Völgyesi L: Geofizika. Műegyetemi Kiadó, Budapest, 2002.

Dr. Lajos VÖLGYESI, Department of Geodesy and Surveying, Budapest University of Technology and Economics, H-1521 Budapest, Hungary, Műegyetem rkp. 3.
Web: http://sci.fgt.bme.hu/volgyesi E-mail: volgyesi@eik.bme.hu

5.3 A nehézségi erőtér mérése

A nehézségi erőtér mérésével kapcsolatos mérési módszerek és mérőműszerek három csoportba sorolhatók.

Az első csoportba a nehézségi gyorsulás abszolút értékének meghatározására szolgáló mérési módszereket soroljuk. Az erre szolgáló mérési eszközök általában a különféle ingák, vagy az ejtés és a hajítás alapelvén működő műszerek.

A második csoportba a nehézségi gyorsulás két pont közötti relatív különbségének méréseit soroljuk. Az erre alkalmas mérőműszerek a különböző elven működő graviméterek és a relatív ingák.

A mérési módszerek harmadik csoportjába a nehézségi erőtér gradienseinek meghatározási módszereit soroljuk. Ezekből a mérésekből megkapjuk, hogy a különböző irányokban, egységnyi távolságon mennyivel változik meg a nehézségi gyorsulás értéke. A gradiensek meghatározására az Eötvös-ingák és az ún. gradiométerek szolgálnak.

5.3.1 A nehézségi gyorsulás abszolút mérése

Míg az abszolút mérések célja az, hogy egyetlen pontban végzett mérések alapján határozzuk meg a nehézségi gyorsulás teljes értékét, addig a relatív mérésekkel két pont között a nehézségi gyorsulás különbségét határozzuk meg. Az utóbbi módszerrel abszolút érték csak akkor nyerhető, ha a mért pontok egyikén ismerjük a nehézségi gyorsulás abszolút értékét.

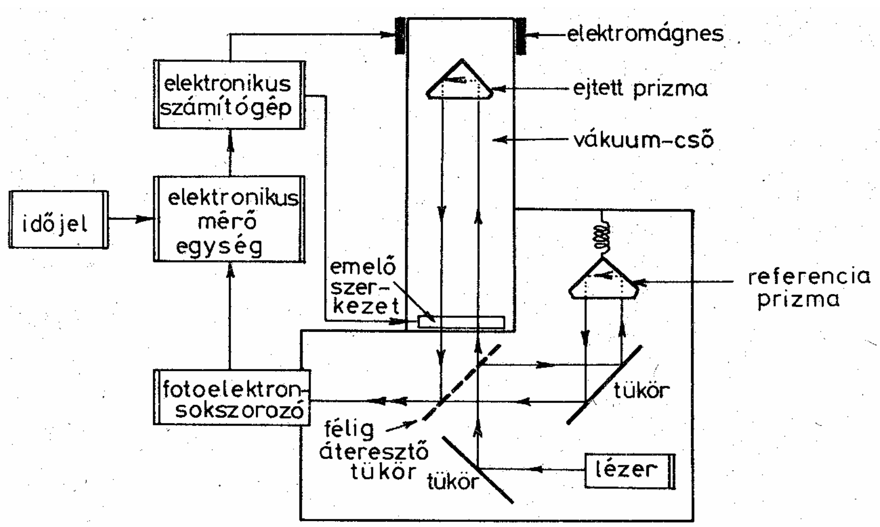
A nehézségi gyorsulás abszolút értékének meghatározására elvileg minden olyan fizikai jelenség alkalmas, amelyben a nehézségi gyorsulásnak szerepe van. Gyakorlatilag azonban csak azokat a jelenségeket használhatjuk fel, amelyek törvényszerűségeit leíró összefüggésekből a nehézségi gyorsulás olyan fizikai mennyiségekkel fejezhető ki, amelyek mindegyike nagy megbízhatósággal mérhető [48]. Így pl. a matematikai inga (a fonálinga) esetében – légüres térben és végtelenül kicsi kitérések esetén – az inga lengésideje:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

amiből g a mérhető ℓ ingahossz és a T lengésidő ismeretében határozható meg. Mivel a matematikai inga nem valósítható meg kellő pontossággal, ezért az abszolút nehézségi gyorsulás mérésekre inkább a fizikai ingákat, illetve az ún. megfordítható (reverzibilis) ingákat alkalmazzák [34].

Régebben a nehézségi gyorsulás abszolút értékét kizárólag ingamérésekkel határozták meg, napjainkban azonban a mérési technika rohamos fejlődésével más módszerekkel próbálkoznak. SAKUMA japán kutató pl. a szabadesés megfigyelésére szerkesztett igen pontos berendezést, amellyel a korábbi ingamérések pontosságát kb. két nagyságrenddel sikerült megjavítani [88] és így csaknem elérte a $mGal$ $(10^{-8} m/s^2)$ pontosságot.

Ugyancsak a szabadesés megfigyelésén alapuló – ráadásul szállítható készüléket szerkesztettek más kutatók is [32]. Az általuk készített berendezés elvi felépitése az *5.3 ábrán* látható. A mérés során erősen légritkított térben (vákuumban) speciális kvarcüvegből készített szögprizmának kiképzett tömeget ejtenek, amelyet a felső kiindulási helyzetben elektromágnes segítségével rögzítenek. A test ejtése, valamint a felső kiinduló helyzetébe történő visszaemelése és az újabb ejtés automatikusan történik, a berendezéshez tartozó számítógép vezérlésével. A szabadon eső optikai szögprizma része az ábrán látható Michelson-féle aszimmetrikus interferométernek. Az interferométer úgy működik, hogy a lézercsőből kilépő sugárnyalábot félig áteresztő tükörre vetítik, amelyen a sugárnyaláb kettéválik: az egyik része irányváltoztatás nélkül halad tovább és az eső szögprizmán $180°$-os törést szenvedve visszajut a félig áteresztő tükörre; míg a másik, ún. referencia-sugárnyaláb megtörik, továbbhalad egy vertikális szeizmográf tömegeként rögzített referencia-prizmán és többszörös törés illetve visszaverődés után a félig áteresztő tükrön találkozik az eső prizmáról visszavert sugárral. Az ily módon újra egyesített két sugárnyaláb interferencia jelenséget okoz. Az interferencia miatt "fényerőmodulált" sugárnyaláb fényelektromos- (fotoelektron-) sokszorozóba jut, ahonnan erősítés után elektromos jelként átalakítva, elektromos impulzusok formájában lép ki. Az elektromos impulzusokat mérő egységbe (számláló egységbe) vezetik, ahová egyidejűleg rubídium kristály segítségével előállított igen pontos időjelek is kerülnek.



5.3 ábra. A ballisztikus lézergraviméter elvi felépítése

Ha valamely Δs_1 és Δs_2 útszakaszon eső test megfigyelése során az elektronikus számláló egységen Δt_1 idő alatt n_1 és Δt_2 idő alatt n_2 számú elektromos impulzus halad keresztül, akkor

$$\Delta s_1 = n_1 \frac{\lambda}{2} \qquad \text{és} \qquad \Delta s_2 = n_2 \frac{\lambda}{2}$$

ahol λ a lézersugarak hullámhossza. Az elektronikus számláló egység egyidejűleg az időjeleket (a rubídium kristály rezgéseit) is számlálja: az n_1 számú impulzust Δt_1 idő alatt, az n_2 impulzust Δt_2 idő alatt méri. Az eredmény egy illesztő egység (interface) közbeiktatásával elektronikus számítógépbe kerül, amely az adott ejtésből a

$$g = \left(\frac{\Delta s_2}{\Delta t_2} - \frac{\Delta s_1}{\Delta t_1} \right) \frac{2}{\Delta t_2 - \Delta t_1} + \delta g$$

összefüggés felhasználásával kiszámítja a nehézségi gyorsulás abszolút értékét (δg a különféle korrekciós tagok összege); valamint a korábbi ejtésekből meghatározott g értékek felhasználásával folyamatos statisztikai feldolgozást is végez. A műveletek befejezése után a számítógép utasítást ad az újabb ejtésre. Egyetlen mérési ponton a g értéke 14-25 mérési sorozat eredményének súlyozott átlagaként adódik (egy sorozatban 120 ejtést végeznek – ami kb. 30 perc időt vesz igénybe).

Ezzel az ún. ballisztikus lézergraviméterrel 1978 és 1980 között hazánkban is végeztek méréseket a budapesti Mátyás-barlangban, Siklóson, Kőszegen és Szerencsen [32].

5.3.2 A nehézségi gyorsulás relatív mérése

Napjainkban még a különböző hibaforrások kiküszöbölése miatt az abszolút mérések meglehetősen bonyolultak, ezért abszolút nehézségi gyorsulás méréseket csak ritkán, viszonylag kevés ponton végeznek. A többi pont nehézségi gyorsulását ezekhez a főalappontokhoz viszonyított relatív mérésekkel vezetik le.

A relatív mérésekhez olyan nehézségi alaphálózatra van szükségünk, amelyre támaszkodva relatív mérésekkel is meghatározhatjuk az egyes pontok abszolút g értékeit.

Magyarországon az első *országos nehézségi főalappont* a BME Geodéziai Intézetének laboratóriumában levő pillér volt, amelynek $g = 9{,}80853\ m/s^2$ nehézségi gyorsulás értékét még OLTAY Károly vezette le 1908 és 1915 között relatív ingamérésekkel Potsdam, Bécs és Pádua ismert g értékei alapján. 1968-ban Ferihegyen létesítettek új nehézségi főalappontot, legújabban pedig a budapesti Mátyás-barlangban létesítenek abszolút g mérésekkel főalappontot [32].

Az országos főalappontból kiindulva először *nehézségi alaphálózatot* (gyakoribb szóhasználattal: gravitációs alaphálózatot) mérnek. Az *I. rendű* alaphálózat pontjai egymástól 80-120 *km*-re, általában repülőterek közelében; a *II. rendű* alaphálózat pontjai pedig mintegy 10-20 km távolságra országutak mentén vannak. A magyarországi nehézségi alaphálózat korábban 19 *I. rendű* és 493 *II. rendű* alappontból állt, amelyek együttesen mintegy 14 km átlagos alappontsűrűséget biztosítottak közel négyzethálós elrendezésben. Időközben a pontoknak jelentős része elpusztult, ezért a közeljövőben a korábbi korszerűsítésével új hálózat létesül [31].

A geodéziai és a geofizikai célú (szintézisi vonalakhoz, nyersanyagkutatásokhoz stb. szükséges) *gravitációs részletméréseket* az országos nehézségi alapponthálózatra támaszkodva relatív mérésekkel végezzük. A nehézségi gyorsulás mérések pontsűrűsége Magyarországon kb. *0.5 – 4 km*. Kisebb területeken szerkezeti-, illetve nyersanyagkutatás céljára *100-500 m* pontsűrűségű részletméréseket, sőt *1.0 – 100 m* sűrűségű ún. mikroméréseket is végeztek. Ezzel a pontsűrűséggel hazánk az igen jól felmért területek közé tartozik. Más, többnyire a nagyobb kiterjedésű országokban a gravitációs mérések többnyire csak az alapponthálózat létesítésére korlátozódnak és csak egyes helyeken végeznek részletméréseket, ahol ezt geofizikai, vagy geodézia: cél szükségessé teszi. Különösen kevés mérés történt eddig a tengereken, ahol a nehézségi gyorsulás mérése különleges feladatot jelent.

Ma már a relatív nehézségi gyorsulás méréseket szinte kizárólag graviméterekkel végzik, ezért a következőkben kissé részletesebben foglalkozunk a graviméteres mérésekkel.

5.3.2.1 A graviméterek

A graviméterek a fizikából ismert rugós erőmérők elve alapján működnek. Az *5.4 ábra* szerint az mg_1 súly hatására megfeszült rugó s_1 skálaértéket mutat. Ha a szerkezetet olyan másik helyre visszük, ahol g_2 a nehézségi gyorsulás értéke, akkor a mutató s_2 skálaértéket fog jelezni. A Hooke-törvény szerint az elmozdulás arányos az erővel, ezért:

$$mg_2 - mg_1 = D(s_2 - s_1)$$

ahol D a rugóállandó.

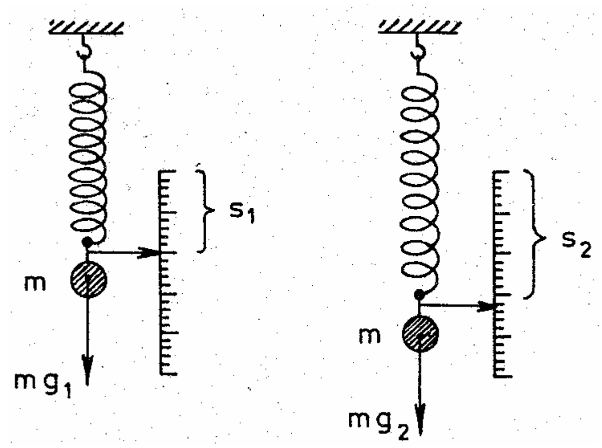
Így a két hely között a nehézségi gyorsulás különbsége:

$$g_2 - g_1 = \frac{D}{m}(s_2 - s_1)$$

vagy egyszerűbben:

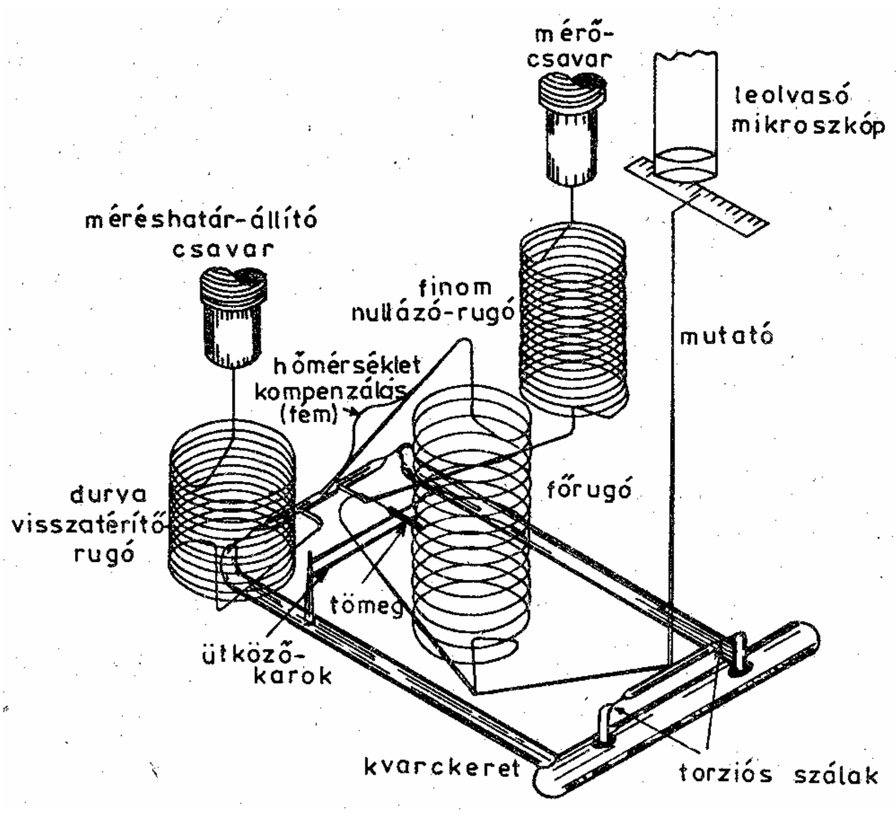
$$\Delta g = c\Delta s \tag{5.17}$$

azaz két mérési pont között a Δs skálaleolvasási különbség egyenesen arányos a Δg nehézségi gyorsulás különbséggel; a c arányossági tényező a graviméter szorzója.



5.4 ábra. A graviméterek működésének alapelve

A graviméterek konkrét megvalósítási formái azonban lényegesen eltérnek a fent vázolt elvi felépítéstől. Ennek fő oka a rendkívül nagy pontossági igény, ugyanis a műszerektől elvárjuk, hogy a nehézségi gyorsulás $10^{-6} - 10^{-9}$ nagyságrendű megváltozását is érzékelni tudják.



5.5 ábra. Korszerű kvarcgraviméter szerkezete

A korszerű rugós graviméterek érzékenységét elsősorban asztatizációval fokozzák [82]. Viszonylag nagy pontosságú és egyszerű kezelhetőségük miatt ma legelterjedtebbek a kvarcgraviméterek) pl. Worden, Sharpe, Scintrex, GAG stb.). A kvarcgraviméterek vázlatos belső felépítését az *5.5 ábra* mutatja. Az ábrán feltüntetett kvarckerethez torziós szálakon két olyan kvarcrúd van kifeszítve, amelyek vízszintes tengelyük körül elfordulhatnak. Az egyik kvarcrúdhoz csatlakozó szerkezet tulajdonképpen a *2.13 ábrán* már bemutatott Galicin-féle szeizmométer, a másik kvarcrúdhoz pedig különböző emelőkarokon keresztül a lengőt tartó főrugó, valamint a nullázó és a méréshatárt beállító rugó kapcsolódik. A nullázó és a méréshatárt beállító rugókkal a főrugó felső részéhez csatlakozó kart lehet emelni vagy süllyeszteni. A lengőrész forgástengelyéhez mutató kapcsolódik, amelyet a leolvasó-mikroszkópon keresztül figyelhetünk meg. Az egész szerkezet légüres térben és hőszigetelt edényben van, ráadásul a lengőt és a rugótartó karokat úgy készítik, hogy a kisebb hőmérsékletváltozások által okozott hatásokat automatikusan kompenzálják. A kvarc-alkatrészek igen könnyűek és az ütköző karok lehetővé teszik, hogy mérésen kívül, szállításkor a műszert nem kell "arretálni" – azaz a lengőrészt rögzíteni.

A kvarcgraviméter működése igen egyszerű: a nehézségi erő a lengő tengelyére meghatározott forgatónyomatékkal hat, amely forgatónyomatékkal a főrugó által kifejtett ellenkező irányú forgatónyomaték tart egyensúlyt. Ha a g megnő vagy lecsökken, akkor a lengő egyensúlyi helyzete annyival lejjebb vagy feljebb kerül, hogy a nehézségi erő és a rugóerő által okozott forgatónyomaték egyenlő legyen.

A mérés ún. nullpont módszerrel történik: a mérőrugót addig feszítjük vagy lazítjuk a mérőcsavar elforgatásával, amíg a lengő mutatója a leolvasó mikroszkópban látható beosztás nullpontjára nem mutat. Az elcsavarás mértéke a mérôcsavar melletti skálán olvasható le. Végül két mérési hely Δg különbsége az (5.17) szerint egyenesen arányos a mutató nullpont állásaihoz tartozó Δs leolvasás-különbséggel.

A mérőrugó feszítő csavarjának két szélső helyzete bizonyos Δg nehézségi gyorsulás tartománynak felel meg. Ha a mérendő nehézségi gyorsulás változása ezen a tartományon kívül esik, akkor az *5.5 ábrán* látható mérési határt állító, vagy "reset" csavarral tudjuk a mérési tartományt a kisebb vagy a nagyobb g értékek felé eltolni. Egyes műszereken az eltolás mértéke a csavar beosztásáról leolvasható, de csak a mérésnél kisebb megbízhatósággal.

Említettük, hogy az egyes műszerek mérőszervét általában a hőmérsékletváltozásokra kevésbé érzékeny anyagokból (pl. kvarcból) készítik és az egészet jól hőszigetelt edénybe, ún. termosztátba helyezik. Sajnos a gondos hőszigetelés ellenére is többé-kevésbé minden graviméter érzékeny a hőmérsékletváltozásokra, ezért a mérések közben óvni kell a műszert minden nagyobb hőmérsékletváltozástól. Ezt a továbbiakban feltételnek tekintjük.

Ennek ellenére, ha az ugyanazon helyen felállított graviméterrel hosszabb időn keresztül méréseket végzünk, akkor azt tapasztaljuk, hogy a leolvasások az idővel többé-kevésbé folyamatosan változnak. Ennek oka egyrészt a nehézségi erőtér rövidperiódusú időbeli változása (a luniszoláris hatás), másrészt a műszer mérőszerkezetében bekövetkező lassú lefolyású parányi változások. Ezek lehetnek pl. egészen csekély hőmérsékleti, légnyomás stb. hatások, de leginkább az anyag szerkezetében lefolyó molekuláris változások, a rugók parányi maradandó alakváltozásai. Ezek hatására a graviméter leolvasása akkor is folytonosan (sőt esetleg ugrásszerűen is) változna, ha a nehézségi erő az időben teljesen állandó lenne. Az ennek megfelelő változás az ún. *műszerjárás*, vagy *drift*.

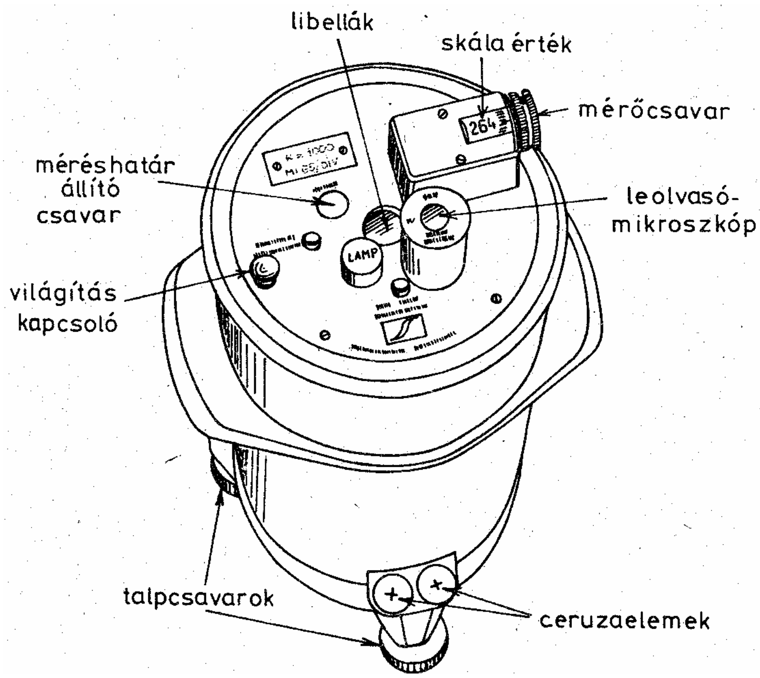
A műszerjárás minden nagyérzékenységű graviméternek egyelőre elkerülhetetlen velejárója. A műszergyárak igyekeznek ezt a lehető legkisebb mértékre szorítani és a lehető legegyenletesebbé tenni. Jó műszereknél a drift értéke naponta nem több néhányszor $10^{-6} m/s^2$ értéknél. A műszerjárás mértékét és egyenletességét a graviméteres mérések során állandóan figyelemmel kell kísérni. Terepi méréseknél ezt a pontok ismételt többszöri mérésével határozzuk meg. A műszerjárás szabályosságát gondos kezeléssel lehet elősegíteni.

5.3.2.2 A graviméteres mérések

A graviméteres mérés *tervezéssel* kezdődik. Ekkor a mérés célja szerint meghatározzuk az észlelési pontok átlagos távolságát. Ennek megfelelően végezhetünk felderítő-, átnézetes-, részlet- és ún. mikroméréseket. A különböző mérések között a mérések kivitelezése szempontjából csak az a különbség, hogy a mérési pontok távolsága – vagy más néven a mintavételi távolság – nem azonos. A jövő graviméteres mérései hazánkban részlet- és mikromérések lesznek, mivel Magyarország területét *felderítő-* és *átnézetes-mérések* szempontjából felmértnek tekinthetjük (*km*-enként legalább 1 mérési pont található). A *részletmérések* pontsűrűsége kb. *4 – 16* mérési pont *km*^{2}-enként, *mikroméréseknél* pedig kb. *100 – 1600 mérési pont/km*^{2}. A terepi graviméteres méréseket az országos gravitációs alaphálózatnak a mérési területhez legközelebb eső pontjához, vagy pontjaihoz kapcsoljuk.

A tényleges mérést a geodéta csoport kezdi. A geodéták feladata a mérési pontok helyszíni kijelölése, bemérése, térképi ábrázolása, pontleírás készítése; a pont tengerszint feletti magasságának meghatározása, továbbá szükség esetén a környező terep topográfiájának felmérése. A mérési pontok magasságát és földrajzi koordinátáit a graviméteres mérések megbízhatóságának megfelelő pontossággal kell meghatározni. 3 *cm* magasságkülönbség, illetve a földrajzi szélességben kb. $10m$ távolságkülönbség a nehézségi gyorsulásban egyaránt mintegy $10^{-7} m/s^2$ változást okoz, márpedig a modern műszerek közel ekkora pontosságú nehézségi gyorsulás méréseket tesznek lehetővé. A megfelelő minőségű geodéziai előkészítettség a nehézségi gyorsulás mérések számára nélkülözhetetlen.

Az adott terület graviméteres felmérésének megkezdése előtt – amennyiben szükséges – a méréshatárt állító "reset" csavarral át kell állítani a graviméter mérési tartományát a várható legkisebb és legnagyobb nehézségi gyorsulás értékének megfelelően. A beállításkor figyelembe kell venni a földrajzi szélesség változást (a felmérendő terület *É-D* irányú kiterjedését), valamint az adott területen előforduló magasságkülönbségeket. A mérések megkezdése előtt el kell végezni még bizonyos műszerellenőrző méréseket is, amelyeket az adott graviméter mérési utasítása ír elő. Időnként ellenőrizni kell a graviméterek c szorzójának értékét is.



5.6 ábra. Sharpe graviméter kezelőszervei

A korszerű terepi műszerekkel (Sharpe, Worden stb.) az észlelés igen egyszerű. A gravimétert leállítjuk vagy a talajra, - vagy ha van, akkor feltesszük a mérőállványra. Ezt követően a libella- és a skálavilágítás bekapcsolása után a műszert a talpcsavarok segítségével gondosan függőlegessé tesszük; először az ún. keresztlibellát, majd a hosszlibellát állítjuk be. (Megjegyezzük, hogy ha a gravimétert a lengő tengelyére merőleges síkban a szöggel megdöntjük, akkor a teljes g érték helyett ennek csak $g\cos\alpha$ részét mérjük!) A függőlegessé tétel után rövid idővel kellőképpen lecsillapodik a műszer lengő szerkezete. Ekkor betekintve az *5.6 ábrán* látható leolvasó-mikroszkópba, a mérőcsavart addig forgatjuk, amíg a mikroszkópban látható világos szál rá nem áll a skálabeosztás nulla vonására. Ezt követően kell leolvasni a mérôcsavar állásához tartozó beosztás értékét. A fénymutató nullázását és a mérőcsavar-beosztások értékének leolvasását néhányszor megismételjük és a leolvasások átlagát fogadjuk el a mérés eredményének. A mérési jegyzőkönyvbe a műszerleolvasásokon kívül a mérés időpontját is rögzíteni kell.

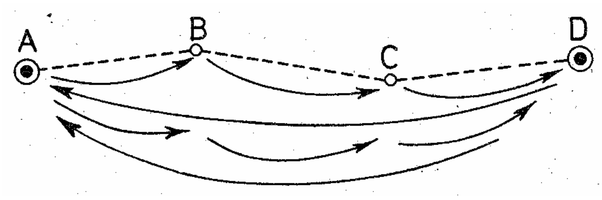
A graviméteres méréseket általában ismert alappontból kiindulva, vagy ismert alappontok között végezzük. A mérési elrendezés és a mérési sorrend mindig az adott feladat jellegétől függ, azonban a méréseket mindig úgy kell kialakítani, hogy ezek feldolgozhatók legyenek. Ennek megfelelően a mérések során minden esetben célszerű visszamérni a kiindulási állomásra, hogy a műszerjárást (a drift-javítást) a mérés idejére ki tudjuk számítani. Mindezt egy klasszikus feladat megoldásán próbáljuk szemléltetni.

Vizsgáljuk meg pl. az *5.7 ábrán* látható mérési kapcsolatot, ahol két ismert nehézségi gyorsulás értékű A és D alaphálózati pont között akarjuk meghatározni a g értékét a B és a C jelű pontban. Ekkor a legcélszerűbb mérési sorrend az:

$$A - B - C - D - A - B - C - D - A \ ,$$

de a pontokat egyenként is összemérhetjük; ekkor a mérési sorrend:

$$A - B - A - B - A \ ,$$
$$B - C - B - C - B \ ,$$
$$C - D - C - D - C \ .$$



5. 7 ábra. Graviméteres mérési sorrend

Célszerű tehát olyan mérési rendszer szerint dolgozni, hogy legalább egyszer sorra végigmérjük valamennyi pontot, majd visszamegyünk a kiindulási pontra és a mérési sorozatot itt zárjuk. A soron következő hálózatrésznél vagy mérési vonalnál a munkarend ugyanez. A különböző vizsgálatok szerint a korszerű graviméterek esetében a műszerek járásgörbéje legfeljebb 1.5 *órás* időközben tekinthető lineárisnak, ezért kb. másfél órán belül mindig célszerű visszamérni a kiindulási pontra. Ez szabja meg az ugyanazon mérési kapcsolatba bevonható állomások számának felső határát.

Fokozott pontossági igények esetén az adott mérési kapcsolatot egyszerre több műszerrel szokták mérni.

Tengeri és légi nehézségi gyorsulás mérésekre a hagyományos terepi graviméterek nem alkalmasak. Erre a célra különleges műszereket fejlesztettek ki [82].

5.3.2.3 A graviméteres mérések feldolgozása

A graviméteres mérések feldolgozása két lépésben történik. Először a mérések alapján kiszámítjuk a g értékét az egyes földfelszíni pontokban, majd ezt követően meghatározzuk a különféle nehézségi rendellenességeket és megszerkesztjük a szükséges anomália-térképeket.

Egyelőre csak az első lépéssel foglalkozunk, a nehézségi rendellenességek meghatározásáról a későbbiekben lesz szó.

A földfelszíni nehézségi gyorsulás értékek kiszámításához először képezzük az azonos mérési pontokon ugyanazon műszerállásban feljegyzett a műszerleolvasások $\bar{s}$ középértékét.

Ezt követően valamennyi $\bar{s}$ értéket megszorozzuk az adott műszer c szorzójával, azaz meghatározzuk a *mGal*-ra (vagy a m/s^2 -re) átszámított műszerleolvasásokat.

A következő lépésben minden egyes mérés helyére és időpontjára ki kell számítani a δg_A *árapály javítás* értékét és ezt le kell vonni a $c\bar{s}$ átszámított műszerleolvasásokból. Ekkor az ún. *nyers értékeket* kapjuk:

$$s' = c\bar{s} - \delta g_A$$

Az árapály javításokat kétféle úton számíthatjuk: vagy DOODSON módszerével [33], vagy a Hold és a Nap csillagászati koordinátáinak ismeretében [65].

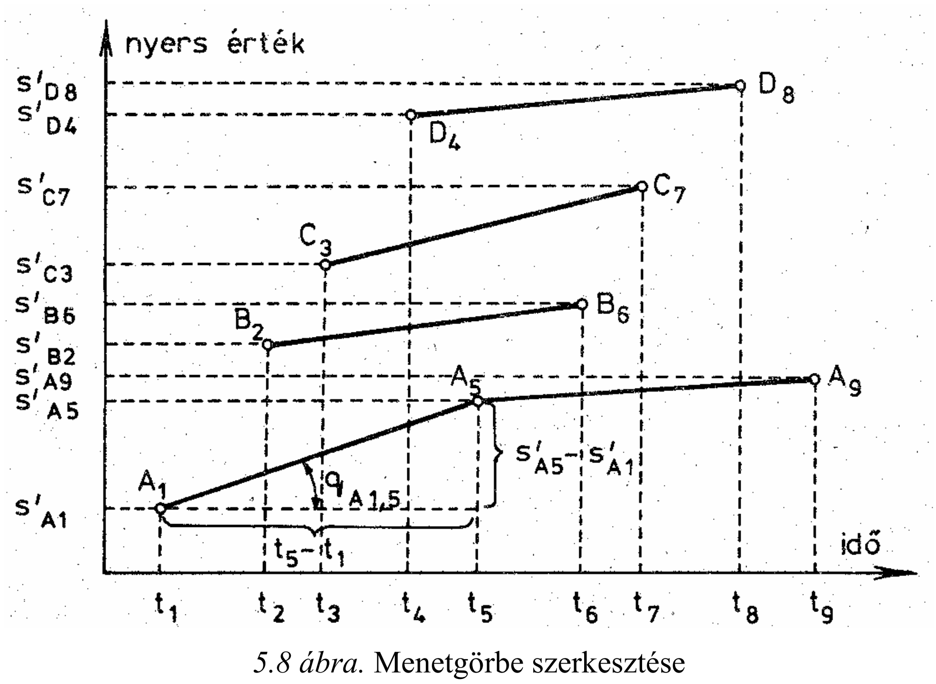
Az 5.1 pontban sorrakerülő levezetések alapján (az *5.31 ábra* jelölései és az (5.58) szerint) a Nap és a Hold helyzetétől függő luniszoláris hatás durva közelítéssel:

$$\delta g_A = -kM_H \frac{R}{r_H^3}\left(3\cos^2\zeta_H - 1\right) - kM_N \frac{R}{r_N^3}\left(3\cos^2\zeta_N - 1\right)$$

ahol k a gravitációs állandó, R a merevnek tekintett Föld sugara, M_H és M_N a Hold, illetve a Nap tömege, r_H és r_N a Hold, illetve a Nap Földtől mért távolsága, a z_H és z_N szögek pedig a Föld forgásával, illetve a Hold-Föld és a Nap-Föld relatív helyzetének változásával együtt változnak. Behelyettesítve az égitestek ismert adatait:

$$\delta g_A = -0.550\left(3\cos^2\zeta_H - 1\right) - 0.253\left(3\cos^2\zeta_N - 1\right) \quad [10^{-6} m/s^2]$$

Az ugyanazon mérési pontra számított s' nyers értékek már csak a mérési hibák és a műszerjárás miatt különböznek egymástól. A mérési hibákból származó ellentmondásokat kiegyenlítéssel lehet feloldani; előtte azonban célszerű a *műszerjárást* külön számítással meghatározni.



5.8 ábra. Menetgörbe szerkesztése

Feltételezzük, hogy a műszer járása a t idő függvényében folytonos görbével ábrázolható, amit *járásgörbének* nevezünk. A járásgörbe legegyszerűbben az ún. *iránytangens módszerrel* határozható meg. Ehhez először megszerkesztjük az adott graviméterrel végigmért pontkapcsolat ún. *menetgörbéit*, ami abból áll, hogy az idő függvényében felrakjuk az s' nyers értékeket és az azonos mérési állomásokhoz tartozó pontokat egyenes vonalakkal összekötjük. Mindezt a korábbi példánkon szemléltetjük: az *5.7 ábrán* bemutatott mérési kapcsolat lehetséges menetgörbéi az *5.8 ábrán* láthatók.

Ezt követően meghatározzuk az egyes menetgörbe szakaszok meredekségét, a q iránytangesek értékét:

$$q_{A_{1-5}} = \frac{s'_{A5} - s'_{A1}}{t_5 - t_1}$$

$$q_{B_{2-6}} = \frac{s'_{B6} - s'_{B2}}{t_6 - t_2}$$

$$\vdots$$

$$q_{A_{5-9}} = \frac{s'_{A9} - s'_{A5}}{t_9 - t_5}$$

majd az egyes t_i mérési időpontokhoz kiszámítjuk a járásgörbe u_i pontjait. A mérés kezdetén, vagyis a t_1 időpontban a járásgörbe értékét nullának választjuk ($u_1 = 0$); majd sorra a többi időpontban mindig a járásgörbe megelőző pontjának értékéhez hozzáadjuk a következő időintervallum hosszának és az ehhez tartozó iránytangensek középértékének szorzatát:

a t_1 időpontban: $u_1 = 0$,

a t_2 időpontban: $u_2 = u_1 + q_{A_{1-5}}(t_2 - t_1)$,

a t_3 időpontban: $u_3 = u_2 + \dfrac{q_{A_{1-5}} + q_{B_{2-6}}}{2}(t_3 - t_2)$,

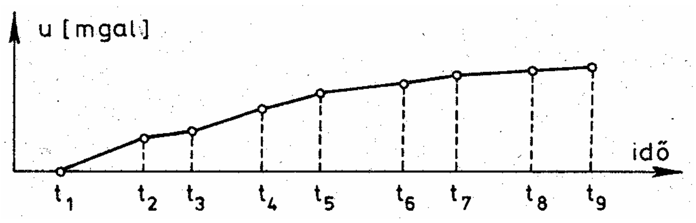
a t_4 időpontban: $u_4 = u_3 + \dfrac{q_{A_{1-5}} + q_{B_{2-6}} + q_{C_{3-7}}}{3}(t_4 - t_3)$,

.
.
.

a t_8 időpontban: $u_8 = u_7 + \dfrac{q_{A_{5-9}} + q_{D_{4-8}}}{2}(t_8 - t_7)$,

a t_9 időpontban: $u_9 = u_8 + q_{A_{5-9}}(t_9 - t_8)$.

Az $u_1, u_2, ..., u_n$ értékeket koordináta-rendszerben ábrázolva az adott graviméter járásgörbéjét kapjuk (amelyet a példánk esetében az *5.9 ábrán* láthatunk).



5.9 ábra. Graviméter járásgörbéje

Ha az így kiszámított u_i műszerjárás értékeket sorra levonjuk a megfelelő s' nyers értékekből, akkor az ún. *javított nyers értékeket* kapjuk:

$$s_i'' = s_i' - u_i$$

Az időben egymás után következő s'' értékek különbségei az egyes mérési pontok közötti javított nyers nehézségi gyorsulás különbségeket adják:

$$\Delta g_{i-1,i} = s_i'' - s_{i-1}''$$

A példánkban tehát:

$$\begin{aligned} \Delta g_{AB} &= s_{B2}'' - s_{A1}'' \\ \Delta g_{BC} &= s_{C3}'' - s_{B2}'' \\ &\vdots \\ \Delta g_{DA} &= s_{D8}'' - s_{A9}'' \ . \end{aligned}$$

Ezek után már csak az maradt hátra, hogy az alappontok ismert nehézségi gyorsulás értékei alapján, valamint a meghatározott Δg javított nyers nehézségi gyorsulás különbségek felhasználásával kiszámítsuk a meghatározandó pontok ismeretlen nehézségi gyorsulás értékeit. Mivel általában több mérést végzünk, mint ahány ismeretlen nehézségi gyorsulás értékünk van, az ismeretlenek legvalószínűbb értékét kiegyenlítéssel határozhatjuk meg.

A közvetítő-egyenletek általános alakja (pl. az A és a B pont között) :

$$\Delta g_{AB} = g_B - g_A \ .$$

Figyelembe véve azonban, hogy a Δg_{AB} mennyiségeket mérési hibák terhelik, ezekhez V_{AB} javítást rendelhetünk. Ha a g_A és a g_B nehézségi gyorsulásra g_{A_0} és g_{B_0} előzetes értéket veszünk fel, akkor a közvetítő-egyenletek alakja:

$$\Delta g_{AB} + v_{AB} = \left(g_{B_0} + \delta g_B\right) - \left(g_{A_0} + \delta g_A\right)$$

ahol δg_A és δg_B az előzetes g értékek kiegyenlítéssel meghatározandó változása.

Ha az ismert g értékű kezdőponthoz sorra hozzáadjuk a hálózatban mért Δg javított nyers értékeket, akkor az összeg általában nem fog megegyezni a másik végpont ismert g értékével. Ennek az a fő oka, hogy a graviméter c műszerszorzóját (ennek előzetesen meghatározott értékét) is hiba terheli. Ez az egyes mérési eredményekben szabályos hiba formájában jelentkezik, ezért a graviméter műszerszorzójához is rendelhetünk javítást. A c műszerszorzó javítását *léptékegyütthatónak* nevezzük és *Y*-nal jelöljük. Ezzel a közvetítő-egyenletek:

$$(1+Y)(\Delta g_{AB}+v_{AB}) = (g_{B_0}+\delta g_B)-(g_{A_0}+\delta g_A)\ .$$

Végül ezen közvetítő-egyenletek javításra kifejezett alakja:

$$v_{AB} = -\delta g_A + \delta g_B - \Delta g_{AB} Y + \ell_{AB}$$

ahol az ℓ_{AB} tisztatag értéke:

$$\ell_{AB} = -g_{A_0} + g_{B_0} - \Delta g_{AB}\ .$$

A feladat kiegyenlítése az ismert eljárások szerint történik. Ha a kiegyenlítés során meghatároztuk a δg megváltozásokat, akkor az egyes mérési pontokon már egyszerűen kiszámíthatjuk a keresett nehézségi gyorsulás értékeket:

$$\begin{aligned} g_A &= g_{A_0} + \delta g_A \\ g_B &= g_{B_0} + \delta g_B \\ &\vdots \end{aligned}$$

A graviméteres mérések feldolgozását nagy számításigényessége miatt elektronikus számítógépekkel végezzük [106].

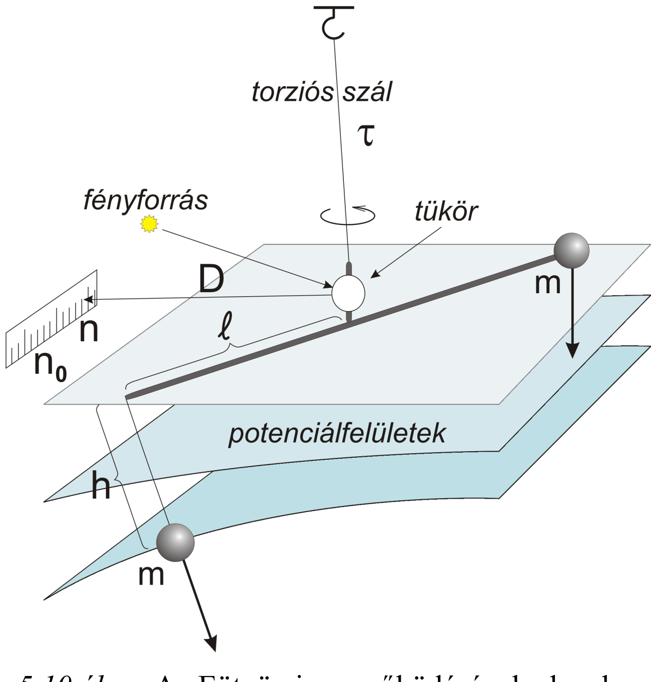
5.3.3 A nehézségi erő gradienseinek mérése

A nehézségi erő gradiensei a nehézségi gyorsulás két pont közötti megváltozását jellemzik. A gradiensek mérésére elsőként EÖTVÖS Lóránd fejlesztett ki igen pontos műszert; és ezzel a terepi gravitációs méréseken keresztül megalapozta a jelenlegi geofizikát. Az Eötvös-ingával bizonyos irányokban $1m$-es távolságon $10^{-9}\,m/s^2 = 1E$ (1*Eötvös*) nagyságú nehézségi gyorsulás-változást is ki lehet mutatni.

Napjainkban intenzív kutatások folynak olyan gradiensmérő műszerek kifejlesztésén, amelyekkel nem csak a szilárd Föld felszínén, hanem bármilyen körülmények között (pl. mesterséges égitesteken, repülőgépeken, mozgó gépkocsikon stb.) is lehet igen pontos méréseket végezni.

5.3.3.1 Az Eötvös-inga

Az Eötvös-féle torziós inga, – vagy EÖTVÖS elnevezésével a nehézségi variométer lényeges része a $0.04\text{–}0.02\ mm$ átmérőjű vékony rugalmas fémszálon függő vízszintes ingarúd, amelynek két végén egyenlő nagyságú tömegek vannak elhelyezve. Az egyik tömeg azonban nem közvetlenül a vízszintes ingarúdon van, hanem az 5*.10 ábrán* látható módon ennek végén h mélységben vékony szálon függ.



5.10 ábra. Az Eötvös-inga működésének alapelve

Az Eötvös-inga rúdjára egyrészt a nehézségi erőtér térbeli változásából származó forgatónyomaték, másrészt ezzel ellentétes értelemben a felfüggesztő szál csavarási nyomatéka hat. Egyensúly esetében a két ellentétes irányú forgatónyomaték egyenlő egymással. Ez teszi lehetővé a nehézségi erőtér forgatónyomatékának összehasonlítását a felfüggesztő szál csavarási nyomatékával és így a nehézségi erőtér változását jellemző mennyiségek meghatározását. Levezethető [34], hogy a forgatónyomatékok egyensúlya esetén:

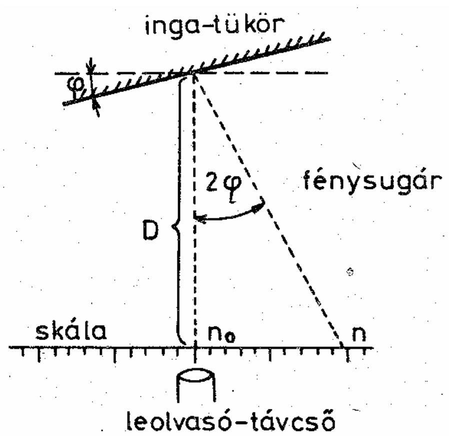
$$-\tau\varphi = K\left(W_{\Delta}\frac{\sin 2\alpha}{2} + 2W_{xy}\frac{\cos 2\alpha}{2}\right) + hlm\left(W_{zy}\cos\alpha - Wzx\sin\alpha\right)$$

ahol W_{zx} és W_{zy} az (5.13) szerint a nívófelületi gradiens összetevői, W_Δ és W_{xy} az (5.15)-ben szereplő görbületi mennyiségek, a a műszer felállítási irányának azimutja, h, l és m az *5.10 ábrán* látható mennyiségek, K az inga tehetetlenségi nyomatéka, t a felfüggesztő szál csavarási állandója, φ pedig az ingarúd nyugalmi helyzetétől mért elfordulásának szöge. Az ingarúd φ elfordulási szöge helyett vizuális leolvasás esetén az *5.11 ábrán* látható n beosztásértéket olvassuk le, így:

$$\varphi = \frac{n - n_0}{2D}$$

ahol n_o az inga nyugalmi helyzetének megfelelő beosztásérték, D pedig a skála és az ingarúdhoz rögzített tükör távolsága. Ezek figyelembevételével az Eötvös-inga egyenlete:

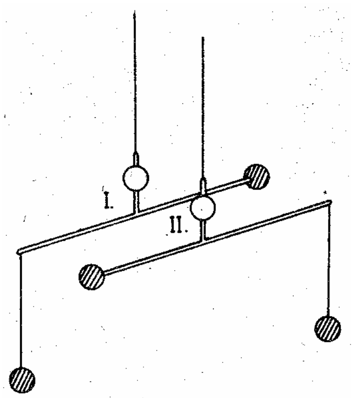
$$n - n_0 = \frac{DK}{\tau}\left(W_\Delta \sin 2\alpha + 2W_{xy} \cos 2\alpha\right) + \frac{2Dhlm}{\tau}\left(W_{zy} \cos\alpha - W_{zx} \sin\alpha\right) \qquad (5.18)$$



5.11 ábra. Az elfordulás és a skálaérték közötti kapcsolat

Amennyiben ismerjük a műszer D, K, t, h, ℓ és m állandóit, akkor az ingarúd helyzetét jellemző n skálaleolvasás az n_o, W_Δ, W_{xy}, W_{zx} és W_{zy} öt ismeretlen mennyiség függvényeként fogható fel. Ahhoz tehát, hogy a torziós szál n_o csavarásmentes helyzetét, valamint az illető mérési pontban a nehézségi erőtér megváltozását jellemző fenti potenciálderiváltakat egyértelműen meghatározhassuk, 5 mérés szükséges; azaz ugyanazon mérési ponton legalább 5 különböző α azimutban kell mérni az ingával. Ez az első ingák esetében valóban így is volt, azonban rövidesen olyan műszereket szerkesztettek, amelyekbe egyszerre két ingát építettek be, egymáshoz képest $180°$-kal elfordítva (*5.12 ábra*). Ekkor természetesen újabb ismeretlen mennyiség lép fel: ez a másik inga n'_o csavarásmentes állapota. Ezzel a kettős ingával három különböző α_1, α_2, α_3 azimutban mérve az n_1, n_2, n_3, n'_1, n'_2, n'_3 leolvasások alapján a hat ismeretlen: az n_o, n'_o, valamint a keresett W_{zx} és W_{zy} gradiensek, és a W_Δ, W_{xy} görbületi mennyiségek egyértelműen meghatározhatók [34].

A gyakorlatban az Eötvös-Rybár-féle torziós (Auterbal) ingák terjedtek el, amelyek automatikusan fotoregisztrálással működnek, és így az észlelőnek nem kell a méréskor a műszer mellett tartózkodnia.



5.12 ábra. A kettős-inga elrendezése

5.3.3.2 Terepmérések az Eötvös-ingával

Régebben az Eötvös-inga a kőolajkutatás legfontosabb műszere volt. Jelenleg a korszerű graviméterek mellett az Eötvös-ingát ritkábban és csak különleges feladatok megoldására használják. Ilyen feladatok pl. a geodéziában a függővonalelhajlás interpoláció [105], vagy pl. töréses szerkezetek kutatása.

Az Eötvös-ingával mérendő pontokat vagy szelvény mentén, vagy pedig hálózatos formában háromszögek, esetleg négyszögek szerint telepítik. A mérési pontok távolsága a megoldandó feladattól függően néhány métertől néhány *km*-ig terjedhet. Az Eötvös-inga lényegesen érzékenyebb a felszíni sűrűségeloszlásra, mint a graviméterek, ezért főképpen sík, vagy csak enyhén dombos területek alkalmasak ilyen mérésekre.

A méréseket ebben az esetben is a geodéta csoport és az Eötvös-ingával dolgozó csoport együttesen végzi.

A mérési pontok kijelölésekor arra kell ügyelni, hogy a közlekedési utaktól legalább 40-50 m távolságra legyenek, közvetlen környezetük lehetőleg vízszintes sík terep legyen, továbbá különleges terepi egyenetlenségek (árkok, töltések, épületek stb.) ne legyenek a közelben.

A közvetlen környezetben levő tömegek hatása számításának céljára a mérési pont környezetében szintezést kell végezni. A szintezést szimmetrikusan 8 irányban, a mérési ponttól számítva a következő távolságokban szokás elvégezni: 0.6*m*, 1*m*, 1.5*m*, 2*m*, 3*m*, 5*m*, 10*m*, 20*m*, 50*m*, esetleg nagyobb terepi egyenetlenségek esetében 70*m*, és 100*m*.

Célszerű a mérési pont közvetlen környezetében, kb. 3*m* átmérőjű körben a talajt elegyengetni.

Az Eötvös-ingát kezelő csoport az előre kijelölt ponton ajtajával észak felé felállítja a műszert védő sátrat, a műszert felteszi a műszerlábra és a talpcsavarok segítségével függőlegessé teszi, majd felhúzza az önműködő forgatószerkezetet és az ingát az északi kezdőállásba állítja. Ezután automatikus fotóregisztrálás esetén behelyezi a fényérzékeny fotólemezt, kioldja az ingát, majd megindítja az önműködő vezérlő szerkezetet és a műszert magára hagyja [49]. Ezt követően a műszeres csoport átmehet a soronkövetkező mérési pontokra és további ingákat helyezhet üzembe; majd visszatér az első mérési állomásra – ahol a műszer a mérést időközben már befejezte – és az ingát leszereli. Egyetlen pont mérése kb. 4 órát vesz igénybe.

5.3.3.3 Az Eötvös-inga mérések feldolgozása

Az Eötvös-ingával meghatározott W_{zx}, W_{zy} gradiensek, és a W_{Δ}, W_{xy} görbületi adatok nyers értékek, amelyek a további felhasználás és értelmezés miatt különböző javításokra szorulnak; ugyanis még mindenféle zavaró hatást magukban foglalnak.

Elsősorban a mérési pont közvetlen (0-100*m*) környezetében látható felszíni tömegegyenetlenségek hatása, az ún. *térszínhatás* miatt kell javítást alkalmazni; de nem szabad figyelmen kívül hagyni a távolabbi felszíni tömegek hatását, az ún. *térképhatást* sem.

A térszínhatás, vagy más néven terephatás számítására olyan összefüggéseket vezettek le, amelyekbe a közvetlen környezet szintezésének adatait kell behelyettesíteni [91]. A térképhatás ugyanezen összefüggések felhasználásával számítható, azonban a magasságokat topográfiai térkép szintvonalai alapján, a távolságokat pedig a térkép méretaránya szerint állapítjuk meg. A térszínhatás a W_{Δ} és a W_{xy} görbületi adatokra lényegesen nagyobb, mint a W_{zx} és a W_{zy} gradiensekre.

Ha a szintezési adatokból számított térszínhatást kivonjuk az Eötvös-ingával mért teljes, nyers értékekből, akkor EÖTVÖS elnevezésével az ún. *topografikus értékeket* kapjuk.

Ha a topografikus értékekből kivonjuk a normális (szélességi) hatást, akkor viszont a *topografikus rendellenességek* adódnak. A *normális hatás* a nehézségi gyorsulás (5.21) normálképletének megfelelő deriváltjaiból származtatható. Az (5.22) adatai szerint a $\sin^2 2\varphi$ tag elhagyásával a normális hatás:

$$U_{zx} = 8.12\sin 2\varphi[E]$$

$$U_{\Delta} = 10.26\cos^2\varphi[E]$$

$$U_{zy} = 0$$

$$U_{xy} = 0$$

Ha a topografikus rendellenességet a térképhatással is megjavítjuk, akkor a *felszínalatti rendellenességet* (EÖTVÖS elnevezésével szubterrén rendellenességet) kapjuk.

A gradiensek és a görbületi adatok felszínalatti rendellenességei az *5.1* és az *5.2 ábra* jelöléseivel térképen is ábrázolhatók [91]. Ezekből igen hasznos következtetések vonhatók le a kéreg szerkezeti viszonyaira. – Sok esetben azonban inkább izoanomália térképeket szerkesztenek, mivel ezek jobb áttekintést adnak egy-egy terület földtani viszonyairól.

Az elmúlt évtizedekben Magyarország síkvidéki területeinek igen nagy részét mérték fel Eötvös-ingával. A nyersanyagkutatás céljaira azonban elsősorban a W_{zx}, W_{zy} gradiens-értékeket dolgozták fel; a W_Δ és a W_{xy} görbületi adatok javarészben felhasználatlanul maradtak. A jövőben várhatóan sor kerül a görbületi adatok feldolgozására is, a függővonalelhajlás adatok sűrítése céljából.

5.3.3.4 Korszerű gradiométerek alkalmazása

Földünk elméleti alakjának (azaz a nehézségi erőtér adott potenciál-szintfelületének) meghatározása elvileg kétféle úton: analitikus, vagy szintetikus módszerrel lehetséges [48].

Az analitikus meghatározás a differenciál-geometria BONETT-tétele szerint a Gauss-féle fundamentális mennyiségek felhasználásán keresztül történik, – amelyek viszont a W_{xx} W_{yy} és W_{xy} mennyiség függvényei [48]. Eötvös-ingával a W_{xy} közvetlenül és igen pontosan mérhetô, a másik két mennyiség helyett azonban csak ezek különbsége, a $W_\Delta = W_{yy} - W_{xx}$ mérhető közvetlenül. Ha megfelelő pontossággal meg tudnánk határozni a W_{zz} értékét, akkor a $W_{xx} + W_{yy} + W_{zz} = 2\omega^2$ Laplace-egyenlet felhasználásával a W_{xx} és a W_{yy} különválasztható lenne. Mivel a W_{zz} értékét egészen napjainkig nem tudtuk az Eötvös-inga mérési eredményeinek megfelelő pontossággal meghatározni, így a szintfelületek analitikus meghatározása eddig csak matematikai lehetőség maradt.

Napjainkban rendkívül intenzív kutatások folynak olyan mérőműszerek kifejlesztésére, amelyekkel nem csak a szilárd Föld felszínén, hanem bárhol (pl. mesterséges holdakon, repülőgépeken, mozgó gépkocsikon stb.) igen pontosan és gyorsan meg lehet határozni a nehézségi gyorsulás gradienseit.

1979-től az USA-ban a Maryland-i Egyetem kutatók olyan gradiométer kifejlesztésén dolgoznak, amely az előzetes becslések szerint elérheti a $0.001E$ $(10^{-12} ms^{-2}/m)$ mérési pontosságot. A gradiométer működése különböző tömegek elemi méretű elmozdulásának megfigyelésén alapul. A nióbiumból készített tömegek elmozdulását bizonyos áramok által keltett mágneses tér megváltozásaként kívánják észlelni [72]. Ezt a mágneses teret szupravezető folyadék "védőpajzsával" szigetelik el a Föld mágneses terétől. A tervek szerint a készülék 1981-ben működni fog és 1984-ben már mesterséges holdakon is alkalmazható lesz.

A gradiométeres mérési technika fejlődésével elképzelhető, hogy belátható időn belül gyakorlatilag is megvalósítható lesz a szintfelületek analitikus meghatározása. Ennek a szintfelületek alakjának pontos meghatározása szempontjából lenne igen nagy jelentősége.