Mátyás barlang	barlang	201	4	3	2625	±34	±11
Dunakeszi	templomkert	126	6	2	3079	±51	±23
Rétság	templomkert	193	2	4	3028	±48	±18
Balassagyarmat	park	147	2	4	3208	±88	±31
	Δ_{VG} = 583 E			*középértékek:*	3045	±69	±24

1. táblázat A magyarországi graviméter-kalibráló alapvonalon végzett VG mérések eredményei

Table 1. VG values from measurements in Hungarian gravimetric calibration line

A 2. táblázatban példaként a Pécs kalibráló vonalpontunkra vonatkozóan egyenként az összes műszerre és összes mérési sorozatra kiszámított VG értékeket feltüntettük fel Eötvös egységben.

n	**LCR-220 G**	**LCR-821 G**	**LCR-963 G**	**LCR-1919 G**
1	3193	3095	3160	3308
2	3162	3079	3138	3306
VG = 3180 E ± 30 E				

2. táblázat Pécs kalibráló alapvonal pont VG mérési eredményei eötvös egységben

Table 2. VG values in eötvös unit from measurements at point Pécs of national gravimetric calibration line

3.2 Horizontális mikrobázis pontjain végzett VG mérések.

A mikrobázis 14 mérési pontját a budapesti Mátyás–barlang mesterségesen kialakított bejárati folyosóján, közvetlenül a mészkőre terített betonaljzatra telepítettük. A boltozatosra kiképzett folyosó mintegy 2,5 m széles és 2,5–4 m magas. Az egyes pontok egymástól 2–5 méter távolságban vannak, tengerszint feletti magasságuk néhány cm–re azonos. Fölöttük a sziklafal meredeken emelkedik (az 1. pont fölött 30–40 m, a 14. pont fölött mintegy 5–6 m a kőzet vastagsága). A folyosón a hőmérséklet napi változása elhanyagolható, az éves hőingadozás $\pm1^{o}$C, az átlagos hőmérséklet $+15^{o}$C. A mérések időszakában a graviméterek a helyszínen tároltuk. A meredek hegyoldal okozta igen nagy horizontális gradiensek miatt a pontokat kényszerközpontos műszer felállítást biztosító pontjelekkel állandósítottuk. Ez azt jelenti, hogy a LCR graviméterek mérőtömege pontra álláskor valamennyi vonalponton *115 ±5 mm* magasra kerül a pontjel fölé, a mérőtömeg horizontális külpontossága pedig kisebb *1 mm*–nél. A vonalpontokra számított *VG* értékeket a 3. táblázat tartalmazza.

a pont száma	n_S	n_{GR}^{*}	*VG [E]*	m_i *[E]*	m_x *[E]*
1	4	2	2581	±26	±13
2	5	2	2591	±8	±3
3	3	1	2578	±22	±13
4	6	2	2447	±38	±15
5	3	1	2386	±19	±11
6	7	3	2556	±46	±18
7	4	2	2432	±47	±23
8	10	3	2358	±46	±14
9	3	1	2286	±15	±8
10	11	3	2356	±35	±10
11	6	3	2283	±57	±23
12	4	1	2281	±28	±14
13	5	2	2236	±27	±12
14	6	2	2102	±66	±27
Δ_{VG} = 489 E		*középérték:*	2391	±34	±15

3. táblázat A Mátyás–barlangban lévő horizontális mikrobázis pontjain végzett VG mérések eredményei

Table 3. VG values from measurements at the horizontal gravity microbase network in Mátyás-cave

A 3. és a 4. táblázatban az n_{gr}^{*} azt jelenti, hogy az összes sorozatot hány különböző graviméterrel mértük és nem azt, hogy az egyes sorozatokban hány graviméterből állt a műszercsoport!

3.3 A magyarországi abszolút állomásokon végzett VG mérések.

Az abszolút graviméteres állomásokat általában időtálló műemlék létesítmények (várak, kastélyok, stb.) legalsó szintjén lévő helyiségekben állandósítottuk. (A 85, 86, 89, 96 és 98 jelű pontok közel terepszintűek; a 81, 88, 90-95 és 97 jelűek a terepszint alatt 4-8 méterrel vannak). A 15 állomáson kétpontos eljárással meghatározott *VG* értéket a 4. táblázatban foglaltuk össze.

az állomás száma és neve		helye	n_s	n_{GR}*	*VG* [E]	m_x [E]
81	Siklós	várpince	22	11	3407	±16
82	Budapest	Mátyásbarlang	47	14	2519	±7
85	Kőszeg	városháza	22	4	2661	±24
86	Szerencs	borház	40	3	2968	±7
88	Nagyvázsony	kastély pincéje	18	5	2565	±12
89	Gyula	vár földszintjén	29	2	2913	±11
90	Szécsény	kastély pincéje	15	5	3059	±18
91	Kenderes	kastély pincéje	12	5	2662	±24
92	Madocsa	épület pincéje	8	4	2552	±16
93	Iharosberény	kastély pincéje	19	6	2805	±10
94	Öttömös	lakóház pincéje	16	6	2634	±10
95	Tarpa	iskola pincéje	15	5	2710	±21
96	Debrecen	garázsépület	12	4	3075	±13
97	Zalalövő	műv.ház pincéje	9	3	2633	±12
98	Penc	obszervatórium	12	4	3098	±15
		Δ_{VG} = 888 E		középérték:	2817	±14

4. táblázat A magyarországi abszolút állomásokon végzett VG mérések eredményei

Table 4. VG values from measurements at Hungarian absolute gravity stations

3.4 A VG mérési eredmények értékelése.

Az 1. táblázat adatainak összevetéséből látható, hogy a *VG* értékek (amely értékek az itt bemutatott valamennyi esetben a földfelszín feletti 620 mm magasságra vonatkoznak) és a pontok tengerszint feletti magassága között a vizsgált tartományban nincs korrelációs kapcsolat, szemben azzal a korábban ismertetett tapasztalati ténnyel, hogy ugyanazon a ponton a különböző felszín feletti referenciamagasságok és a hozzájuk tartozó g, illetve *VG* értékek nagysága között szoros korrelációs kapcsolat létezik (CSAPÓ 1987). Eötvös-ingával végzett méréseink alapján egyébként a horizontális gradiensek is magasságfüggők! Az általunk alkalmazott négy graviméterből álló műszercsoporttal, azonos számú mérési sorozat (n_S = 2) esetén a legvalószínűbb érték kiegyenlítés utáni középhibája minden esetben közel azonos, mintegy ±30 E.

A 2. táblázatban tetszőlegesen kiválasztott, átlagos külső körülmények között végzett *VG* meghatározás eredményét részleteztük valamennyi mérésre vonatkozóan. A 8 meghatározás során adódó legnagyobb eltérés 229 E (≈23μGal/m), a *VG* kiegyenlítésből származó legvalószínűbb értékének (3180 E) középhibája pedig ±30 E (≈±3μGal/m). Extrém külső körülmények között végzett méréseknél (erős szél, rezgésérzékeny mérési pontoknál nagy közúti forgalom miatti megnövekedett vibrációs hatások, stb. esetében) az eltérések nagyobbak lehetnek, tapasztalatunk szerint m_x elérheti az ±50–60 E értéket. Kedvező esetben viszont kevesebb mérési sorozattal is sikerülhet jobb megbízhatóságot elérni (pl.: Dunakeszi, Rétság). Ugyanazon LCR graviméterrel ugyanazon a ponton ismétléssel végzett méréseknél az egyes Δg értékek között csak ritkán fordulnak elő 100 E–nél nagyobb eltérések. Azonban bármely ponton a különböző graviméterekkel végzett mérések eredményei között egymástól több μGal-lal eltérő középértékek lehetségesek (lásd még később a 4.

pontban!). A magyarországi méréseknél eddig alkalmazott 12 db LCR graviméter méretarány-tényezői általában 0.9996 és 1.0005 között adódtak. Ezek meghatározási hibájának hatása a *VG* értékekre elhanyagolható. Ezért az eltérések oka vagy az egyes graviméterek leolvasó berendezésének eltérő nagyságú periodikus hibái, vagy a földi mágneses térnek a műszerleolvasási értékekre más-más mértékben gyakorolt hatása, illetve ezek eredője lehet. Ez a tény arra figyelmeztet, hogy csupán *egetlen graviméterrel nem lehet néhány µGal értéknél megbízhatóbban VG értéket meghatározni!* A magyarországi relatív nehézségi méréseknél a LCR graviméterek érzékelő tömege 60–125 mm–rel van a mérési pontok magassági jele fölött. Ebből következően a különböző pontok helyi *VG* értékeinek a 0,3086 mGal/m normálértéktől való eltérései miatt a Δg nehézségi térerősség különbségek mérési eredményeiben jelentkező hatás – az 1. táblázat adatai alapján – elérheti a 6 µGal értéket, ha a műszermagassági korrekciót a mért, vagy az elméleti értékkel számoljuk (illetve akár ennél többet is, hiszen az országos alaphálózat más pontjain eddig nem végeztünk *VG* méréseket). Ez az érték nagyságrendileg megegyezik az e műszerekkel elérhető mérési megbízhatósággal! A hatás nagysága természetesen nem arányos a mért Δg érték nagyságával, csupán a mérési kapcsolat ponthelyeinek környezetétől függ.

A 3. táblázat eredményei azt példázzák, hogy a környező nagyobb tömegek milyen hatással vannak a *VG* értékére. A budapesti Mátyás-barlangban lévő mikrobázison igen jól szemléltethető, hogy a pontok feletti tömegek nagysága és a *VG* értékek között szoros korreláció van. A szóban lévő mikrobázison az 1. ponttól a 14. pontig az értékek folyamatosan csökkenek mintegy *480 E* értékkel, ráadásul valamennyi itteni *VG* érték lényegesen kisebb más egyéb helyszíneken mérhető földfelszíni értékeknél. (Összehasonlításul: az 1. táblázatban szereplő Mátyás–barlang nevű pont egy zárt katlanszerű bányaudvarban, de már a szabadban van mintegy 50 méterre a 14. számú ponttól, így ebben a szabadban lévő pontban már 523 E értékkel magasabb a *VG* értéke, mint a barlangfolyosó belsejében lévő 14 sz. pontban). A teljes vonalra számítható átlagos *VG* érték egyébként 2391 E, ami mindössze 77 %–a az elméleti értéknek. A 3. táblázatból az is kitűnik, hogy optimális mérési körülmények esetén (állandó hőmérséklet, kis mértékű szállítási vibráció, a pontok közelsége, ill. a gyalogos műszerszállítás miatt) a mikrogravimetriában lényegesen jobb megbízhatóságot lehet elérni a *VG* meghatározásában, mint terepi pontokon, ahol a gyakran változó külső körülmények kedvezőtlenül befolyásolják a mérési megbízhatóságot.

A 4. táblázat a magyarországi abszolút állomásokra vonatkozó kétpontos *VG* mérések fontosabb paramétereit tartalmazza. A táblázatban feltüntetett adatok alapján a magyarországi abszolút állomások *VG* értékeinek megbízhatósága ±7-24 E között adódik, ami megfelel a hasonló mérésekről szóló szakirodalmi cikkekben közreadott eredményeknek pl.: (BECKER et al. 1995). Egyébként megjegyezzük, hogy a ±10 E körüli középhibák gazdaságtalanul nagyszámú mérési sorozatból adódtak!

4. A nehézségi gyorsulás magasságfüggő változásának tanulmányozása két- és többpontos mérésekkel

Kísérleti méréseinkkel egyrészt arra kerestünk választ miként változnak a 3. pontban ismertetett mérésekkel meghatározott *VG* értékek és megbízhatóságuk, másrészt milyen megbízhatóságra számíthatunk a kétpontos meghatározásnál, és végül milyen feltételek mellett lehet ±1 µGal megbízhatósággal meghatározni *VG* értékeket. A mérések kivitelezése és a mérési jegyzőkönyvek feldolgozása azonos volt a 3. pontban részletesen ismertetett módszerrel. A továbbiakban azonban nem az 1 méterre vonatkozó változásnak a kiegyenlítésből származó legvalószínűbb értékére voltunk kíváncsiak, hanem közvetlen összefüggést kerestünk a g nehézségi érték és a pontjel feletti H magasság között. Abban az esetben, ha a méréseket kettőnél több egymás feletti pont bevonásával végezzük, akkor azt is kimutatható, hogy a dg/dH változása egyenletes-e, vagy sem.

4.1 A feladat megoldásának matematikai modellje

A mérési pontjelek fölött LCR graviméterekkel különböző magasságokban mért, (árapály, drift, stb. hatásokkal már javított) g értékek szolgálnak kiinduló adatokként a VG értékek meghatározására. A feladatra kétféle megoldási modellt választottunk. Az egyik lehetséges megoldásban a nehézségi erőtér függőleges irányú változását lineárisnak feltételeztük, és a különböző Δh_i magasságkülönbségekhez tartozó Δg_i értékeket tekintettük mért mennyiségeknek. Ekkor a közvetítő egyenletek a

$$\Delta g_i = \underbrace{\partial g / \partial h}_{VG} \cdot \Delta h_i \quad (i = 1, 2, \ldots n\text{-}1) \tag{1}$$

formában írhatók, ahol $\Delta g_i = g(h_{i+1}) - g(h_i)$, $\Delta h_i = h_{i+1} - h_i$; $g(h_i)$ a különböző h_i magasságokban mért nehézségi térerősség, VG pedig a kiegyenlítéssel meghatározandó ismeretlen paraméter. A másik esetben a nehézségi erőtér függőleges irányú változását négyzetes függvénynek feltételeztük, és a különböző h_i magasságokhoz tartozó $g(h_i)$ értékeket tekintettük mért mennyiségeknek. Ekkor a közvetítő egyenletek a

$$g(h_i) = g_0 + \underbrace{\partial g / \partial h}_{a} \cdot h_i + \underbrace{\partial^2 g / \partial h^2}_{b} \cdot h_i^2 \quad (i = 1, 2, \ldots n) \tag{2}$$

formában írhatók, ahol g_0, a, b a kiegyenlítéssel meghatározandó ismeretlen paraméterek. A kiegyenlítést mátrix-ortogonalizációs módszer alkalmazásával végeztük (VÖLGYESI 2001), és a probléma megoldására speciális szoftvert fejlesztettünk ki Windows operációs rendszer alá.

4.2 Kétpontos mérések

Három LCR graviméterrel 8–8 sorozatot mértünk a 3.1 pontban említett módon és elrendezésben, A = 50 mm és B = 1300 mm pontjel feletti magasságokon. A mérési eredményeket az 5. és a 6. táblázatokban foglaltuk össze. A táblázatokban szereplő δg értékeket a $\delta g = VG \cdot h$ összefüggés alapján számítottuk $h=1m$ magasságban, a VG értékeket az (1) alapján határoztuk meg. A 6. táblázat bal oldalán az egyes mérési sorozatokból számított értékek, jobb oldalán az egymás utáni sorozatok eredményeinek folyamatos átlagértékei szerepelnek (tehát a 2. sorban az 1. és 2. sor átlaga, a 3.-ban az elso három sor átlaga, stb.).

	LCR-1919		LCR-963		LCR-821	
sorozat	δg	*m*	δg	*m*	δg	*m*
1	-0.2509	±0.0004	-0.2528	±0.0035	-0.2525	±0.0022
2	-0.2480	±0.0011	-0.2515	±0.0017	-0.2563	±0.0080
3	-0.2510	±0.0007	-0.2567	±0.0061	-0.2513	±0.0005
4	-0.2516	±0.0012	-0.2527	±0.0014	-0.2504	±0.0042
5	-0.2507	±0.0024	-0.2492	±0.0015	-0.2522	±0.0040
6	-0.2425	±0.0022	-0.2575	±0.0026	-0.2515	±0.0020
7	-0.2523	±0.0010	-0.2524	±0.0067	-0.2504	±0.0040
8	-0.2488	±0.0025	-0.2536	±0.0050	-0.2466	±0.0005
átlag:	-0.2502	±0.0025	-0.2533	±0.0050	-0.2514	±0.0051
m_m:		±0.0004		±0.0007		±0.0007

5.táblázat. Kétpontos mérésekből meghatározott, h=1m magasságra számított magassági korrekciók a $\delta g = VG \cdot h$ összefüggés alapján és ezek középhibái graviméterenként

Table 5. Height reductions and their standard errors m for each LCR gravimeter based on measurements at two different heights, computed by $\delta g = VG\ h$ for the height h=1m (values are in [mGal])

	sorozatonkénti értékek			folyamatos átlagértékek		
sorozat	δg	*m*	m_m	δg	*m*	m_m
1	–0.2521	±0.0027		–0.2521	±0.0027	
2	–0.2519	±0.0064	±0.0015	–0.2520	±0.0049	±0.0082
3	–0.2530	±0.0049	±0.0012	–0.2523	±0.0050	±0.0067
4	–0.2516	±0.0029	±0.0007	–0.2522	±0.0046	±0.0046
5	–0.2507	±0.0032	±0.0008	–0.2519	±0.0044	±0.0046
6	–0.2525	±0.0052	±0.0012	–0.2520	±0.0045	±0.0044
7	–0.2517	±0.0048	±0.0011	–0.2519	±0.0046	±0.0041
8	–0.2497	±0.0042	±0.0010	–0.2516	±0.0046	±0.0039

6. táblázat. Kétpontos mérésekből meghatározott, h=1m magasságra számított magassági korrekciók a $\delta g = VG \cdot h$ összefüggés alapján mGal–ban és ezek m középhibái illetve m_m a középhibák középhibája, bal oldalon az egyes mérési sorozatokból számított értékek, jobb oldalon az egymás utáni sorozatok eredményeinek folyamatos átlagértékei.

Table 6. Height reductions and their standard errors m for all LCR gravimeters based on measurements at two different heights, computed by $\delta g = VG \cdot h$ for the height h=1m (values are in [mGal])

Az 5. táblázatból kitűnik, hogy a különböző graviméterekkel mért sorozatokból számított értékek középhibája (nevezhetjük *belső hibának*) ±0.4 és ±8.0 μGal között véletlenszerűen változik, a nyolc mérési sorozat átlagos középhibája pedig ±2.5 és ±5.1 μGal között változik. A δ*g* értékek graviméterenkénti átlagai között a maximális különbség 6.6 μGal. A mérések jó minőségét bizonyítja, hogy bármelyik graviméternél a 8 mérési eredmény közötti legnagyobb különbség kisebb 10 μGal-nál.

A 6. táblázat jobb oldalán összeállított *folyamatosan átlagolt* adatok azt mutatják, hogy a több graviméterrel végzett mérések számának növelése nem befolyásolja lényegesen a δg értékek nagyságát (esetünkben a változás a nyolcadik mérés után csupán 0.5 μGal az első méréshez képest). Hasonló eredményre vezet a 4. táblázat Budapestre meghatározott *–0.2519 VG* értékének összevetése a 6. táblázatban szereplő *–0.2516* értékkel. A 4. táblázatban szereplő értékhez több éves mérési időszakban, többféle típusú graviméterrel végzett 47 mérési sorozat alapján jutottunk.

A számított érték megbízhatóságával kapcsolatosam megemlítjük, hogy a geodéziai méréseknél általában kétféle mérőszámot alkalmaznak a mérések megbízhatóságának jellemzésére. A leggyakoribb a mérések

$$m = \pm\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} v_i^2}{n-1}}$$

középhibája, a másik, amit több műszerrel, ismétléssel végzett méréseknél alkalmaznak a

$$m_m = \pm\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} v_i^2}{2f(n-1)}}$$

középhibák középhibája, ahol f a fölös mérések száma v_i pedig a mérési javítások. A relatív graviméteres méréseknél – amint az a 6. táblázatból is látszik – az m középhibák nem tükrözik reálisan az ismétlésszám növelésének javító hatását, általában alábecsülik azt. A középhibák m_m középhibája viszont túlbecsüli a megbízhatóságot.

4.3 Kettőnél több ponton végzett mérések a g/H viszony meghatározására.

Kétpontos eljárással csak gazdaságtalanul nagyszámú mérési sorozattal lehet kimutatni és a műszermagassági korrekció alkalmazásánál figyelembe venni a vertikális gradiens nem lineáris voltát (CSAPÓ 1987). A következőkben azokat a vizsgálatainkat ismertetjük, amelyeknél a budapesti abszolút állomáson 3 és 4 egymás fölötti pont mérését vontuk be egy-egy mérési sorozatba.

4.3.1 Hárompontos mérések eredményei:

Három ponton végzett mérések esetében már lehetőség van a g/h viszony lineáristól eltérő viselkedésének vizsgálatára is. Az 1. ábrán vázolt műszerállványon a "mérőtányérokat" tartó ütközőket úgy állítottuk be, hogy a mérőtányérra állított graviméter érzékelő tömege előre meghatározott pontjel feletti magasságban legyen (A = 206 mm, B = 911 mm, C = 1631 mm). Az 5. táblázatban feltüntetett 3 graviméterrel 9-9 sorozatot mértünk A-B-C-A-B-C-A-B-C-A elrendezéssel. A 4.1 pontban leírtaknak megfelelően a g/h viszonyt meghatároztuk lineáris– és másodfokú közelítéssel is. Mindkét függvényből kiszámítottuk az *h=1* méteres magassághoz tartozó δg értékeket a

$$\delta g = VG \cdot h \qquad (3)$$

összefüggéssel a lineáris és a

$$\delta g = \partial g / \partial h \cdot h + \partial^2 g / \partial h^2 \cdot h^2 \quad (4)$$

összefüggéssel a négyzetes közelítésre mind graviméterenként, mind a graviméter-csoportra is. A 7. táblázatban a csoport-értékek változását ábrázoltuk az *n* ismétlésszám függvényében. Különösen a másodfokú közelítéshez tartozó középhibák mutatják az ismétlésszám növelésének megbízhatóság-javító hatását. Az is megállapítható, hogy az ismétlésszám nem befolyásolja a kétféle közelítésből számított korrekciós érték különbségét, az adott esetben ez 13-14 μGal.

	lineáris			*másodfokú*		
n	δg	*m*	m_m	δg	*m*	m_m
1	–0.2487	0.0089		–0.2619	0.0067	
2	–0.2485	0.0090	0.0012	–0.2615	0.0062	0.0008
3	–0.2480	0.0096	0.0011	–0.2617	0.0059	0.0006
4	–0.2477	0.0096	0.0009	–0.2619	0.0060	0.0005
5	–0.2477	0.0097	0.0008	–0.2625	0.0060	0.0005
6	–0.2476	0.0094	0.0007	–0.2620	0.0056	0.0004
7	–0.2476	0.0090	0.0006	–0.2615	0.0053	0.0004
8	–0.2477	0.0089	0.0006	–0.2612	0.0052	0.0003
9	–0.2483	0.0088	0.0006	–0.2613	0.0052	0.0003

7. táblázat. Magassági korrekciók az n ismétlésszám függvényében

Table 7. Variation of height reductions as the function of repetition number of measurement

A három graviméter átlagos mérési eredményéből a 27 mérési sorozat együttes feldolgozásával mind lineáris-, mind másodfokú közelítést alkalmazva meghatároztuk a δg értékeit különböző magasságokra. A 8. táblázatban ezeket az értékeket, valamint a kétféle módon számított korrekciók különbségeit mutatjuk be.

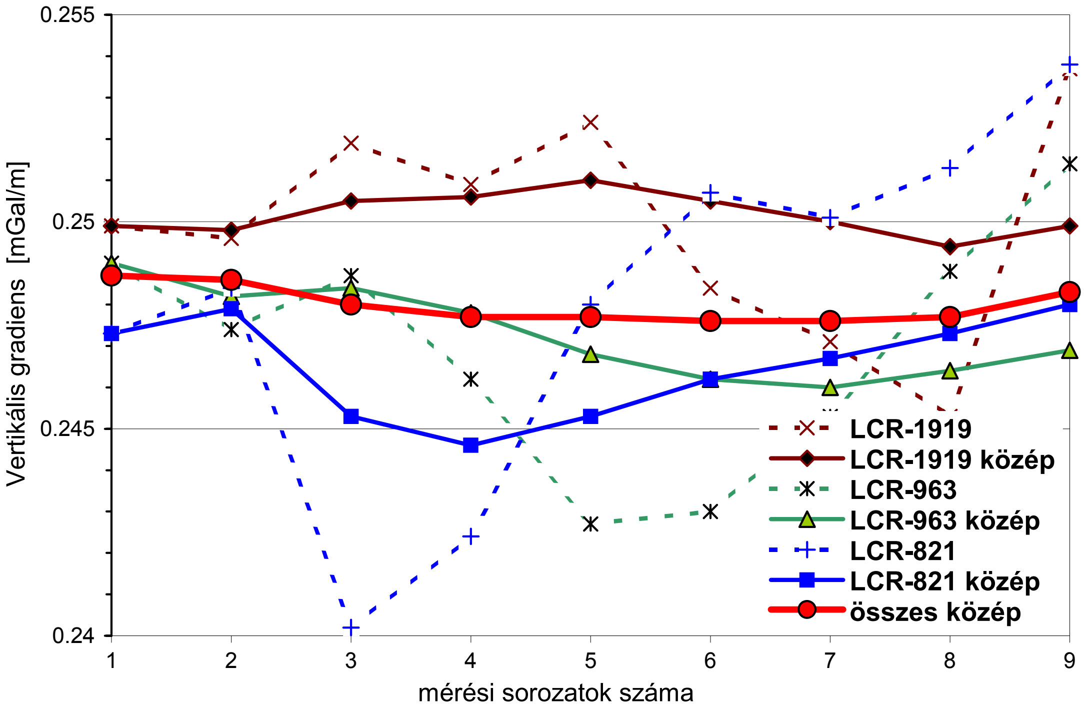
	δg *magassági korrekció* [mGal]		
h [mm]	*lineáris*	*négyzetes*	*diff. [mGal]*
206	–0.0512	–0.0563	0.0051
300	–0.0745	–0.0816	0.0071
500	–0.1242	–0.1343	0.0101
700	–0.1738	–0.1861	0.0123
900	–0.2235	–0.2365	0.0130
911	–0.2262	–0.2393	0.0131
1000	–0.2483	–0.2613	0.0130
1300	–0.3228	–0.3338	0.0110
1500	–0.3727	–0.3806	0.0079
1631	–0.4050	–0.4106	0.0056

8. táblázat. A lineáris és a négyzetes közelítés közötti magassági korrekció különbségek.

Table 8. Height reduction differences between linear and quadratic approximations

A 8. táblázatból látható, hogy a lineáris- és a másodfokú közelítéssel számított δg különbségek a budapesti abszolút állomáson lényegesen nagyobbak a meghatározások megbízhatóságánál (a vizsgált magassági intervallum közepén 13 μGal nagyságúak). *Ennek a megfigyelésnek különösen nagy jelentősége van akkor, amikor az abszolút mérések eredményeinek a pontjelre történő redukálása a cél.*

A 2. ábrán a hárompontos mérések eredményeit mutatjuk be műszerenként szaggatott vonalakkal, ugyancsak műszerenként a *VG* érték változását a mérésszám függvényében folyamatos vonalakkal, végül a csoport-érték változását a sorozatok számának függvényében. A g/h viszony meghatározását lineáris közelítéssel végeztük. Jól látható, hogy egyes kiugró meghatározások ellenére a *VG* csoportátlag értékének változása csupán 1-2 μGal. Az átlagértékek középhibájának középhibája a 4. mérési sorozat után a 7. táblázat adatai szerint 1 μGal. Jól érzékelhető, hogy egy-egy graviméterrel gazdaságtalanul nagyszámú sorozat mérése szükséges ahhoz, hogy a *VG* értékének változása az újabb ismétlő mérésekkel már ne legyen számottevő.

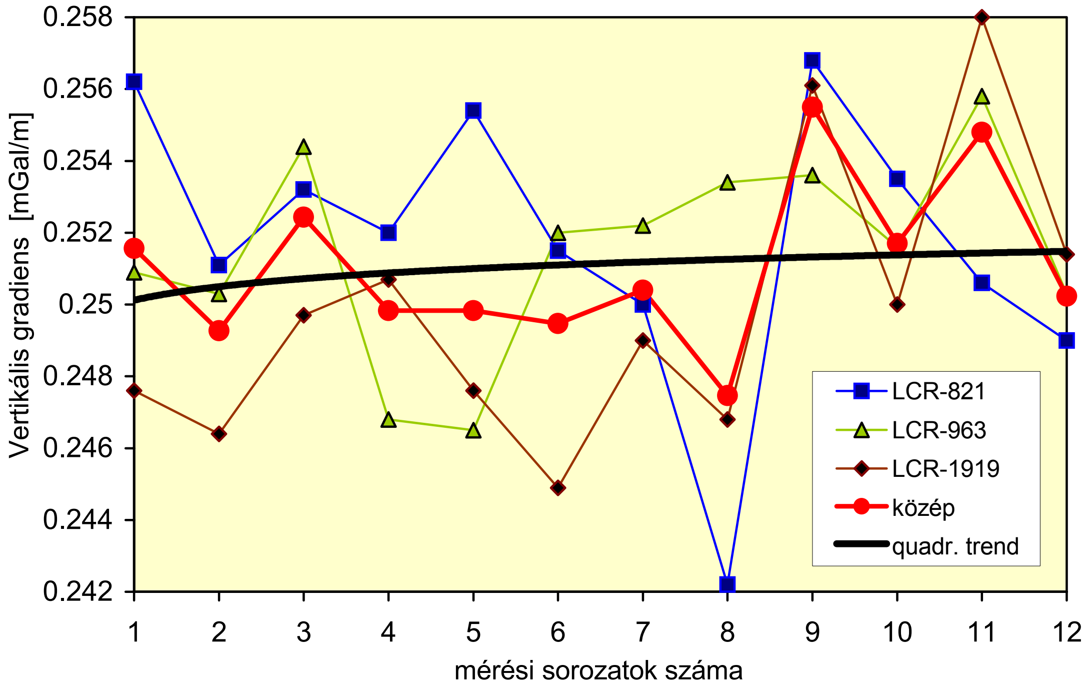


2. ábra. Lineáris közelítéssel meghatározott VG értékek hárompontos mérések alapján

Fig. 2. VG values by linear approximation from measurements at 3 different heights

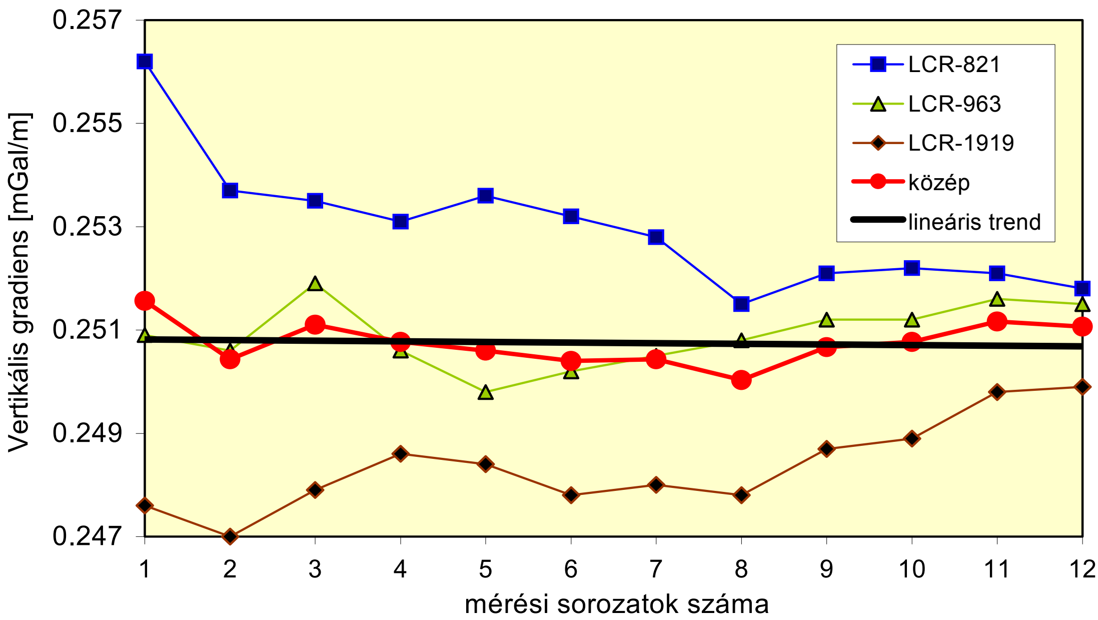
4.3.2 Négy pontos mérések a g/H viszony meghatározására

A 3. ábrán három graviméterrel A-B-C-D-A-B-C-D-A-B-C-D-A elrendezésben a négy különböző h = 50, 200, 700 és 1300 mm magasságokon mért sorozatok adatai alapján a (3) összefüggést felhasználva lineáris közelítéssel $h=1m$ magasságra számított δg értékek szerepelnek. Az egyes értékek eltéréseiről ugyanaz mondható el, mint a korábban tárgyalt esetekben. Az összes δg értékre illesztett másodfokú trend-görbe lapos volta azt jelzi, hogy a mérési sorozatok számának növekedésével az átlagérték elég gyorsan közelít az ismeretlen valódi értékhez.



3. ábra. Lineáris közelítéssel meghatározott VG értékek 4 különböző magasságban végrehajtott mérések alapján

Fig. 3. Values of VG by linear approximation from measurements at 4 different heights



4.ábra. A VG értékek folyamatos átlaga graviméterenként a mérési sorozatok számának függvényében

Fig. 4. Continuous mean values of VG referring to each gravimeter in the function of repetition number

Még szembetűnőbb a megállapítás jogossága a 4. ábra alapján, ahol az egyes graviméterek méréseiből meghatározott *VG* értékek folyamatos átlagát ábrázoltuk. A csupán 2-3 μGal ingadozással a regressziós egyenes – igen jó illeszkedés mellett –

majdnem vízszintes. Ez azt jelenti, hogy 3 graviméter alkalmazásával már 3-4 mérési sorozatból elegendő pontossággal meghatározható a g/h viszony, illetve a δg magassági korrekció értéke.

Végül az 1 μGal-os megbízhatóságú magassági redukció biztosítása céljából további magassági pontok bevonásával végeztünk méréseket három graviméterből álló csoporttal négy pontos *VG* mérés optimális ismétlésszámának meghatározására. A megbízhatóság mérőszámának a középhibák középhibáját vettük alapul. A mérési eredményeket a 9/a, 9/b, 9/c. táblázatok tartalmazzák, ahol mind a lineáris, mind a négyzetes közelítéssel a $h=1$ méteres magasságra vonatkozó δg magassági redukció értékeinek az egyes mérési sorozatokból számított folyamatos átlagértékeit tüntettük fel.

	lineáris közelítés			*négyzetes közelítés*		
n	δg	m	m_m	δg	m	m_m
1	–0.2453	±0.0084	±0.0013	–0.2559	±0.0046	±0.0007
2	–0.2453	±0.0080	±0.0010	–0.2545	±0.0047	±0.0005
3	–0.2456	±0.0071	±0.0007	–0.2535	±0.0045	±0.0004
4	–0.2463	±0.0072	±0.0006	–0.2532	±0.0048	±0.0004

9/a. táblázat. Magassági redukciók a mérések ismétlési számának függvényében a h = 206, 560, 911, 1631 mm magasságokon

Table 9/a. Variation of height reductions as the function of repetition number of measurements at h = 206, 560, 911, 1631 mm height

	lineáris közelítés			*négyzetes közelítés*		
n	δg	m	m_m	δg	m	m_m
1	–0.2514	±0.0050	±0.0009	–0.2565	±0.0038	±0.0006
2	–0.2504	±0.0049	±0.0006	–0.2543	±0.0044	±0.0005
3	–0.2511	±0.0056	±0.0005	–0.2539	±0.0044	±0.0004
4	–0.2508	±0.0055	±0.0005	–0.2539	±0.0044	±0.0004
5	–0,2506	±0,0053	±0,0004	–0,2536	±0,0043	±0,0003
6	–0,2504	±0,0056	±0,0004	–0,2536	±0,0044	±0,0003
7	–0,2504	±0,0053	±0,0003	–0,2532	±0,0042	±0,0003
8	–0,2500	±0,0057	±0,0003	–0,2528	±0,0048	±0,0003
9	–0,2506	±0,0056	±0,0003	–0,2535	±0,0048	±0,0002
10	–0,2508	±0,0055	±0,0003	–0,2535	±0,0046	±0,0002
11	–0,2511	±0,0056	±0,0003	–0,2542	±0,0048	±0,0002
12	–0.2511	±0.0055	±0.0003	–0.2542	±0.0046	±0.0002

9/b. táblázat. Magassági redukciók a mérések ismétlési számának függvényében a h = 50, 200, 700, 1300 mm magasságokon

Table 9/b. Variation of height reductions as the function of repetition number of measurements at h = 50, 200, 700, 1300 mm height

	lineáris közelítés			*négyzetes közelítés*		
n	δg	*m*	m_m	δg	*m*	m_m
1	–0.2549	±0.0162	±0.0027	–0.2627	±0.0084	±0.0013
2	–0.2532	±0.0124	±0.0015	–0.2577	±0.0074	±0.0008
3	–0.2546	±0.0106	±0.0010	–0.2560	±0.0069	±0.0006
4	–0.2540	±0.0102	±0.0009	–0.2553	±0.0067	±0.0005
5	–0,2536	±0,0093	±0,0007	–0,2545	±0,0063	±0,0005
6	–0,2542	±0,0094	±0,0006	–0,2540	±0,0066	±0,0004
7	–0,2544	±0,0093	±0,0006	–0,2540	±0,0065	±0,0004
8	–0,2546	±0,0088	±0,0005	–0,2544	±0,0062	±0,0004
9	–0,2545	±0,0084	±0,0005	–0,2553	±0,0058	±0,0003
10	–0,2542	±0,0085	±0,0005	–0,2546	±0,0059	±0,0003
11	–0,2541	±0,0085	±0,0004	–0,2547	±0,0060	±0,0003
12	–0,2539	±0,0083	±0,0003	–0,2547	±0,0059	±0,0002

9/c. táblázat. Magassági redukciók a mérések ismétlési számának függvényében a h = 50, 300, 900, 1300 mm magasságokon

Table 9/c.. Variation of height reductions as the function of repetition number of measurements at h = 50, 300, 900, 1300 mm height

A 9/a, 9/b, 9/c. táblázatok adatainak összehasonlításából az derül ki, hogy a különböző magassági pont variációk mindegyikénél a lineáris közelítésből számított redukciós értékek eltérései nagyobbak, mint az azonos számú mérési sorozatból négyzetes viszonnyal meghatározott értékeké (a példában ez 8, illetve 2 μGal). A 9/b és a 9/c táblázatok szemléltetik, hogy a 4. mérési sorozat után sem a δg redukciós értékek, sem ezek m illetve m_m középhibája nem változik jelentősen, a javulás nincs arányban a gazdaságtalan mérési többletmunkával. Az is valószínűsíthető, hogy a magasabb szinteken végzett mérések megbízhatósága az állvány rezgésérzékenysége miatt némiképp csökken, bár ez a 9/a, 9/b, 9/c. táblázatokból nem egyértelmű.

Végül a 10. és 11. táblázatokban összefoglaltuk a két- három- és négypontos mérésekből az általunk vizsgált 50-1631 mm magassági intervallum néhány pontjára lineáris és négyzetes közelítéssel számított redukciós értékeket.

A 10. és a 11. táblázatokban feltüntetett mérési elrendezéseknél a vastagon szedett számokhoz tartozó magasságokon végeztük a méréseket. A 11. ábra adatai alapján megállapíthatjuk, hogy mind a 3 és 4 pontos, mind az azonos pont felvétele melletti különböző ABCD/1, ABCD/2, ABCD/3 elrendezéseknél végzett mérések négyzetes közelítéssel számított magassági korrekciói kisebb-nagyobb mértékben eltérnek egymástól és éppen a kritikus 800-900 mm magassági intervallumban a legnagyobbak (ebben a magassági intervallumban van a legtöbb abszolút graviméter referencia szintje!).

h [mm]	AB	ABC	ABCD/1	ABCD/2	ABCD/3	max.diff.
50	**12,6**	12,4	**12,7**	12,3	**12,5**	0,4
100	25,2	24,8	25,4	24,6	25,1	0,3
200	50,3	49,7	50,8	49,3	50,2	1,5
206	51,8	**51,2**	52,3	**50,7**	51,7	1,6
300	75,5	74,5	**76,2**	73,9	75,2	2,3
400	100,6	99,3	101,6	98,5	103,8	5,3
560	140,9	139,0	142,4	**137,9**	140,6	4,5
600	151,0	149,0	152,4	147,8	150,4	4,6
700	176,2	173,8	177,8	172,4	**175,5**	5,4
800	201,3	198,6	203,2	197,0	200,6	6,2
900	226,5	223,5	**228,6**	221,6	225,7	7,0
911	229,2	**226,2**	231,3	**224,4**	228,7	6,9
1000	251,6	248,3	254.0	246,3	253,9	7,7
1100	276,8	273,1	279,3	270,9	275,8	8,4
1200	302,0	298,0	304,8	295,5	300,9	9,3
1300	**327,1**	322,8	**330,2**	320,2	**326,0**	10,0
1631	410,4	**405,0**	414,2	**401,7**	409,0	12,5

10. táblázat Magassági redukciók µGal-ban a g/h viszony lineáris közelítésével

Table 10. Height reductions in µGal by linear approximation referring to measurements at 2, 3 and 4 different heights, and the max. height reduction differences between them

h [mm]	ABC	ABCD/1	ABCD/2	ABCD/3	max.diff.
50	13,8	**13,0**	13,0	**13,1**	0,8
100	27,5	26,0	25,9	26,4	1,6
200	54,7	51,9	51,6	**52,4**	3,1
206	**56,3**	52,9	**53,2**	53,4	3,4
300	81,6	**77,6**	77,4	78,2	4,2
400	108,2	103,2	102,9	103,8	5,3
560	150,0	143,3	**143,3**	143,9	6,7
600	160,4	154,3	153,4	154,6	7,0
700	186,1	179,7	178,5	**179,7**	7,6
800	211,5	205,0	203,5	204,6	8,0
900	236,5	**230,3**	**228,4**	229,4	8,1
911	**239,3**	232,3	231,1	232,0	8,2
1000	261,3	255,3	253,2	253,9	8,1
1100	285,8	280,4	277,8	278,3	8,0
1200	309,9	305,4	302,3	302,5	7,7
1300	333,8	**330,3**	326,7	**326,5**	7,3
1631	**410,6**	412,1	**406,6**	404,6	7,5

11. táblázat. Magassági redukciók µGal-ban a g/h viszony másodfokú közelítésével

Table 11. Height reductions in µGal by quadratic approximation referring to measurements at 3 and 4 different heights, and the max. height reduction differences between them

5. Következtetések

A fenti vizsgálataink alapján az alábbi fontosabb megállapítások tehetők a *VG* mérésekkel, illetve az ezekből meghatározható magassági redukciókkal kapcsolatban:
1.) A nagyobb pontosságú gravitációs mérések során az egyes műszerek referencia magasságára vonatkozó *g* értékek pontjelre redukálásánál nem elegendő a vertikális gradiens normál értékének felhasználása, hanem a *VG* mérésekkel meghatározott valódi értékének ismerete szükséges.
2.) Tekintettel a mérések szabályos- és véletlen jellegű hibáinak nagyságára, egyetlen relatív graviméterrel nem lehet elérni a magassági korrekció ±1µGal körüli megbízhatóságát sem két, sem több magassági pont bevonásával végzett relatív graviméteres méréssel.
3.) A *VG* érékek meghatározására végzett graviméteres mérések négynél magasabb ismétlési száma fölött sem a δg redukciós értékek, sem ezek középhibái nem változnak jelentősen, a javulás nincs arányban a gazdaságtalan mérési többletmunkával.
4.) Három LCR graviméterből álló műszercsoporttal 3-4 ismétlési ciklusban elérhető a szükséges ±1µGal megbízhatóság, de célszerű az egyes graviméterek 1 mGal szerinti periódikus hibáinak előzetes meghatározása és figyelembe vétele a mérések feldolgozásánál. Ugyancsak célszerű elektronikus libellákkal ellátott graviméterek alkalmazása (szabályos hibák csökkentése).
5.) A két- és többpontos mérések eredményeiből számított magassági redukciók értékei között mind lineáris, mind négyzetes közelítés mellett több µGal eltérés lehetséges. Tapasztalataink szerint a legmegbízhatóbb eredményeket négypontos mérésekkel lehet elérni, másodfokú közelítés alkalmazásával.
6.) Tekintettel arra, hogy a számított értékek kisebb-nagyobb mértékben függenek a mérési sorozatokba vont pontok pontjel feletti magasságától, célszerű lenne az abszolút mérések eredményeinek a pontjelre történő levezetésénél a *VG* és a magassági redukciókat *egységes módon* alkalmazni.

Köszönet nyilvánítás

Vizsgálatainkat a T-030177, illetve T-037929 számú Országos Tudományos Kutatási Alap, illetve az MTA Fizikai Geodéziai és Geodinamikai Kutatócsoportjának támogatásával készíthettük el, amiért köszönetet mondunk.

Hivatkozások

Becker, M. et. al. (1995): Microgravimetric measurements at the 1994 International Comparison of Absolute Gravimeters, Metrologia, Vol. 32, No.3, pp. 145–152, Sévres

Charles, K. - Hipkin, R. (1995): Vertical gradient and datum height corrections to absolute gravimeter data and the effect of structured fringe residuals, Metrologia, Vol. 32, No.3, pp. 193–200, Sévres

Csapó G. (1976): A műszerjárás figyelembevétele nagy pontosságot igénylő graviméteres mérések eredményeinek számítógépes feldolgozásánál. Magyar Geofizika, Vol.XVII. No.3. pp. 83-88, Budapest

Csapó G. (1987): A mért abszolút g-értékek gyakorlati felhasználásáról, Geodézia és Kartográfia, 39, 2, pp. 95-99.

Csapó G. (1997): Effect of vertical gravity gradient on the accuracy of gravimeter measurements based on Hungarian data. Geophysical Transactions, Vol.42, No.1-2, pp. 67-81, Budapest

Csapó, G.- Papp, G. (2000): A nehézségi erő vertikális gradiensének mérése és modellezése - hazai példák alapján. Geomatikai Közlemények, III. pp. 109-123. Sopron.

Elstner, C. - Falk, R. - Kiviniemi, A. (1986): Determination of the local gravity field by calculations and measurements, Reports of the Finnish Geodetic Institute, 85:3, Helsinki

Holub, S. et al. (1986): Tidal Observations with Gravity Meter Gs15 No.228 at Station Pecny. Travaux Geoph. XXXVI., pp.584-593, Prague

Szabó, Z. - Csapó, G. (1985): Microgravimetric survey in Matyas cave, (presented at the 1th absolute gravimetric intercomparison, Sévres).

Szagitov, M.U. (1984): A Sevrés-ben végzett abszolút nehézségi gyorsulás mérések eredményei közötti eltérések egy lehetséges értelmezése, A Szovjetunió Tud. Akadémiája jelentései, Geofizika sorozat, 274, No.2, 300-304., Moszkva, (orosz nyelven)

Torge, W. (1989): Gravimetry. Walter de Gruyter, Berlin and New York

Völgyesi, L.: (2001). Nutzung von Computern bei Ausgleichungsrechnungen schwach besetzter Matrizen von großem Ausmaß. *Allgemeine Vermessungs-Nachrichten* No.2, pp. 46-49.

* * *

Csapó G, Völgyesi L (2002): A nehézségi erõ vertikális gradiensének mérése és szerepe a nagypontosságú graviméteres méréseknél magyarországi példák alapján. Magyar Geofizika, Vol. 43, Nr. 4, pp. 151-160.

Dr. Lajos VÖLGYESI, Department of Geodesy and Surveying, Budapest University of Technology and Economics, H-1521 Budapest, Hungary, Műegyetem rkp. 3.
Web: http://sci.fgt.bme.hu/volgyesi E-mail: volgyesi@eik.bme.hu