MAGYAR GEOFIZIKA
51. évf. (2010) 3. szám, 1–7

TANULMÁNY

Sorfejtéses inverzió IV. A nehézségi erőtér potenciálfüggvényének inverziós előállítása

Dobróka Mihály[1,3], **Völgyesi Lajos**[2,4]

[1]Miskolci Egyetem, Geofizikai Intézeti Tanszék, 3515 Miskolc-Egyetemváros
[2]Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Általános és Felsőgeodézia Tanszék, H-1521 Budapest
[3]MTA–ME Műszaki Földtudományi Kutatócsoport, 3515 Miskolc-Egyetemváros
[4]MTA–BME Fizikai Geodézia és Geodinamikai Kutatócsoport, H-1521 Budapest

A jelen dolgozat egy cikksorozat része, amelyben a Miskolci Egyetem Geofizikai Tanszékén kifejlesztett sorfejtéses inverziós módszeren alapuló adatfeldolgozási/értelmezési eljárásokat mutatjuk be. Az első dolgozatban a Fourier-transzformációt újszerű megközelítésben inverz feladatként tárgyaltuk úgy, hogy a frekvenciaspektrumot sorfejtéssel közelítettük, inverziós változónak a sorfejtési együtthatókat tekintve. A második dolgozatban a sorfejtéses inverzió módszerét a mélyfúrási geofizikai adatok feldolgozására alkalmaztuk úgy, hogy a petrofizikai paramétereket – mint a mélység függvényeit – sorfejtéssel közelítettük, a sorfejtési együtthatókat az inverziós eljárás keretében állítottuk elő. A harmadik dolgozatban a sorfejtéses inverzió módszerével a gerjesztettpotenciál- (GP-)adatok feldolgozására mutattunk be új módszert. Folytatva az alkalmazási lehetőségeket, ebben a dolgozatban a ME Geofizikai Tanszék és a BME Általános és Felsőgeodézia Tanszék együttműködése keretében korábban kidolgozott 2D eljárás továbbfejlesztésével bemutatjuk a nehézségi erőtér 3 dimenziós potenciálfüggvényének inverziós előállítását Eötvös-ingával mért adatok, nehézségi gyorsulás mérésének, függővonal-elhajlás értékeinek és digitális terepmodell adatainak együttes felhasználásával. A módszerrel nem csupán az Eötvös-inga mérési pontjaiban, hanem ezek környezetében (a mérési terület bármely pontjában) is meghatározható a teljes Eötvös-tenzor, és így megkaphatjuk az Eötvös-ingával közvetlenül nem mérhető vertikális gradiensértékeket is. Ezzel egyszerű lehetőség adódik az Eötvös-inga-mérések átszámítására különböző magasságokra, és megoldható a nehézségi erőtér potenciál-szintfelületeinek analitikus meghatározása.

Dobróka, M., Völgyesi, L.: Series expansion based inversion IV. Inversion reconstruction of the gravity potential

The present study is part of a series of articles in which data processing/interpretation methods are presented which are based on series expansion inverse technique developed by the Department of Geophysics, University of Miskolc. In the first paper the Fourier transform was discussed in a new approach as an inverse problem so that the frequency spectrum was approximated by series expansion and the inversion variables were regarded as series expansion coefficients. In the second article the series expansion inverse method was applied for borehole geophysical data processing so that the petrophysical parameters – such as functions of depth – were approximated by series expansion, the series expansion coefficients were produced within the confines of the inversion method. A new method which processes induced potential (IP) data by series expansion inversion method was presented in the third paper. Now as a continuation we developed the former 2D solution which was elaborated by cooperation between the Department of Geophysics, MU and the Department of Geodesy and Surveying, BUTE, and an inversion reconstruction of 3D gravity potential is presented in this paper which is based not only on the torsion balance and gravity measurements, but also on the deflections of the vertical and digital terrain model data. Applying this method the elements of the full Eötvös tensor including the vertical gradients which are not directly measurable by torsion balance can be determined not only in the torsion balance stations, but anywhere in the surroundings of these points. This gives a simple possibility to transform the torsion balance measurements to different heights and the analytical determination of the equipotential surfaces of the gravity field.

Beérkezett: 2010. november 11.; *elfogadva:* 2010. november 15.

Bevezetés

Magyarországon a múlt században közel 60000 mérést végeztek Eötvös-ingával elsősorban ásványi nyersanyagok kutatása céljából. Napjainkban erre a célra már lényegesen hatékonyabb kutatási módszereket alkalmaznak, ezért az Eötvös-ingával végzett mérések geofizikai hasznosítása helyett a geodéziai hasznosítás került előtérbe. A geofizikai alkalmazások céljára korábban csak a W_{zx} és a W_{zy} horizontális gradienseket dolgozták fel, a W_Δ és W_{xy} görbületi adatok eddig feldolgozatlanok maradtak. A geodéziában viszont éppen a görbületi gradiensek alapján számíthatók függővonal-elhajlások, amelyeknek többek között a geoid finomszerkezetének meghatározása szempontjából van nagy jelentősége (Völgyesi 1993, 1995, 2001, 2005).

ISSN 0025-0120

Az Eötvös-ingával végzett mérések geodéziai célú felhasználási lehetőségei a legutóbbi időkben tovább bővültek (Völgyesi et al. 2005). A W_{zx} és a W_{zy} horizontális gradiensek felhasználásával a nehézségi erőtér, illetve a gravitációs anomáliák határozhatók meg interpolációval (Völgyesi et al. 2004, 2007), a W_{zx} és a W_{zy} horizontális gradiensek és a W_Δ és W_{xy} görbületi adatok együttes felhasználásával pedig a vertikális gradiensek állíthatók elő az Eötvös-ingával végzett mérési pontokban (Haalck 1950, Tóth et al 2004, 2005, Tóth 2007).

Valamennyi probléma megoldása szempontjából nagy jelentősége van a potenciálfüggvény előállításának. Amennyiben meg tudjuk határozni a nehézségi erőtér potenciálfüggvényét, ebből megfelelő irányú első deriváltakkal elő tudjuk állítani az erőtér vektorának összetevőit, a második deriváltak pedig az Eötvös-tenzor elemeit adják. Az általunk korábban kidolgozott 2D eljárással megoldottuk a W_Δ és a W_{xy} Eötvös-inga-mérések alapján a nehézségi erőtér potenciálfüggvényének és a potenciálfüggvény valamennyi fontos deriváltjának inverziós előállítását (Dobróka, Völgyesi 2005, 2008). Az alábbiakban a 2D eljárás továbbfejlesztésével a nehézségi erőtér 3D potenciálfüggvényének inverziós rekonstrukciójára adunk megoldást. A 3D inverziós algoritmus ellenőrzésére a Szabadszállás–Kiskőrös környéki, közel 750 km^2 kiterjedésű területen végeztük kísérleti számításokat. A javasolt módszerrel lehetőség nyílik az eddig alkalmazott interpolációs módszerek pontosságát felülmúló számítások elvégzésére és a korábban alkalmazott eljárások során felmerülő bizonyos problémák áthidalására. Ezzel kapcsolatos kutatásainkban több részletkérdés még tisztázásra szorul, azonban a módszer bizonyítottan jól működik.

Az inverziós algoritmus

Írjuk fel a nehézségi erőtér potenciálfüggvényét valamely bázisfüggvényrendszer szerinti sorfejtés alakjában!

$$W(x,y,z) = \sum_{i=1}^{N_x}\sum_{j=1}^{N_y}\sum_{k=1}^{N_z} B_l \Psi_i(x)\Psi_j(y)\Psi_k(z), \qquad (1)$$

ahol $l = i + (j-1)N_y + (k-1)N_xN_y$.

Bázisfüggvényekként pl. hatványfüggvényeket alkalmazhatunk. Az 1 index a konstans tagot jelöli, és mivel a potenciál konstans erejéig egyértelmű, ezért az $i = j = k = 1$ eset kizárható.

Az (1) potenciál második deriváltjaiként egyszerűen előállíthatjuk az Eötvös-ingával mérhető görbületi adatok (W_Δ, W_{xy}), illetve a horizontális gradiensek (W_{zx}, W_{zy}) elméleti értékeit:

$$W_{xy}^{\text{számított}} = \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} = \sum_{i=1}^{N_x}\sum_{j=1}^{N_y}\sum_{k=1}^{N_z} B_l \Psi_i'(x)\Psi_j'(y)\Psi_k(z), \qquad (2a)$$

$$W_\Delta^{\text{számított}} = W_{yy} - W_{xx} = \sum_{i=1}^{N_x}\sum_{j=1}^{N_y}\sum_{k=1}^{N_z} B_l \{\Psi_j''(y)\Psi_i(x) - \Psi_j(y)\Psi_i''(x)\}\Psi_k(z), \qquad (2b)$$

$$W_{zx}^{\text{számított}} = \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} = \sum_{i=1}^{N_x}\sum_{j=1}^{N_y}\sum_{k=1}^{N_z} B_l \Psi_i'(x)\Psi_j(y)\Psi_k'(z), \qquad (2c)$$

$$W_{zy}^{\text{számított}} = \frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z} = \sum_{i=1}^{N_x}\sum_{j=1}^{N_y}\sum_{k=1}^{N_z} B_l \Psi_i(x)\Psi_j'(y)\Psi_k'(z), \qquad (2d)$$

ahol a $\Psi'(x)$, ill. $\Psi''(x)$ típusú mennyiségekben a vessző a zárójelben levő koordináta szerinti első, ill. második deriváltat jelenti. Vezessük be a q-ik (x_q, y_q, z_q) mérési pontban az alábbi jelöléseket!

$$\begin{aligned}
S_{ql} &= \Psi_i'(x_q)\Psi_j'(y_q)\Psi_k(z_q),\\
Q_{ql} &= \{\Psi_j''(y_q)\Psi_i(x_q) - \Psi_j(y_q)\Psi_i''(x_q)\}\Psi_k(z_q),\\
D_{ql} &= \Psi_i'(x_q)\Psi_j(y_q)\Psi_k'(z_q),\\
F_{ql} &= \Psi_j'(y_q)\Psi_i(x_q)\Psi_k'(z_q),
\end{aligned}$$

amelyekkel a (2) Eötvös-ingával kapott adatok a q-ik pontban:

$$\begin{aligned}
W_{xy}^{(q)\,\text{számított}} &= \sum_{l=1}^{M} B_l S_{ql},\\
W_{\Delta}^{(q)\,\text{számított}} &= \sum_{l=1}^{M} B_l Q_{ql},\\
W_{zx}^{(q)\,\text{számított}} &= \sum_{l=1}^{M} B_l D_{ql},\\
W_{zy}^{(q)\,\text{számított}} &= \sum_{l=1}^{M} B_l F_{ql},
\end{aligned}$$

ahol $M = N_x N_y N_z - 1$ a sorfejtési együtthatók száma, S_{ql}, Q_{ql}, D_{ql}, F_{ql} pedig ismertek.

Az inverziós eljáráshoz szükséges első deriváltak így írhatók:

$$\begin{aligned}
W_z &= \frac{\partial W}{\partial z} = \sum_{i=1}^{N_x}\sum_{j=1}^{N_y}\sum_{k=1}^{N_z} B_l \Psi_i(x)\Psi_j(y)\Psi_k'(z),\\
W_x &= \frac{\partial W}{\partial x} = \sum_{i=1}^{N_x}\sum_{j=1}^{N_y}\sum_{k=1}^{N_z} B_l \Psi_i'(x)\Psi_j(y)\Psi_k(z),\\
W_y &= \frac{\partial W}{\partial y} = \sum_{i=1}^{N_x}\sum_{j=1}^{N_y}\sum_{k=1}^{N_z} B_l \Psi_i(x)\Psi_j'(y)\Psi_k(z),
\end{aligned}$$

és szükség van a

$$W_{zz} = \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} = \sum_{i=1}^{N_x}\sum_{j=1}^{N_y}\sum_{k=1}^{N_z} B_l \Psi_i(x)\Psi_j(y)\Psi_k''(z)$$

második deriváltra is. Alkalmazzuk a q-ik (x_q, y_q, z_q) mérési pontban az alábbi jelöléseket!

$$\begin{aligned}
A_{ql} &= \Psi_i(x_q)\Psi_j(y_q)\Psi_k'(z_q),\\
C_{ql} &= \Psi_i'(x_q)\Psi_j(y_q)\Psi_k(z_q),\\
H_{ql} &= \Psi_i(x_q)\Psi_j'(y_q)\Psi_k(z_q),\\
R_{ql} &= \Psi_i(x_q)\Psi_j(y_q)\Psi_k''(z_q).
\end{aligned}$$

Ezek szintén kiszámítható és mátrixba foglalható elemek, amelyekkel a számított első derivált adatok a q-ik pontban:

$$\begin{aligned}
W_{z}^{(q)\,\text{számított}} &= \sum_{l=1}^{M} B_l A_{ql},\\
W_{x}^{(q)\,\text{számított}} &= \sum_{l=1}^{M} B_l C_{ql},
\end{aligned}$$

$$W_y^{(q)\,\text{számított}} = \sum_{l=1}^{M} B_l H_{ql},$$
$$W_{zz}^{(q)\,\text{számított}} = \sum_{l=1}^{M} B_l R_{ql},$$

ahol $M = N_x N_y N_z - 1$ a sorfejtési együtthatók száma, A_{ql}, C_{ql}, H_{ql}, R_{ql} pedig ismertek.

A mért és a számított értékekből alkotott eltérésvektorok elemei a második deriváltra vonatkozó adatokra:

$$e_q^{(1)} = W_{xy}^{(q)\,\text{mért}} - \sum_{l=1}^{M} B_l S_{ql},$$
$$e_q^{(2)} = W_{\Delta}^{(q)\,\text{mért}} - \sum_{l=1}^{M} B_l Q_{ql},$$
$$e_q^{(3)} = W_{zx}^{(q)\,\text{mért}} - \sum_{l=1}^{M} B_l D_{ql},$$
$$e_q^{(4)} = W_{zy}^{(q)\,\text{mért}} - \sum_{l=1}^{M} B_l F_{ql},$$

az első derivált adatokra pedig:

$$e_q^{(5)} = W_{z}^{(q)\,\text{mért}} - \sum_{l=1}^{M} B_l A_{ql},$$
$$e_q^{(6)} = W_{x}^{(q)\,\text{mért}} - \sum_{l=1}^{M} B_l C_{ql},$$
$$e_q^{(7)} = W_{y}^{(q)\,\text{mért}} - \sum_{l=1}^{M} B_l H_{ql},$$
$$e_q^{(8)} = W_{zz}^{(q)\,\text{mért}} - \sum_{l=1}^{M} B_l R_{ql},$$

ahol $W_z^{(q)\,\text{mért}}$ a nehézségi gyorsulás graviméterrel mérhető értéke és $W_x^{(q)\,\text{mért}}$ és $W_y^{(q)\,\text{mért}}$ pedig csillagászati függővonal-elhajlásokból számítható értékek. (Az első deriváltak a függővonal-elhajlásból: $W_x = -g\xi + U_x$ és $W_y = -g\eta + U_y$, ahol U az ellipszoidi normáltér ismert potenciálfüggvénye, g az átlagos nehézségi gyorsulás, ξ és η pedig a függővonal-elhajlási összetevők.)

A minimalizálandó függvény legyen az eltérésvektor L_2 normája!

$$E = \sum_{s=1}^{8} \sum_{q=1}^{N_s} (e_q^{(s)})^2, \tag{3}$$

ahol N_s az s-ik típusú adatok száma. Vektoros írásmódot alkalmazva vezessük be a

$$\mathbf{d}^{\text{mért}} = \{W_{xy}^{(1)}, \ldots, W_{xy}^{(N_1)}, W_{\Delta}^{(1)}, \ldots, W_{\Delta}^{(N_2)}, W_{zx}^{(1)}, \ldots, W_{zx}^{(N_3)}, \ldots, W_{y}^{(1)}, \ldots, W_{y}^{(N_7)}, W_{zz}^{(1)}, \ldots, W_{zz}^{(N_8)}\}$$

jelölést! Az S_{ql}, Q_{ql}, D_{ql}, F_{ql}, valamint az A_{ql}, C_{ql}, H_{ql}, R_{ql} értékeket egyetlen (az ún. Jakobi-együttható-mátrixba) foglalva:

$$G_{qj} = \begin{cases} S_{qj} & q \le N_1 \\ \vdots & \\ R_{qj} & \sum_{s=1}^{7} N_s < q \le \sum_{s=1}^{8} N_s \end{cases}.$$

A mért és a számított értékek eltérése:

$$\mathbf{e} = \mathbf{d}^{\text{mért}} - \mathcal{G}\mathbf{B},$$

és ezzel a (3) szerint:

$$E = (\mathbf{e}, \mathbf{e}) = \sum_{q=1}^{N} e_q^2, \quad \text{ahol} \quad N = \sum_{s=1}^{8} N_s.$$

Az így definiált inverz feladat megoldását a

$$\partial E / \partial B_l = 0, \quad l = 1, \ldots, M$$

feltételrendszer alapján felállított

$$\mathcal{G}^T \mathcal{G} \mathbf{B} = \mathcal{G}^T \mathbf{d}^{\text{mért}}$$

egyenletrendszerből kapjuk:

$$\mathbf{B} = (\mathcal{G}^T \mathcal{G})^{-1} \mathcal{G}^T \mathbf{d}.$$

Az inverz probléma lineáris, megoldásával a sorfejtési együtthatók **B** vektora meghatározható. A **B** vektor elemeinek ismeretében a teljes Eötvös-tenzor (beleértve az Eötvös-ingával közvetlenül nem mérhető vertikális gradiens értékeket is), ezenkívül pedig a függővonal-elhajlás számításához szükséges W_x, W_y mennyiségek, továbbá a nehézségi gyorsulás értékek is egzaktul számíthatók nemcsak a mérési pontokban, hanem a teljes mérési területen.

Kísérleti számítások

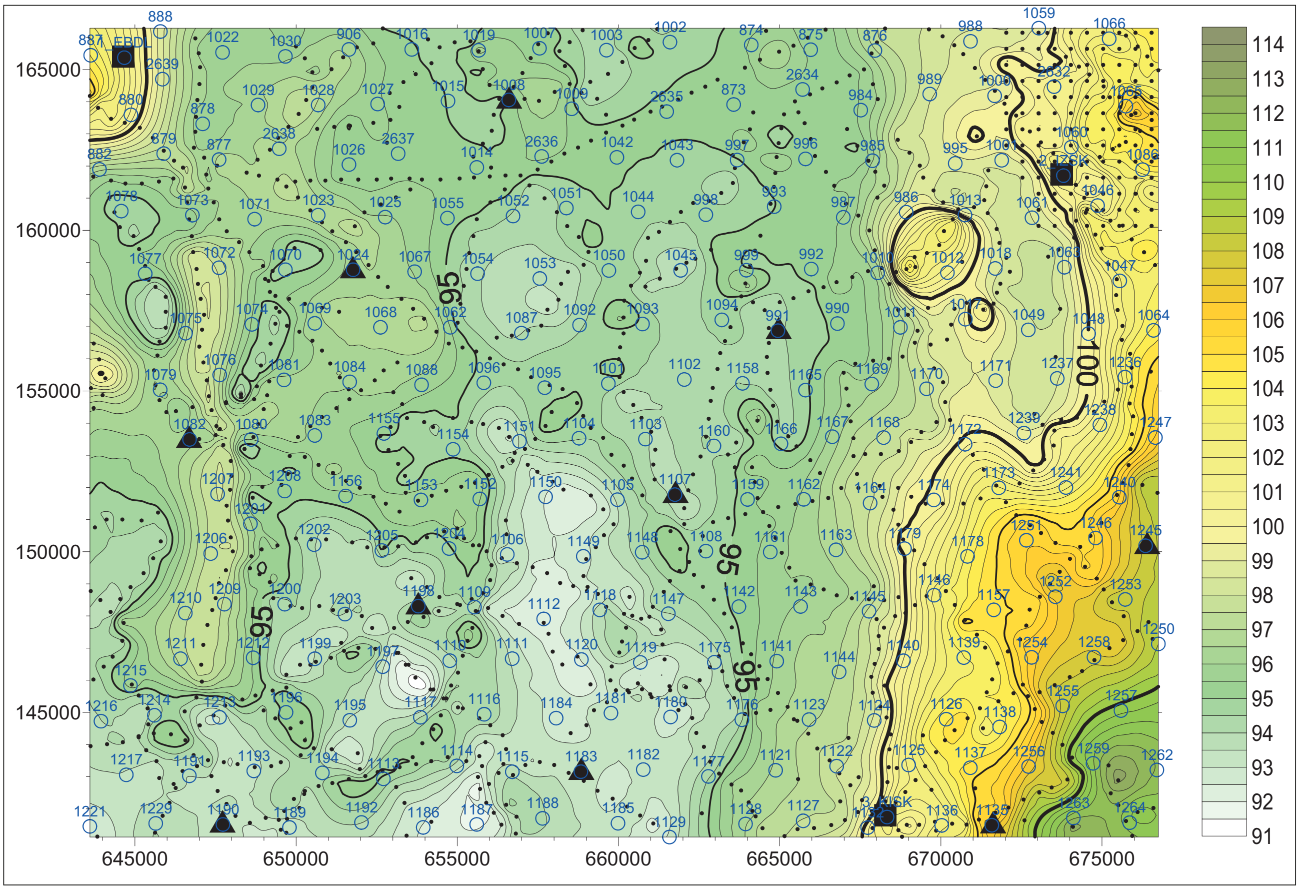
A módszer alkalmazhatóságának vizsgálatára az *1. ábrán* látható Szabadszállás–Kiskőrös környéki területen végeztünk kísérleti számításokat, ahol 248 Eötvös-ingával végzett és 1197 graviméteres mérés eredményei álltak rendelkezésre.

A tesztterületen három asztrogeodéziai és további tíz asztrogravimetriai pont is található, ahol ismertek a GRS80 rendszerre vonatkozó ξ, η függővonalelhajlás-értékek. Az ábrán a pontok a graviméteres mérések, a körök az ingamérések helyszínét, a fekete négyzetek az asztrogeodéziai, a háromszögek pedig az asztrogravimetriai pontokat jelölik. A kereten az EOV koordináták láthatók méterben. A területen mind a topográfiai viszonyok, mind a Eötvös-ingával végzett mérések sűrűsége, valamint az asztrogeodéziai állomások átlagos magyarországi állapotot tükröznek.

A *2.* és *3. ábrán* a W_Δ, a *4.* és *5. ábrán* a W_{xy} görbületi gradiensek, a *6.* és *7. ábrán* a W_{zx}, a *8.* és *9. ábrán* pedig a W_{zy} horizontális gradiensek izovonalas térképe látható. A *2., 4., 6.* és *8. ábrán* a 248 Eötvös-ingával végzett mérés alapján megszerkesztett kép, a *3., 5., 7.* és *9. ábrán* pedig az inverziós eljárással előállított kép látható. Az ábrákon az izovonalak lépésköze 5 E. (1 E = 1 Eötvös-egység = 10^{-9} s^{-2}). Az ábrákat úgy csoportosítottuk, hogy az Eötvös-ingával mért eredeti és az ellenőrzés céljából inverziós rekonstrukcióval előállított képek egymás mellett közvetlenül összehasonlíthatók legyenek.

A W_Δ, W_{xy}, W_{zx} és a W_{zy} gradiensek *2., 4., 6.* és *8. ábrán* látható meglehetősen változatos képe azt vetítette előre, hogy esetünkben a potenciáltér sorfejtéses leírása csak viszonylag magas fokszámú polinomokkal válik lehetővé.

Az inverziós feladat megoldása során meghatároztuk mindazon sorfejtési együtthatókat, amelyek segítségével a teljes tesztterületre előállítható mind a nehézségi erőtér potenciálfüggvénye, mind a potenciálfüggvény valamennyi első és második deriváltja. Összehasonlítva például a *2.* és *3.,* illetve a *4.* és *5. ábrákon* az Eötvös-ingával mért, valamint az együttes inverzióval előállított W_Δ és W_{xy} görbületi

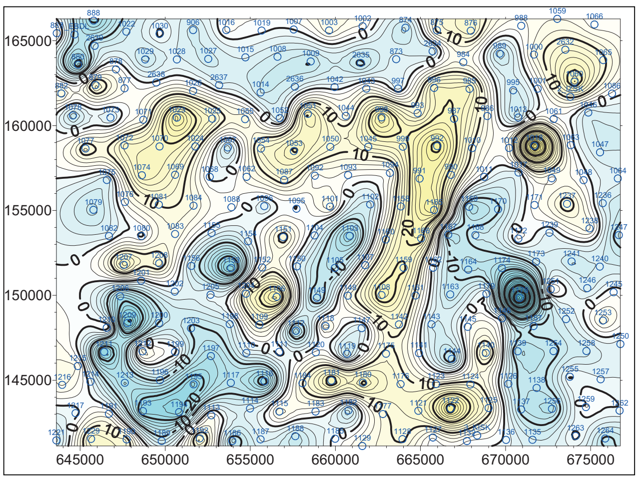


1. ábra Graviméteres és Eötvös-inga-mérési helyek, valamint az asztrogeodéziai és az asztrogravimetriai pontok a teszt terület topográfiai térképén. A kereten az EOV koordináták, jobb oldalon a magasságok láthatók méterben

Figure 1 Locations of the gravity and torsion balance stations, besides the astrogeodetic and astrogravimetric points on the topo-graphic map of the test area. Coordinates are in meters in the Hungarian Unified National Projections (EOV) system

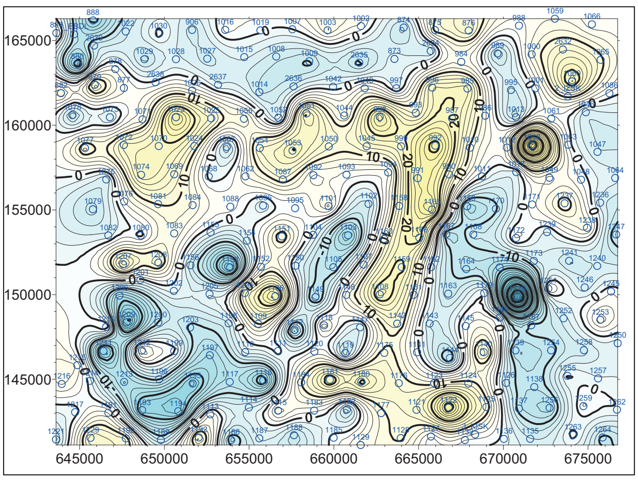
gradiensek képét, az egyezés igen jónak mondható, de ugyanez a jó egyezés tapasztalható a W_{zx} és a W_{zy} horizontális gradiensek esetében is a *6.* és *7.,* illetve a *8.* és *9. ábrákon*.

Tapasztalataink szerint a számításainkban alkalmazott Legendre-polinomok fokszámának meghatározásakor körültekintően kell eljárnunk, mert a fokszám növelésével kezdetben lassan, majd egyre gyorsabban csökken a megol-



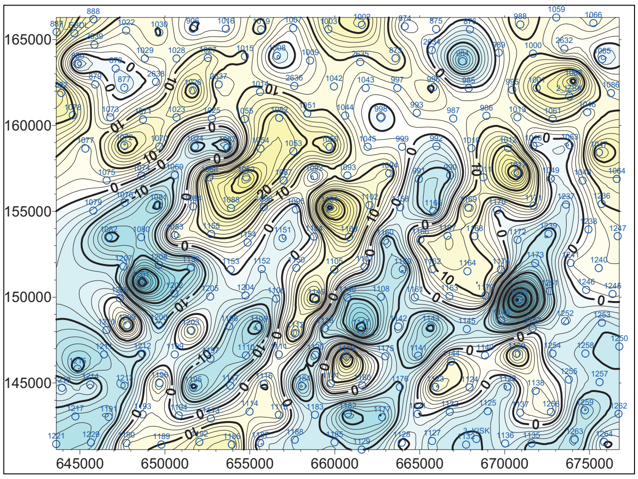
2. ábra Eötvös-ingával mért W_Δ területi eloszlása

Figure 2 Isoline map of W_Δ measured by torsion balance



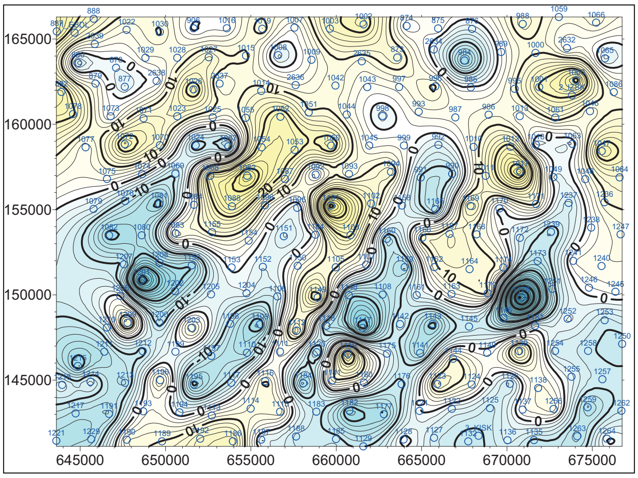
3. ábra Az inverzióval előállított W_Δ területi eloszlása

Figure 3 Isoline map of W_Δ from joint inversion



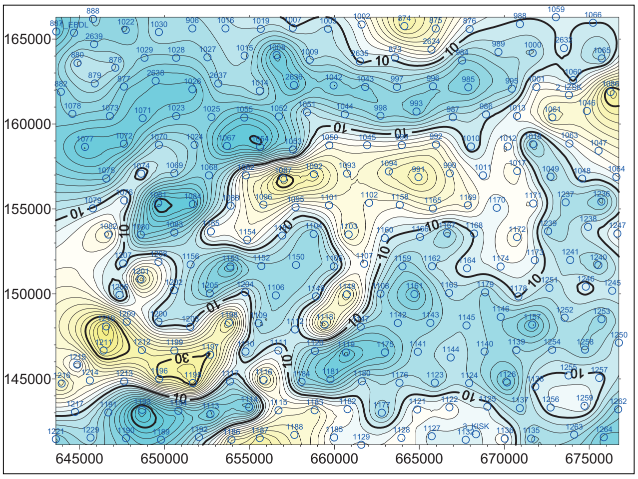
4. ábra | Eötvös-ingával mért W_{xy} területi eloszlása

Figure 4 | Isoline map of W_{xy} measured by torsion balance



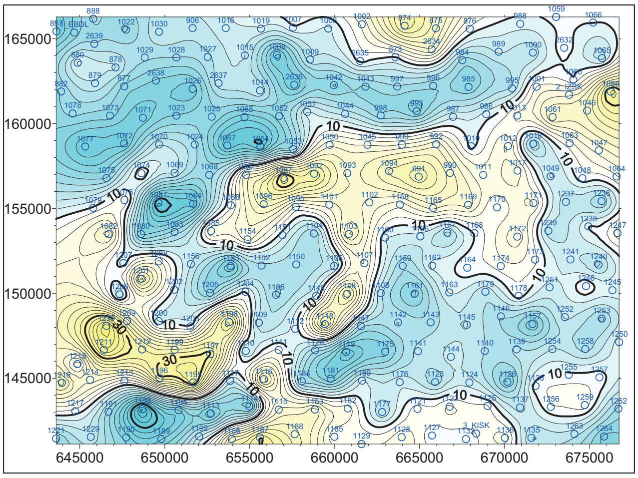
5. ábra | Az inverzióval előállított W_{xy} területi eloszlása

Figure 5 | Isoline map of W_{xy} from joint inversion



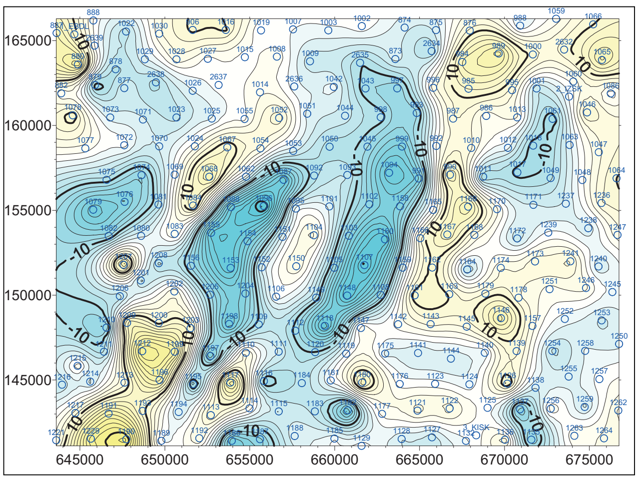
6. ábra | Eötvös-ingával mért W_{zx} területi eloszlása

Figure 6 | Isoline map of W_{zx} measured by torsion balance



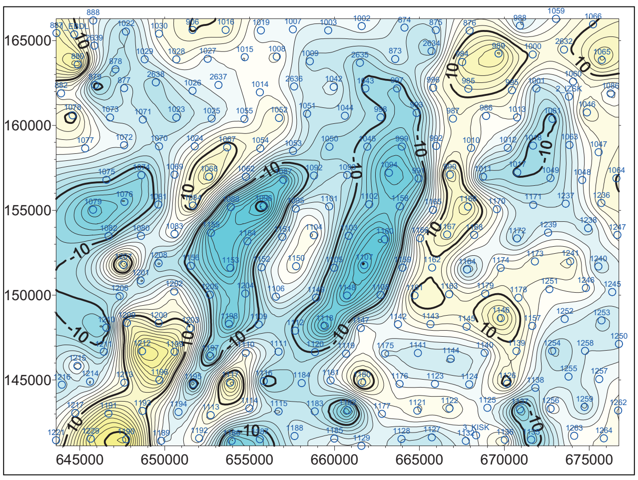
7. ábra | Az inverzióval előállított W_{zx} területi eloszlása

Figure 7 | Isoline map of W_{zx} from joint inversion



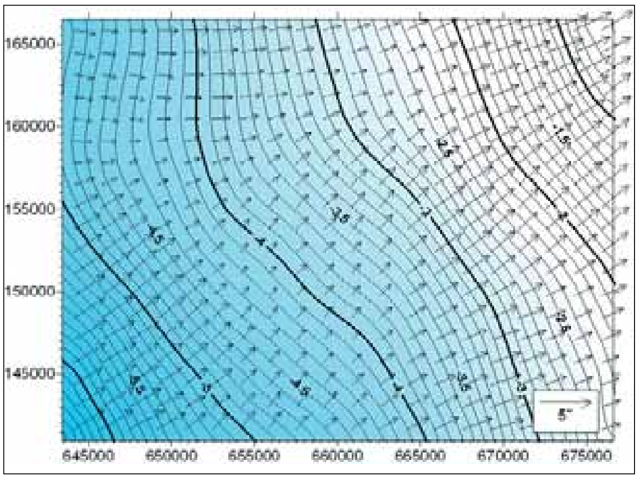
8. ábra | Eötvös-ingával mért W_{zy} területi eloszlása

Figure 8 | Isoline map of W_{zy} measured by torsion balance



9. ábra | Az inverzióval előállított W_{zy} területi eloszlása

Figure 9 | Isoline map of W_{zy} from joint inversion



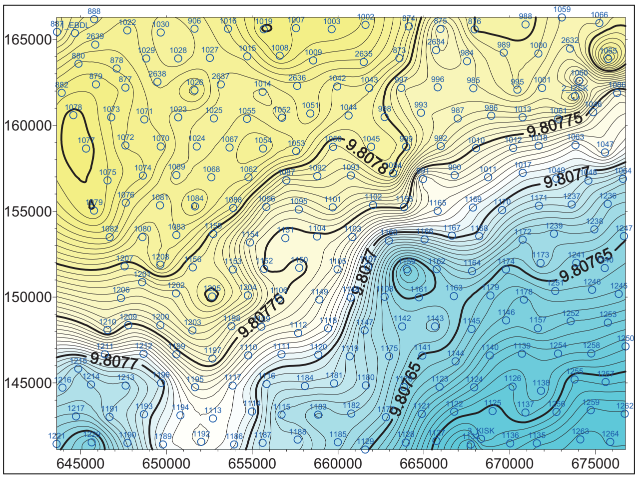
10. ábra Az együttes inverzióval előállított potenciáltér (az izovonalak lépésköze 0,1 m^2/s^2) és a függővonal-elhajlások vektorábrája

Figure 10 Computed potential field *W* from the joint inver-sion (isoline interval is 0.1 m^2/s^2) and the vector field of the deflections of the vertical

dandó normálegyenletek együtthatómátrixának kondicionáltsága, a fokszám csökkentésével viszont romlik a felbontóképesség. Vizsgálataink szerint a P = 18–24 közötti érték általában jó kompromisszumnak látszik a felbontóképesség és a normálegyenletek kondicionáltsága vonatkozásában – számításaink során a P = 19 fokszámig terjedő Legendre-polinomokat alkalmaztuk.

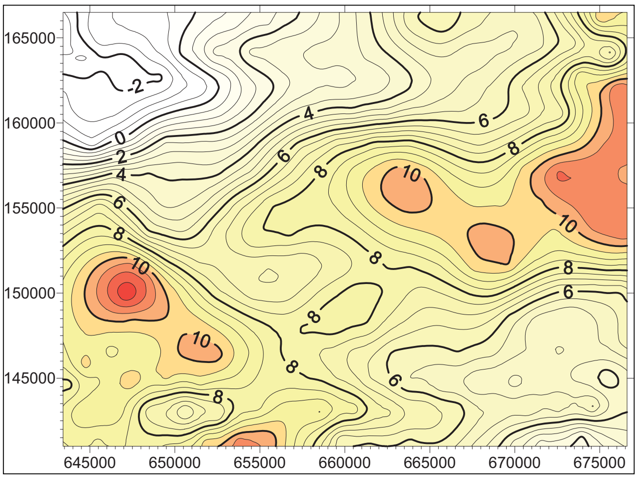
A sorfejtési együtthatók ismeretében lehetőség van a nehézségi erőtér potenciálfüggvényének, valamint a potenciálfüggvény első deriváltjainak meghatározására is. A *10. ábrán* egy additív állandó erejéig együttes inverzióval meghatározott potenciálmező látható. Az ábrán az izovonalak lépésköze 0,1 m^2/s^2.

A *11., 12., 13.* és *14. ábrák* a potenciáltér első deriváltjainak izovonalas térképeit mutatják be. Az izovonalas lépésköz 0,5 mGal (1 mGal = 10^{-5} ms^{-2}). A potenciáltér izovonalas



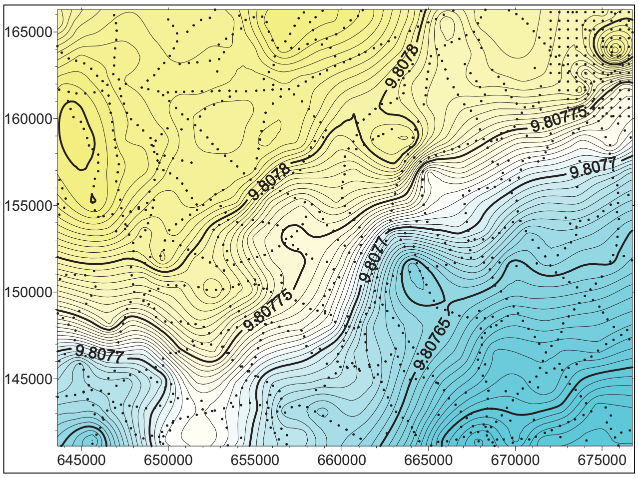
12. ábra Az inverzióval előállított g (W_z) területi eloszlása

Figure 12 Isoline map of gravity W_z from joint inversion



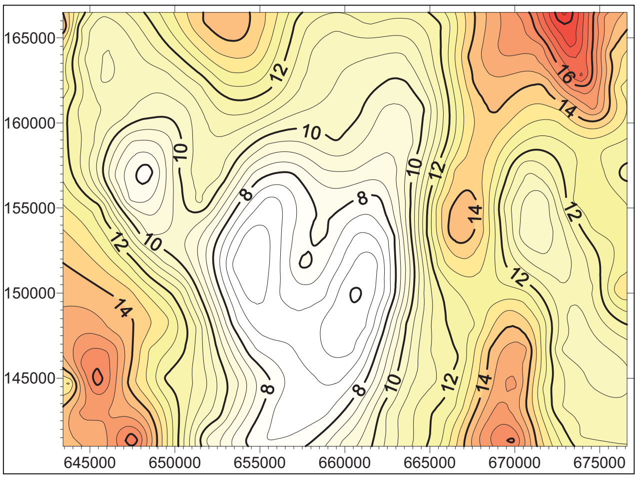
13. ábra Az inverzióval előállított W_x területi eloszlása

Figure 13 Computed W_x from the joint inversion



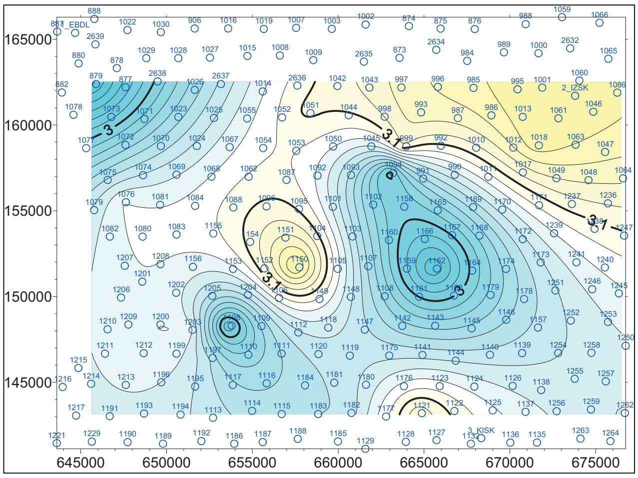
11. ábra Graviméterrel mért g (W_z) területi eloszlása

Figure 11 Gravity g (W_z) measured by gravimeters



14. ábra Az inverzióval előállított W_y területi eloszlása

Figure 14 Computed W_y from the joint inversion



15. ábra Az inverzióval előállított W_{zz} vertikális gradiensek

Figure 15 Computed vertical gradients W_{zz} from the joint inversion

térképe, mely a *10. ábrán* látható, 1197 gravitációs mérésen alapszik. A geodézia számára igen fontos függővonal-elhajlások számításához a W_x és W_y mennyiségek ismerete szükséges, ugyanis a ξ és az η értékek a

$$\xi = W_x/g$$

és az

$$\eta = W_y/g$$

összefüggések alapján számíthatók. Ezeknek a W_x és W_y első deriváltaknak a területi eloszlását láthatjuk a *13.* és *14. ábrán*.

Mindemellett a *10. ábrán* egyúttal a függővonal-elhajlások vektorait is bemutatjuk az együttes inverziós megoldásából, ahol a vektorok hosszát a $\theta = [\xi^2 + \eta^2]^{1/2}$ összefüggés alapján számítottuk.

Végül, amint jeleztük, az inverziós eljárással lehetőség nyílik az Eötvös-ingával közvetlenül nem mérhető W_{zz} vertikális gradiensek meghatározására is. A tesztterületünkre vonatkozó vertikális gradiensek területi eloszlása a *15. ábrán* látható. Az így meghatározott vertikális gradiensek ellenőrzésére eddig nem volt lehetőségünk, ebből a célból néhány ellenőrző pontban vertikális gradiens méréseket tervezünk.

Összefoglalás

Az általunk korábban kidolgozott 2D eljárás továbbfejlesztésével megoldottuk a nehézségi erőtér 3 dimenziós potenciálfüggvényének inverziós előállítását. A bemutatott módszer a potenciálfüggvény nagyszámú Eötvös-inga- és graviméteres mérés, valamint digitális terepmodelladatok és néhány függővonalelhajlás-adat együttes inverziójának felhasználásával történő meghatározására nyújt lehetőséget. Az így rekonstruált potenciálfüggvényből számos gyakorlati fontosságú mennyiséget (pl. vertikális gradienseket, függővonal-elhajlásokat) származtathatunk le a vizsgálati terület bármely pontjában. Az eljárás előnye, hogy mindezt egy jelentősen túlhatározott inverz probléma megoldásával tehetjük.

Köszönetnyilvánítás

Kutatásaink a K60657, K76231 és T-037929 OTKA támogatásával folynak. A szerzők köszönetet mondanak a Magyar Tudományos Akadémiának az MTA–ME Műszaki Földtudományi Kutatócsoport, (3515 Miskolc-Egyetemváros) és a MTA–BME Felsőgeodézia és Geodinamikai Kutatócsoport (H-1521 Budapest) támogatásáért.

Hivatkozások

Dobróka M., Völgyesi L., (2005): A nehézségi erőtér potenciálfüggvényének inverziós rekonstrukciója Eötvös-inga adatok alapján. Geomatikai Közlemények, VIII, 223–230

Dobróka M., Völgyesi L., (2008): Inversion reconstruction of gravity potential based on gravity gradients. Mathematical Geosciences, 40/3, 299–311

Haalck H., (1950): Die vollständige Berechnung örtlicher gravimetrischer Störefelder aus Drehwaagemessungen. Veröffentlichungen des Geodätischen Institutes Potsdam, Nr. 4, Potsdam

Tóth Gy., Völgyesi L., Csapó G., (2004): Determination of vertical gradients from torsion balance measurements. IAG International Symposium, Gravity, Geoid and Space Missions. Porto, Portugal August 30 – September 3, 2004

Tóth Gy., Völgyesi L., Csapó G., (2005): Determination of vertical gradients from torsion balance measurements. IAG Symposia Vol. 129, Gravity, Geoid and Space Missions, C. Jekeli, L. Bastos, J. Fernandes (Eds.), Springer, 292–297

Tóth Gy., (2007): Vertikális gravitációs gradiens meghatározás Eötvös-inga mérések hálózatában. Geomatikai Közlemények, X, 29–36

Völgyesi L., (1993): Interpolation of deflection of the vertical based on gravity gradients. Periodica Polytechnica Civ. Eng., 37/2, 137–166

Völgyesi L., (1995): Test interpolation of deflection of the vertical in Hungary based on gravity gradients. Periodica Polytechnica Civ. Eng., 39/1, 37–75

Völgyesi L., (2001): Local geoid determinations based on gravity gradients. Acta Geodaetica et Geophysica Hung., 36/2, 153–162

Völgyesi L., Tóth Gy., Csapó G., (2004): Determination of gravity anomalies from torsion balance measurements. Gravity, Geoid and Space Missions GGSM 2004. IAG International Symposium Porto, Portugal. Jekeli C, Bastos L, Fernandes J. (Eds.) Springer Verlag Berlin, Heidelberg, New York; Series: IAG Symposia, Vol. 129, 292–297

Völgyesi L, Tóth Gy, Csapó G, Szabó Z (2005): Az Eötvös-ingamérések geodéziai célú hasznosításának helyzete Magyarországon. Geodézia és Kartográfia, 57/5, 3–12

Völgyesi L., (2005): Deflections of the vertical and geoid heights from gravity gradients. Acta Geodaetica et Geophysica Hungarica, 40/2, 147–159

Völgyesi L., Tóth Gy., Csapó G., (2007): Determination of gravity field from horizontal gradients of gravity. Acta Geodaetica et Geophysica Hungarica, 42/1, 107–117