ADATVIZSGÁLAT PREDIKCIÓVAL MAGYARORSZÁGI EÖTVÖS-INGA MÉRÉSEK FELHASZNÁLÁSÁVAL

*Tóth Gyula**, *Völgyesi Lajos**

Investigation of Hungarian torsion balance measurements by prediction - *Torsion balance measurements in Hungary were checked by least-squares collocation. The methodology was the so-called "leave-one-out" prediction of horizontal gravity gradients. The method was successfully tested on a selected subset of 700 torsion balance measurements and only three possible outliers has been detected. These results are promising in view of a planned new Hungarian geoid determination.*

Keywords: Eötvös-inga mérések, predikció, nehézségi erőtér

A magyarországi Eötvös-inga mérések megbízhatóságát (?) a legkisebb négyzetes kollokáció módszerével vizsgáltuk. A horizontális gradiensek vizsgálatára alkalmazott módszer a mérési pontok egyenkénti kihagyásával végzett predikció volt. Az eljárást sikeresen teszteltük 700 kiválasztott Eötvös-inga mérési pontban és ezek közül csak három mérési pontban találtunk kivágó értékeket. Ezek az eredmények ígéretesek a közeljövőben tervezett új magyarországi geoidmegoldás fényében.

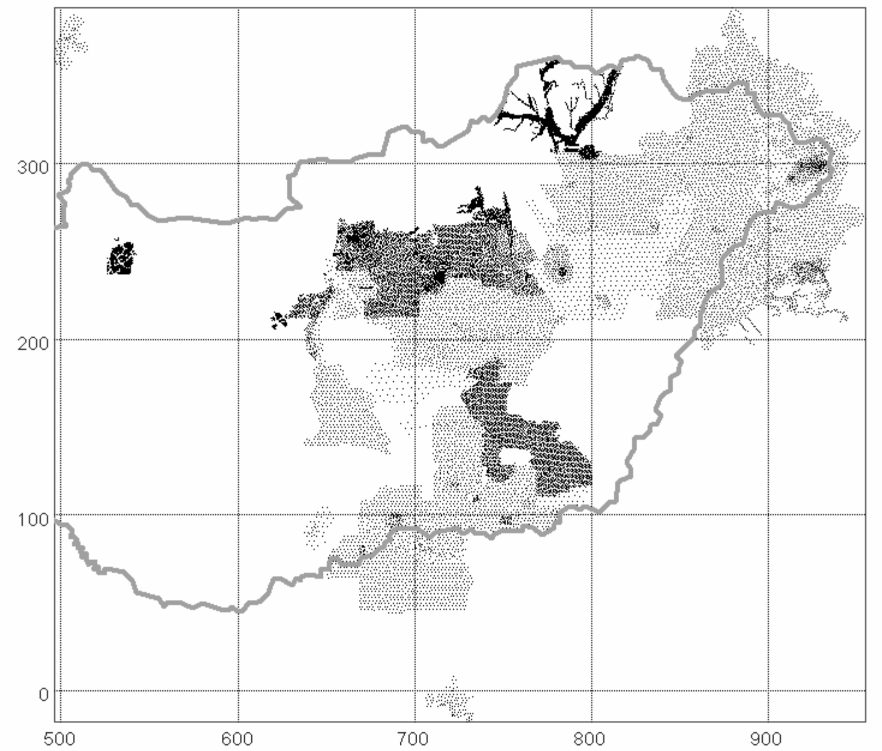
Kulcsszavak: torsion balance measurements, prediction, gravity field

Bevezetés

Magyarországon a XX. században a MAORT, az ELGI és az OKGT összesen mintegy 60000 állomáson végzett torziós-inga méréseket *(Szabó, 1999)*. Sajnos a mérési anyag egy része különböző okok miatt mára már elveszett, azonban a fennmaradó része még megmenthető a további felhasználás céljára. Az ELGI munkatársai az elmúlt 10 évben mintegy 24450 mérést rendeztek számítógépes adatbázisba. A korábbi méréseket ugyan döntő részben nyersanyagkutatás céljából végezték, azonban a pontok jelentős részében a W_{zx} , W_{zy} horizontális gradiensek mellett a W_{Δ} és a W_{xy} görbületi mennyiségeket is meghatározták, sőt a pontok jelentős részében topografikus hatást is számoltak. Az eddig számítógépes adatbázisba rendezett ingamérések pontjainak területi eloszlása az *1. ábrán* látható.

Milyen megbízhatósággal jellemezhetők ezek az adatok? Erre a kérdésre az egyik lehetséges választ maguknak a méréseknek a megismétlése nyújthatná. Mivel erre nincsen lehetőségünk, viszont az adatokat szeretnénk felhasználni a nehézségi erőtér modellezésében és egy újabb magyarországi geoidmegoldás előállításában, ezért egy másik megoldást követhetünk. Ennek az elve az, hogy megpróbáljuk a méréseinket oly módon „reprodukálni", hogy minden mérés környezetébe eső többi mérésből állítjuk azt elő. Erre elvben bármilyen predikciós eljárás használható lenne, viszont a szakirodalomban az ilyen adatvizsgálatok egyik bevett predikciós eljárása, legalábbis a nehézségi erőtér modellezésében, a *Moritz (1980)* által javasolt legkisebb négyzetek szerinti predikció. Ebben a tanulmányunkban a magyarországi Eötvös-inga mérési adatok vizsgálatának ezt a módszerét ismertetjük. Bemutatjuk a módszer elvi alapjait és azokat a teszt számításokat, eredményeket, amelyeket ezzel a módszerrel értünk el.

* *Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Általános és Felsőgeodézia Tanszék*
Magyar Tudományos Akadémia Felsőgeodéziai és Geodinamikai Kutatócsoport
H-1521 Budapest, E-mail: gtoth@sci.fgt.bme.hu



1. ábra. A számítógépes adatbázisban szereplő Eötvös-inga mérések jelenlegi területi eloszlása. Az ábrán a rácsháló-zat EOV koordinátái km-es egységben vannak feltüntetve

Adatok vizsgálata LKN predikcióval

Az Eötvös-inga mérési adatok vizsgálatához a „kihagyok egyet" (Leave One Out) predikció elvét alkalmaztuk. Ez azt jelenti, hogy minden egyes Eötvös-inga mérési pontra a pont általunk választott közeli *környezetéből* (természetesen a vizsgált pont méréseit kihagyva) predikciót végzünk a vizsgált pontra. Ezután megnézzük a predikált értékek és a ténylegesen ott megmért értékek eltérését és viszonyítjuk azt a predikció hibájához. Ezt az összes vizsgált ponton elvégezve látni fogjuk azt, hogy vannak-e statisztikailag 'kivágó' értékek, vagyis olyan pontok, ahol az eltérés a tényleges értéktől a predikció hibáját is figyelembe véve statisztikailag szignifikáns.

A legkisebb négyzetek szerinti kollokációval végzett predikció összefüggéseit például *Moritz (1980)* ismerteti. Az alapegyenlet a jól ismert

$$s = C_{sl}(C_{ss} + C_{nn})^{-1}\ell \tag{1}$$

összefüggés, ahol az ℓ a mérési adatok vektora, s a predikció eredménye az ismert vagy ismeretlen ponton, C_{ss} a jel-, C_{nn} a zaj-kovariancia mátrix, C_{sl} pedig a mérések és a predikálandó jel kovariancia mátrixa.

Az (1) egyenletben szereplő kovariancia mátrixok meghatározása a pontpárok távolságának – illetve azimutfüggő mennyiségek, mint például az Eötvös-ingával mért gradiensek esetében a pontpárok azimutjának – függvényében valamilyen elméleti modellből levezetett auto- és keresztkovariancia függvények segítségével történhet .

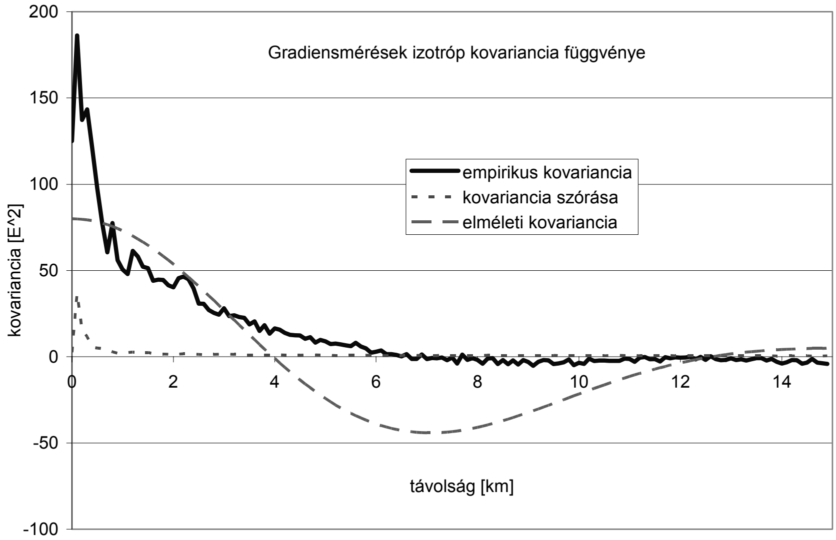
Most a szükséges auto- és keresztkovariancia függvények a t távolság és az α azimut függvényében: $C_{Wxz,Wxz}(t,a)$, $C_{Wyz,Wyz}(t,a)$ és $C_{Wxz,Wyz}(t,a)$.

Elméleti kovariancia modellként a W. I. Reilly által javasolt modellt használtuk *(Reilly, 1979).* A számunkra most szükséges auto- és keresztkovariancia függvények az alábbiak:

$$C(T_{xz},T_{xz}) = \frac{1}{2}\Phi(5,0) + \frac{1}{2}\Phi(5,2)\cos 2\alpha$$
$$C(T_{yz},T_{yz}) = \frac{1}{2}\Phi(5,0) - \frac{1}{2}\Phi(5,2)\cos 2\alpha$$
$$C(T_{xz},T_{yz}) = -\frac{1}{2}\Phi(5,2)\sin 2\alpha \quad .$$

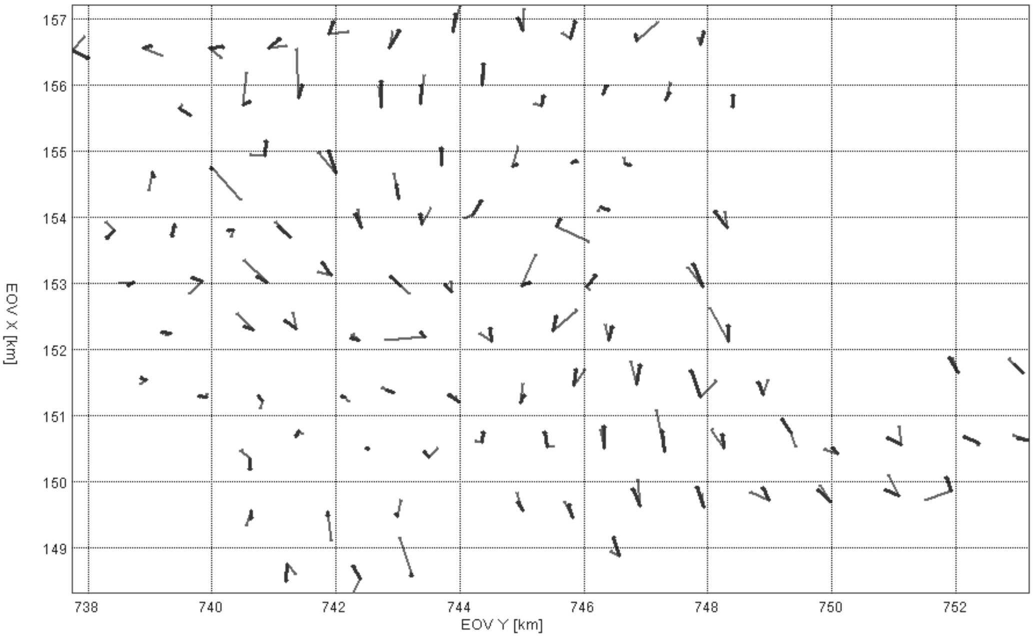
A kovariancia függvények előállításához szükséges $\Phi(p,q)$ függvények számítási összefüggései megtalálhatók *(Reilly, 1979)* munkájában, és a Kummer-féle konfluens hipergeometrikus függvények numerikus kiszámítását is igénylik, továbbá két kovariancia függvény paraméter, C_0 és d megadását.

Az elméleti kovariancia függvény fenti paramétereit a gradiensmérések izotróp tapasztalati kovariancia függvényeiből állíthatjuk elő (*Tóth et al. 2005).* Ezt a tapasztalati kovariancia függvényt, a kovariancia tapasztalati szórását, illetve a közelítő elméleti függvényt láthatjuk a *2. ábrán*. Megjegyezzük, hogy ezt az *összes* rendelkezésre álló gradiensmérés alapján határoztuk meg, és a több mint 40000 mérési pont közel 1 milliárd lehetséges kapcsolata miatt – a számítás felgyorsítása érdekében- szükséges volt előrendezni a pontjainkat. Látható az, hogy az elméleti függvény csak kb. 0.8-4 km-es ponttávolságig illeszkedik kielégítően a tapasztalati függvényre, de ez a mostani adatvizsgálati célból megfelelőnek mondható. Másrészt tudjuk azt, hogy a kollokáció eljárása „robusztus", tehát az eredmény nem nagyon érzékeny a kovariancia függvény megválasztására.

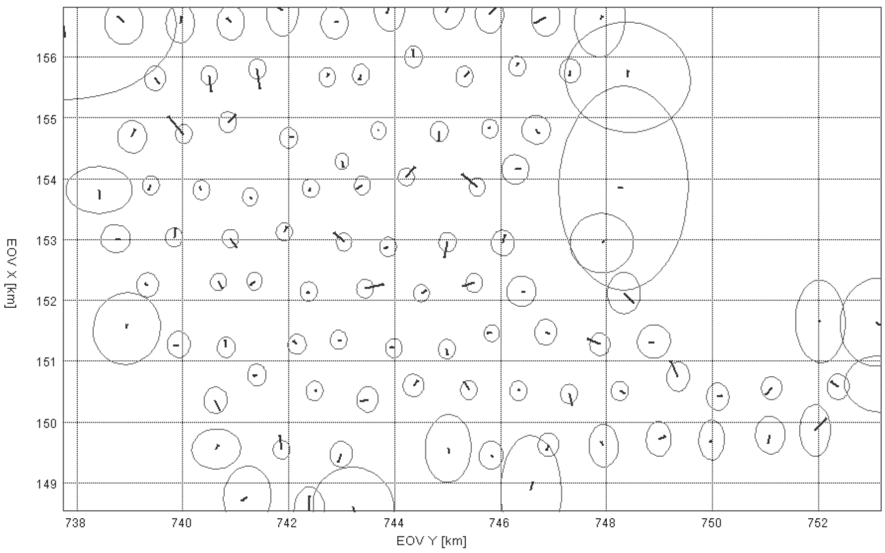


2. ábra. Gradiensmérések izotróp kovariancia függvénye

Az első vizsgálatokat Tiszakécske környékén kiválasztott 100 mérési pontban végeztük el. Az eredmények közül bemutatjuk az eredeti és a predikcióval meghatározott gradiens vektorokat (*3. ábra*), illetve a háromszoros szórással számított konfidencia ellipsziseket és az eltérések vektorait. Ennél a számításnál a gradiensmérésekhez rendelt középhiba (szórás) ± 3 E (Eötvös; $1E = 10^{-9}\ s^{-2}$) volt, továbbá a figyelembe vett maximális ponttávolság (az a környezet, ahonnan a predikcióhoz a pontokat kiválasztottuk) 1,5 km volt. A *4. ábrán* látható az, hogy a pontok közel 18 százalékában az eltérések meghaladták a háromszoros szórást.

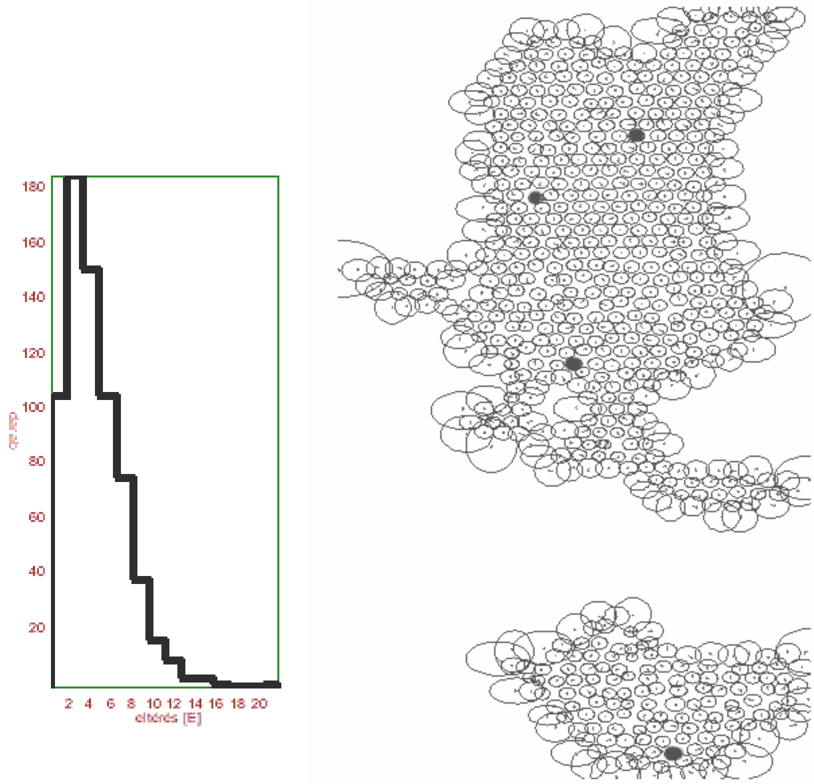


3. ábra. Eredeti és predikcióval számított gradiens vektorok. Vastagabb vonallal jelöltük a predikció eredményét



4. ábra. Predikciós hibák és konfidencia ellipszisek 100 pontra, Tiszakécske környékén

Ezért további vizsgálatokat végeztünk, 700 mérési ponton, annak megállapítására, hogy az Eötvös-inga horizontális gradiensekhez rendelt középhiba megváltoztatása hogyan befolyásolja az adatvizsgálat eredményét. Ahogyan az az *5. ábráról* látszik, a mérési középhibát (szórást) ± 5 E-re növelve a 700 pontból már csak három olyan pontot találtunk, ahol az eltérések nagysága meghaladta a háromszoros predikciós hiba értékét, sőt ezekben a pontokban is csak a W_{zx} összetevő. Ezenkívül a kapott átlagosan ± 4,5 E értékű hiba jó összhangot mutat az apriori felvett ± 5 E számértékkel. Ezeken a kivágó pontokon mindenképpen javasolt ellenőrizni az adatbázisban levő méréseket.



5. ábra. A bal oldali ábrán a predikció és a tényleges mérések eltéréseinek eloszlását láthatjuk (az átlagos hiba: 4,5 E). A jobb oldali ábrán pedig a predikciós hiba vektorokat és konfidencia ellipsziseket 700 kiválasztott Eötvös-inga mérési pontra.. A háromszoros predikciós hibát meghaladó eltéréseket mutató pontokat sötét színnel kiemeltük

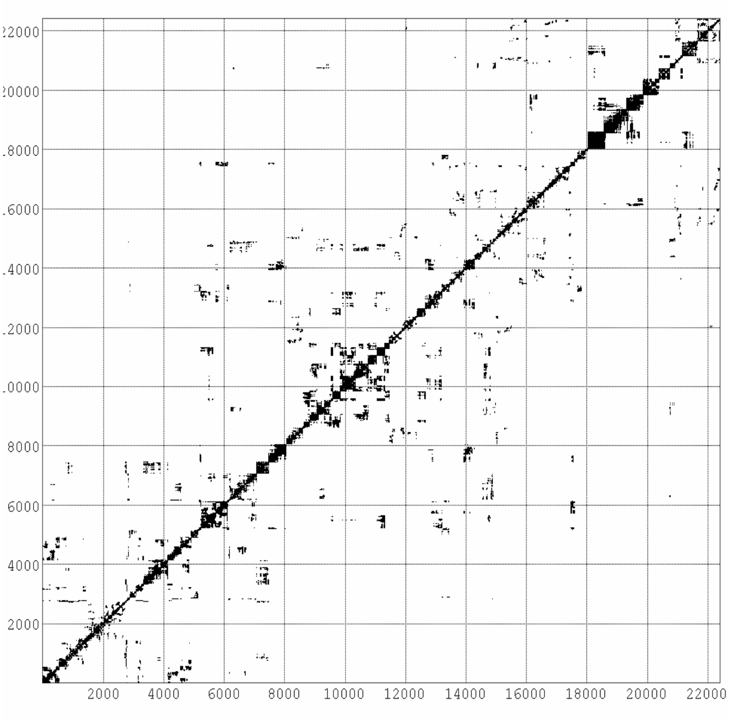
Látható tehát az, hogy a fenti módszer „működőképes”, tehát hasznos eljárása lehet az Eötvös-inga adatbázis további ellenőrzésének.

Magyarországi geoidmeghatározás LKN kollokációval

Az Eötvös-inga mérési adatok további vizsgálatát tervezzük, kiterjesztve az ebben a tanulmányban bemutatott eljárást a görbületi értékekre is. Szeretnénk továbbá különböző auto- és keresztkovariancia függvényeket is tesztelni; olyanokat, amelyek még jobban illeszkednek a magyarországi nehézségi erőtér helyi szerkezetéhez.

Ezeket a vizsgálatokat abból a célból kezdtük el, hogy a rendkívül értékes hazai Eötvös-inga méréseket geodéziai célból is hasznosítani tudjuk a közeljövőben egy új magyarországi geoidmeghatározás számára. Remény van arra is, hogy a számításhoz valódi pontonkénti nehézségi rendellenességeket tudunk majd az ELGI adatbankból, a BME és az ELGI közötti együttműködés keretében felhasználni. Ezen kívül a Pannon-medence litoszféra modelljét (*Papp et al. 1996)*, illetve a felszíni kőzetsűrűségértékeket is előnyösen lehetne felhasználni azért, hogy a számításhoz felhasznált adatok kedvezőbb statisztikai jellemzőkkel rendelkezzenek.

A következő számításainkhoz tervezett teszt feladat a Δg nehézségi rendellenességek előállítása lesz kollokációval az Eötvös-inga gradiensekből, minden mérési pontot felhasználva. A mérések nagy száma miatt (jelenleg közel 50 ezer gradiens adat van feldolgozva) a mérési kovariancia mátrix mérete duplapontosan tárolva kb.15 GB lesz. Viszont csak 6 km-nél közelebbi pontkapcsolatokat tekintetbe véve 0,4%-os elemkitöltésű *ritka mátrix* adódik, melynek mérete csak 278 MB. Ezen 2x2-es blokkmátrix egy blokkjának kitöltöttségi képét láthatjuk a *6. ábrán*. Ez már könnyebben kezelhető lesz számítógép kapacitás szempontjából in-core és out-of-core eljárásokkal (például ilyen a TAUCS, 32 bites architektúrára készült ritka mátrix megoldó eljáráskönyvtár). Viszont a predikció hibabecslése a kezelendő mátrix mérete miatt továbbra is inkább csak szuperszámítógép bevonásával képzelhető el.



6. ábra. Eötvös-inga gradiensek ritkán kitöltött kovariancia mátrixa

Összefoglalás

Vizsgálati eredményeink alapján megállapítható, hogy a legkisebb négyzetes kollokáció eljárása alkalmas lehet a teljes magyarországi Eötvös-inga mérési adatbázis ellenőrzésére (ahol a 4 km-en belüli adattávolság teljesül). Ezeket az adatokat az ellenőrzés után a közeljövőben fel kívánjuk használni egy új, nagyfelbontású és minél pontosabb geoidmegoldás előállítására.

Köszönetnyilvánítás

Kutatásaink a T-037929 és a T-046718 sz. OTKA támogatásával folynak.

Hivatkozások

Papp G, Kalmár J (1996): Toward the physical interpretation of the geoid in the Pannonian basin using 3-D model of the lithosphere. *IGeS Bulletin*, 5, 63-87.

Reilly WI (1979): Mapping the local geometry of the Earth's gravity field. Geophysics Division, *Department of Scientific and Industrial Research,* New Zealand. Report No. 143.

Szabó Z (1999): Az Eötvös-inga históriája. *Magyar Geofizika.*, 40; 1, 26-38.

Tóth Gy, Merényi L (2005): Eötvös-inga mérési adatok felhasználása gravitációs térképek szerkesztéséhez. *Geomatikai Közlemények* VIII. 207-212.

Völgyesi L, Tóth Gy (2004): Modelling gravity gradient variation due to water mass fluctuations. *IAG International Symposium, Gravity, Geoid and Space Missions.* Porto, Portugal.

* * *

Tóth Gy, Völgyesi L (2005): Adatvizsgálat predikcióval magyarországi Eötvös-inga mérések felhasználásával. Geomatikai Közlemények VIII, pp. 217-222.

Dr. Lajos VÖLGYESI, Department of Geodesy and Surveying, Budapest University of Technology and Economics, H-1521 Budapest, Hungary, Műegyetem rkp. 3.
Web: http://sci.fgt.bme.hu/volgyesi E-mail: volgyesi@eik.bme.hu