# AZ MGH-50 ÉS AZ MGH-2000 ORSZÁGOS GRAVIMETRIAI HÁLÓZATOK KÖZÖTTI TRANSZFORMÁCIÓS FÜGGVÉNY MEGHATÁROZÁSA CÉLJÁBÓL A FELÜLETILLESZTÉS MÓDSZERÉVEL VÉGZETT VIZSGÁLATOK

Földvári Lóránt<sup>\*\*</sup>, Völgyesi Lajos<sup>\*</sup>, Csapó Géza<sup>\*\*\*</sup>

**Investigations for the determination of a transformation function between MGH-50 and MGH-2000 gravity networks by means of surface fitting** – Determination of a transformation function between the Hungarian gravity networks MGH-50 and MGH-2000 is discussed here. Applying power series in our case is not suitable due to a low number of common points given in the systems. Transformation by fitting two-dimensional surfaces to g values of networks was attempted to apply.

Keywords: transformation, gravity networks, power series, surface fitting method

Tanulmányunkban az MGH-50 és MGH-2000 magyarországi gravimetriai alaphálózatok közötti transzformációs függvény meghatározásával foglalkozunk. Az átszámítás a mindkét hálózatban ismert közös pontok alapján lehetséges, azonban a kevés csatlakozó pont miatt a hatványpolinomos megoldás itt nem megfelelő. Ezért a transzformációt a g értékekre illesztett felületek segítségével próbáltuk megoldani.

Kulcsszavak: gravitációs alaphálózatok, transzformáció, felületillesztés, hatványpolinomok

# 1 Bevezetés

Magyarországon az első, az egész ország területét lefedő országos gravimetriai hálózatot (MGH-50) 1950-56 között létesítették egy fémrugós Heiland graviméterrel. A hálózati méréseket a potsdami rendszerben egyenlítették ki (Facsinay és Szilárd 1956). Ez a hálózat adott keretet a főleg geofizikai célokat szolgáló országos áttekintő graviméteres méréseknek, amely munka során a hetvenes évek végéig mintegy 300000 pontot mértek elsősorban Sharpe, majd Worden gyártmányú kvarcrugós graviméterekkel. Ezen adatbázis alapján készültek az országos Bouguer- és Faye anomália térképek.

Az iparosítás, az úthálózat fejlesztése és egyéb tevékenység miatt a hálózati pontok rohamosan pusztultak, vagy váltak mérésre alkalmatlanná, ezért egy új alaphálózat, az MGH-80 létrehozása vált szükségessé. Erre a munkára 1979-89 között került sor, amelynek során az akkor még használható MGH-50 pontjai közül mintegy 50 darabot összemértek az új hálózati pontokkal. Ebben a hálózatban már abszolút graviméterrel is végeztek nehézségi gyorsulási méréseket (Csapó 2005). A hálózat kiegyenlítése során az 5 abszolút állomáson kapott eredményeket kényszernek fogadták el és kötött hálózat szerinti kiegyenlítéssel határozták meg az új hálózat pontjainak nehézségi értékeit (Csapó és Sárhidai 1990).

A geofizikai kutatások számára végzett további mérések eredményeit a későbbiekben is az MGH-50 rendszerében tartották nyilván, de a méréseket már az új hálózat bázispontjai között végezték. Ezért összefüggést kellett találni a két hálózat *g* értékei között. A két hálózat közötti összefüggést olyan transzformációs függvény biztosíthatja, amelynek meghatározása mindkét hálózatban mért közös pontok alapján történt (Csapó 2002). A két hálózat alapszintje lényegesen, mintegy 13 mGal értékkel különbözik egymástól (megjegyezzük, hogy 1971-ben az IUGG moszkvai konferenciáján a potsdami alapszintet 14 mGal értékkel csökkentették). 1993-tól kezdődően – a gravimetriai adatokra vonatkozó hazai titkossági előírások feloldása után – hazánk bekapcsolódott a nemzetközi együttműködésben végzett gravimetriai munkákba és azóta számos új abszolút állomás, és a régebbi

\* Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Általános és Felsőgeodézia Tanszék \*\*Magyar Tudományos Akadémia Felsőgeodéziai és Geodinamikai Kutatócsoport H-1521 Budapest, E-mail: fl@sci.fgt.bme.hu, volgyesi@eik.bme.hu

\*\*\* Magyar Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet, H-1145 Budapest, Kolumbusz utca 17-23 E-mail: csapo@elgi.hu

állomásokon újabb nehézségi gyorsulás meghatározások történtek. Magyarország csatlakozott az Egységes Európai Gravimetriai Alaphálózathoz (UEGN). A csatlakozáshoz több olyan feltételt kellett kielégíteni, amelyek miatt felmerült az igénye egy újabb országos alaphálózat (MGH-2000) létrehozásának, amely jórészt a korábbi MGH-80 hálózati pontokból, az új abszolút állomásokból, valamint az időközben telepített új bázispontokból áll. Az MGH-2000 megfelelő pontjainak kiválasztásával mintegy 40 pontból álló ritkább hálózatot alakítottak ki, amelynek pontjait egymás között újramérték 3-4 korszerű, LCR gyártmányú fémrugós graviméterrel és elvégezték e hálózat csatlakoztatását az osztrák és a szlovák országos hálózathoz. Ez a ritkább hálózat alkotja az UEGN magyarországi pontjait (Csapó 2000), (Csapó és Völgyesi 2002). Tekintettel arra, hogy az UEGN hálózat (és benne a magyar szakasz) ún. abszolút rendszerű, az MGH-2000 előzetes kiegyenlítésénél úgy jártunk el, hogy az UEGN-ben szereplő mintegy 40 hálózati pontunk UEGN-ben kiegyenlített értékét kényszernek fogadva el, kötött hálózat szerinti kiegyenlítéssel határoztuk meg a teljes magyar hálózat pontjainak g értékét. (Az UEGN végleges kiegyenlítése már megtörtént ugyan, de a pontkatalógus még nem publikus, ezért az MGH-2000 végleges kiegyenlítése csak 2007-ben várható). Előzetes vizsgálataink szerint az MGH-80 és az MGH-2000 pontok g értékeinek különbsége csupán 0.01-0.02 mGal.

A feladat ezek után az MGH-50 és az MGH-2000 országos hálózat közötti, gyakorlati célokra alkalmas pontosságú transzformációs összefüggés meghatározása. Ezután történhet meg az országos gravimetriai adatbázis adatainak átszámítása az abszolút rendszerbe, amivel ezen adatok minden további geofizikai és geodéziai célra egységesen lesznek használhatók a jelenlegi és jövőbeni mérések eredményeivel. Tanulmányunkban ezen összefüggés meghatározásának lehetséges módjait tárgyaljuk és értékeljük.

#### 2 Transzformáció hatványpolinomokkal

Hagyományosan két gravimetriai hálózat közötti transzformációra megfelelő fokszámú kétdimenziós polinomot lehet illeszteni a közös (tehát mindkét hálózatban értékkel rendelkező) pontokon mért és kiegyenlített nehézségi gyorsulások különbségeire [Csapó, 2002]:

$$\delta g(x, y) = g_{MGH50}(x, y) - g_{MGH2000}(x, y) = A_0 + A_1 x + A_2 y + A_3 x^2 + A_4 xy + A_5 y^2 + A_9 y^3 + A_6 x^3 + A_7 x^2 y + A_8 xy^2 + A_9 y^3 + A_{10} x^4 + A_{11} x^3 y + A_{12} x^2 y^2 + A_{13} xy^3 + A_{14} y^4 + A_{15} x^5 + A_{16} x^4 y + A_{17} x^3 y^2 + A_{18} x^2 y^3 + A_{19} xy^4 + A_{20} y^5 + \dots$$
(1)

A fokszám növelésével a transzformáció pontossága javul, ezzel a finomabb részletek rekonstrukciója is egyre inkább lehetségessé válik.

Az 1. ábra az MGH-50 és az MGH-2000 hálózatok pontjainak elhelyezkedését mutatja. A mindkét rendszerben meglévő pontokat nagy kereszttel jelöltük. Látható, hogy mindössze 13 ilyen csatlakozó pontunk van, ezért csak 13 egyenletet tudunk felírni és legfeljebb harmadfokú polinommal tudunk dolgozni. Ilyen kevés közös ponttal elfogadható pontosságú kétdimenziós polinomos illesztésre nincs esély, ezért ehelyett a tanulmányunkban kísérletet teszünk a kevés közös pontot felületi interpolációs eljárásokkal sűríteni, majd a transzformációs függvényt a sűrített pontok figyelembevételével meghatározni.



1. ábra. Az MGH-50 és az MGH-2000 hálózatok pontjainak elhelyezkedése az ország magassági térképén

#### 3 A felületillesztéshez használt adatok

A felületillesztés céljára természetes választásnak kínálkoznak maguk a mért g értékek, amelyeket a gravimetriai hálózat adatbázisa tartalmaz. Gyakorlati alkalmazások szempontjából Érdemesnek találtuk ezek tengerszintre redukált értékeit használni. A felületillesztési eljárásokat a gyakorlati alkalmazások számára fontos Faye-, és Bouguer-anomáliákra is teszteltük. Megjegyezzük, hogy a Bouguer-anomáliák képzésekor a terepi korrekcióktól eltekintettünk.

#### 4 Az alkalmazott felületillesztés módszere

Felületillesztést legalább kétféle módon alkalmazhatunk a hálózatok közötti transzformációs függvény meghatározása céljából. Az egyik megoldás értelmében az általában két-, vagy esetenként háromdimenziós koordinátákhoz hozzárendelhetjük külön-külön az MGH-50 és az MGH-2000 hálózatok g értékeit (vagy a Faye-, vagy a Bouguer-anomáliáit), és illeszthetünk ezekre egy-egy analitikus függvényt a 2. ábrán szemléltetett módon. Az ábrán az MGH-50 hálózat mérési pontjait a terepen a B, C, E és G, míg az MGH-2000 hálózat mérési pontjait az A, D, F, H és I pontok jelölik. Az ezen pontokra illesztett két analitikus felületet szaggatott- (MGH-50) illetve pontozott vonallal (MGH-2000) ábrázoltuk. A kapott felületek különbségét az alkalmazott eljárásra jellemző paraméterekkel írhatjuk le, és ezzel transzformációs célra alkalmazható paramétereket állíthatunk elő.



2. ábra. Transzformációs függvény meghatározása analitikus felületillesztéssel

A másik megoldás során a felületillesztést a közös pontok számának interpolációs jellegű pontsűrítési céljára használjuk (lásd 3. ábra). Ez úgy történik, hogy a számítások során a két-, vagy háromdimenziós koordinátákhoz hozzárendeljük az MGH-2000 hálózat g értékeit (vagy Faye-, vagy Bouguer-anomáliáit), és ezekre valamilyen analitikus kétdimenziós függvényt (felületet) illesztünk, majd a függvény segítségével a felület mentén az MGH-50-es pontok helyére közelítő MGH-2000es értéket interpolálunk. Ezeket az ábrán a B', C', E' és G' pontokkal jelöltük. Az interpolált értékeket ezután a transzformációs polinom együtthatóinak meghatározására használjuk az (1) polinom felhasználásával.



3. ábra. Transzformációs függvény meghatározása felületi interpolációval végzett pontsűrítéssel

Az eljárások összehasonlíthatósága érdekében tanulmányunkban ezt a második megoldást választottuk. A felületillesztést és az interpolációt bármelyik hálózat felületén elvégezhetjük. A numerikus eltérések miatt az MGH-50-es és az MGH-2000-es hálózatokra végzett megoldásokra eltérő eredmény várható.

# 5 Felületi interpolációs eljárások

A felületillesztésre az alábbi interpolációs eljárásokat alkalmaztuk:

- 1. *globális négyzetes interpoláció*: a kérdéses helytől valamennyi pont vízszintes távolsága négyzetének reciprokával súlyozva vesszük figyelembe a g értékeket.
- 2. *3D globális négyzetes interpoláció:* a kérdéses helytől valamennyi pont térbeli távolsága négyzetének reciprokával súlyozva vesszük figyelembe a *g* értéket.
- lineáris interpoláció: a felület pontjaira Delaunay háromszögeléssel ún. TIN modellt (háromszög-hálót) alakítunk ki, majd az interpolálandó helyet magába foglaló háromszög csúcsaitól mért távolsággal (lineárisan) súlyozva határozzuk meg az interpolált értéket (Watson 1994).
- 4. *köbös interpoláció:* a felület pontjaira Delaunay háromszögeléssel *TIN* modellt alakítunk ki, majd az interpolálandó helyet magába foglaló háromszög csúcsaitól mért távolság köbével súlyozva meghatározzuk az interpolált értéket (Watson 1994).
- 5. "*nearest" interpoláció:* a felület pontjaira Delaunay háromszögeléssel *TIN* modellt alakítunk ki, majd az interpolálandó hely és a magába foglaló háromszög csúcsán a függvényértékkel definiáljuk az interpolált értéket (Watson 1994).
- 6. "*v4" interpoláció:* összetett kétdimenziós eljárás, amely a Green-függvény felhasználásával kialakított biharmonikus spline interpolációs eljárást takar (Sandwell 1987).
- 7. *3D lineáris interpoláció:* a lineáris interpolációs eljárás három-dimenzióra kiterjesztett változata (Watson 1994).
- 8. *3D "nearest" interpoláció:* a "nearest" interpolációs eljárás három-dimenzióra kiterjesztett változata (Watson 1994).

# 6 Numerikus eredmények

A pontossági vizsgálatokhoz először az interpolációval sűrített közös pontokon alapuló 3. ábra szerinti megoldást választottuk. A felületillesztést mind az MGH-50, mind az MGH-2000 hálózatokon elvégezve, ennek valamennyi pontján mért g értékeket az MGH-50 hálózat mérési helyeire interpoláltuk. Ellenőrzés céljára a mindkét hálózatban meglévő 13 közös pontot választottuk. Ezeken a pontokon a felületillesztés során az MGH-2000 hálózatban mért értékeket kihagytuk az interpolációból, hogy az interpolált és a mért értékeket összevethessük egymással. Az 1. és a 2. táblázatokban az MGH-50, illetve az MGH-2000 hálózatok felületén, a különféle eljárásokkal adódó interpolációs hibákat (szórást, minimális és maximális eltéréseket) tüntettük fel.

	Szórás [mGal]	Min. [mGal]	Max. [mGal]
2D négyzetes interpoláció	13.865	0.040	45.441
3D négyzetes interpoláció	14.051	0.040	45.475
lineáris interpoláció	11.440	0.045	41.034
köbös interpoláció	11.906	0.046	42.845
"nearest" interpoláció	11.632	0.040	42.160
"v4" interpoláció	11.772	0.047	42.433
3D lineáris interpoláció	3.334	0.000	10.585
3D "nearest" interpoláció	12.760	0.040	42.120

1. táblázat. Az MGH-50 hálózat g értékein végzett interpoláció becsült hibái

	Szórás [mGal]	Min. [mGal]	Max. [mGal]
2D négyzetes interpoláció	13.027	0.005	37.400
3D négyzetes interpoláció	14.120	0.258	35.773
lineáris interpoláció	6.734	0.259	24.572
köbös interpoláció	6.215	0.268	22.117
"nearest" interpoláció	6.222	0.286	17.434
"v4" interpoláció	6.029	0.527	20.351
3D lineáris interpoláció	4.595	0.000	9.792
3D "nearest" interpoláció	5.572	1.190	14.745

A táblázatokban feltüntetett szórások értékeit vizsgálva megállapíthatjuk, hogy a több mGal-os nagyságrendű pontosság a hálózatok transzformációjára nem elegendő. Ez az eredmény azt mutatja, hogy a gravimetriai hálózatok pontsűrűsége közbenső pontok interpolációjára nem elegendően nagy, analitikus felületekkel nem lehet a gravitációs mező részleteit visszaadó információt nyerni. A táblázatokban a szórások mellett feltüntetett minimális és maximális eltérések azt mutatják, hogy a magas szórásért néhány rosszul becsült érték felel. A pontonkénti eltéréseket vizsgálva (amelyet cikkünkben nem mellékelünk) megállapítható, hogy van olyan pont, ahol a környező pontok nehézségi gyorsulásai alapján a mért *g* érték mindössze 20-40 mGal pontossággal számítható, míg a többi ponton néhány mGal pontossággal az interpoláció elvégezhető. Az interpolációs eljárásokra vonatkozólag megállapíthatjuk, hogy a teljes adathalmazt felhasználó globális eljárások (a két négyzetes interpolációs eljárás) gyengébb eredményt produkálnak, mint a helyi hatásokat figyelembe vevő TIN modellen alkalmazott megoldások; ez különösen a 2. táblázat adataiból szembeszökő. Emellett, minden esetben a 3D lineáris interpoláció adta a legjobb eredményeket.

3. táblázat. Az MGH-50 hálózat Faye-anomáliáin végzett interpoláció becsült hibái

	Szórás [mGal]	Min. [mGal]	Max. [mGal]
2D négyzetes interpoláció	9.483	0.040	30.785
3D négyzetes interpoláció	9.391	0.166	30.645
lineáris interpoláció	9.316	0.009	29.963
köbös interpoláció	8.889	0.085	28.734
"nearest" interpoláció	9.119	0.120	29.847
"v4" interpoláció	8.729	0.020	29.195
3D lineáris interpoláció	3.333	0.000	10.583
3D "nearest" interpoláció	9.086	0.120	29.880

	Szórás [mGal]	Min. [mGal]	Max. [mGal]
2D négyzetes interpoláció	11.945	0.180	32.967
3D négyzetes interpoláció	12.357	0.174	33.797
lineáris interpoláció	9.302	0.096	26.643
köbös interpoláció	8.701	0.058	25.074
"nearest" interpoláció	8.229	0.177	19.208
"v4" interpoláció	9.137	0.082	28.329
3D lineáris interpoláció	4.593	0.000	9.798
3D "nearest" interpoláció	12.311	0.174	38.321

4. táblázat. Az MGH-2000 hálózat Faye-anomáliáin végzett interpoláció becsült hibái

5. táblázat. Az MGH-50 hálózat Bouguer-anomáliáin végzett interpoláció becsült hibái

	Szórás [mGal]	Min. [mGal]	Max. [mGal]
2D négyzetes interpoláció	3.052	0.167	6.112
3D négyzetes interpoláció	2.960	0.062	5.245
lineáris interpoláció	3.557	0.167	10.997
köbös interpoláció	3.325	0.167	10.473
"nearest" interpoláció	3.173	0.167	9.401
"v4" interpoláció	2.791	0.168	7.888
3D lineáris interpoláció	3.333	0.000	10.583
3D "nearest" interpoláció	3.467	0.167	9.401

6. táblázat. Az MGH-2000 hálózat Bouguer-anomáliáin végzett interpoláció becsült hibái

	Szórás [mGal]	Min. [mGal]	Max. [mGal]
2D négyzetes interpoláció	6.010	0.403	11.654
3D négyzetes interpoláció	6.347	0.380	12.621
lineáris interpoláció	4.482	0.398	7.996
köbös interpoláció	4.373	0.049	7.892
"nearest" interpoláció	4.562	0.384	10.011
"v4" interpoláció	4.915	0.349	10.598
3D lineáris interpoláció	4.593	0.000	9.798
3D "nearest" interpoláció	7.104	0.384	19.454

Ugyanezen eljárások Faye-, illetve Bouguer-anomáliákra alkalmazott felületillesztési és interpolációs hibáit foglaljuk össze a 3.-6. táblázatokban. Bár a hibák a legoptimálisabb esetben 2-4 mGalra csökkennek (lásd 5. táblázat), a transzformációs függvény meghatározásához szükséges pontossági igénynek még ezek sem felelnek meg. A pontosabb eredmények pusztán a jel nagyságának csökkenésével magyarázhatók, de nem nyújtanak többletinformációt. Kisléptékű gravitációs formákat ugyanúgy nem jellemez jól az analitikus felület, mint ahogy arról már a g értékek kapcsán szóltunk. Mivel az interpolációval nyert nehézségi gyorsulás értékek pontossága elmarad a várakozástól, a következő lépést, a transzformációs együtthatók meghatározását az (1) egyenlet felhasználásával az interpolált pontok figyelembevételével, nem végeztük el. Az így nyerhető transzfromációs paraméterek ugyanis semmilyen értelmezhető információt nem hordoznak magukban.

# 7 Következtetések

A negatív eredmény tisztázása céljából vizsgálatokat végeztünk a két hálózatra külön-külön illesztett felületek összehasonlításával is (2. ábra). A 4. és az 5. ábrán az MGH-50 és MGH-2000 hálózatok pontjaira lineáris interpolációval illesztett felületek képeit jelenítettük meg. A 6. ábra a két interpolált felület különbségét mutatja. Megjegyezzük, hogy a többi eljárás ehhez nagyon hasonló eredményt szolgáltat. A 6. ábrán látható, hogy a két felület között 10 mGal nagyságrendű különbsé-





5. ábra. Az MGH-2000 hálózatra illesztett felület

A legnagyobb eltéréseket okozó pontokat elhagyva, a hálózatokra illeszthető felületek fokozatosan egyre hasonlóbbá válnak. Felmerülhet, hogy egy-egy mérési hiba van az adatbázisunkban, így ezek elhagyása érdemi hibacsökkenést eredményez. Megjegyezzük azonban, hogy az összesen mintegy 900 mérést tartalmazó adatbázisból a 100 legnagyobb ilyen eltérést okozó érték kihagyása után is maradnak még néhány mGal körüli eltérések. Feltételezhetjük tehát, hogy nem mérési hibákról van szó. (A több graviméterrel, ismétléssel végzett hálózati mérések feldolgozása során az ilyen ún.

durva hibák eleve nem kerülték volna el a figyelmet.) A lokális eltérések sokkal inkább olyan helyeken jelennek meg, ahol az egyik felület rendelkezik valódi fizikai információval, míg a másikból ez teljes egészében hiányzik. A fizikai információ elhagyásával – bár a két illesztett felület közötti hasonlóság növelhető – az illesztett felületek egyre kevésbé jellemzik a valódi nehézségi erőteret.



6. ábra. Az MGH-50 és MGH-2000 hálózatokra illesztett felületek különbsége



7. ábra. A két illesztett felület jelentősebb különbségeinek magyarázata

Ezt a 7. ábrán látható egyszerű példával próbáljuk szemléltetni. A modell azt mutatja, hogy egy paraméter térbeli eloszlását jellemző két eltérő mintavételezésű adatsorra analitikusan illesztett felületek hogyan mutathatnak teljes egyezést (kiugró pontok elhagyásával) anélkül, hogy a valóságot az eredmény jól megközelítené Tegyük fel egy egyszerűsített modellel, hogy a valódi helyzetet a 7. ábrán látható A, B, C, D pontokkal megfogott teljesen sík felületen megjelenő lokális gravitációs többlet jellemzi (E pont). A két hálózatból az egyik csak a síkról szerzett mérésekből, tehát az A, B,C, D pontokból az illesztett analitikus felületet teljesen síknak érzékeli (sraffozott felület a baloldali ábrán). A másik hálózat mérései – helyesen – a többletet jól jellemző idompontban is tartalmaznak adatot, így az A, B, C, D és E pontok felhasználásával az illesztett felület alakjában is megnyilvánul (görbült felület a baloldali ábrán). Az idompontban (E pont) a két felület eltérését ennek a pontnak a hatásával értelmezzük. Ha a továbbiakban ezt a pontot "hibásnak" minősítjük és kihagyjuk a felületillesztésből, a két felület (a két sík) tökéletes egyezést mutat (sraffozott felületek a jobboldali ábrán), azonban a nehézségi erőteret hibás értékkel írja le (E és E' pontok eltérése a jobbolda-li ábrán).

# 8 Összegezés

Nyilvánvaló, hogy adott terület nehézségi erőterének képén a felszín alatti tömeg-rendellenességek mellett a topográfiai jellemzők gravitációs hatása is tükröződik. Az MGH-50 és az MGH-2000 hálózat pontjainak elhelyezkedését a 1. ábrán mutattuk be, amelyből a 8. ábrán külön kinagyítva láthatjuk a Bakony térségét.



8. ábra. Az MGH-50 és az MGH-2000 hálózatok pontjai a Bakony térségében

Összevetve az MGH-50, és az MGH-2000 hálózat ponthelyeit a magassági információval látható, hogy csak a látható domborzati idomok alapján egyik hálózat pontjainak elhelyezkedése sem mondható optimálisnak. Ennek nyilvánvaló oka, hogy országos bázishálózati pontnak csak olyan helyek jöhetnek szóba, amelyek jól megközelíthetők és tartós fennmaradásuk feltételei nagy valószínűséggel biztosíthatók (pl. templomkertekben állandósított pontok)

Ez a helyzet azt sugallja számunkra, hogy a két hálózat csak bizonyos sűrűséggel ismert, ponthelyei egymástól jelentősen eltérnek, így az interpolációs eljárástól függetlenül nem várható, hogy felület-illesztéssel fizikailag értelmes megoldást tudjunk előállítani. Ezt szemlélteti a 9. ábra. A folytonos vonallal ábrázolt, jelentősen eltérő epochához (MGH-50 és MGH-2000) tartozó nehézségi felületek értékeit mérési hiba nélkül a B, C, E, G, illetve az A, D, F, H, I pontokban rögzítettük (felső ábra). Adott elrendezés mellett az interpolációs eljárásokkal reálisan nyerhető, szaggatott (MGH-50) és pontozott (MGH-2000) vonallal ábrázolt felületek nem hasonlítanak sem egymásra, sem a valódi nehézségi erőtér alsó ábrán látható felületeire (alsó ábra).

Összességében elmondhatjuk, hogy két ennyire eltérő, kölcsönösen alul-mintavételezett felület esetén felületinterpolációval érdemi fizikai információt visszaállítani nem lehet. Ezért felületillesztéssel a két magyarországi gravimetriai alaphálózat (MGH-50 és MGH-2000) közötti transzformációs függvény csak jóval nagyobb számú közös pont felhasználásával állítható elő.



9. ábra. A rossz pontelrendezés következtében felmerülő jelentős felületillesztési hibák magyarázata

Köszönetnyilvánítás. Kutatásaink a Bolyai ösztöndíj és a K60657 sz. OTKA támogatásával folynak.

#### Hivatkozások

Csapó G (2000): Magyarország új gravimetriai alaphálózata (MGH-2000), Geodézia és Kartográfia, 52; 2, 27-33.

- Csapó G (2002): Nagypontosságú geodéziai-gravimetriai mérések feltételrendszerének vizsgálata és az eredmények gyakorlati alkalmazása, Akadémiai doktori értekezés, 77-81.
- Csapó G (2005): Az Eötvös Loránd Geofizikai Intézet geodéziai vonatkozású gravitációs kutatásai napjainkig, Magyar Geofizika, 46; 2, 66-76.

Csapó G, Sárhidai A (1990): Magyarország új nehézségi alaphálózatának (MGH-80) kiegyenlítése, Geodézia és Kartográfia, 42; 3, 181-190.

Csapó G, Völgyesi L (2002): Hungary's new gravity base network (MGH-2000) and it's connection to the "European Unified Gravity Network", Ser. IAG Symposia Vol. 125. Springer Verlag, 72-77.

Facsinay L, Szilárd J (1956): A magyar országos gravitációs hálózat, Geofizikai Közlemények, V; 2, 3-49.

Sandwell DT (1987): Biharmonic spline interpolation of GEOS-3 and SEASAT altimeter data, Geophysical Research Letters, 2, 139-142.

Watson D F (1994): Contouring: A guide to the analysis and display of spacial data, Pergamon Press.