Geomatikai Közlemények VIII., 2005

A NEHÉZSÉGI ERŐTÉRREL KAPCSOLATOS FIZIKAI ALAPFOGALMAK ÁTTEKINTÉSE

Völgyesi Lajos[*1,2]

Review of technical terms used in gravity field interpretation - *Correct usage of certain terms and units is the question in dispute of experts of the Earth's gravity field. In relativistic physics force field is equivalent to accelerating field. As the theory of relativity will come in common use, among the terms of the Newtonian mechanics only the acceleration will be needed for the representation of the gravity field.*

Keywords: gravitation, gravity, gravity intensity, acceleration of the free fall

Hosszú idő óta vitatéma a Föld nehézségi erőterével foglalkozó szakemberek között bizonyos elnevezések és mértékegységek helyes használata. Mivel a relativisztikus fizikában az erőtér és a gyorsuló tér egyenértékű, a relativitás elmélet általános elterjedésével a newtoni mechanika fogalmai közül az erőtér leírására egyedül a gyorsulás fogalmának használata lesz indokolt.

Kulcsszavak: gravitációs erő, tömegvonzási erő, nehézségi erőtér, nehézségi gyorsulás

Bevezetés

Ha a természettudományokkal foglalkozó szakembereket nehéz helyzetbe akarjuk hozni, akkor a lehető legegyszerűbb kérdéseket kell feltenni a számukra. A különböző fizikai erőterekkel kapcsolatos kérdések felvetése a legalkalmasabb erre a célra. Ilyen kérdések például: mi a gravitációs erőtér, miképpen ered az anyagon belül, hogyan és mekkora sebességgel terjed a gravitációs hatás, vagy miképpen „érzi” az egyik tömeg a másik hatását? Természetesen a fizikusok a kérdések egy részére elméleti fizikai megfontolások alapján rendelkeznek különféle elképzelésekkel, de a számunkra láthatatlan, kezünkkel megfoghatatlan erőterek továbbra is misztikus homályban rejtőzködnek előttünk.

Az univerzum tömegei egyetlen pontba zuhannának, ha a tömegek között csak gravitációs (tömegvonzási) erő hatna. A tömegvonzási erővel azonban a keringési centrifugális erő tart egyensúlyt – biztosítva ezzel a világegyetem létezését. *Mivel a természet csak azonos fizikai mennyiségeket képes összeadni, ezért jó okunk van feltételezni, hogy a gravitációs és a keringési centrifugális erőtér ekvivalens*.

A Föld nehézségi erőtere

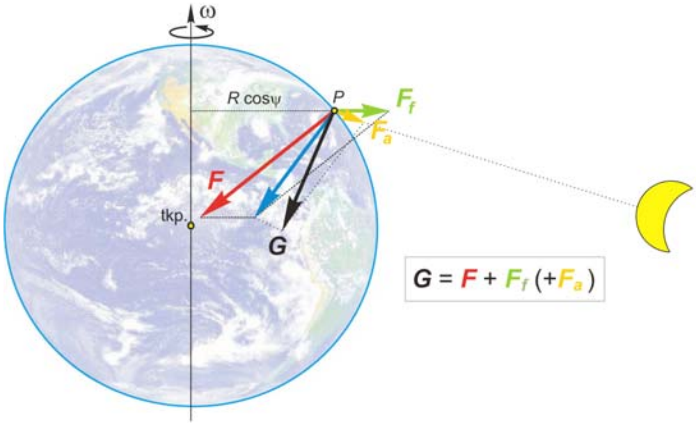
A földi nehézségi erőt általában a két legjelentősebb összetevő: a Föld tömegének Newton-féle tömegvonzásából származó $\mathbf{F}$ erő és a Föld tengelykörüli forgásából keletkező $\mathbf{F_f}$ centrifugális erő eredőjeként értelmezzük. Emiatt élesen meg kell különböztetni a *tömegvonzási, vagy gravitációs erő (gravitation)* és a *nehézségi erő (gravity)* fogalmát – ugyanis a gravitációs (tömegvonzási) erő a nehézségi erőnek csupán az egyik összetevője *(Biró, 1989a, 1989b, 1993)*. Szigorú értelemben azonban a nehézségi erő nem csak a Föld tömegvonzása és a tengelykörüli forgásból származó centrifugális erő eredője, hanem ehhez még hozzájön a Földön kívüli égitestek (elsősorban a Hold és a Nap tömege) vonzó hatásának, valamint a Föld és a Hold, illetve a Föld és a Nap közös tömegközéppontja körüli keringésből származó centrifugális erők $\mathbf{F_a}$ eredője, amelyet *árapálykeltő erőnek* nevezünk.

Így végül is a Föld tetszőleges pontjában valamely *m* tömegű testre ható $\mathbf{G}$ nehézségi erő (a test súlya) az *1. ábra* tanúsága szerint:

*[*1] Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Általános és Felsőgeodézia Tanszék*
*[*2] Magyar Tudományos Akadémia Felsőgeodéziai és Geodinamikai Kutatócsoport*
H-1521 Budapest, E-mail: volgyesi@eik.bme.hu

$$\mathbf{G} = \mathbf{F} + \mathbf{F_f} + \mathbf{F_a} \ , \tag{1}$$

ahol $\mathbf{F}$ az m tömegre ható Newton-féle tömegvonzás, $\mathbf{F_f}$ a forgási centrifugális erő és $\mathbf{F_a}$ a Földön kívüli égitestektől származó árapálykeltő erők eredője.



1. ábra. A földi nehézségi erő összetevői

Valamely test nehézségi erőterét akkor tekinthetjük ismertnek, ha a tér minden $P(x, y, z)$ pontjában meg tudjuk adni a nehézségi erő $\mathbf{G}(x, y, z)$ vektorát. A nehézségi erő definíciója azon az erőhatáson alapul, amelyet a nehézségi erőtér a különböző testek tömegére gyakorol.

A pontszerűnek képzelt M és m tömeg között fellépő erőhatást a jól ismert *Newton-féle tömegvonzási törvény* írja le:

$$\mathbf{F} = k\frac{Mm}{r^2}\left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right) , \tag{1}$$

ahol $\mathbf{r}$ a tömegek közötti vektor, r a vektor hossza (a tömegek közötti távolság); k pedig pozitív arányossági tényező, a Newton-féle gravitációs együttható. Az $\mathbf{F}(x, y, z)$ erőfüggvény elvileg alkalmas a tömegvonzási erőteret keltő test körüli tér jellemzésére, azonban erre a célra mégsem használjuk, mivel az értéke nem csak a vizsgálandó teret keltő M tömegtől, hanem a vizsgálatot végző műszerek különböző m érzékelő tömegeitől is függ. Az (1) viszont az

$$\mathbf{F} = m\mathbf{E} \tag{2}$$

formában is felírható, ahol

$$\mathbf{E} = k\frac{M}{r^2}\left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right) \tag{3}$$

már csak az M tömeg erőterét jellemző vektormennyiség: a *tömgvonzási (gravitációs) térerősség*. A (2) alapján egyébként a tömegvonzási térerősség úgy is értelmezhető, mint az egységnyi tömegre ható erő – amennyiben a térerősséget 1 kg értékkel megszorozzuk.

Mivel a térerősség vektormennyiség, ezért a megadásához minden pontban 3 összetevőjét kell ismernünk, mint a hely függvényét. A vektoriális megadási mód körülményessége azonban megkerülhető, mivel a teret egyetlen olyan skaláris mennyiséggel is le tudjuk írni, melyből az erőtér vektorösszetevői a gradiens-operátor alkalmazásával származtathatók *(Völgyesi, 1999)*. Ez a skaláris mennyiség az *erőtér potenciálja*. Valamely M tömegtől r távolságra a tömegvonzási potenciál értéke:

$$V = k\frac{M}{r} \; . \tag{4}$$

A térerősség összetevői a potenciálfüggvény megfelelő koordináták szerinti differenciálásával egyszerűen adódnak. Mindezt egyetlen vektoregyenletben felírva:

$$\mathbf{E} = -gr\vec{a}d\, V \tag{5}$$

vagyis a térerősség a potenciál gradiense.
Ebben az $\mathbf{E}$ erőtérben bármely m tömegre az erőhatás:

$$\mathbf{F} = \mathbf{E}\, m = k\frac{Mm}{r^2}\left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right) \; . \tag{6}$$

Ugyanakkor a tengelykörüli forgás következtében az m tömegű testre

$$\mathbf{F_f} = m\omega^2\mathbf{p} \tag{7}$$

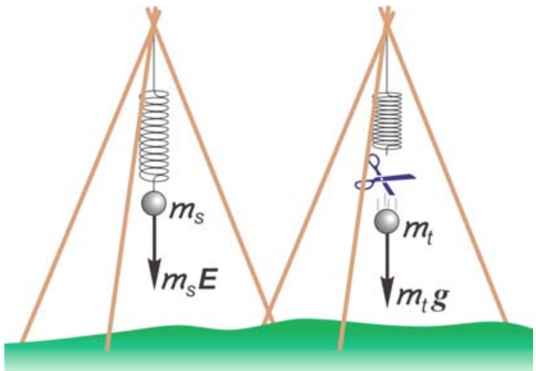
forgási centrifugális erő is hat; ahol $\mathbf{p}$ az $\mathbf{r}$ vektor forgástengelyre merőleges összetevője (a hossza: $\mathrm{p} = \mathrm{r}\cos\psi$, ahol ψ a két vektor által bezárt szög), ω pedig a Föld forgási szögsebessége.

Nehézségi térerősség, vagy nehézségi gyorsulás?

Tapasztalatunk szerint a *2. ábrán* látható módon rugóra felfüggesztett test a rugót megfeszíti. A rugó megnyúlása arányos a rugót feszítő erővel és fordítottan arányos a rugó erősségével (ami a rugóállandóval jellemezhető). A rugót feszítő erő a felfüggesztett test tömegével és a nehézségi térerősséggel arányos:

$$\mathbf{G} = m_s\mathbf{E} \; . \tag{8}$$

Itt m_s a test azon tulajdonságát jellemzi, hogy adott nehézségi erőtérben mennyire képes megnyújtani egy rugót. A test e statikai tulajdonságát az m_s *"súlyos"* tömegének nagyságával jellemezhetjük. A rugóra felfüggesztett test most nyugalomban van, hiszen a rá ható erők eredője zérus, mert a $\mathbf{G}$ súlyerőt pontosan kiegyensúlyozza az ellentétes irányú rugóerő.



2. ábra. A súlyos és a tehetetlen tömeg viselkedése nehézségi erőtérben

Vizsgáljuk meg, mi történik abban az esetben, ha a rugó elszakad, vagy levágjuk a rugóra függesztett tömeget. Ekkor megszűnik az a rugóerő, mely egyensúlyt tartott a súlyerővel, de változatlanul ugyanaz az erőtér fog ugyanarra a testre hatni. Így a test a rá ható eredő erő, a súlyerő hatására Newton II. $\mathbf{F} = m\,\mathbf{a}$ törvényének megfelelően gyorsuló mozgást fog végezni. Ha a légellenállástól eltekintünk, a test a szabadesés gyorsulásával, a g nehézségi gyorsulással fog mozogni, tehát

$$\mathbf{G} = m_t \mathbf{g} \ , \tag{9}$$

ahol m_t a test azon tulajdonságát jellemzi, hogy adott nehézségi erőtérben mennyire képes ellenállni annak a gyorsító erőnek, amely a mozgásállapotát igyekszik megváltoztatni. A test e dinamikai tulajdonságát az m_t *"tehetetlen"* tömegének nagyságával jellemezhetjük.

Tekintettel arra, hogy a (8) és a (9) egyenletek baloldalán ugyanaz a súlyerő szerepel, ezért

$$m_s \mathbf{E} = m_t \mathbf{g} \ . \tag{10}$$

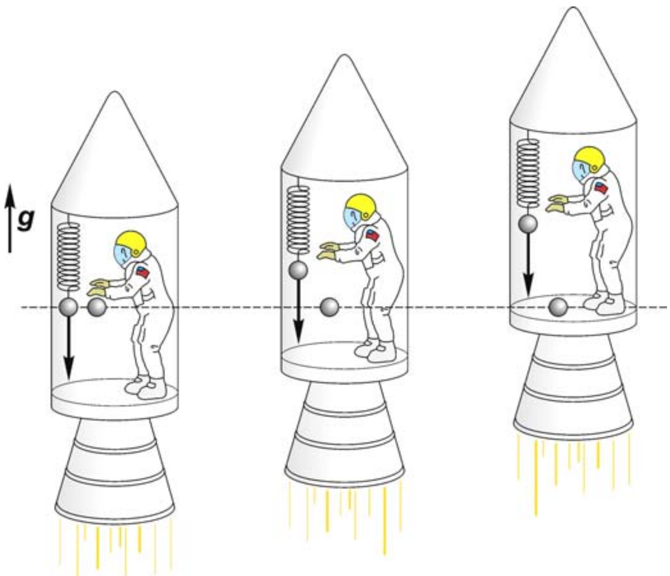
Galilei olasz természettudós több mint 300 évvel ezelőtt egyidejűleg két testet: vas és fagolyót ejtett le, és azt tapasztalta, hogy a két test a nagy súlykülönbség ellenére gyakorlatilag egyidőben ért a talajra. Eötvös Loránd továbblépett, és az akkori technikai lehetőségeknek megfelelően a kilencedik jegyig terjedő pontossággal igazolta a súlyos és a tehetetlen tömeg azonosságát *(Renner, 1964; Perjés 2005)*. Einstein az ekvivalencia-, tehát a súlyos és a tehetetlen tömeg azonossága elvére építette fel az általános relativitás elméletét. Minden elméleti fizikai megfontolás és minden megfigyelés amellett szól, hogy a súlyos és a tehetetlen tömeg ugyan a testek két teljesen eltérő tulajdonságát jellemzi, mégis a két mennyiség egyenlő egymással *(Misner et al. 1973)*, tehát az

$$m_s = m_t \tag{11}$$

egyenlőség miatt a (10) alapján

$$\mathbf{E} = \mathbf{g} \ . \tag{12}$$

Eszerint tehát *a szabadon eső test gyorsulása, a nehézségi gyorsulás, irány, értelem és nagyság szerint megegyezik a nehézségi térerősséggel.* Fogalmilag, azonban a kettőt megkülönböztetjük, és mindegyiket a maga helyén használjuk. Így, pl. a nehézségi erőtér *potenciálját* az (5) szerint a *térerősséghez* rendeljük (így lesz a jellege fajlagos munka). Az eredmény tulajdonképpen nem is meglepő, hiszen a (11) egyenlőség elfogadása után a (12) nem más, mint Newton II. törvényének a tömegegységre vonatkoztatott alakja, ami a keletkező gyorsulást és az őt létrehozó erőt kapcsolja össze.



3. ábra. A gyorsuló erőtér hatása

Eddig a kérdést a newtoni gravitáció elmélet alapján tárgyaltuk. Nézzük meg a kérdést az általános relativitás elmélet alapján. Végezzünk el egy fontos gondolatkísérletet Einstein ötlete alapján *(Jones, Childers, 1990)*! Képzeljünk el egy űrhajót a világegyetem olyan távoli részén, ahol sem a közeli, sem a távoli környezetben semmiféle tömegek nem találhatók és ennek megfelelően a gravitációs erőtér zérus. Ha elindítjuk az űrhajó rakétahajtóművét, a tolóerő hatására Newton II. törvényének megfelelően az űrhajó gyorsuló mozgással elindul. Alkalmazzunk olyan erős rakétahajtóművet, amely éppen $\mathbf{a} = \mathbf{g}$ gyorsulással mozgatja az űrhajót! Mivel az űrhajó kabinjában lévő tömegek a tehetetlenségük miatt igyekeznek helyben maradni, az űrhajós által elengedett tömeg a kabinhoz viszonyítva $-\mathbf{g}$ gyorsulással a padlóra „esik", a rugóra felfüggesztett tömeg pedig a *3. ábrán* látható módon $\mathbf{F} = m_t\,\mathbf{g}$ erővel megnyújtja a rugót. Az ekvivalencia elvnek megfelelően az űrhajós a zárt kabin belsejében semmiféle fizikai kísérlettel nem tudja eldönteni, hogy az űrhajó a Föld nehézségi erőterében a Föld felszínén egyhelyben áll és a kilövésre vár, vagy éppen a világegyetem távoli, térerősség-mentes részén g gyorsulással mozog. Számára a nehézségi erőtér teljesen azonos a gyorsuló erőtérrel.

Elsőként Einstein vetette fel azt a forradalmi gondolatot, hogy a tömegek a maguk környezetében megváltoztatják a számunkra egyszerűnek tűnő téridő szerkezetét úgy, hogy a szabadon mozgó testek nem az Euklideszi geometriának megfelelő egyenes vonalak mentén, hanem görbe pályán haladnak. Így a gravitációt keltő tömegek hatására a fénysugarak sem egyenes vonalú pályán mozognak, hanem mindenkor a számukra legegyszerűbb, ún. geodetikus vonalak mentén terjednek. Mindez úgy értelmezhető, hogy a tömegek a maguk környezetében megváltoztatják az Euklideszi geometriával leírható téridő egyszerű szerkezetét és maguk körül a *Bolyai-geometriával* leírható bonyolultabb görbült tér-idő szerkezetet alakítanak ki. Einstein általános relativitás elmélete a Newton-féle gravitáció elmélet geometriai magyarázata, ami szerint tehát a fényt és a mozgó tömegeket az egyenes vonalú pályájukról nem a gravitációs erő téríti el, hanem ezek a mozgások éppen a gravitációs tömegek által kialakított görbült tér legegyszerűbb (legegyenesebb) ún. geodetikus vonalai mentén történnek. Tudjuk, hogy a klasszikus fizika megfogalmazása szerint a görbe pályán mozgó testeknek gyorsulása van, így szükségképpen bizonyos erő hat rájuk. A gravitáció jelenségét tehát a gyorsulás magyarázza, ami az általános relativitás elmélet szerint a tér sajátsága. Mivel maga a tömegek által kialakított tér görbült, a hatás minden tehetetlen tömegre ugyanakkora, következésképpen az ekvivalencia elve is magyarázatot nyer. Az Einsten-féle gravitáció elméletnek ma már több kísérleti bizonyítékát ismerjük; ilyenek pl. a Merkúr perihéliumának elfordulása, a fénysugarak elhajlása a Nap és a csillagok közelében, továbbá a vöröseltolódás jelensége a nagyobb tömegű csillagok színképében *(Misner et al. 1973)*.

Mivel az általános relativitás elméletben valamely vonatkoztatási rendszer, amelyben tömegvonzás hat, egyenértékű egy gyorsuló mozgásban lévő másik vonatkoztatási rendszerrel (lásd az előbbi gondolati kísérlet), az elmélet a jelenségek leírását alapvetően a *gyorsulás* fogalmához kapcsolja. Ugyanakkor szakít – a geodéziában ma még kiterjedten használt – *potenciál* fogalmával.

*

Ma még a relativisztikus fizika és a newtoni mechanika egymás mellett él (sőt az általános relativitás elmélet határesetként a newtoni gravitációs elméletet tartalmazza is). Így nem meglepő, ha a felhasználói (alkalmazói) kör szakszerzői – fizikai világképüknek megfelelően – különböző fogalomrendszereket használnak. A newtoni mechanika ismeri, és használja a *térerősség*, a *gyorsulás* és az *erőtér potenciálja* fogalmát (a megfelelő mértékegységekkel), a relativisztikus fizika talaján állva, ezekből csak a *gyorsulás* fogalmának használata indokolt.

Köszönetnyilvánítás

A nehézségi erőtér időbeli változásával kapcsolatos kutatások a T-037929 sz. OTKA anyagi támogatásával folynak.

Hivatkozások

Biró P (1989a): A nehézségi erőtér matematikai leírásával kapcsolatos fogalmak pontosítása. *Geodézia és Kart*, 41. 1-6.
Biró P (1989b): Zum Begriff "Schwere" und zu den SI Maßeinheiten. *Zeitschrift f. Vermessungswesen*, 114. 209-218.
Biró P (1993): On the representation of the earth's gravity field. *Allgemeine Vermessungs-Nachrichten, Intern. Ed*, 10. 14-20.
Jones ER, Childers RL (1990): Contemporary College Phisics. *Addison-Wesley Publ. Comp.*
Misner CW, Thorne KS, Wheeler JA (1973): Gravitation. *W.H Freeman and Comp.* San Francisco.
Perjés Z (2005): Precíz gravitációs kísérletek, *Fizikai Szemle*, LV, 45-48
Renner J (1964): Az Eötvös-kísérlet, *Fizikai Szemle*, XIV, 6-10
Völgyesi L (1999): Geofizika. *Műegyetemi Kiadó*, Budapest.

* * *

Völgyesi L (2005): A nehézségi erőtérrel kapcsolatos fizikai alapfogalmak áttekintése. Geomatikai Közlemények VIII, pp. 175-179.

Dr. Lajos VÖLGYESI, Department of Geodesy and Surveying, Budapest University of Technology and Economics, H-1521 Budapest, Hungary, Műegyetem rkp. 3.
Web: http://sci.fgt.bme.hu/volgyesi E-mail: volgyesi@eik.bme.hu