8. A NORMÁL NEHÉZSÉGI ERŐTÉR ÉS A GRAVITÁCIÓS ANOMÁLIÁK

A Föld nehézségi erőtere az inhomogén sűrűségeloszlás miatt meglehetősen bonyolult szerkezetű; mind a nehézségi gyorsulás; mind a potenciál a térben jelentősen változik. A változás legcélszerűbben úgy jellemezhető, hogy a valódi, mért nehézségi erőteret összehasonlítjuk a Föld elméleti, vagy normál nehézségi erőterével. A nehézségi gyorsulás valódi, mérhető g értékének és a γ normál nehézségi gyorsulásnak a

$$\Delta g = g - \gamma \tag{1}$$

különbségét *nehézségi rendellenességnek*, vagy *gravitációs anomáliának*; a W valódi- és az U normálpotenciál

$$T = W - U \tag{2}$$

különbségét pedig *potenciálzavarnak* nevezzük. A potenciálzavar geodéziai felhasználásával a fizikai geodézia foglalkozik, ezért ezzel a továbbiakban nem foglalkozunk. A különféle módon számított nehézségi rendellenességeknek a felsőgeodéziában és a geofizikában igen fontos szerepe van, mivel egyrészt ezek felhasználásával meghatározható a Föld elméleti alakja, másrészt ezekből a felszín alatti tömegeloszlásokra, illetve a Föld belső felépítésére következtethetünk.

A normál nehézségi erőtér

Válasszunk ki, és gondolatban töltsünk meg anyaggal olyan, viszonylag egyszerű geometriai alakzatot, amely jól megközelíti a Föld elméleti alakját. Az így kialakított test az alakjának és a tömegének megfelelő tömegvonzási erőtérrel rendelkezik. Ha a felvett test tömege megegyezik a Föld M_F össztömegével, méretei a Föld méreteit jól megközelítik és a Föld egyenletesnek tekintett ω_F forgási szögsebességével saját főtehetetlenségi tengelye körül forog, akkor a felszínén és a külső terében a Földéhez hasonló, ezt jól megközelítő ·nehézségi erőtér keletkezik. Az így létesített elméleti nehézségi erőteret használjuk viszonyítási alapnak a Föld valóságos nehézségi erőterének vizsgálatakor és ezt *normál nehézségi erőtérnek* a potenciálját pedig *normálpotenciálnak* nevezzük. (A normál nehézségi gyorsulást γ-val, a normálpotenciált U-val jelöljük.) Ha a felvett testet határoló felület a normál nehézségi erőtér potenciáljának egy szintfelülete (az ún. alapszintfelülete) akkor ezt a *Föld normálalakjának* nevezzük. Gyakorlati okokból mindig arra törekszünk, hogy mind a normál nehézségi erőtér, mind ennek alapszintfelülete matematikailag viszonylag egyszerű összefüggésekkel legyen leírható. Geodéziai alapfelületként célszerűen vagy az így fizikailag meghatározott és anyaghoz kötött normálalakot, vagy az ezzel egyenlő tengelyhosszúságú forgási ellipszoidot használjuk – amennyiben a kettő nem esik egybe. Miután ily módon a Föld normálalakjának és ezzel a normál nehézségi erőtérnek a felvétele bizonyos fokig önkényes, ennek többféle módszere alakult ki, amikre itt most nem térünk ki.

Sorfejtéssel az első tagokra szorítkozva a normál nehézségi gyorsulás a kiválasztott alapfelületen a

$$\gamma = \gamma_e (1 + \beta \sin^2 \varphi + \beta_1 \sin^2 2\varphi + ...) \tag{3}$$

alakban fejezhető ki; tehát a normál nehézségi gyorsulás a γ_e, β és β_1 állandók mellett csak a φ földrajzi szélesség függvénye. Az (5.21) összefüggésbe $\varphi = 0°$ illetve $\varphi = 90°$ értéket helyettesítve megkapjuk a γ_e és a β jelentését. Így γ_e a normál nehézségi gyorsulás egyenlítői értéke, míg

$$\beta = \frac{\gamma_p - \gamma_e}{\gamma_e}$$

az ún. nehézségi lapultság (γ_p a sarki nehézségi gyorsulás). A β_1-nek nincs ilyen szemléletes jelentése; levezethető azonban, hogy $\beta_1 = \beta_1(a, b, \omega_F, \gamma_e, kM_F)$ azaz β_1 értéke az ellipszoid a és b fél nagy- illetve kistengelyének, az ω_F a Föld forgási szögsebességének, a γ_e valamint a kM_F geocentrikus gravitációs állandónak a függvénye.

1930-ban Stockholmban a Nemzetközi Geodéziai Szövetség közgyűlése CASSINIS

$$\gamma = 9.780490 \left(1 + 0.0052884 \sin^2 \varphi - 0.0000059 \sin^2 2\varphi\right) \tag{4}$$

képletét ajánlotta nemzetközi normálképlet céljára, melyben az együtthatók számértékét egyrészt a Föld különböző helyein végzett nehézségi gyorsulás mérések eredményeiből, másrészt a szintellipszoid összefüggéseiből határozták meg az a = 6378388 m és az $\alpha = 1/297.0$ paraméterekkel rendelkező ellipszoidra vonatkozóan.

A mesterséges holdak méréseit is figyelembe véve újabban meghatározott, majd 1967-ben elfogadott és ajánlott nemzetközi normálképlet:

$$\gamma = 9.780318 \left(1 + 0.0053024 \sin^2 \varphi - 0.0000059 \sin^2 2\varphi\right) \tag{5}$$

amely a nehézségi gyorsulás normálértékét az *IUGG-67*-es referencia ellipszoidra ($a = 6378160\ m$, $\alpha = 1/298.247$) vonatkozóan adja meg m/s^2 egységben.

A normál nehézségi erőtér nem csak a nehézségi gyorsulás normálképletével, hanem a normálpotenciál függvényével is megadható.

A valódi földi nehézségi erőtér potenciálfüggvénye a már ismert

$$W = \frac{kM_F}{r}\left[1 - \sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{a}{r}\right)^n J_n P_n(\sin\psi) + \sum_{n=2}^{\infty}\sum_{m=1}^{n}\left(\frac{a}{r}\right)^n (C_{nm}\cos m\lambda + S_{nm}\sin m\lambda) P_{nm}(\sin\psi)\right] + \frac{1}{2}\omega^2 r^2 \cos^2\psi$$

formában írható, forgásszimmetrikus tömegeloszlású Föld feltételezése esetén viszont a forgási szimmetria miatt ebből hiányoznak a λ-tól függő tagok. Ebben az esetben (ha a vizsgált pont a Föld forgásában is részt vesz) a nehézségi erőtér potenciálja:

$$U = \frac{kM}{\ell}\left[1 - \sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{a}{r}\right)^{n} J_n P_n(\sin\psi)\right] + \frac{1}{2}\omega^2 r^2 \cos^2\psi \,. \qquad (6)$$

Mivel ezzel az összefüggéssel számított potenciálérték a tömegeloszlásra vonatkozó egyszerűsítő feltételezés miatt még akkor sem lehet azonos a nehézségi erőtér valódi W potenciálértékével, ha a sornak végtelen sok tagját számítjuk ki, ezért a (6) összefüggéssel számítható értéket a W helyett U-val jelöljük.

Az U=*áll.* potenciálértékű felületeket *szferoidoknak (szintszferoidoknak)* nevezzük. A szintszferoidok a nehézségi erőtér részletes vizsgálatában fontos szerepet töltenek be, mert éppen ezekre támaszkodva, a T potenciálzavar (2) szerinti kiszámításával tudjuk a tényleges nehézségi erőtér W potenciáljának szintfelületeit meghatározni.

Rendszerint az U függvény (6) végtelen sorából csak véges k számú egyenlítői szimmetriás tagot veszünk figyelembe – ennek megfelelően az U = *áll.* potenciálértékű szintfelületeket *k-ad* fokú szintszferoidoknak nevezzük. A gyakorlatban a legegyszerűbb eseteket: a $k=2$ másodfokú, vagy a $k=4$ negyedfokú (*Clairaut-*, illetve *Helmert-féle*) szintszferoidokat használjuk.

A nehézségi gyorsulás mérések redukciói

A Föld felszínén közvetlenül mérhető és a geoidra (a tengerszintre) átszámított nehézségi gyorsulás értékek többé-kevésbé eltérnek a nehézségi gyorsulás normális értékétől. A valódi és a normál nehézségi gyorsulás (1) szerint értelmezett eltérését nehézségi (vagy gravitációs) rendellenességeknek (anomáliáknak) nevezzük. Valójában a *gravitációs rendellenesség* találóbb elnevezés, mivel az (1) jobb oldalán levő mindkét mennyiség ugyanazt a centrifugális tagot tartalmazza, így ez a kivonás során kiesik, tehát a maradékban már csak a tömegvonzási tag szerepel.

A nehézségi gyorsulás méréseket természetesen nem az ellipszoidon, sőt általában nem is a geoidon, hanem különböző helyeken (pl. a Föld bonyolult topográfiájú felszínén különböző tengerszint feletti magasságokban, mesterséges holdakon stb.) végezzük. Könnyen belátható, hogy az így meghatározott g értékeket nem célszerű közvetlenül összehasonlítani azokkal a g elméleti értékekkel, amelyek egy másik felületre: a Föld normálalakjának megfelelő ellipszoid felületére vonatkoznak.

Ha a g normális értéket a mérési pontokon közvetlenül mérhető nehézségi gyorsulás értékekből vonjuk le, akkor az adott pontban a *nyers gravitációs anomáliákat* kapjuk. Ezek az adatok csak bizonyos korrekciók elvégzése után alkalmasak a geodéziai, valamint a geofizikai értelmezés és felhasználás céljaira, ezért a mért g értékeket bizonyos javításokkal (redukciókkal) kell ellátnunk. A különböző redukcióknak megfelelően különböző fajta gravitációs anomáliákat kapunk.

Valójában a nehézségi gyorsulás méréseket arra az alapfelületre kellene átszámítanunk, amelyre a normál nehézségi gyorsulás képlete vonatkozik. A későbbi geodéziai és geofizikai felhasználáshoz azonban általában elegendő, ha a mérési eredményeket a tengerszintre számítjuk át. Az átszámítás során különféle hatásokat kell figyelembe venni. A következőkben külön-külön tárgyaljuk az egyes lépéseket.

A δg_F ***tiszta magassági javítással*** **(a Faye-féle redukcióval)** a mérési pont tényleges tengerszint feletti h magasságáról a vonatkoztatási szint (általában a tengerszint) magasságára számítjuk át a mért nehézségi gyorsulás értékeket. Az átszámítást úgy végezzük, mintha a mérési pont és a vonatkoztatási szint között nem lennének tömegek.

A mérési pont és a tengerszint között a g változását közelítőleg úgy számíthatjuk ki, hogy a Földet gömb alakúnak feltételezzük és eltekintünk a tengelykörüli forgástól. Ekkor az R sugarú Föld felszínén

$$g = k\frac{M}{R^2}$$

a nehézségi gyorsulás értéke. Ezt R szerint differenciálva:

$$\frac{dg}{dR} = -\frac{2kM}{R^3} = -\frac{2g}{R}$$

amelyben a g és az R átlagos földi értékét behelyettesítve:

$$\frac{dg}{dR} = -3.086 \cdot 10^{-6} ms^{-2} / m$$

a vertikális gradiens (*VG*) elméleti értékét kapjuk. Ez azt jelenti, hogy a Föld felszínén 1 *m* magasságváltozás esetén kb. 0.3 *mgal*-t változik a nehézségi gyorsulás értéke. (A negatív előjel arra utal, hogy a magasság növekedésével csökken a nehézségi gyorsulás értéke.)

Ennek megfelelően a tiszta magassági javítás:

$$\delta g_F = -3.086 \cdot 10^{-6} h \ . \tag{7}$$

Ha a h magasság értékét *m*-ben írjuk be, akkor a javítás értékét m/s^2 -ben kapjuk.

Az (5.25) képletből kiszámítható, hogy alig több mint 3 cm magasságváltozás már 10 μ*Gal* nehézségi gyorsulás változást okoz. (Emiatt kell a graviméteres mérések mellett *mm* pontosságú szintezést végezni.)

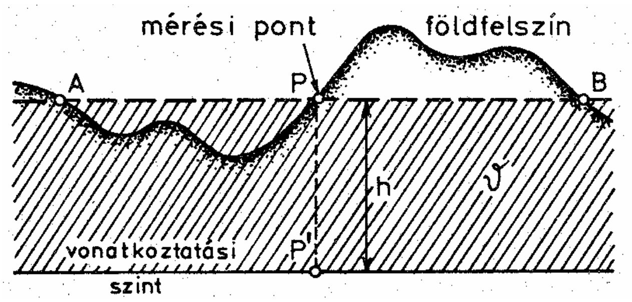
A valóságban a tengerszint és az észlelési pont között nem levegő, hanem különböző sűrűségű kőzetek vannak. Természetesen ezeknek a tömegeknek a hatása is benne van a g földfelszínen mért értékében; és nagysága elsősorban a h magasságtól függ.

A δg_B ***Bouguer-javítással*** a mérési állomás és a vonatkoztatási szint (a tengerszint) között elhelyezkedő tömegek hatását távolítjuk el. Az átszámítás során első közelítésben eltekintünk a mérési pont közvetlen környezetének domborzati hatásától és így a tényleges felszíni topográfia és a vonatkoztatási szint közötti tömegek hatását az *1. ábrán* átható *h* magasságkülönbséggel azonos vastagságú, horizontálisan végtelen kiterjedésű lemez (ún. Bouguer-lemez) hatásával közelítjük. Levezethető, hogy vízszintesen végtelen kiterjedésű *h* vastagságú és ρ sűrűségű lemez által okozott δg_B gravitációs gyorsulás a lemez felső szélén levő tetszőleges pontban:

$$\delta g_B = 2\pi k \rho h$$

ahol k a gravitációs állandó. Ennek megfelelően, behelyettesítve a k és a π számértékét, valamint a földkéreg felső részére vonatkozó $\rho = 2670\, kg/m^3$ átlagos sűrűségértékkel számolva a δg_B Bouguer-féle korrekció:

$$\delta g_B = 1.119 \cdot 10^{-6} h \quad . \tag{8}$$



1. ábra. h vastagságú Bouguer-lemez

A (7)-hez hasonlóan, ha a h értékét m-ben helyettesítjük be, akkor a δg_B javítás értékét m/s^2-ben kapjuk meg.

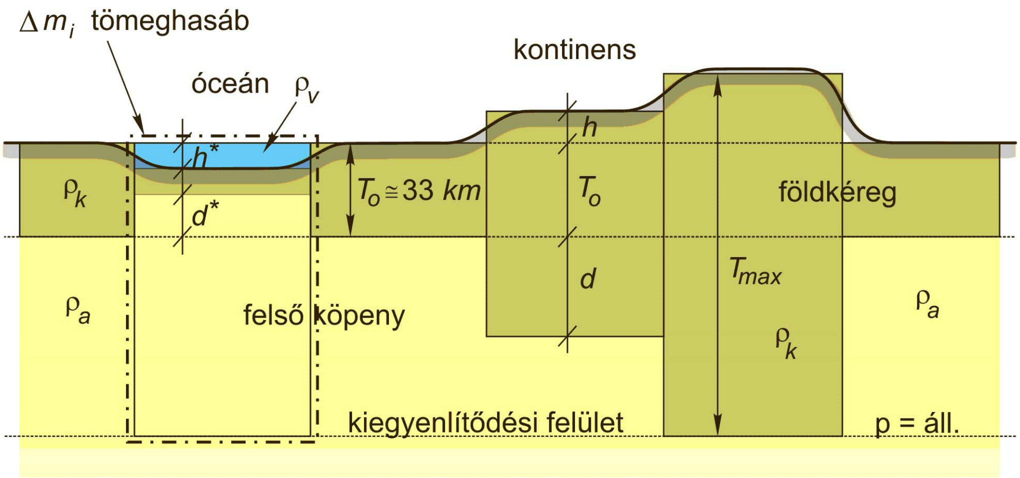
A mérési állomás és a vonatkoztatási szint közötti tömegek hatásának eltávolítása során a Bouguer-korrekció csak az első lépés. Az *1. ábra* mutatja, hogy egyes helyeken (pl. a P és a B pont között) túlságosan kevés tömeget távolítunk el, más helyeken (pl. az A és a P pont között) viszont olyan tömegeket tételeztünk fel, amelyek valójában nem léteznek. Ezt a pontatlanságot szünteti meg a topográfiai javítás.

A δg_T ***topográfiai javítás*** a valódi földfelszín és a Bouguer-lemez felső határa közötti tömegek, illetve "tömeghiányok" hatását veszi figyelembe. A topográfiai javítás minden esetben pozitív előjelű, mivel a mérési pont síkja fölött elhelyezkedő tömegek a mért g értékét csökkentik, tehát a javítást a mért értékhez hozzá kell adni; ugyanakkor a völgyek esetében a Bouguer-korrekció elvégzésekor feltételeztük, hogy anyaggal van kitöltve és ennek az anyagnak a hatását a Bouguer-korrekcióval eltávolítottuk. A valóságban azonban itt nincsenek tömegek, tehát ezt a fölöslegesen eltávolított hatást is hozzá kell adni a mért értékhez.

A topografikus javítást két részben számíthatjuk ki: a mérési pont 100 *m* sugarú közvetlen környezetének hatását *térszínhatásnak*; a 100 *m*-en kívüli, de legfeljebb 10 *km* távolságig terjedő környezet hatását pedig *térképhatásnak* nevezzük.

A térszínhatás a mérési pont körül 8 irányban mért szintezési szelvények alapján korábban ún. térszínhatás-diagramok segítségével, ma már inkább digitális terepmodellek alapján számítógéppel határozzák meg.

A δg_I ***izosztatikus javítás*** feladata az, hogy a mért nehézségi gyorsulás értékeket teljesen öves felépítésű (pontosabban fogalmazva: gömbhéjanként homogén sűrűségeloszlású) földmodellre számítsuk át azon feltevés alapján, hogy a felszíni magasságkülönbségek az izosztatikus úszási egyensúlynak megfelelően alakulnak ki.



2. ábra. Az Airy-féle izosztatikus modell

A korrekció kiszámításához ismernünk kell, hogy az izosztatikus úszási egyensúly esetén a földkéreg egyes részei milyen mélyen merülnek a felső köpeny anyagába. Ezért először határozzuk meg az Airy-féle izosztatikus elvnek megfelelően a 2. *ábrán* látható modell alapján, hogy kontinentális területen adott h kiemelkedéshez mekkora d kéregvastagodás, illetve óceáni területen h^* bemélyedéshez mekkora d^* kéregvékonyodás tartozik. Az ábrán látható kiegyenlítődési szintnek hidrosztatikus úszási egyensúly esetén azonos nyomású (izobár) felületnek kell lennie, ezért az A, B és a C pontban $p_A = p_B = p_C$, azaz a nyomások egyenlőek. Az ábra jelöléseinek megfelelően a nyomásértékek:

$$p_A = g[\rho_k T_0 + \rho_a d]$$

$$p_B = g[\rho_k (T_0 + h + d)]$$

$$P_C = g[\rho_v h^* + \rho_k (T_0 + h^* + d^*) + \rho_a (d + d^*)]$$

A $p_A = p_B$ egyenlőségből a kéregvastagodás:

$$d = \frac{\rho_k}{\rho_a - \rho_k} h \tag{5.28}$$

a $p_A = p_C$ és az (5.28) alapján pedig a kéregvékonyodás:

$$d^* = \frac{\rho_k - \rho_v}{\rho_a - \rho_k} h^* \tag{5.29}$$

A tengervíz $\rho_v = 1030\, kg/m^3$, a földkéreg $\rho_k = 2670\, kg/m^3$, valamint a felső köpeny $\rho_a = 3270\, kg/m^3$ átlagos sűrűségének felhasználásával a h magasságú hegységekhez tartozó d, és a h^* mélységű óceánokhoz tartozó d^* értékek az (5.28) és az (5.29) alapján egyszerűen meghatározhatók: $d \approx 4.45\, h$, és $d^* \approx 2.73\, h^*$.

Az izosztatikus javítás számításakor a hegységek d vastagságú "gyökerének" hatását úgy tüntetjük el, hogy az itt levő ρ_k sűrűségű kéreganyagot ρ_a sűrűségű köpenyanyaggal helyettesítjük; míg óceáni területeken a h^* mélységű ρ_v sűrűségű víztömeget és a d^* vastagságú ϑ_a sűrűségű felső köpenyanyagot egyaránt ρ_k sűrűségű kéreganyaggal kell helyettesíteni.

Összefoglalva a különféle redukciókat, láthatjuk tehát, hogy a δg_T topográfiai javítás és a δg_B Bouguer-javítás eltünteti a Föld felszínén mért nehézségi gyorsulás értékekből a geoid feletti tömegek hatását, a δg_F tiszta magassági javítás "leviszi" a mérési pontot a geoid szintjére, a δg_I izosztatikus javítás pedig kiejti a földkéreg aljának hullámzásából származó gravitációs hatásokat.

Attól függően, hogy milyen redukciókat hajtunk végre a közvetlenül mért g nehézségi gyorsulás értékeken, különféle gravitációs rendellenességeket kapunk:

a ***Faye***-*anomália*:

$$\Delta g_F = g + \delta g_F - \gamma$$

a ***Bouguer***-*anomália*:

$$\Delta g_B = g + \delta g_F - \delta g_B + \delta g_T - \gamma$$

az ***izosztatikus*** *anomália*:

$$\Delta g_I = g + \delta g_F - \delta g_B + \delta g_T + \delta g_I - \gamma \ .$$

A geofizikai gyakorlatban főleg a Bouguer és a Faye-anomáliákat, a geodéziában elsősorban a Faye-anomáliákat használjuk. A Faye-anomáliák az összes tömeg hatását tartalmazzák, ezért gyakorlatilag feltevésmentesek; azonban térben igen gyorsan változnak, így nehezen interpolálhatók. A Bouguer-anomáliák ettől abban különböznek, hogy nincs bennük a topográfiát is tartalmazó és a tengerszintig lenyúló homogénnek feltételezett kőzetlemez hatása; a Faye-anomáliákhoz képest sima futású, jól interpolálható és közepelhető anomáliák. Az izosztatikus anomáliák a legmunkaigényesebb és a legkevésbé feltevésmentes anomáliák, viszont sima futásúak, ezért igen jól interpolálhatók.

Gravitációs anomáliatérképek

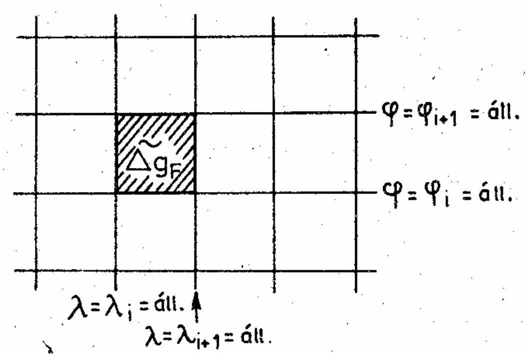
A gravitációs anomáliákat részben a jobb áttekinthetőség érdekében, részben a különböző felhasználási céloknak megfelelően izoanomália, vagy átlaganomália térképeken szokás ábrázolni.

Az izoanomália térképek szerkesztésekor a térképlapokra felrakott mérési pontokhoz tartozó gravitációs rendellenességek felhasználásával a szintvonal-szerkesztési szabályok szerint megrajzolják az egyenlő kerek anomáliaértékű helyeket összekötő ún. izoanomália vonalakat. Az izoanomália vonalak megszerkesztése az izosztatikus és a Bouguer-anomáliák esetén igen egyszerű, mivel ezek lineárisan interpolálhatók. A Faye-féle anomáliák esetében a kérdés bonyolultabb, mert ez a magasság függvénye és így csak közvetve interpolálható.

Magyarország területéről $1:500\,000$ és $1:200\,000$ méretarányú Bouguer és $1:500\,000$ méretarányú Faye-féle izoanomália térképek készültek. Természetesen kisebb-nagyobb területeken, ahol gravitációs részletméréseket vagy mikroméréseket is végeztek, jóval részletesebb térképek is rendelkezésre állnak.

Az egész Föld területére a párizsi *BGI* (Bureau Gravimetric International), azaz a Nemzetközi Gravimetriai Iroda készített $1:100\,000$, $1:10\,000\,000$ és $1:15\,000\,000$ méretarányú Bouguer és Faye-féle izoanomália térképeket.

Az átlaganomália térképek a 3. *ábrán* látható formában különböző területegységenként adják meg a gravitációs anomáliák (általában a Faye-anomáliák) átlagos értékeit.



3. ábra. Átlaganomália térkép

Magyarország területéről $1:25\,000$ térképszelvényenként, azaz $\varphi = 5' \times \lambda = 7'30''$ nagyságú területegységenként állnak rendelkezésre Faye-féle átlaganomália értékek.

Az egész Föld területére ugyancsak a *BGI* készített $1° \times 1°$, illetve $5° \times 5°$ területegységenként Faye-féle átlaganomália térképeket.