

Új fejezet a magyarországi Eötvös-inga mérések és felhasználásuk történetében

VÖLGYESI LAJOS¹, TÓTH GYULA¹, ULTMANN ZITA¹

¹Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Általános- és Felsőgeodézia Tanszék, H-1521 Budapest

Az 1910-es évek első nagy sikerei, majd az 1950-es évektől az ingamérések második aranykora után az 1960-as évek végére gyakorlatilag befejeződtek Magyarországon a földtani kutatás céljából végzett ingamérések. Az ezt követő hosszabb szünet után napjainkban a fizikai geodézia tudománya újabb igényekkel jelentkezett további mérések végzésére. A korábban gyártott Eötvös-ingák közül jelenleg két műszert sikerült felújítva mérésekre alkalmassá tenni. Az egyik a BME Általános és Felsőgeodézia Tanszékének Auterbal-ingája, a másik ennek az 1950-es évekre továbbfejlesztett változata, az ELGI E54 típusú műszere. A terepi Eötvös-inga-mérések éppen 40 éves szünetelése után 2007-ben indítottuk újra a méréseket. A tanulmányban röviden áttekintjük a fontosabb műszerfejlesztéseket, vizsgálatokat és az Eötvös-inga mérések fizikai geodéziai-geofizikai alkalmazásának mai jelentőségét.

Völgyesi, L., Tóth Gy., Ultmann Z.: New chapter in the history of the Hungarian torsion balance measurements and their applications

Following the first big success in the 1910s and the second „Golden Age” in the 1950s torsion balance measurements for geological exploration have practically finished in Hungary by the end of the 1960s. After a long pause physical geodesy needed further measurements. Hence two Eötvös torsion balances manufactured previously has successfully been renovated for making measurements. One of these instruments is an Auterbal balance of the Department of Geodesy and Surveying, BME (Budapest University of Technology); the other one is an improved type E54 instrument of ELGI (Eötvös Loránd Geophysical Institute) used in the 1950s. After 40 years interruption field torsion balance measurements have been restarted in 2007. This paper shortly summarizes the more important instrument developments, examinations and the significance of the applications of the torsion balance measurements in physical geodesy and geophysics.

Beérkezett: 2015.; elfogadva: 2015.

1. Bevezetés

Magyarországon a múlt században közel 60000 Eötvös-inga mérést végeztek elsősorban ásványi nyersanyagok kutatása céljából (Szabó, 2004). Napjainkban már lényegesen hatékonyabb földtani kutatási módszereket alkalmaznak, ezért az Eötvös-inga mérések geofizikai hasznosítása helyett a geodéziai hasznosítás került előtérbe. A geofizikai alkalmazások céljára korábban csak a W_{zx} és a W_{zy} horizontális gradienseket dolgozták fel, a W_{Δ} és W_{xy} görbületi adatok jórészt feldolgozatlanok maradtak. A geodéziában viszont éppen a görbületi gradiensek alapján számíthatók függővonal-elhajlások, amelyeknek többek között a geoid finomszerkezetének meghatározása szempontjából van nagy jelentősége (Völgyesi 1993, 1995, 2001, 2005).

Az Eötvös-inga mérések geodéziai célú felhasználási lehetőségei a legutóbbi időkben tovább bővültek (Völgyesi, 2014; Völgyesi és mások 2005, 2009b). A W_{zx} és a W_{zy} horizontális gradiensek felhasználásával a nehézségi erőter, illetve a gravitációs anomáliák határozhatók meg interpolációval (Völgyesi és mások 2004, 2007), a W_{zx} , W_{zy} horizontális gradiensek és a W_{Δ} , W_{xy} görbületi

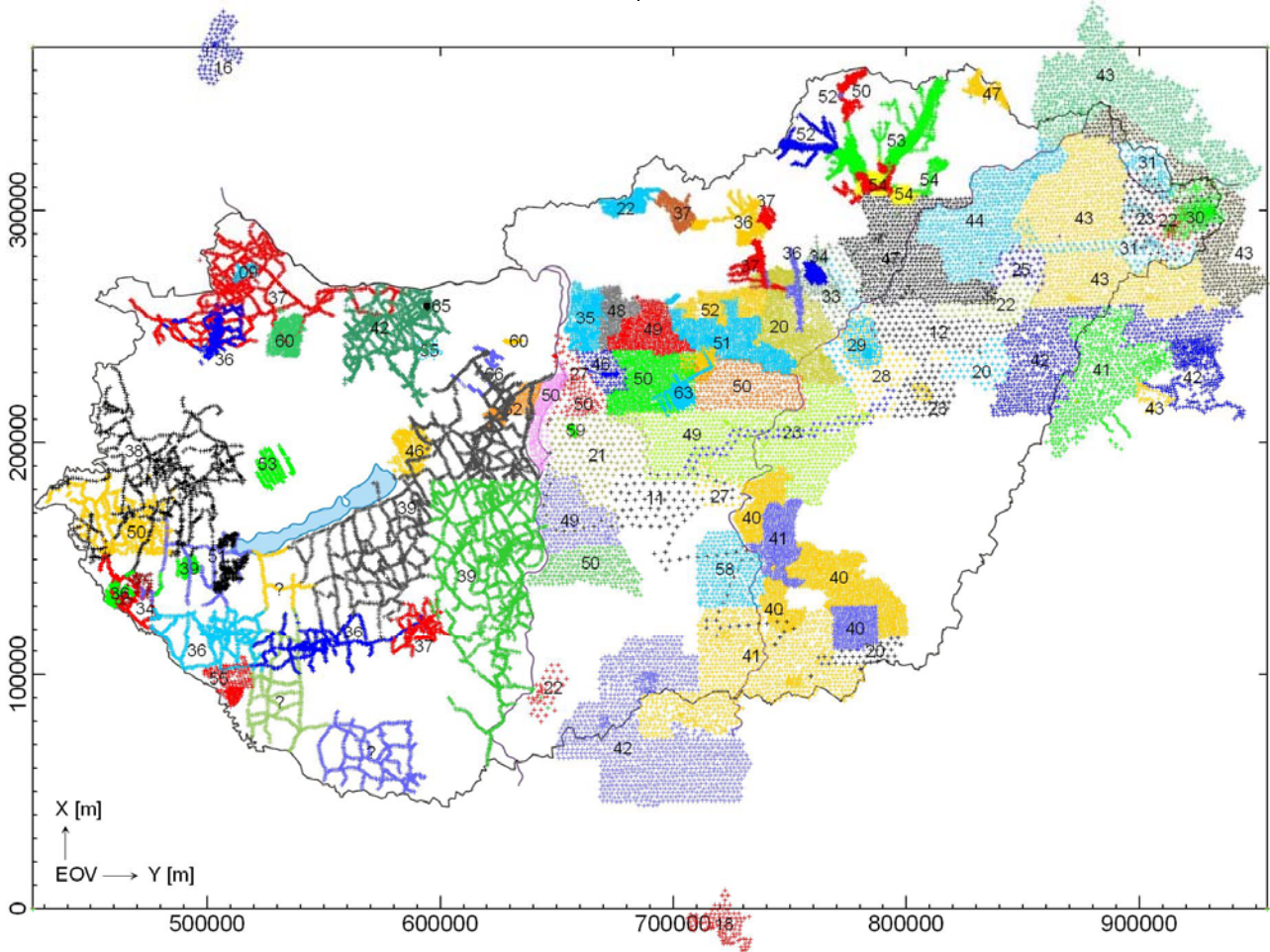
adatok együttes felhasználásával pedig vertikális gradiensek állíthatók elő az Eötvös-inga mérési pontokban (Haalck 1950, Tóth és mások 2004a, 2005; Tóth 2007). Új fejezetet nyitott az alkalmazások történetében a nehézségi erőter 3D potenciálfüggvényének inverziós előállítás, amelyből valamennyi első és második potenciálderivált (a teljes Eötvös-tenzor, g értékek, függővonal-elhajlások) könnyen meghatározhatók (Dobróka és Völgyesi, 2008; Völgyesi és mások, 2012). Az Eötvös-inga mérések újrahasznosítása során felvetődött problémák megoldásához szükségessé vált további Eötvös-inga mérések végzése is. Emiatt felújítottunk és a mai technikai lehetőségeknek megfelelően modernizáltunk korábbi műszereket és olyan új vizsgálatokat is elvégeztünk, amelyekre korábban nem volt lehetőség (Völgyesi és mások, 2009a; Völgyesi és Ultmann, 2012; Tóth és mások, 2014).

2. Korábbi ingamérések adatbázisba mentése

Az ELGI (ma MFGI) és a BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszéke 1995-ben kutatási együttműködési szerződést

kötött, amelynek keretében különböző pályázatok bevonásával 1995 óta rendszeresen folyt a korábbi Eötvös-ingamérések anyagának digitális adatbázisba mentése. Az adatbázist a még különböző formában fellelhető mérési anyagok (észlelési lapok, mérési jegyzőkönyvek, térképek, vagy fénymásolt gradiens-térképek) alapján lehetett elkészíteni. 2014. év végére sikerült befejezni a ma még fellelhető valamennyi korábbi mérés digitális adatbázisba mentését, amely végeredményben 44 852 Eötvös-inga mérés

adatait tartalmazza és készen áll további felhasználásra. Sajnos mára mintegy 15 000 korábbi ingamérés adatai már valószínűleg elvesztek, további nagyobb mennyiségű mérési anyag előkerülésének igen kicsi az esélye. A digitalizált adatok területi eloszlását az 1. ábrán láthatjuk, amelyen különböző színekkel elkülönítettük, hogy az egyes területeken az 1900-as évek melyikében történtek az ingamérések. Az ábrán a kétjegyű számok a mérések 1900 utáni évszámát jelölik.



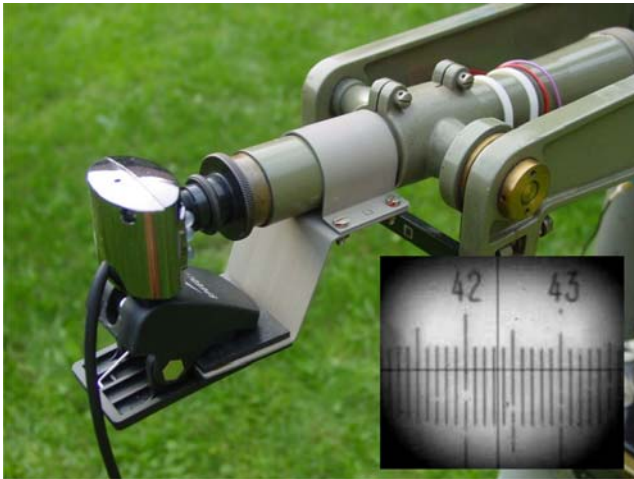
1. ábra. A magyarországi 44 852 Eötvös-inga mérés területi eloszlása
Figure 1 44 852 torsion balance measurements in Hungary

3. Műszerfejlesztés, műszervizsgálatok

Kutatási feladataink teljesítése során több olyan probléma adódott, amely szükségessé tette újabb Eötvös-inga mérések elvégzését. Ehhez az MFGI már korábban felújított E54 ingája mellett megjavítottuk és felújítottuk a BME működésképtelen Auterbal-ingát. A javítás során a vezérlő óraműben egy törött alkatrész miatt át kellett alakítani a műszer vezérlőszerkezetét és rögzíteni kellett az egyik torziós szál korrodálódott befogását is. További fontos fejlesztéseket is végrehajtottunk: az automatikus leolvasás megvalósítása céljából: a 2. ábrán látható CCD-érzékelőket szereltünk fel a leolvasókarokra, a skálák megvilágítására pedig erős fényű LED-eket (fénykibocsátó diódákat) erősít-

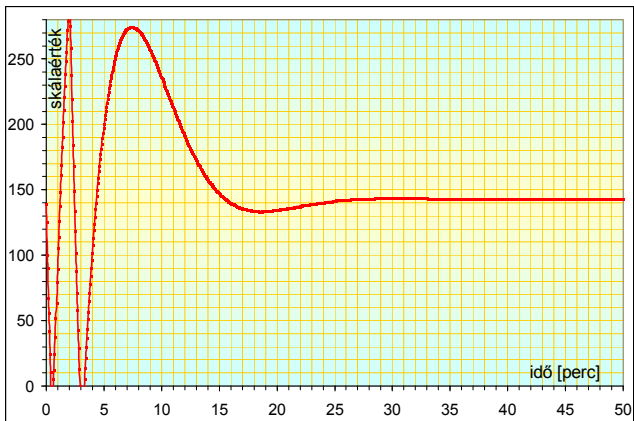
tettünk a leolvasó távesővek alá. A CCD érzékelők vezérlését, a képek rögzítését és feldolgozását számítógéppel oldottuk meg, – a szükséges szoftvereket Linux operációs rendszerben fejlesztettük.

Mivel a kamerák alkalmazásával lehetőség nyílt hosszú időn keresztül akár tizedmásodpercenkénti leolvasásokat végezni, ezzel új távlatok nyíltak eddig ismeretlen jelenségek megfigyelésére. Lehetővé vált például a lengések csillapodásának minden eddiginél pontosabb és részletesebb megfigyelése, és a hosszú idejű drift, valamint a hőmérsékletváltozások hatásának pontosabb tanulmányozása (Völgyesi 2009; Völgyesi és mások 2009a).



2. ábra. CCD kamera alkalmazása az automatikus leolvasáshoz és a CCD kamerával rögzített kép
Figure 2 Applying CCD camera for the automatic readings and a picture registered by the CCD camera

A csillapodási görbék finomszerkezetének tanulmányozása céljából másodpercenként 12, azaz közel 0.08 másodpercenkénti leolvasással, az esetleges hosszabb periódusú mozgások regisztrálására pedig több 24 órás 10 másodpercenkénti leolvasással rögzítettük az ingák mozgását. Ezzel a leolvasási sűrűséggel megnyílt a lehetőség a lengések csillapodásának minden eddiginél pontosabb és részletesebb megfigyelésére (3. ábra).



3. ábra. Az ingakar CCD kamerával rögzített csillapodása
Figure 3 Damping curve of the torsion balance recorded by CCD camera

A kezdetektől fogva fontos törekvés volt az inga lengésidejének csökkentése, és ezáltal a mérési időtartam rövidítése (Rybár, 1972). Erre mi is kerestünk megoldást, első lépésben a különböző azimutokban végzett nagy számú megfigyelések alapján meghatároztuk az adatsorok PSD-jét (Power Spectral Density = teljesítménysűrűség) is Riedel és Sidorenko szinuszos multitaper eljárásával (Völgyesi-Laky-Tóth, 2010). Számos spektrális csúcsot találtunk, ám a legmarkánsabb a 0.416 Hz-es (2.4 s periódusú), a 0.835 Hz-es (1.20 s periódusú) és a 3.42 Hz-nél

található (0.29 s periódusú) csúcs; (Tóth-Völgyesi-Laky, 2014). Ezeknek a számunkra zavaró frekvenciáknak a leválasztásával válik lehetővé a csillapodási görbék kezdeti alakjából a nyugalmi helyzet előrejelzése, ezáltal jóval a 40 perces teljes csillapodási idő letelte előtt az inga nyugalmi helyzetének „leolvasása”. A nyugalmi helyzet becslésére két különböző megoldással próbálkoztunk: a Navier-Stokes egyenletek végeses elemes megoldásán alapuló áramlási modell felhasználásával, és a differenciális evolúciós algoritmus alkalmazásával.

Áramlási modellek segítségével elvégeztük az ingakar mozgásának pontosabb modellezését. Modellünk a végeses elemek módszerén alapult és figyelembe vette a mozgó test (az ingakar), az üreg és a csillapító közeg (levegő) geometriai és fizikai paramétereit. A Navier-Stokes egyenlet alapján végeses elemek módszerének alkalmazásával elvégeztük az ingaházban mozgó ingakar és az áramló levegő kétdimenziós, numerikus áramlási CFD (Computational Fluid Dynamics) modellezését. Eredményeink alapján, összhangban a differenciális evolúciós algoritmus alkalmazása során kapott eredményeinkkel ígéretes lehetőség kínálkozik az Eötvös-inga azimútonkénti 40 perc hosszúságú mérési idejének jelentős csökkentésére. A CCD érzékelőkkel rögzített mérési adatokat kiértékelve, és az inga részletes mechanikai és fizikai modelljét felhasználva a számításokhoz megmutattuk, hogy a jelenlegi 40 perc helyett elegendő lehet az azimútonkénti 10 perces mérési idő az ingakar nyugalmi helyzetéhez tartozó skála-leolvasás kellően pontos becsléséhez (Völgyesi-Laky-Tóth, 2010; Tóth-Völgyesi-Laky, 2014). Vizsgálataink szerint nagyjából 10 perc után a vizsgált és szűrővel simított idő-sor esetében a csillapodás utáni helyzet becslési eltérései már 1 skálaosztás-egység alattiak.

A felújított ingával széleskörű vizsgálatokat végeztünk az inga használhatóságára vonatkozóan. Sikeres laboratóriumi méréseket hajtottunk végre az MFGI geodimiai laboratóriumában a Mátyás-barlangban (lásd a 4. ábrán) és a Műegyetemen kialakított gravitációs laboratóriumban, majd terepi méréseket végeztünk Budapesten, Makádon és Üllön. Vizsgálataink során bebizonyosodott, hogy a közel 80 éve gyártott Eötvös-Rybár ingával kiváló minőségű méréseket lehet végezni, és az inga alkalmazásával kapcsolatos számos új kutatási kérdésre választ lehet adni.

Fontos vizsgálatokat végeztünk az inga hőmérsékleti érzékenységére vonatkozóan is. Megállapítottuk, hogy a külső hőmérséklet változása a torziós szálak és az ingatest kiváló hőszigetelése miatt csak igen lassú nagy fáziskésésű változásokat eredményez a torziós szálak hőmérsékleti érzékenysége miatt, míg a szinte azonnali változások oka az ingakarok hőtágulása, hőmozgása (Völgyesi és mások, 2009a).

Vizsgálatainkat végeztünk arra vonatkozóan is, hogy mennyi idő múlva kezdhető a mérés abban a gyakori esetben, amikor az ingát valamely nyári napon az alacsonyabb hőmérsékletű raktárból kiszállítva a legalább 5°C hőmérséklettel melegebb ingaházban felállítjuk, vagyis mennyi idő múlva alakul ki a hőmérsékleti egyensúlyt követő lineáris drift. Az erre vonatkozó vizsgálataink szerint kb. 5°C hőmérsékletkülönbség esetén az eddig alkalmazott és elfo-

gadott 40 perces várakozási (csillapodási) idő helyett az első azimútban kb. 90 perc után alakult ki a lineáris drift állapota, ugyanakkor 20°C hőmérsékletkülönbség esetén már három órás várakozás szükséges a megfelelő minőségű mérési eredmények eléréséhez (Ulmann, 2013).



4. ábra. A felújított Auterbal-inga a Mátyás-barlagban
Figure 4 The renewed Auterbal torsion balance in the Mátyás cave

4. Az Eötvös-inga mérések terepi korrekciójának vizsgálata

Az Eötvös-inga mérések terepi korrekciójának számításához elkészítettük Eötvös eredeti bilineáris interpoláción alapuló módszerével és Schweydar trigonometrikus interpolációs eljárásával a mérési pont közvetlen környezetének hatását számító programot, tetszőleges körgyűrű és sugár irányú felosztás esetén. Összevetettük a kétféle módszerrel számított korrekciókat és ellenőriztük eredményeinket az MFGI-ben számított értékekkel és numerikus kvadraturával. A görbületi adatok esetében megállapítottuk, hogy a bilineáris interpolációs eljárás kb. 20-25 %-kal alulreprezentálja az erőteret a trigonometrikus interpolációval szemben.

Az Eötvös-inga mérések terepi korrekciójának számítását a Schweydar által javasolt numerikus integrálási eljárással és a derékszögű prizmamoddellel vizsgáltuk. A numerikus vizsgálatokat Kecskemét környékén kiválasztott 705 ingamérési pontot tartalmazó kb. 70x40 km²-es területen végeztük el. Az eredeti, Schweydar modellel számított terepi korrekciókat összevetve a mérésekkel, például az északi irányú gradiensek 0.49-es korrelációt mutatott, viszont az SRTM3 (Shuttle Radar Topography Mission) DTM (Digitális TerepModell) prizmamodelljéből kapott gradiensekkel már csak elenyésző, 0.05-ös korrelációt tapasztal-

tunk. Felmerült, hogy esetleg a pontok vízszintes koordinátáinak a dátumeltérésekből adódó hibái miatt lett ilyen alacsony a korreláció. Viszont a koordináta-bizonytalanság korrelációs vizsgálata nem eredményezett szignifikáns javulást 200x200 m-es északi és keleti irányú lehetséges dátumeltéréseket vizsgálva. Azt is tapasztaltuk, hogy az SRTM3-ból számított terepi korrekciók korrelációja igen gyorsan, már 10 m-es eltolás esetén megszűnik. Ezért levonhattuk azt a következtetést, hogy ez a 70-90 méteres felbontású DTM modell nem alkalmas a gravitációs gradiensek felszínközeli terephatásának számítására, hiszen még az 5 m-es elemméret is indokolt lehet.

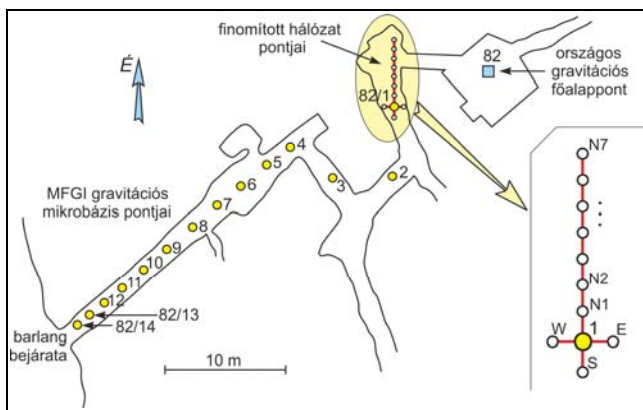
A terepi korrekciók vizsgálatához kapcsolódó alapvetésként meghatároztuk az MFGI Gravitációs és Geodinamikai Observatórium komplex poliéder modelljének tömegvonzási potenciálban, térerősségben valamint Eötvös-tenzor elemeiben észlelhető hatását. A modellszámításhoz kapcsolódóan hibavizsgálatot is végeztünk, a modellpontok koordinátahibáinak hatását megvizsgáltuk a modelltől számított nehézségi erőteret paramétereire (potenciál első és magasabbrendű deriváltjaira). Így a modell bármely pontjában történő műszeres észlelés helyére lehetőségünk van a méréseinkhez tartozó korrekció kiszámítására, és figyelembe vételére. A modellre számított eredményeket archiv graviméteres, illetve archiv és új Eötvös-inga mérések segítségével ellenőriztük az observatórium mikrobázisának pontjain (Tóth és Égető, 2010).

A Csepel-sziget déli részén, a makádi Eötvös-inga teszterületen korábban végzett ingamérések és terepszintezések eredményeit felhasználva is végeztünk kísérleti számításokat az Eötvös-inga mérések terepi korrekciójával kapcsolatban. A szóbanforgó területen 30 pontban történtek Eötvös-inga mérések amelyek mellett a korábbi OTKA megbízás keretében elvégeztük az egyes mérési pontok környezetében a szintezési munkákat is (Csapó és mások 2009). Ennek megfelelően a pontok körül É, ÉK, K, DK, D, DNY, Ny, és ÉNy irányban a mérési pontoktól 1.5, 3, 5, 10, 20, 30, 40, 50, 70, 100 m távolságban terepmagasságokat mértek. Ezen mérések alapján meghatároztuk az egyes pontokban a topografikus korrekciók értékét és elláttuk az ingaméréseket ezekkel a javításokkal. A rendelkezésünkre álló topográfiai térkép alapján előállított 5 m-es DTM-ből poliédes tömegmodell segítségével szintén meghatároztuk az ingamérési állomások helyére számított terepi korrekciókat. Ezeket összevetettük az MFGI-ben alkalmazott Schweydar módszerrel kapott eredményekkel. Megállapítottuk, hogy míg a horizontális gradiensek esetében a vizsgált közel sík területen az egyezés általában kielégítő (átlagosan ±2-6 Eötvös), addig a görbületi gradiensek teljesen eltérnek egymástól. A vizsgálataink azt jelzik, hogy még az 5 m-es felbontású tömegmodell sem kellően részletes a terepi korrekciók számításához, ezt legalább a mérési állomások helye környezetében szükséges tovább sűríteni.

5. Mért gradiensek elemzése, linearitásvizsgálat

Az Eötvös-inga mérések alapján végzett függővonal-elhajlás interpoláció, a geoid finomszerkezetének meghatá-

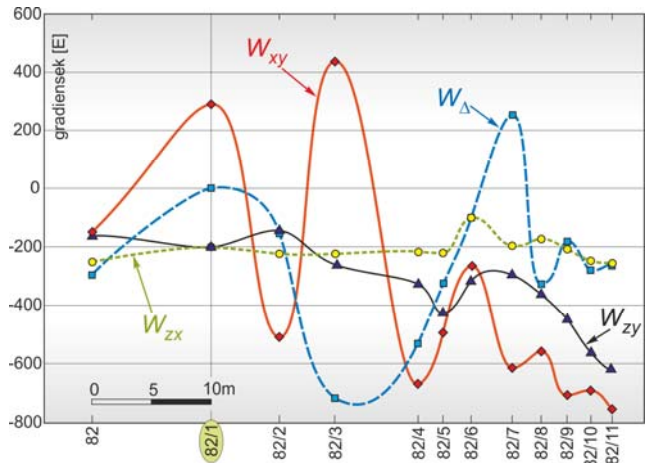
rozása, a g vagy Δg értékek számítása, és a vertikális gradiensek interpolációja során a numerikus integrálás számításakor valamennyi esetben fontos alapkövetelmény a W_{zx} , W_{zy} nehézségi gradiensek és a W_{Δ} , W_{xy} görbületi értékek két pont közötti lineáris változása. Az interpolációs számítások során az elérhető pontosság alapvetően a linearitás függvénye. Ezért az interpolációkhoz az Eötvös-inga mérések olyan geometriai elrendezésére és pontsűrűségére van szükségünk, amely biztosítja ezt a fontos feltételt. Ennek vizsgálata céljából az MFGI E54 és az általunk felújított Auterbal-ingával is végeztünk méréseket, az MFGI gravitációs mikrobázisának 5. ábrán látható pontjain a Mátyás-barlangban, majd a méréseinket a 82/1 jelű pont közvetlen környezetében tovább finomítottuk, a pont körül észak-déli illetve kelet-nyugati irányban a mérési pontokat 30 cm lépésközben sűrítettük.



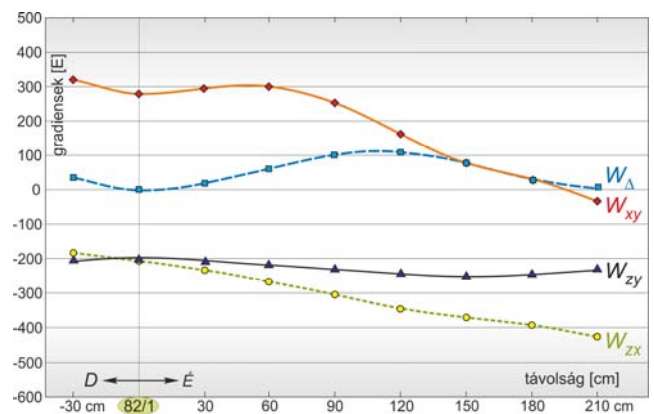
5. ábra. Gravitációs mikrobázis pontjai
Figure 5 Points of gravity microbase network

Az Eötvös-inga mérésekkel párhuzamosan modellszámításokat is végeztünk. A tömegmodell kialakítása külső és a barlangon belüli felmérés eredményei alapján történt. A külső felületmodell előállításához a hagyományos geodéziai mérések mellett fotogrammetriai módszer alkalmazásra is szükség volt, a barlang bejárati oldalán található bonyolult formájú és nehezen megközelíthető sziklafal miatt. A külső sziklafal felületmodelljét megfelelő digitális fotók alapján a Photomodeler szoftver alkalmazásával készítettük el, az üregmodell pedig a barlang belsejének geodéziai felmérése alapján készült. A modellszámítást az általunk fejlesztett PolyGravp szoftverrel hajtottuk végre, mely tetszőleges, homogén sűrűségeloszlású poliéder test gravitációs hatásának számítását végzi (Tóth és Égető, 2010). A mért és a számított gradiensek egyezése igen jónak bizonyult. A W_{zx} , W_{zy} nehézségi gradiensek és a W_{Δ} , W_{xy} görbületi adatok változása a gravitációs mikrobázis pontjain a 6. ábrán, a finomított hálózat pontjain pedig a 7. ábrán látható.

Mind a méréseink, mind a számításaink alapján megállapítható, hogy a mérési pontokban tapasztalható extrém magas és rendkívül erősen változó gradiens értékek esetén csupán mintegy 0.5m távolságon belül tekinthető lineárisnak a gradiensek változása (Völgyesi és Ultman, 2010, 2014).



6. ábra. Gradiensek a mikrobázis pontjain
Figure 6 Gravity gradients on the microbase network points

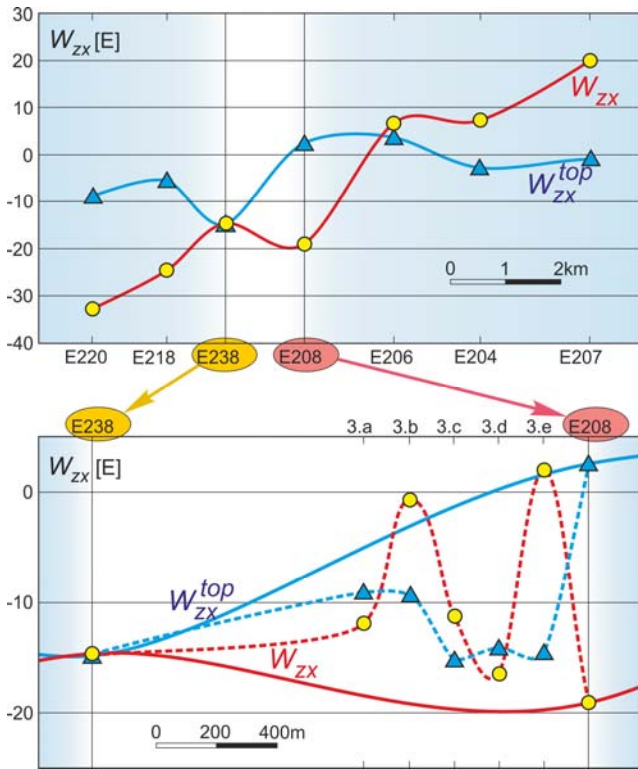


7. ábra. Gradiensek a finomított hálózat pontjain
Figure 7 Gravity gradients on the refined network points

A Mátyás-barlangban a szélsőségesen nagy gradiensértékek esetén végzett linearitás-vizsgálatok eredményei alapján viszont nem lehet következtetéseket levonni az átlagos terepviszonyok mellett végzett Eötvös-inga mérési eredmények viselkedésére vonatkozóan. Erre irányuló vizsgálatainkat a Csepel sziget déli részén végeztük, ahol korábban 1950-ben történtek átlagosan 1.5 km pontsűrűséggel ingamérések, majd ugyanezen a területen 2006 és 2010 között végeztünk helyenként 150 m távolságban sűrítő méréseket (Csapó és mások 2009). Mind a korábbi, mind az új mérési pontokban rendelkezésre álltak a gradienseknek a szintezések alapján meghatározott topografikus redukcióval javított értékei.

Példaképpen a 8. és 9. ábra felső részén az 1950-ben mért, körökkel jelölt pontok által alkotott szelvényben láthatjuk a W_{zx} vízszintes- és a W_{xy} görbületi gradiensek Eötvös ingával mért változását, a háromszögekkel jelölt értékek pedig ugyanezen mérések topografikus redukcióval javított értékei. Annak a kérdésnek az eldöntése céljából, hogy a gradiensek változásában vannak-e magasabb frekvenciájú összetevők is, az E238 és az E208 pont között a 3.a, 3.b, 3.c, 3.d, 3.e pontokkal 150 m ponttávolságra tovább sűrítettük a korábbi Eötvös-inga méréseket. Az új

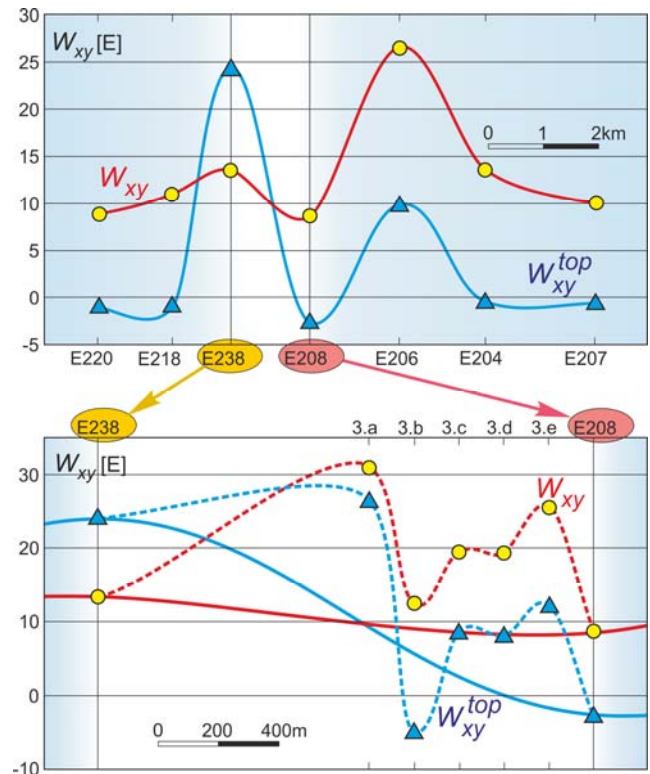
finomított mérések alapján a gradiensek finomabb felbontású változása a 8. és 9. ábra alsó részén látható. Piros szín a korrekció nélküli mérési eredményeket, míg a kék a topografikus korrekcióval ellátott értékeket mutatja, a korábbi méréseket folyamatos, az új sűrített méréseket pedig szaggatott vonallal ábrázolva. A vízszintes tengelyeken a távolságokat a pontok közötti valódi távolságokkal arányosan tüntettük fel.



8. ábra. W_{zx} vízszintes gradiens változása a teszterületen
Figure 8 Changing the W_{zx} gradient on the test area

A 8. és 9. ábrán látható görbék szemlélve és a lineáris regresszió R^2 korrelációs együtthatójának számított értékei alapján (Völgyesi és Ultmann, 2014) megállapítható, hogy a mérési pontok távolságának 1000-1500m-ről 300-150m-re csökkenésével nem javul szignifikánsan a linearitás. Ebből pedig az a következtetés vonható le, hogy a Csepel-szigeten a vizsgált területen az 1950-ben végrehajtott ingamérések átlagos pontsűrűsége nem biztosítja a gradiensek lineáris változását a szomszédos hálózati pontok között. Sajnos a helyzeten nem javít a topografikus redukciók alkalmazása sem, mivel a topografikus redukcióval ellátott gradiens értékek két pont közötti változása sem tekinthető lineárisnak (Völgyesi és Ultman, 2010, 2014). Hiába vesszük figyelembe ugyanis a topografikus redukcióval a felszíni látható tömeg-rendellenességek hatását, ha közvetlenül a felszín alatt is gyorsan változik a kőzetek sűrűsége. Márpedig a Duna korábbi árterületein a kavicsos, agyagos, homokos üledékek gyors, szabálytalan mélységbeli és oldalirányú váltakozása a felszín alatti sűrűségértékek markáns váltakozását eredményezi.

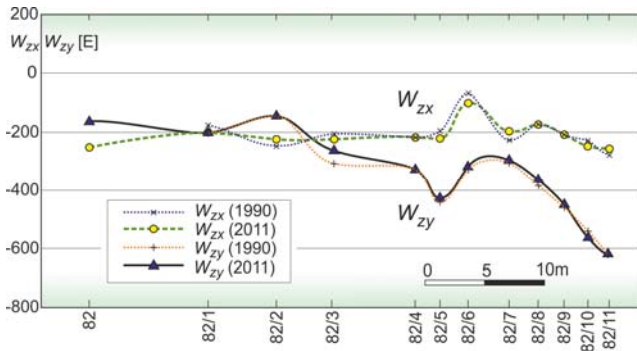
Ezek a megállapítások a Csepel-sziget déli részén a vizsgált területre vonatkoznak. Fontos lenne a vizsgálatokat a korábbi Eötvös-inga mérések néhány más magyarországi területére is kiterjeszteni.



9. ábra. W_{xy} görbületi gradiens változása a teszterületen
Figure 9 Changing the W_{xy} gradient on the test area

6. Korábbi és újabb ingamérések összehasonlítása

Korábban modellszámításokat végeztünk a nehézségi erő gradienseinek időbeli változására vonatkozóan (Tóth és mások, 2004b), majd lehetőségeket kerestünk ezeknek mérésekkel történő kimutatására. Elsőként az MFGI Mátyás-hegyi Gravitációs és Geodinamikai Observatóriuma gravitációs mikrobázisának 82, 82/1, 82/2, 82/3, 82/4, 82/5, 82/6, 82/7, 82/8 pontjain (a 82 jelű pont Magyarország gravitációs főlappontja) próbálkoztunk, ahol az ELGI 1990-92-ben már végzett Eötvös-inga méréseket. A méréseket ugyanezek a pontokon 2009-ben és 2011-ben is megismételtük az MFGI E54 műszerével és az általunk felújított Auterbal-ingával. A 10. ábrán a 1990, 1992-ben és a 2009, 2011-ben meghatározott gradiens értékeket hasonlíthatjuk össze (a görbületi adatokat a korábbi mérések során nem határozták meg). A különböző mérési sorozatok eredményeit összevetve nem látható határozott trend a gradiensek időbeli változására vonatkozóan. Ez részben várható is volt, elsősorban a különböző mérési időpontokban fennálló eltérő mérési körülmények (pl. a hőmérsékletkülönbségek, az eltérő kezdőazimút beállítások, stb.) miatt.



10. ábra. 1990-ben és 2009-ben mért gradiensek összehasonlítása a Mátyás-barlangban

Figure 10 Comparison of the gravity gradients measured in 1990 and 2011 in the Mátyás cave

Ezen vizsgálataink során felvetődött egy fontos kérdés, az inga kezdőazimútjának beállítási pontosságára vonatkozóan. A mágneses deklináció adott helyre és időpontra vonatkozó valódi értékének ismerete hiányában ugyanis nem lehetséges az inga kezdőazimútját pontosan beállítani, márpedig ez jelentős mérési hibákat okozhat különösen olyan markáns gradiensváltozások esetén, amelyek a Mátyás-barlangban tapasztalhatók (Völgyesi és Csontos, 2014a,b).

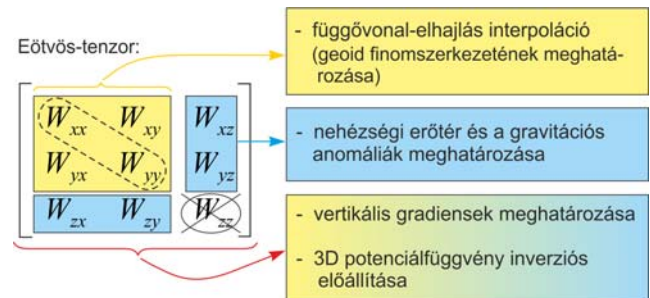
Méréseket végeztünk a 2009. évi dunai árvíz időpontjától kezdődően a BME gravitációs laboratóriumában különböző vízmagasságok mellett a Duna víztömege gravitációs hatásának kimutatására, a vízszíningadozások által okozott változások kimutatására. Erre vonatkozóan már a korábbi 2002. évi dunai árvíz idején is végeztünk vizsgálatokat, és modellszámításokat is készítettünk a Duna víztömegének ingadozása és a nehézségi erő gradienseinek változása közötti összefüggés meghatározására (Tóth és mások, 2004b). A mérési eredményeink a korábbi számításainknak megfelelően tükrözték a Duna víztömegének hatását az Eötvös-ingával mérhető gradiensekre.

A Csepel-sziget déli részén 1950-ben végzett Eötvös-inga mérések két pontjában 2007 és 2008-ban is végeztünk ismételt méréseket. Mindkét pontban jelentős eltéréseket tapasztaltunk, azonban ebből szintén nem lehet időbeli változásra következtetni, mivel a korábbi mérések pontos koordinátáit nem ismertük, és a megismételt méréseket nagy valószínűséggel nem pontosan az eredeti pontokon végeztük.

7. Eötvös-inga mérések felhasználása

A 11. ábrán röviden összefoglaltuk az Eötvös-inga mérések hasznosításának jelenlegi lehetőségeit. Az ábra bal oldalán az Eötvös-tenzor elemeit három csoportba osztottuk: a sárga színnel jelölt területen az ingával mérhető görbületi adatokat emeltük ki, a kék színnel a horizontális gradienseket jelöltük, míg az áthúzott W_{zx} függőleges gradiens a torziós-ingával közvetlenül nem mérhető tenzorelem. Ugyanezen ábra jobb oldalán azt szemléltettük, hogy az Eötvös-tenzor különböző elemeinek felhasználásával milyen számítások végezhetőek, illetve milyen fontos adatok határozhatók meg.

nálásával milyen számítások végezhetőek, illetve milyen fontos adatok határozhatók meg.



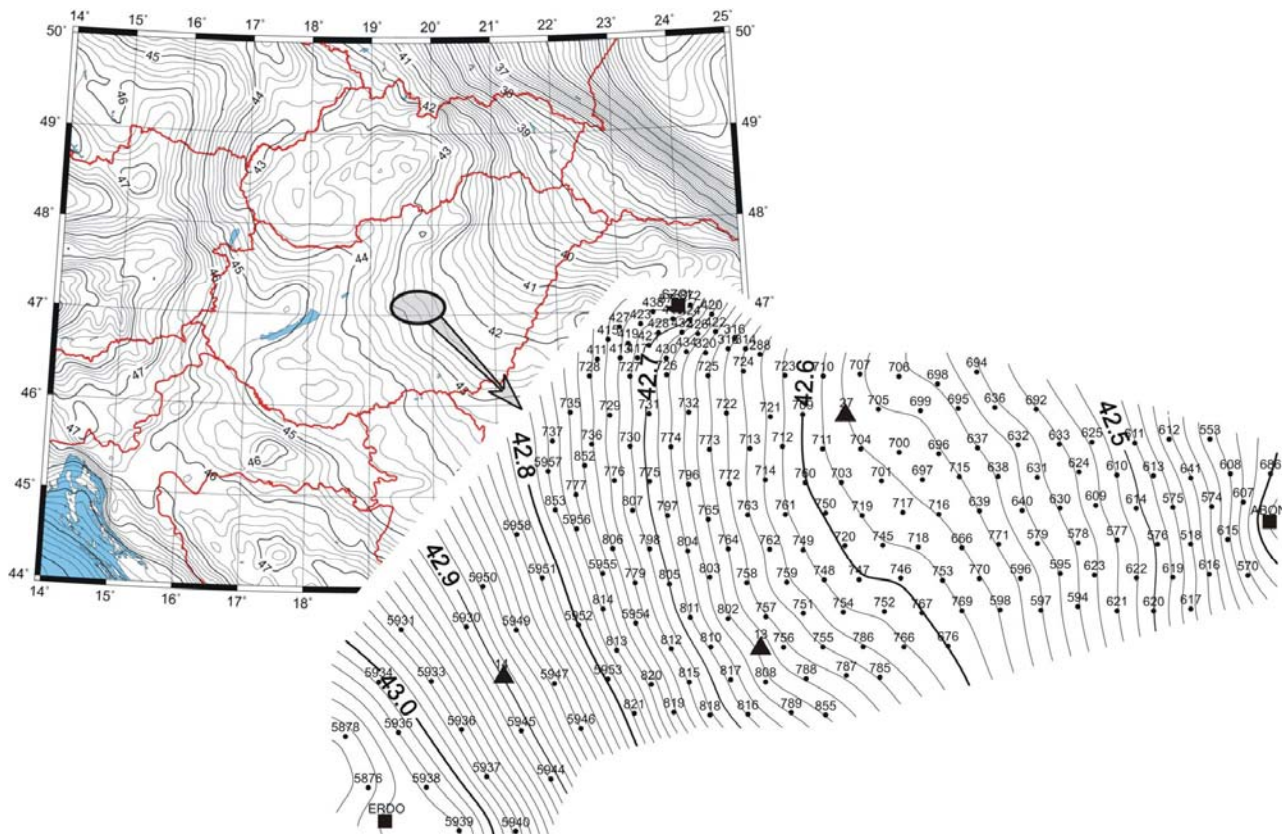
11. ábra. Az Eötvös-inga mérések felhasználási lehetőségei

Figure 11 Application possibilities of the torsion balance measurements

Az ingamérések egyik legfontosabb geodéziai alkalmazási lehetőségére, a függővonal-elhajlás értékek sűrítésére elsőként Eötvös Loránd (1906) hívta fel a figyelmet. Ennek a nagy összefüggő területekre vonatkozó gyakorlati megoldását a modern számítástechnikai adottságok tették elérhetővé (Völgyesi, 2012a,b). Ezeknek a függővonal-elhajlás értékeknek a gyakorlati életben rendkívül fontos szerepük van, felhasználásukkal várhatóan minden eddiginél pontosabb magyarországi geoidkép határozható meg. A függővonal-elhajlás interpolációjához és a geoid finomszerkezetének meghatározásához különféle, a mai számítástechnikai adottságoknak megfelelő számítási eljárásokat dolgoztunk ki. A 12. ábrán Magyarország Cegléd-Abony környéki területén láthatjuk az Eötvös-inga mérések alapján finomított geoidszerkezetet. Emellett az ingával mérhető vízszintes gradiensek kiváló lehetőséget adnak a nehézségi erőter finomszerkezetének meghatározására, valamint a vertikális gradiensek interpolációjára is – aminek a gravimetriában van nagy jelentősége.

A geoidmeghatározás céljából továbbfejlesztettük a Forsberg (1987) által írt algoritmust a logaritmusos kovariancia függvényekkel végzett kollokáció megvalósítására, így az elkészített programunkkal már képesek vagyunk az összes mérhető nehézségi erőter-jellemző – beleértve az ingával mért gradiensek – együttes felhasználására. Vizsgálatokat végeztünk a görbületi adatok bevonásának lehetőségére a geoid-meghatározás kollokációval történő megoldási eljárásába és szoftvert készítettünk, amellyel elvégezhetjük a nehézségi erő, gravitációs anomália és vertikális gradiens interpolációkat.

Vizsgálataink szerint a kollokációs eljárás numerikus stabilitása függ a felhasznált adatok eloszlásától és az alkalmazott kovariancia függvények szerkezetétől (Tóth, 2009). Ennek ellenőrzésére a nagy felbontású EGM2008-as modellel redukáltuk a W_{zx} , W_{zy} vízszintes gradienseket és legkisebb négyzetek szerinti kollokációval vizsgáltuk a maradék függővonal-elhajlások illetve a geoidundulások predikcióját (Tóth és Szűcs 2011).



12. ábra. A geoid finomszerkezete Eötvös-inga mérések alapján Magyarország középső területén
Figure 12 Fine structure of the geoid forms in the middle part of Hungary based on torsion balance measurements

Matematikailag megoldottuk a W_{Δ} , W_{xy} görbületi adatok és a W_{zx} , W_{zy} vízszintes gradiensek együttes inverziós alkalmazását, és a korábbi kétdimenziós (2D) eljárás (Dobróka és Völgyesi, 2005) továbbfejlesztésével megoldottuk a nehézségi erőter 3D potenciálfüggvényének inverziós előállítását (Dobróka és Völgyesi, 2010). Olyan algoritmust dolgoztunk ki, amellyel a bemenő adatokhoz megfelelő súlyfüggvényeket tudunk rendelni, továbbá a számításokba bevontuk a Laplace-egyenletet is, amivel sikerült tovább stabilizálni a megoldást.

A kidolgozott inverziós megoldás nagyszámú Eötvös-inga és graviméteres mérés, valamint digitális terepmodell adatok továbbá néhány függővonal-elhajlás és vertikális gradiens adat együttes inverziójának felhasználásával a 3D potenciálfüggvény meghatározására nyújt lehetőséget. Az így előállított potenciálfüggvényből számos gyakorlati fontosságú mennyiséget, (pl. vertikális gradienseket, függővonal-elhajlásokat, nehézségi erő értékeket és gravitációs anomáliákat) származtathatunk nem csupán a mérési pontokban, hanem ezek 3D környezetében, a teljes mérési területen is. Az eljárás nagy előnye, hogy mindezt egy jelentősen túlhatározott inverzprobléma megoldásával tehetjük.

A gradiensek meglehetősen változatos képe miatt esetünkben a potenciálfüggvény sorfejtéses leírása csak viszonylag magas fokszámú polinomokkal lehetséges. Tapasztalataink szerint a polinomok fokszámának meghatározásakor körül-

tekintően kell eljárunk, mert a fokszám növelésével kezdetben lassan, majd egyre gyorsabban csökken a megoldandó normálegyenletek együtthatómátrixának kondicionáltsága, a fokszám csökkentésével viszont romlik a felbontóképesség. Vizsgálataink szerint a $P=18-24$ általában jó kompromisszumnak látszik a felbontóképesség és a normálegyenletek kondicionáltsága vonatkozásában, – mi $P=19$ fokszámú Legendre polinomot alkalmaztunk

A módszer alkalmazhatóságának vizsgálatára a Szabadszállás-Kiskörös környéki területen és a Csepel-sziget déli részén végeztünk kísérleti számításokat. Előbbi területen 248 Eötvös-inga és 1197 graviméteres mérés eredményei álltak rendelkezésre, továbbá három asztrogeodéziai és további tíz asztrogravimetriai pont is található, ahol ismertek a függővonal-elhajlás értékek. Az inverziós feladat megoldása során meghatároztuk mindazon sorfejtési együtthatókat, amelyek segítségével a teljes területre előállítható mind a nehézségi erőter potenciálfüggvénye, mind a potenciálfüggvény valamennyi első és második deriváltja. Összehasonlítva az Eötvös-ingával mért, valamint az együttes inverzióval előállított gradiensek képét, kiváló egyezés adódott (Dobróka és Völgyesi, 2010).

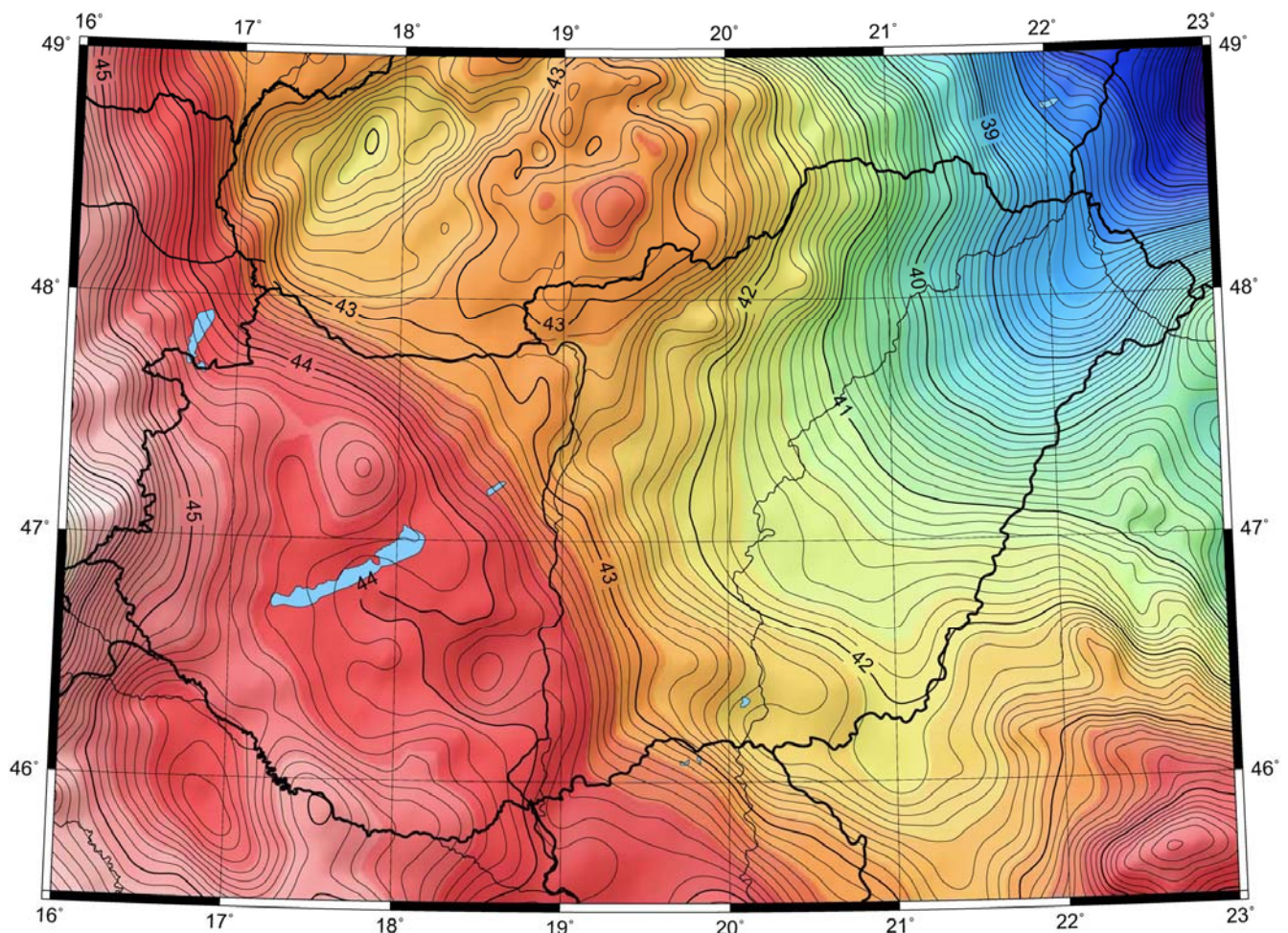
A Csepel-sziget déli részén lévő teszt területünkön elsősorban a vertikális gradiensek meghatározását teszteltük, ahol 30 pontban álltak rendelkezésre Eötvös-inga mérési adatok és a 30 pontból 27 ponton vertikális gradiens mérések is történtek, amelyek egy részét kiinduló adatként

használtuk, a fennmaradó pontok értékei pedig ellenőrzésre szolgáltak. Mivel az ellenőrző pontokban inverzióval meghatározott vertikális gradiens (VG) értékek középhibája megegyezett ugyanezen pontokban a mért értékek középhibájával, ezért megállapítható, hogy a vizsgált területen a rendelkezésre álló adatrendszerrel a vertikális gradiens számítás is kiválóan működik (Völgyesi és mások, 2012). Ennek az a jelentősége, hogy a vertikális gradiens az Eötvös-ingával közvetlenül nem mérhető, így viszont lehetőség adódik a többi Eötvös-inga mérési adat alapján a vertikális gradiens meghatározására is.

A magyarországi geoid-felület meghatározása tekintetében megvizsgáltuk az Eötvös-inga és a GOCE műhold mérési adatainak bevonásához a különböző nehézségi erőter mennyiségek (Eötvös-inga, GPS/szintezési, gravimetriai, függővonal-elhajlás) spektrumát. A számított spektrumokat magas fokszámú geopotenciális modellel és analitikus meghatározással hasonlítottuk össze. A gravimetriai adatok esetében az erőteret leíró fokvarianciákat megfelelő auto- és keresztkovariancia függvényre transzformálva maradék geoidmagasságokat határoztunk meg legkisebb négyzetes predikcióval és összehasonlítottuk a mért értékekkel. A különböző típusú adatok spektrális

érzékenysége a geoid súlyozott spektrális kombinációval, illetve kollokációval történő meghatározásánál vehető figyelembe (Szűcs és mások, 2014).

Az ESA (European Space Agency) GOCE gradiométeres méréseket végző mesterséges holdja nagymértékben hozzájárult a földi nehézségi erőter korábbiaknál jobb felbontású meghatározásához. A mérések befejezése után 2014-ben számunkra is elérhetővé váltak a GOCE ötödik generációs nehézségi erőter modelljei, ezért olyan új geoidmegoldást készítettünk Magyarország területére, amely már tartalmazza a GOCE méréseit is (13. ábra). A megoldás módszere a Magyarországon először alkalmazott gömbi bázisfüggvényeken alapuló legkisebb négyzetes paraméterbecslés. E modellezési technika egyik fontos előnye, hogy különböző típusú és heterogén eloszlású adatok nehézség nélkül kombinálhatók egy szigorú értelemben vett paraméterbecslési eljárásban, amely egyúttal a becsült paraméterek kovariancia mátrixát is szolgáltatja. A GOCE modellen kívül felhasználtuk a felszíni függővonal-elhajlások, nehézségi rendellenességek és OGPSH (Országos GPS Hálózat) magasságok adatait is (Tóth és Földváry, 2015a,b).



13. ábra.

Figure 13

Új geoidmegoldás Magyarország területére

New Hungarian geoid solution

8. Összefoglaló megjegyzés

Kutatási eredményeink jelentős felértékelődése várható a fizikai geodéziában az új gradiométerek megjelenésével, ugyanis az eredményeink és a kidolgozott módszereink nem csak az Eötvös-ingával mérhető gradiensek kezelésére alkalmasak, hanem változtatás nélkül alkalmazhatók lesznek a következő évtizedekben a legújabb technikai berendezések által meghatározott gradiensek kezelésére, felhasználására is.

Köszönetnyilvánítás

Kutatásaink a K76231 OTKA támogatásával folytak.

Hivatkozások

- Csapó G, Égető Cs, Kloska K, Laky S, Tóth Gy, Völgyesi L (2009): Kísérleti mérések Eötvös-ingával és graviméterekkel - az Eötvös-inga mérések eredményei geodéziai célú hasznosításának vizsgálata céljából, *Geomatikai Közlemények*, XII, 91-100.
- Dobróka M, Völgyesi L (2005): A nehézségi erőter potenciál-függvényének inverziós rekonstrukciója Eötvös-inga adatok alapján. *Geomatikai Közlemények* VIII, 223-230.
- Dobróka M, Völgyesi L (2008): Inversion reconstruction of gravity potential based on gravity gradients. *Mathematical Geosciences*, 40(3), 299-311.
- Dobróka M, Völgyesi L (2010): Sorfejtéses Inverzió IV. A nehézségi erőter potenciál-függvényének inverziós előállítása. *Magyar Geofizika*, 51(3), 143-149.
- Eötvös R (1906): Bestimmung der Gradienten der Schwerkraft und ihrer Niveauflächen mit Hilfe der Drehwaage. *Verhandl. d. XV. allg. Konferenz der Internat. Erdmessung in Budapest*.
- Forsberg R (1987): A new covariance model for inertial gravimetry and gradiometry, *J. Geophys. Res.*, 92(B2), 1305-1310, doi:10.1029/JB092iB02p01305.
- Haalck H (1950): Die vollständige Berechnung örtlicher gravimetrischer Störefelder aus Drehwaagemessungen. *Veröffentlichungen des Geodätischen Institutes Potsdam*, Nr. 4, Potsdam.
- Rybár I (1972): Vizsgálatok az Eötvös-inga csillapítási ideje csökkentésének, megbízhatóságának és a torziós szálak preparálásának problémáiról. *Magyar Geofizika*, 13(3-4), 129-141.
- Szabó Z (2004): A gravitációs és földmágneses kutatások története Magyarországon. *Magyar Geofizika* 45(különszám), 3-21.
- Szűcs E, Papp G, Benedek J (2014): A study of different wavelength spectral components of the gravity field derived from various terrestrial data sets. *Acta Geodaetica et Geophysica* 49(3), 327-342.
- Tóth Gy, Völgyesi L, Csapó G (2004a): Determination of vertical gradients from torsion balance measurements. *IAG International Symposium, Gravity, Geoid and Space Missions*. Porto, Portugal August 30 - September 3, 2004.
- Tóth Gy, Völgyesi L, Cerovsky I (2004b): Modelling time variation of gravity gradients due to water level fluctuations. *Reports on Geodesy, Warsaw University of Technology*, 69(2), 309-314.
- Tóth Gy, Völgyesi L, Csapó G (2005): Determination of vertical gradients from torsion balance measurements. *IAG Symposia Vol 129, Gravity, Geoid and Space Missions*, C. Jekeli, L. Bastos, J. Fernandes (Eds.), Springer, 292-297.
- Tóth Gy (2007): Vertikális gravitációs gradiens meghatározás Eötvös-inga mérések hálózatában. *Geomatikai Közlemények* X. 29-36.
- Tóth Gy (2009): A HGTUB2007 új magyarországi kombinált kvázigeoid megoldás. *Geomatikai Közlemények* XII. 131-140.
- Tóth Gy, Szűcs E (2011): On the determination of a new combined EGM2008 based quasi-geoid model for Hungary. *Acta Geodaetica et Geophysica Hungarica*, 46(4), 417-430.
- Tóth Gy, Égető Cs (2010): A Mátyáshegyi gravitációs és geodinamikai obszervatórium átfogó gravitációs modellezése., *Geomatikai Közlemények* XIII/2, 113-122.
- Tóth Gy, Völgyesi L, Laky S (2014): Reducing the Measurement Time of the Torsion Balance, *Earth on the Edge: Science for a Sustainable Planet*. 617 p. Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag.
- Tóth Gy, Földváry L (2015a): Updated Hungarian gravity field solution based on 5th generation GOCE gravity field models, *Proceedings of the 5th GOCE User Workshop*, 25-28 November 2014, Paris, ESA SP-728, in press.
- Tóth Gy, Földváry L (2015b): Új magyarországi geoidmeghatározás az ötödik generációs GOCE nehézségi erőter modellek segítségével. *Geomatikai Közlemények* (bírálat alatt).
- Ullmann Z (2013): Eötvös-inga mérések és geodéziai hasznosításuk. PhD. Értekezés, BME Ált.- és Felsőgeodézia Tanszék.
- Völgyesi L (1993) Interpolation of deflection of the vertical based on gravity gradients. *Periodica Polytechnica Civ.Eng.*, 37(2), 137-166.
- Völgyesi L (1995) Test Interpolation of deflection of the vertical in Hungary based on gravity gradients. *Periodica Polytechnica Civ.Eng.*, 39(1), 37-75.
- Völgyesi L (2001): Local geoid determinations based on gravity gradients. *Acta Geodaetica et Geophysica Hung.* 36(2), 153-162.
- Völgyesi L, Tóth Gy, Csapó G (2004): Determination of gravity anomalies from torsion balance measurements. *Gravity, Geoid and Space Missions GGSM 2004. IAG International Symposium Porto, Portugal*. Jekeli C, Bastos L, Fernandes J. (Eds.) Springer Verlag Berlin, Heidelberg, New York; Series: IAG Symposia, Vol. 129. 292-297.
- Völgyesi L, Tóth Gy, Csapó G, Szabó Z (2005): Az Eötvös-ingamérések geodéziai célú hasznosításának helyzete Magyarországon. *Geodézia és Kartográfia*, 57(5), 3-12.
- Völgyesi L (2005) Deflections of the vertical and geoid heights from gravity gradients. *Acta Geodaetica et Geophysica Hungarica*, 40(2), 147-159.
- Völgyesi L, Tóth Gy, Csapó G (2007): Determination of gravity field from horizontal gradients of gravity. *Acta Geodaetica et Geophysica Hungarica*, 42(1), 107-117.
- Völgyesi L (2009): Reconstruction of a torsion balance, and the results of the test measurements, In: *Geodesy for Planet Earth*. Buenos Aires, Argentina, 2009.08.31-2009.09.04. Buenos Aires: 2009. p. 73. Paper Ps2-Mo45.
- Völgyesi L, Égető Cs, Laky S, Tóth Gy, Ullmann Z (2009a): Eötvös-inga felújítása és tesztmérések a budapesti Mátyáshegyi barlangban, *Geomatikai Közlemények*, XII: 71-82.
- Völgyesi L, Csapó G, Laky S, Tóth Gy, Ullmann Z (2009b): Közél fél évszázados szünet után ismét Eötvös-inga mérések Magyarországon, *Geodézia és Kartográfia*, 61(11), 3-12.
- Völgyesi L, Laky S, Tóth Gy (2010): Az Eötvös-inga mérési idejének csökkentési lehetősége, *Geomatikai Közlemények*, XIII/2. 129-140.
- Völgyesi L, Ullmann Z (2010): Nehézségi gradiensek linearitásvizsgálata a Mátyás-barlangban, *Geomatikai Közlemények*, XIII/2. 123-128.
- Völgyesi L (2012a): A gravimetria mai jelentősége és helyzete Magyarországon, *Magyar Tudomány*, 173(6), 706-723.

- Völgyesi L (2012b): Az Eötvös-inga mérések alkalmazása és jelentősége a geodéziában, Geomatikai Közlemények, XV, 9-26.
- Völgyesi L, Dobróka M, Ultmann Z (2012): Determination of vertical gradients of gravity by series expansion based inversion, Acta Geodaetica et Geoph. Hung, 47(2), 233-244. DOI: 10.1556/AGeod.47.2012.2.11.
- Völgyesi L, Ultmann Z (2012): Reconstruction of a torsion balance, and the results of the test measurements., IAG Symposia, Vol. 136, Springer-Verlag; Berlin, Heidelberg, ISBN: 978-3-642-20337-4, 281-290.
- Völgyesi L (2014): Renaissance of the torsion balance measurements, The 3rd International Gravity field Service General Assembly (IGFS 2014), Shanghai.
- Völgyesi L, Ultmann Z (2014): High-resolution measurements of non-linear spatial distribution of gravity gradients in Hungary, Earth on the Edge: Science for a Sustainable Planet. 617 p. Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag.
- Völgyesi L, Csontos A (2014a): A földmágnesség jeletősége a geodéziában és a navigációban. Geodézia és Kartográfia, 66(5-6) 4-9.
- Völgyesi L, Csontos A (2014b): A mágneses északi irány meghatározása geodéziai és navigációs célokra. Geodézia és Kartográfia, 66(7-8), 4-7.

* * *

Völgyesi L, Tóth Gy, Ultmann Z (2015): Új fejezet az Eötvös-ingával végzett magyarországi mérések és felhasználásuk történetében, Magyar Geofizika, Vol. 56, Nr. 2, pp 95-105.

Dr. Lajos VÖLGYESI, Department of Geodesy and Surveying, Budapest University of Technology and Economics, H-1521 Budapest, Hungary, Műegyetem rkp. 3.
Web: <http://agt.bme.hu/volgyesi> E-mail: volgyesi@eik.bme.hu