

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
ÁLTALÁNOS ÉS FELSŐGEODÉZIA TANSZÉK

GLOBÁLIS HELYMEGHATÁROZÁS

Oktatási segédlet

Budapest, 2007

TARTALOM

BEVEZETÉS

1. CSILLAGÁSZATI ALAPISMERETEK

- 1.1. A világmindenség felépítése
 - 1.1.1. A világmindenség általános felépítése
 - 1.1.2. A Naprendszer, a Nap és a bolygók
 - 1.1.3. A Föld és mozgásai
 - 1.1.3.1. A Föld keringése
 - 1.1.3.2. A Föld forgása
 - 1.1.3.3. A precesszió (és a csillagászati nutáció)
 - 1.1.3.4. A pólusmozgás
 - 1.1.4. A Hold és főbb mozgásai
 - 1.1.5. A csillagok látszólagos mozgása. A csillagképek
- 1.2. A kozmikus geodézia vonatkoztatási rendszerei
 - 1.2.1. Égi vonatkoztatási rendszerek
 - 1.2.2. A horizonti koordináta-rendszer
 - 1.2.3. A csillagkoordináták kiszámítása
 - 1.2.3.1. Égitestek koordináta-változásai
 - 1.2.3.2. Csillagkatalógusok, csillagászati évkönyvek
 - 1.2.3.3. A mérés kori látszó hely koordinátáinak kiszámítása
 - 1.2.4. Földi vonatkoztatási rendszerek
 - 1.2.4.1. A Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszer
 - 1.2.4.2. Helymeghatározó adatok a földi vonatkoztatási rendszerben
 - 1.2.5. Az égi és a földi vonatkoztatási rendszer kapcsolata
- 1.3. Az idő
 - 1.3.1. A Föld forgásán alapuló időrendszerek
 - 1.3.1.1. A szoláris idők
 - 1.3.1.2. A csillagidő
 - 1.3.1.3. A világidő
 - 1.3.2. Az efemerisz idő és a dinamikai idő
 - 1.3.3. Az atomidő
 - 1.3.4. Az év
 - 1.3.5. Átszámítás időrendszerek között

2. FÖLDRAJZI HELYMEGHATÁROZÁS

- 2.1. A földrajzi helymeghatározás mérések alapjai
 - 2.1.1. A földrajzi helymeghatározás mérések célja, feladata
 - 2.1.2. A földrajzi helymeghatározás mérések sajátosságai, alpműveletei
 - 2.1.3. A műszerfelszerelés

- 2.2. A földrajzi helymeghatározás mérések módszerei
 - 2.2.1. A szintfelületi földrajzi koordináták meghatározása
 - 2.2.1.1. A szintfelületi földrajzi szélesség és hosszúság együttes meghatározása
 - 2.2.1.2. A szintfelületi földrajzi szélesség meghatározása
 - 2.2.1.3. A szintfelületi földrajzi hosszúság meghatározása
 - 2.2.2. A szintfelületi azimút meghatározása

3. A SZATELLITAGEODÉZIA ALAPJAI

- 3.1. A mesterséges holdak mozgása
- 3.2. A mesterséges hold helyzetének számítása
- 3.3. Globális helymeghatározó rendszerek
 - 3.3.1. A NAVSTAR-GPS rendszer
 - 3.3.1.1. A rendszer felépítése
 - 3.3.1.2. A mérés elve
 - 3.3.1.3. A műszerek felépítése
 - 3.3.1.4. Transzformációs feladatok
 - 3.3.2. A GLONASS rendszer
 - 3.3.3. A GALILEO-rendszer
- 3.4. Geodéziai világhálózatok
- 3.5. Kontinentális és sűrítő hálózatok
- 3.6. Országos geodéziai alapponthálózatok

14 hetes tantárgyprogram

Hét	Ea/Gy	Témakör
1.	2 ó.ea.	Bevezetés. A világmindenség felépítése.
2.	2 ó.ea.	A Föld mozgásai. A csillagok látszólagos mozgása.
3.	2 ó. ea.	Égi vonatkoztatási rendszerek. A horizonti koordináta-rendszer.
4.	2 ó.ea.	Csillagkoordináták kiszámítása.
5.	2 ó. ea.	Földi vonatkoztatási rendszerek.
6.	2 ó. ea.	Égi és földi vonatkoztatási rendszerek kapcsolata.
7.	2 ó. ea.	A Föld forgásán alapuló időrendszerek. Az atomidő. 1. zárthelyi dolgozat
8.	2 ó. ea.	A földrajzi helymeghatározás mérések alapjai.
9.	2 ó. ea.	A szintfelületi földrajzi szélesség meghatározása.
10.	2 ó.ea.	A szintfelületi földrajzi hosszúság és azimut meghatározása.
11.	2 ó. ea.	A mesterséges holdak mozgása, pályája.
12.	2 ó. ea.	A mesterséges holdak helyzetének számítása. 2. zárthelyi dolgozat
13.	2 ó. ea.	Globális helymeghatározó rendszerek.
14.	2 ó. ea.	Geodéziai világhálózatok, kontinentális és országos geodéziai alapponthálózatok

1. Hét

BEVEZETÉS

A geodézia a *helymeghatározás tudománya*. A meghatározandó pontok tágabb értelemben bárhol (a Földön, más égitesten, a bolygóközi térségben, stb.) lehetnek. Ezen belül a kozmi-
kus geodézia feladata: *helymeghatározás égitestekre végzett mérésekkel*. Ekkor az „ismert alappontok” szerepét a térben (az égbolton) ismert helyzetű természetes, vagy mesterséges égitestek töltik be. Mivel az égitestek látszó helyzete a Föld forgása következtében folytonosan (és viszonylag gyorsan) változik, a kozmikus geodéziai helymeghatározásainkban az időnek rendkívül fontos szerepe van.

A kozmikus geodézia többféleképpen felosztható.

- Az **észlelt égitest** szerint lehet

- helymeghatározás *látható csillagokra* végzett mérésekkel: *földrajzi helymeghatározás*, vagy *csillagászati geodézia*;
- helymeghatározás *mesterséges holdakra* végzett mérésekkel: *satellita geodézia*;
- geodéziai feladatok megoldása *más égitestek* (pl. rádiócsillagok), ill. *égi jelenségek* (pl. napfogyatkozás) észlelése alapján,
- geodéziai feladatok megoldása *mesterséges holdakon* végzett mérésekkel

- *0 A **meghatározandó hely** szerint lehet

- helymeghatározás a Földön: *geodézia (szűkebb értelemben)*;
- helymeghatározás a Holdon: *szelenodézia*;
- helymeghatározás a bolygókon: *planetáris geodézia*.

A kozmikus geodézia kapcsolatai közül kiemелendő a *csillagászat* és ennek is főként az *asztrometria* ága, melynek kapcsolódó területei

- a gömbi csillagászat (szférikus asztronómia),
- a gyakorlati csillagászat (hely- és időmeghatározás),
- az égi mechanika és
- a pályaszámítás.

További fontos kapcsolódó tudományok a *geofizika* (a Föld forgása, fizikai folyamatai, geodinamika), a *felsőgeodézia* (az égitest alak- és méret-meghatározása, térbeli tájékozása, nehézségi erőterének kutatása, felszíni pontok helymeghatározása, stb.) és a *navigáció* (szárazföldi, tengeri, légi és bolygóközi mozgó járművek helymeghatározása és irányítása).

A **Globális helymeghatározás** tantárgy keretében csillagászati alapismeretek megszerzése után a kozmikus geodézia két nagy területének alapelveivel és geodéziai felhasználásukkal ismerkedünk meg. Ezek a

- a *látható csillagokra* végzett földrajzi helymeghatározás mérések és
- a *mesterséges holdakra* végzett satelitgeodéziai mérések.

A kozmikus geodézia további részleteit és geodéziai alkalmazásait a *GPS az építőmérnöki gyakorlatban* szabadon választható, továbbá a mesterképzés *Kozmikus geodézia, Geodéziai csillagászat, Dinamikai satelitgeodézia, GNSS elmélete és alkalmazása, Geodéziai hálózata*

tok és vetületek, Deformációmérések és -analízis, Intelligens közlekedési rendszerek és jármű-navigáció szaktárgyának keretében lehet elsajátítani.

A globális helymeghatározási módszerek nagy előnye az, hogy tetszőleges helyen kiválasztott állásponton, Földön kívüli égitestekre végzett mérések alapján, a pont helyzetét az egész Földre egységes (globális) koordináta-rendszerben tudjuk meghatározni. A globális helymeghatározások sajátossága, hogy a pont környezetétől független, *egyedi* pontmeghatározások.

A tantárgy oktatásának célja a szakterület ismeretanyagának átadása mellett olyan szemlélet- és gondolkodásmód kialakítása, mely megfelelően érzékeli Földünk, mint égitest, térbeli elhelyezkedését és ennek időbeli változásait.

1. CSILLAGÁSZATI ALAPISMERETEK

1.1. A világmindenség felépítése

1.1.1. A világmindenség általános felépítése

A *világmindenség* (világegyetem, univerzum) az anyaggal kitöltött, kiterjedésében és az időben határtalan tér teljessége. Jellemzője a folytonos mozgás, fejlődés, átalakulás egységes természeti törvények alapján. Egyedek (csillagok) képződnek, fejlődnek, elmúlnak.

A **csillagok** nagy tömegű (10^{-2} - 10^2 naptömeg), magas hőmérsékletű (néhány millió C°) izzó gáztömegek, amelyekben magfizikai folyamatok játszódnak le, és (fény, rádió, röntgen, részecske sugárzással) energiát bocsátanak ki. A sugárzás tartománya szerint megkülönböztünk *látható* és *rádiócsillagokat*. A csillagok anyagát a gáz- és sugárnyomással szemben saját tömegvonzásuk (gravitációjuk) tartja össze. A csillagok távolsága igen különböző. A hozzánk legközelebbi csillag a Nap (közepes méretű csillag), a következő közeli csillag távolsága mintegy 4,3 millió fényév ($1 \text{ fényév} \sim 9,5 \cdot 10^{12} \text{ km}$).

A csillagok száma „végtelen” azaz megszámlálhatatlan. A *csillagközi térségben* csillagközi (intersztelláris) anyag (gáz, por), tömegvonzási (gravitációs) és elektromágneses erőter, valamint anyag- és energiaáramlások vannak.

A látható fény tartományban sugárzó távoli csillagokat pontszerű fényforrásként érzékeljük, és irányozhatjuk. A távoli rádióforrások – megfelelő érzékelővel – különösen nagy pontossággal irányozhatók. Így a csillagok helyzete, pontosabban az irányuk, jól meghatározható, ezért alkalmasak arra, hogy geodéziai feladataink megoldásakor az „ismert alappontok” szerepét töltsék be. (Itt kell megjegyezzük, hogy még az ún. álló csillagok egy része is mutat *sajátmozgást*. Ezt általában *sugár* és *érintő* irányú összetevőre bontjuk, amelyek közül csak az utóbbinak van számunkra jelentősége. Ennek mértéke csak a csillagok 1%-ánál haladja meg az $1''/\text{év}$ mértéket. A nagyon távoli csillagok már nem mutatnak érzékelhető sajátmozgást.) A csillagokra végzett mérésekkel tudjuk csillagászati geodéziai feladatainkat nagy pontossággal megoldani.

A csillagok csillagrendszerekbe tömörödnek. **Csillagrendszer** (*galaxis*) nagy számú (~100 milliárd) csillag, valamint csillagközi anyag (gáz, por) dinamikailag és fejlődésileg összetartozó rendszere. Alakjuk lehet gömb, ellipszoid, spirális, vagy szabálytalan. Az égbolton ködnek, felhőnek, vagy éppen csak fényfoltocskának látszanak. Számuk sok milliárd. Hozzánk viszonylag közeli csillagrendszerek, pl. az *Androméda köd*, vagy a *Magellán felhők*.

A mi csillagrendszerünk a **Tejútrendszer** (*galaktika*). Az összes többi csillagrendszert *extragalaktikának* mondjuk. A Tejútrendszert mintegy 100-200 milliárd csillag alkotja, melyekből összesen 2-4 ezer látható szabad szemmel. Zömük a rendszer fősíkjában, a *Tejútban* tömörödik. A rendszer átmérője mintegy 100.000 fényév. Naprendszerünk a Tejútrendszer középpontjától mintegy 30.000 fényévre külpontosan helyezkedik el. A Tejútrendszert állandó, változó, infravörös és rádió csillagok, továbbá nyílt és gömb halmazok, csillagközi anyag valamint planetáris ködök (gáz- és porfelhők sűrűsödési helyei) alkotják. A Tejútrendszer a többi

csillagrendszerhez viszonyítva 210 km/s sebességű haladó mozgást végez (évente mintegy 6.600 millió km utat tesz meg).

Több (több ezer) csillagrendszer (galaxis) **galaxis halmazt** alkot. Ilyen, pl. a Tejútrendszer, a Magellán felhők, az Androméda köd és még mintegy 30 galaxis együttese által alkotott, mintegy 7 millió fényév átmérőjű halmaz. A többi galaxis halmaz távolsága tőlünk több mint 1/2 milliárd fényév. Az eddigiekből érzékelhető a világmindenség időbeli és térbeli határtalan kiterjedése.

1.1.2. A Naprendszer, a Nap és a bolygók

A **Naprendszer** a Nap és a Nap körül keringő égitestek összessége. A Naprendszer tagjainak pályáját alapvetően a Nap tömegvonzása határozza meg. A Naprendszert 9 nagybolygó, 33 bolygóhold, kisbolygók tízezrei, üstökösök milliárdjai, meteorok trilliói, továbbá bolygóközi (interplanetáris) gáz, por, szabad elektronok, protonok és atomok alkotják. Kora 4-6 milliárd év.

Az egész rendszer együttes mozgásai:

- haladó mozgás (a környező csillagokhoz viszonyítva) a Herkules csillagkép irányába 19,4 km/s sebességgel (*apex mozgás*);
- keringés a Tejútrendszer központja körül, mintegy 66.000 fényév átmérőjű pályán, 220 km/s pálya menti sebességgel (keringési idő ~250 millió év);
- a Tejútrendszer haladó mozgása [1.1.1].

A Naprendszer központi égitestje a **Nap**, amely közepes méretű csillag. Tömege $1,985 \cdot 10^{30}$ kg, ami a rendszer össztömegének 99,86%-át teszi ki. Átlagos sűrűsége 1.410 kg/m^3 . Átmérője ~1,4 millió km (a Földének ~109-szerese), látszólagos átmérője ~32', forgási ideje 25,4 földi nap. A Földtől mért távolsága 147,1-152,1 millió km, amit a fény ~8,3 perc alatt tesz meg.

A Nap az egész Naprendszer fő energia forrása, vagyis a rendszer többi tagjainak fénye közvetlen, vagy közvetett úton belőle származik. A földi értelemben vett élet fenntartója. A Nap energiája a belsejében lefolyó atommag átalakulásból ($H_{\text{mag}} \rightarrow \text{He} + \text{energia}$) származik. Hőmérséklete a felszínén ~6.000 C°, a belsejében ~15 millió C°.

A Földről látszó viszonylag nagy átmérőjű napkorong nem irányozható olyan szabatosan, mint a csillagok, ezért a Nap csak kisebb megbízhatóságú (pl. expedíciós, vagy tengeri navigációs) hely- és időmeghatározási feladatok megoldására alkalmas.

A Naprendszer **bolygói** a Nap körül keringő, saját fény nélküli, a Nap tömegénél nagyságrendekkel kisebb tömegű égitestek. A Naprendszer 9 *nagybolygóját* két csoportra osztjuk:

- *Föld típusú* bolygók: Merkúr, Vénusz, Föld, Mars és Plútó;
- *Jupiter típusú* (vagy *óriás*) bolygók: Jupiter, Szaturnusz, Uránusz és Neptunusz.

A Naprendszerhez a nagybolygók mellett több ezer kisebb méretű és tömegű *kisbolygó* is tartozik.

A bolygók a Naprendszer tömegközéppontja (a *baricentrum*) körül *keringenek*, és saját tengelyük körül *forognak*.

A bolygók pályamozgásának törvényeit tapasztalati úton *Kepler* ismerte fel, majd később – a tömegvonzás törvényének felismerése után – *Newton* bizonyította mechanikai alapon (*égi mechanika*). *Kepler* törvényei:

1. a bolygók ellipszis alakú pályán keringenek, amelynek egyik gyújtópontja egybeesik a Naprendszer (gyakorlatilag a Nap) tömegközéppontjával;
2. a bolygónak a gyújtópontba helyezett kezdőponthoz (origóhoz) viszonyított helyvektora egyenlő idők alatt egyenlő területeket sűrol;
3. a keringési idő négyzete fordítottan arányos a pályae ellipszis fél nagytengely hosszának köbével.

A globális helymeghatározásban *Kepler* törvényeit (a *newtoni* mechanikai megfogalmazásban) a mesterséges holdak pályamozgásának számítására fogjuk használni. Magukat a bolygókat geodéziai feladatok megoldására nem használjuk.

2. Hét

1.1.3. A Föld és mozgásai

A **Föld** a Naprendszer kis bolygója, melynek egy saját holdja van. Egyenlítői félátmérője $a=6378137$ m, lapultsága $f=1/298,257\dots$, a vele egyenlő térfogatú gömb sugara $R=6371$ km, geocentrikus gravitációs állandója $kM=3986005 \cdot 10^8$ m³s⁻², tömege $M=5,973 \cdot 10^{24}$ kg és átlagos sűrűsége $\varrho_{\text{átlag}}=5.514$ kg/m³. A Föld-Hold rendszer kora 3-4 milliárd év.

A Föld mozgásai:

- a keringés,
- a forgás,
- a precesszió (és a precessziózavar vagy csillagászati nutáció),
- a pólusingadozás és a pólusvándorlás (együttesen a pólusmozgás) és
- a Naprendszer együttes mozgásai

1.1.3.1 A Föld keringése

A Föld (pontosabban Föld-Hold rendszer tömegközéppontja) a Naprendszer (jó közelítéssel a Nap) *Bc* tömegközéppontja körül lényegében *Kepler*-féle ellipszis pályán kering. A keringés síkja az *ekliptika síkja*, periódusa 365,24... nap, tehát a Föld a pályáján naponta mintegy 1° középponti szögnek megfelelő ívdarabot tesz meg.

A Föld keringésének *hatásai*:

- éjszakánként az égbolt különböző részei láthatók. A teljes égboltot egy teljes év leforgása alatt láthatjuk;

- a keringési pálya egyes pontjairól a csillagokat a mindenkori Föld-Nap távolságnak megfelelő „külponthoz” észleljük a Naprendszer tömegközéppontjában képzelt „központhoz” viszonyítva (*keringési* vagy *évi parallaxis*);
- a fénysebességhez viszonyítva nagy keringési sebességgel mozgó észlelő más irányból látja beérkezni a fénysugarat, mint a csillag valóságos iránya (*keringési* vagy *évi aberráció*);
- végül itt említjük az *évszakok változását* is, ami a keringés és a forgástengely sajátos helyzetének együttes hatása.

1.1.3.2 A Föld forgása

A Föld *forgását* az ω forgási szögsebesség vektorral jellemezzük. Ennek nagysága (abszolút értéke) Földünk forgási szögsebessége, hatásvonala pedig Földünk forgástengelyének térbeli helyzetét jelöli ki. Különböző külső és belső hatások következtében ezek egyike sem állandó az időben.

A *forgási szögsebesség* változásai a Föld belső tömegátrendeződéseivel kapcsolatosak. Valamely forgó test ugyanis nem a forgási szögsebességét, hanem forgási impulzusát (perdületét) igyekszik megtartani, vagyis az ωC =állandó (ahol C a Földnek a forgástengelyre vett tehetetlenségi nyomatéka). Ez utóbbit pedig minden belső tömegátrendeződés megváltoztatja. Így tapasztaljuk a forgási szögsebesség *rövid periódusú (évszakos)*, továbbá *szabálytalan és egyirányú (szekuláris)* változásait. Ezek együttesen a *nap hosszának* (Length of Day=LOD) $\pm 0,03$ s-on belüli változásait okozzák. A forgási szögsebességet, illetve a nap hosszát kozmikus geodéziai módszerekkel igen nagy megbízhatósággal tudjuk meghatározni. Egyebek mellett ennek a feladatnak a megoldására szervezték meg, és működtették 1912-től a *Nemzetközi Időszolgálatot* (Bureau International de l'Heure = BIH).

Az ω hatásvonala, azaz a Föld *forgástengelye* a keringési sík (az ekliptika síkjának) normálisával $23,5^\circ$ -os szöget zár be. A forgástengely a Földről nézve az égbolt mozdulatlanak látszó pontja felé mutat, ezért a helymeghatározásban – az ősidők óta – fontos szerepe van. Ez égi koordináta-rendszereinknek a természet által kijelölt egyik alapiránya. A forgástengely a látszólagos éggömböt a P_E *északi* és a P_D *déli égi pólusban* dőfi. A forgástengelyre merőleges sík az *égi egyenlítő síkja*.

A Föld forgásának *hatásai*:

- a nappalok és éjszakák váltakozása;
- az égbolt látszólagos forgása a forgástengely körül (a természetes égitestek kelése, delelése (kulminációja) és lenyugvása);
- az észlelő változó irányú „külponthoz” a Föld középpontjához viszonyítva (*forgási* vagy *napi parallaxis*);
- az észlelőnek a kerületi sebességgel mozgásából származó *forgási* vagy *napi aberráció*.

1.1.3.3. A precesszió (és a csillagászati nutáció)

A **precesszió** a forgástengely sajátos mozgása, amikor a forgástengely az ekliptika síkjának normálisára körül egyenletes sebességgel $\sim 23,5^\circ$ fél nyílásszögű kúppalástot ír le. Ennek folyamán a földtest együttmozog a forgástengellyel. A forgástengely precessziós mozgása annak

következménye, hogy egyrészt a Föld nem gömb, hanem – jó közelítéssel – forgási ellipszoid alakú, másrészt a forgástengelye a keringési pálya (az ekliptika) síkjára nem merőleges. Így a Naprendszer többi tagjai (a Nap, a Hold és a bolygók), amelyek valamennyien az ekliptika síkjának közelében (vagy éppen benne) vannak, a Föld egyenlítői tömegtöbbletére forgató nyomatékokat fejtenek ki. Ez a forgástengelyt az ekliptika síkjának normálisa irányába szeretné állítani. A pörgettyűként viselkedő forgó földtest azonban forgástengelyének irányát megtartani igyekszik. A két hatás eredőjeként alakul ki a forgástengely említett precessziós mozgása (ld. bűgöcsiga!). (A precessziós mozgás részleteit a *Geofizikai alapismeretek* tantárgy tárgyalja.)

A precesszió hatására folyamatosan változik a forgástengelynek és vele együtt a rá merőleges égi egyenlítő síkjának a csillagokhoz viszonyított térbeli helyzete. Következményként folyamatosan változik az égi egyenlítő és az ekliptika síkja metszéspontjának – a földpálya *csomópontjának* és a rajta fekvő Υ *Tavaszpont* irányának – térbeli helyzete is.

A precessziós mozgás több égitest együttes hatására kialakuló igen összetett mozgás. Fő tagja a forgástengelynek a Nap hatására keletkező $\sim 47^\circ$ amplitúdójú és 25.800 év periódusú mozgása. A csillagászatban és a kozmikus geodéziában csak ezt nevezzük szoros értelemben *precesszió*nak. (Ennek az ekliptika síkjában a Tavaszpont $50,3''/\text{év}$ eltolódása felel meg.) Ez a mozgás a szükséges égi mechanikai ismeretek alapján a *Nemzetközi Csillagászati Unió* IAU(1976) precessziós modelljéből a $t_0 = \text{J } 2000,0$ vonatkoztatási időponthoz viszonyítva (ami a 2000. január 1. 12 h időpontnak megfelelő Julián dátum [1.3.]) kellő pontossággal számítható.

A precessziós mozgás fő tagjára a Hold és a bolygók hatására – a már leírt mechanizmus eredményeként – számos kisebb-nagyobb amplitúdójú és rövidebb-hosszabb periódusú mozgás rakódik rá, melyeket a csillagászatban és a kozmikus geodéziában (a fizikától eltérően már nem precesszióknak, hanem) *csillagászati nutációknak*, vagy egyszerűen csak *nutációknak* (újabban, helyesebben *precessziózavarnak*) neveznek. Ennek legjelentősebb tagja a Hold hatására keletkező $9''$ amplitúdójú és 18,6 év periódusú mozgás. A hosszú- és rövidperiódusú nutációs mozgások a precessziós mozgás fő tagjára ráakodva, a precessziós kúp képzeletbeli alapkörét mintegy „kicsipkézik”). Ezek a mozgások az IAU(1980) nutációs modellből számíthatók a $t_0 = \text{J } 2000,0$ vonatkoztatási időponthoz viszonyítva. 2003. január 1.-től az eddigieknél is pontosabb IAU 2000A precessziós és nutációs modellt vezették be. Megbízhatósága mintegy $\pm 0,0002''$. (A korábbi megbízhatóság mintegy $\pm 0,001''$.)

Mint már említettük, a Föld forgástengelye és látni fogjuk, hogy a Tavaszpont képezi az égi koordináta-rendszerünk két alapirányát. Ugyancsak fontos szerepet fog játszani a forgástengelyre merőleges sík, az égi egyenlítő síkja. Ha a forgástengely helyzetének, ill. a rá vonatkozó csillagkoordináták kiszámításában csak a *precesszió* hatását vesszük figyelembe, akkor a forgástengely, a Tavaszpont és az égi egyenlítő síkjának *közepes* helyzetéről beszélünk. Ekkor

használjuk az $\tilde{\omega}$ *közepes* forgástengely, $\tilde{\Upsilon}$ *közepes* Tavaszpont és a *közepes* égi egyenlítő síkja megjelölést. Ha azonban a precesszió mellett a *precessziózavart* (vagy *nutációt*) is számításba vesszük, akkor az ω *valódi* forgástengely, Υ *valódi* Tavaszpont és a *valódi* égi egyenlítő síkjának helyzetét kapjuk. Csillagászati geodéziai feladataink megoldásakor mind a csillagkoordinátákat, mind a mérési eredményeinket a *valódi* forgástengelyre, Tavaszpontra és égi egyenlítő síkra vonatkoztatjuk. A precesszió (és a nutáció) hatására a forgástengely csillagokhoz viszonyított (térbeli) helyzete változik, ezért a rá vonatkoztatott *csillagkoordináták* is ennek a hatásnak a következtében az *időben folyamatosan változnak*.

1.1.3.4. A pólusmozgás

A pólusmozgás a Föld valódi forgástengelyének és a földtestnek egymáshoz viszonyított helyzetváltozása. Ez két jelenségből tevődik össze úm. a *pólusingadozás* és a *pólusvándorlás*.

A **pólusingadozás** oka az, hogy a Föld forgása nem tehetetlenségi főtengelye körül indult meg. A forgástengely a tehetetlenségi tengellyel $\sim 0,3''$ szöget zár be. Ez az állapot tartósan fennmarad a forgás során úgy, hogy a forgástengely és a tehetetlenségi főtengely a térben folyamatosan járja körbe egymást. A jelenséget a Földről nézve azt látjuk, hogy a forgástengely körkúp palástja mentén egyenletes sebességgel járja körül a földtest tehetetlenségi főtengelyét. A valóságban a földtest „billeg” a forgástengelyen, mint a rosszul kiegyensúlyozott („centírozatlan”) autókerék. (Ezt a jelenséget a fizika az erőmentes pörgettyű mozgásaként tárgyalja, és ezt nevezi *nutációnak*, ld. Geofizikai alapismeretek tantárgy.)

A pólusingadozás tehát gyakorlatilag a földtest rövidperiódusú áthelyeződése a valódi forgástengelyhez viszonyítva. Ennek következménye az, hogy a földi pontoknak a valódi forgástengelyhez viszonyított helyzete az időben periódusosan változik. Ennek amplitúdója $\sim \pm 0,3''$, tapasztalt periódusa (a *Chandler*-periódus) mintegy 430 nap. A *póluspálya* (a forgástengely földfelszíni dőféspontjának elmozdulásgörbéje) spirál-szerű, csipkézett vonal, amelynek szabálytalanságai a Föld különböző (nagyreszt rövidebb-hosszabb periódusú) tömegátrendeződéseinek (tehetetlenségi nyomatókai megváltozásának) következményei (pl. légtömegek, vagy az évszakok változásával járó hótakaró, lombkorona, stb. áthelyeződése).

A **pólusvándorlás** a rendszeres megfigyelésekkel meghatározott pólushelyzetekből időnként számított *közepes pólushelyzetek áthelyeződése*. Tapasztalt mértéke $\sim 0,15$ m/év. Oka a földtömeg (legalább is részbeni) egyirányú, tartós átrendeződése (a tehetetlenségi nyomatókok tartós megváltozása, pl. lemezmozgások, stb.).

Mint említettük a két jelenség együttes hatása a **pólusmozgás**, amelynek eredményeképpen a földi pontoknak a forgástengelyhez viszonyított helyzete folyamatosan változik. Éppen ennek következtében ismerték fel a jelenséget a XIX. szd. végén, amikor a csillagászati-geodéziai helymeghatározások megbízhatósága elérte azt a szintet, hogy ismételt meghatározások közötti néhány tized másodperc különbségek kimutathatókká váltak.

A pólusmozgás folyamatos meghatározására hozta létre, és működtette 1899-től a geodézia akkori nemzetközi szervezete a *Nemzetközi Szélességszolgálatot* (International Latitude Service = ILS), amelynek munkáját 1962-től, kibővített állomás- (obszervatóriumi) hálózattal a *Nemzetközi Pólusmozgás Szolgálat* (International Polar Motion Service = IPMS) folytatta. Közben, 1955-től a *Nemzetközi Időszolgálat* (BIH) is kiterjesztette tevékenységét a pólusmozgás rendszeres meghatározására is.

A szolgálatok mérési eredményeivel számszerűen is alátámasztott (földfizikai) felismerések vezettek arra, hogy a földi pontok helyzetének meghatározását nem célszerű a forgástengelyhez kötni, mert akkor a koordináták a mérési megbízhatóságot egyre inkább meghaladó periódusos, szekuláris és szabálytalan változásokat mutatnak. Ezért alakult ki az a törekvés, hogy a földi pontok helyzetét inkább a *földtesthez* (minél jobban) *kötött* alapírányra vonatkozóan határozzák meg. Erre a célra elvileg földi pontokhoz jól köthető bármilyen irány megfelelő, de a gyakorlati célszerűség azt kívánja, hogy ez az alapírány mégis valahol a valódi forgástengely közelében legyen. Ezért azt a megoldást választották, hogy meghatározott időszakra (az 1900,0-1906,0 közötti 6 évre) képezték a pólusmozgás meghatározásában résztvevő földi állomások forgástengelyhez viszonyított helyzetének középértékét, és ezt megegyezéssel a szóban lévő pontok mindenkori koordinátájának tekintették. Vagy megfordítva, ezzel a művelettel a földi állomásokhoz (pontosabban helyi függőlegesükhöz) viszonyítva kijelölték a *földtesthez kötött alapírányt*. Ennek dőféspontját a földfelszínen *Egyezményes Nemzetközi Kezdő-*

pontnak (Conventional International Origin = CIO) nevezték el. (Más fogalmazásban a CIO az 1900,0-1906,0 közötti valódi pólushelyzetek középértéke.) Ez az eljárás magába foglalja azt a feltételezést, hogy a szóban lévő állomásoknak (helyi függőlegesüknek) a földtesthez és egymáshoz viszonyított helyzete időben változatlan. A valóságban mégis létező változásokat (pl. táblamozgások, stb.) későbbben figyelembe vették.

A *Nemzetközi Csillagászati Unió* (International Astronomic Union=IAU, <http://www.iau.org>) és a *Nemzetközi Geodéziai és Geofizikai Unió* (International Union of Geodesy and Geophysics = IUGG, <http://www.iugg.org/>) – a már említett korábbi szolgálatokra támaszkodva – megszervezte, és 1988. január 1.-től működteti a *Nemzetközi Földforgás Szolgálatot* (International Earth Rotation Service = IERS). 2003-tól a szolgálat új elnevezése: *Nemzetközi Földforgás és Vonatkoztatási Rendszerek Szolgálat* (International Earth Rotation and Reference Systems Service = IERS, <http://www.iers.org/>). Ez a földtesthez kötött alapirányt kissé módosítva, az említett időponttól a CIO helyett bevezette az *IERS Vonatkoztatási Pólust* (IERS Reference Pole = IRP). A két irány különbsége mintegy $\pm 0,03''$.

A Föld valódi forgástengelyének a Földhöz kötött alapirányhoz (korábban a CIO, jelenleg az IRP irányához) viszonyított (időben változó) helyzetét a két irány által bezárt szög egymásra merőleges két irányú vetületével, az x_P, y_P (szögmásodpercben kifejezett) *póluskoordinátákkal* adják meg.

A Föld forgását jellemző ω forgási szögsebesség vektor elemeit, úm. a vektor hatásvonalát (azaz a valódi forgástengely Földhöz viszonyított helyzetét) megadó x_P, y_P póluskoordinátákat és a vektor nagyságát (abszolút értékét) kifejező forgási szögsebességet, továbbá a földi világidők (UT1–UTC) különbségét [1.3.3.], valamint a nap hosszának számértékét (LOD) együttesen **földforgás paramétereknek** (Earth Rotation Parameters = ERP) nevezzük. Ezek mindegyike időben változó érték, de ez a változás (szemben, pl. a precesszióval) sajnos nem modellezhető. Ezért a gyakorlat számára nincs más út, mint megfelelő obszervatóriumi hálózattal, rendszeres kozmikus geodéziai mérésekkel végzendő *tapasztalati meghatározásuk*.

A földforgás paramétereiket a földtestnek a *forgástengelyen elfoglalt* térbeli és forgási helyzetének meghatározásához használjuk fel. Ha a földtest *csillagokhoz viszonyított térbeli helyzetét* (tájékozását) is meg akarjuk határozni, akkor szükségünk van még a precesszió (és a nutáció) ismeretére is. Ezek – mint említettük – jól modellezhetők, de a bennük szereplő együtthatókat tapasztalati úton kell meghatározni. A precesszió (és a nutáció) a földforgás paraméterek együttesével képezi a **Föld Tájékozási Paramétereit** (Earth Orientation Parameters = EOP). Meghatározásuk és rendszeres közzétételük a Nemzetközi Földforgás és Vonatkoztatási Rendszerek Szolgálat (IERS) egyik alapvető feladatcsoportja. Ehhez több mint 300 helyen működő csillagászati és geodéziai állomás mérési eredményeit gyűjti, dolgozza fel, és modellezi. Az állomások a legkorszerűbb kozmikus geodéziai mérés technikát (úm. a később tárgyalandó VLBI, Holdra és mesterséges holdakra végzett lézer távmérés, GPS és DORIS) használják. A mérési eredmények feldolgozásával folyamatosan meghatározzák, és szolgáltatják (a majd később megismerendő más fontos adatok mellett) a *Föld Tájékozási Paramétereinek* (EOP) *napenkénti értékét* (<http://www.iers.org/iers/products/eop/>), ezen belül

- a precessziós (és a nutációs) mérőszámokat,
- az x_P, y_P póluskoordinátákat ($\pm 0,003''$ megbízhatósággal),
- a nap hosszának időtartamát (LOD),
- a Föld forgásának szögsebességét, valamint
- egyéb információkat (pl. az (UT1–UTC), stb.).

A felsorolt adatok segítségével a Földnek a forgástengelyén, továbbá vele együtt a csillagok között elfoglalt térbeli és forgásbeli helyzetét tudjuk meghatározni.

1.1.3.5. A Föld Naprendszerrel együttes mozgásai

Ha a Föld teljes térbeli mozgását akarjuk érzékeltetni, akkor, a teljesség kedvéért, emlékeztetni kell a Naprendszer együttes mozgásaira is, úm.

- az Apex mozgás (a Herkules csillagkép irányába),
- keringés a Galaktika középpontja körül és
- a Galaktika haladó mozgása.

A Földnek ez utóbbi mozgásaival kozmikus geodéziai szempontból nem foglalkozunk.

1.1.4. A Hold és főbb mozgásai

A Hold a Föld „bolygója”, pontosabban egyetlen természetes *bolygóholdja*. A hozzánk legközelebbi természetes égitest. Saját fénye nincs, a Naptól jövő sugárzást veri vissza. A Hold átmérője 3476 km, (a Földének mintegy 1/4-e), lapultsága 1/2600, ami a sarki és az egyenlítői méretben ~670 m különbségnek felel meg. A Hold alakja tehát sokkal kevésbé tér el a gömbtől, mint a Földé. Közepes távolsága a Földtől 384.400 km, amit a fénysugár ~1,3 s alatt tesz meg. Látszólagos közepes átmérője ~31' (közel ugyanannyi, mint a Napé). Tömege $7,35 \cdot 10^{22}$ kg, (a Földének mintegy 1/81,3-ed része). Átlagos sűrűsége 3340 kg/m^3 , (a Földének ~0,6 része). Felszínének közelében a Földénél sokkal nagyobb tömegeloszlási rendellenességek, (közöttük úgynevezett „maszkonok” is) vannak, amelyeknek hatására a Hold „geoidjának”, a *szelenoidnak* a Föld geoidjánál sokkal nagyobb, -200 - +800 m-es hullámai alakultak ki. A Hold kora megegyezik a Naprendszerével, 3-4 milliárd év.

A Hold a Föld-Hold rendszer közös tömegközéppontja körül, az időben változó méretű, alakú és helyzetű, úgynevezett *zavart (perturbált) Kepler-féle ellipszis pályán kering*. A Föld tömegközéppontjától mintegy 4700 km-re a Hold irányában elhelyezkedő közös tömegközéppont a pályae ellipszis egyik gyújtópontjában van. A Hold pályasíkja ~5,15°-ot zár be a Föld keringési síkjával, az ekliptika síkjával. A Hold keringési síkja és vele együtt az ekliptika síkjával alkotott metszésvonala (a holdpálya *csomóvonala*) a Föld és a Hold nem egyenletes (inhomogén) tömegeloszlása (pl. a Föld sarki lapultsága vagy egyenlítői tömegtöbblete) miatt 18,6 év periódussal jár körbe az ekliptika síkjának normális körűl. (A jelenség mechanizmusát a mesterséges holdak pályamozgásával kapcsolatban fogjuk megismerni.) Ennek hatása jelentkezik a Föld precessziójára ráakadó, ugyancsak 18,6 év leghosszabb periódusú (nutációs) hullámban. A Hold keringési periódusa 27,3 földi nap.

A Hold saját tengelye körül **forog**. Forgástengelye 6°-os szöget zár be a Hold pályasíkjának normálisával, így itt is kialakul a holdtengely precessziós mozgása. A Hold forgási periódusa 27,3 földi nap, éppen megegyezik a keringési periódussal. Ennek következménye az, hogy a Földről nézve mi a Holdnak mindig ugyanazt a részét látjuk. Az általunk látható terület mégis valamivel több a holdfelszín felénél; egyrészt a Hold precessziója, másrészt pedig amiatt, hogy amíg a forgási sebesség állandó, a keringési sebesség – *Kepler 2. törvényének* megfelelően, a Föld-Hold távolságtól függően – a pálya mentén folyamatosan változik (földközépen

nagyobb, míg földtávolban kisebb az átlagosnál). Ezek együttes hatására a holdfelszínnek végül is mintegy 59%-át figyelhetjük meg a Földről. A Hold teljes felszínének megismerése (és térképezése) az űrtechnika alkalmazásával, a Hold körüli pályán keringő mesterséges égitestekről készített felvételekkel vált lehetségessé.

A holdmozgás feltűnő jelensége a Hold *fényváltozásai*, a *holdfázisok*. A Hold Föld körüli keringése során ugyanis a Nap az általunk látott holdfelületnek különböző nagyságú részét világítja meg, attól függően, hogy a három égitest (a Nap, a Föld és a Hold) egymáshoz viszonyítva hogyan helyezkedik el. Kozmikus geodéziái szempontból ennek az a jelentősége, hogy a csillagészlelést a telehold erős fénye teljesen lehetetlenné teheti.

A Holddal kapcsolatos, de ritkábban előforduló égi jelenségek a holdfogyatkozás és a napfogyatkozás. Az előbbi akkor következik be, amikor a Hold a Nappal *szembenállásba*, az utóbbi, amikor *együttállásba* kerül. *Holdfogyatkozáskor* a Hold pályamozgása során átvonul a Föld árnyékkúpján, és kezdetben, ill. a jelenség végén a Föld félárnyékába, középső fázisában pedig rövid időre a Föld teljes árnyékába kerül. Ilyenkor, az egyébként telehold teljesen elsötétedik. *Napfogyatkozáskor* a Nap előtt elhaladó holdkorong részben, vagy teljesen elfedi a Napot, és a Hold árnyéka átvonul a földfelszín egyes részein. (Magyarországon legutóbb 1999. augusztus 11.-én láthattunk ilyet.) Mindkét égi jelenség bekövetkezésének pillanata a földfelszín különböző helyein viszonylag jól észlelhető, így megfigyelésük, a Föld forgási sebességének ismeretében, alkalmas az észlelési helyek egymáshoz viszonyított távolságának meghatározására. Korábban a módszert a kozmikus geodéziában, néhány esetben alkalmazták, de ma már ennél sokkal pontosabb módszereink vannak. (Az esedékes Nap-, illetve Holdfogyatkozásokról pl. a <http://eclipse.astroinfo.org/> címen tájékozódhatunk.)

Mivel a Hold felszíne kráterekkel borított, ezért a holdkorong széle csipkézett, ami gyakorlatilag lehetetlenné teszi szabatos irányzását. A közelsége mellett többek között ezért sem alkalmazzuk a Holdat helymeghatározási feladatok szabatos megoldásához.

1.1.5. A csillagok látszólagos mozgása. A csillagképek

A csillagokat a Földről nézve, a Föld forgása következtében mozogni látjuk. A csillagos ég az égbolt mozdulatlan pontja, a forgástengely és a látszólagos éggömb dőléspontja, az égi pólus körül forogni látszik. A csillagok látszólagos pályája a pólus körüli közös középpontú körök, a teljes kört egy nap alatt írják le az éggömbön. A körök egymással párhuzamos síkja merőleges a forgástengelyre.

A csillagok egyik része olyan közel van a pólushoz, hogy teljes pályájukon a horizontunk felett vannak (póluskörűli csillagok). Más része látszólagos pályájának csak rövidebb-hosszabb darabja esik a horizontunk fölé. Őket a horizontunkon *kelni* látjuk, majd az idő előre haladásával látszólagos pályájukon egyre magasabbra emelkednek a horizont fölé, míg eléri pályáivük legmagasabb pontját, ekkor *delelnek* (*kulminálnak*). Ettől kezdve a horizont feletti magasságuk egyre csökken, míg el nem tűnnek a horizont alatt (*nyugszanak*). A csillagok harmadik része álláspontunktól egyáltalán nem látható. A csillagok látszólagos pályáivének síkja a horizontunk síkjával, a helyi vízszintes síkkal, az álláspontunk helyzetének megfelelő szöget zár be (az egyenlítőn 0° -ot, a sarkokon 90° -ot).

A horizontunk feletti csillagok közül is csak azokat látjuk, amelyek látszólagos pályáivük horizont feletti részén akkor vannak, amikor a Nap a horizontunk alatt tartózkodik. Csillagászati

geodéziai méréseinkhez alkalmas csillagokat a csillagoknak és az álláspontunknak a forgástengelyhez viszonyított helyzete (koordinátái), a mérés időpontja, módszere, a holdfázis, stb. ismeretében kell előre kiválogatni.

A hozzánk legközelebbi csillag, a *Nap látszólagos mozgása* hasonló a többi csillagéhoz, azzal a különbséggel, a forgástengelyhez viszonyított helyzete az év folyamán periódusosan változó, így a horizont feletti pályái is változik. A téli időszakban alacsonyabbra, míg a nyári időszakban magasabbra emelkedik a horizont fölé. Nappali pályáivének időtartama közepes földrajzi szélességű helyeken, az év folyamán 8 és 16 óra között változik.

Az éggömbön látható csillagok egyes csoportjait **csillagképeknek** nevezzük. Ezek csak *látszólag* összetartozó csillagok, amelyeknek a tőlünk mért távolsága nagyon különböző lehet. Összetartozásukat csak annak köszönhetik, hogy elrendeződésükkel esetleg emlékeztetnek valamilyen képre. Elnevezésüket többnyire valamely mondabeli alakról, vagy állatról kapták. A csillagképek egyben az égbolt egyes részterületeit is jelölik.

A csillagok megjelölésének egyik módja az, hogy megadjuk a csillagkép nevét, majd ezen belül az egyes csillagokat látszó fényességük sorrendjében a görög ABC kis betűivel, vagy sorszámozással jelöljük (pl. α UMi a "Kis medve" csillagkép legfényesebb csillaga). Más jelölési mód a csillag koordinátáit tartalmazó csillagkatalógus jelének és a csillag sorszámának megadása. Egyes fényes csillagoknak saját nevük is van (pl. az előbb említett csillag neve *Poláris*, magyarul északi *Sarkcsillag*).

A csillagos égen *csillagtérképek* segítségével tájékozódhatunk. Jól használható még a <http://www.gothard.hu/astronomy/almanach/almanach.html> csillagászati évkönyv is.

A csillagok helyét *égi koordinátáikkal* adjuk meg, amelyeket jegyzékbe (katalógusba, évkönyvbe, adatbázisba) foglalunk. Így tudjuk őket csillagászati geodéziai feladataink megoldásához felhasználni.

3. Hét

1.2. A kozmikus geodézia vonatkoztatási rendszerei

Geodéziai helymeghatározásaink során a meghatározandó pontok helyzetét, mozgását valamilyen kiválasztott anyagi ponthoz/pontokhoz viszonyítva, valamilyen koordináta-rendszerben értelmezett helymeghatározó adatokkal (koordinátákkal) jellemezzük. *Azon anyagi pontok összességét és a hozzájuk rögzített koordináta-rendszert, amelyhez további pontok helyzetét és ennek megváltozását (mozgását) viszonyítjuk, együttesen vonatkoztatási rendszernek nevezzük.* Attól függően, hogy a viszonyítás alapjául szolgáló anyagi pontjainkat, ún. *keretpontjainkat* hol választjuk meg, beszélünk *égi*, vagy *földi* vonatkoztatási rendszerről/rendszerekről. Az előbbi esetben anyagi pontjaink, a keretpontjaink, távoli látható, vagy *rádiócsillagok* (kvazárok), míg az utóbbi esetben a Föld tömegközéppontja, vagy a földfelszínen kijelölt (és gondosan állandósított) geodéziai alappontok. A viszonyítás alapjául szolgáló anyagi pontjainkhoz a koordináta-rendszerünket ezen *keretpontjaink egyezményesen elfogadott koordinátaival* rögzítjük. Más szóval vonatkoztatási rendszerünket és ennek koordináta-rendszerét ezen keretpontjaink és ezek egyezményesen elfogadott koordinátái *valósítják meg*.

1.2.1. Égi vonatkoztatási rendszerek

A természetes és a mesterséges égitestek helyzetének, mozgásának leírásához olyan rendszer szükséges, amelyben pontosan érvényesek a newtoni mozgástörvények. Az ilyen rendszer alapvető jellemzője, hogy *gyorsulásmentes*, azaz vagy nyugalomban van, vagy egyenes vonalú egyenletes mozgást végez (forgó mozgása – mint pl. a Földnek – nem lehet). Ennek a rendszernek az is az előnye, hogy benne olyan koordinátákat kapunk, amelyek a Föld forgása miatt nem változtatják nagyságukat. Ilyen rendszer megfelelő megegyezéssel elvileg meghatározható, ezt nevezzük **Megegyezéses Inercia Rendszernek** (Conventional Inertial System = CIS).

A tőlünk különböző távolságra lévő égitesteket az ún. gömbi csillagászatban, és a csillagászati geodéziában is, egység sugarú gömb, a *látszólagos éggömb* (belső) felületére vetítve képzeljük, és helyüket a rájuk mutató irány térbeli helyzetének megadásával határozzuk meg. (Valóságos távolságukat feladataink megoldása során figyelmen kívül hagyjuk.) A térbeli helyzetet gömbi koordinátákkal, vagy iránykoszinuszokkal jellemezzük, amihez megfelelő *koordináta-rendszert* kell választanunk.

Ilyen koordináta-rendszernek a természet által kijelölt *egyik alapiránya* (+z tengelye) a Föld ω forgási szögsebesség vektorának hatásvonala, a Föld forgástengelye, *alapsíkja* a rá merőleges sík, az égi egyenlítő síkja. *Másik alapiránya* (+x tengelye) az égi egyenlítő síkjában választott, a természet által ugyancsak jól meghatározott irány, (a Föld keringési síkjának és az égi egyenlítő síkjának metszésvonalában kijelölt) Υ Tavaszpont iránya. Ezt a rendszert nevezzük **égi egyenlítői koordináta-rendszernek**. Ebben az égi egyenlítő síkjának a látszólagos éggömbbel alkotott metszésvonala (gömbi főkör) az *égi egyenlítő*. A forgástengelyen sorozott síkok az éggömböt az *órákörökben* metszik. A helyi függőlegesünk és a forgástengellyel párhuzamos irány az *égi meridián síkot* feszíti ki, melynek az éggömbbel alkotott metszésvonala az *égi meridián* (ugyancsak gömbi főkör).

Amint a precessziós (és nutációs) mozgással kapcsolatban már megismertük, a forgástengelynek és vele együtt a Tavaszpontnak megkülönböztetjük a *valódi* és a *közepes* helyzetét [1.1.3.2.]. Így az égi egyenlítői koordináta-rendszer is több féle lehet. (A továbbiakban gyakran beszélünk majd az égi egyenlítői koordináta *rendszerekről általában*, de ahol ennek jelentősége lesz, ott egyértelműen meg fogjuk jelölni, hogy melyikről lesz szó.)

A Nemzetközi Csillagászati Unió (IAU) a *Megegyezéses Inercia Rendszer* (CIS) jó gyakorlati közelítőjeként 1991-ben bevezette a térben rögzített **Nemzetközi Égi Vonatkoztatási Rendszert** (International Celestial Reference System = ICRS, <http://www.iers.org/iers/earth/icrs/icrs.html>), amit *Csillagászati Alaprendszernek* is nevezhetünk. Ennek kezdőpontja (origója) a Naprendszer *Bc* tömegközéppontja (a baricentrum). A +z tengely az éggömböt az *Égi Vonatkoztatási Pólusban* (Celestial Reference Pole = CRP) döfi.

Ezt a vonatkoztatási rendszert és koordináta-rendszerét gyakorlatilag egyes jól meghatározott távoli csillagok, ill. rádióforrások és megadott *koordinátáik* valósítják meg. Ezen kiválasztott égitestek együttese képezi a *Nemzetközi Égi Vonatkoztatási Keretpontokat* (International Celestial Reference Frame=ICRF, <http://www.iers.org/iers/products/icrf>).

Az ICRS és koordináta-rendszerének korábbi megvalósulása az 1535 (látható) alapcsillag, mint keretpontok („csillag ICRF”) és ezeknek az FK5 alapkatalógusban [1.2.3.2] a $t_0=J$ 2000,0-ra [1.3.4.] vonatkozóan megadott *közepes égi egyenlítői koordinátái* (megbízhatóságuk mintegy $\pm 0,01''-0,03''$) és *saját mozgása* (megbízhatóság mintegy $\pm 0,05''/100$ év). Az $\tilde{\omega}$

(t_0) közepes forgástengely ($\sim+z$ tengely) és a \mathcal{V}^{\sim} (t_0) közepes Tavaszpont ($\sim+x$ tengely) J2000,0-ra megadott FK5 megvalósulásának középhibája mintegy $\pm 0,05''$.

1998-tól az égi vonatkoztatási keretpontokat alapvetően a több mint 600 (közülük is mintegy 200 különösen jól meghatározott) *extragalaktikus rádióforrás* képezi („rádióforrás ICRF”). A Nemzetközi Égi Vonatkoztatási Rendszer koordináta-rendszerének alapirányait ezen rádióforrások elfogadott koordinátái jelölik ki. A 1,5 milliárd fényévnél is távolabbi rádióforrások nem mutatnak mérhető saját mozgást, így a hozzájuk kötött koordináta-rendszer (az ICRS koordináta-rendszere) forgásmentesnek, *inercia rendszernek* (CIS) tekinthető. (A rádióforrások irány-meghatározásának középhibája sokkal kedvezőbb az optikai meghatározásokénál, általában $\pm 0,001''$, a legjobbaké, eléri a $\pm 0,0003''$ -et.

A csillagok és a rádióforrások által meghatározott ICRF kapcsolata mintegy $\pm 0,05''-0,10''$ megbízhatósággal valósítható meg (ami megfelel az FK5 megbízhatóságának).

Valamely égitest (vagy égi pont) irányát az égi egyenlítői rendszerekben általában egymásra merőleges síkú két szöggel adjuk meg. A δ *deklináció* az égitestre (égi pontra) menő iránynak az égi egyenlítő síkjával bezárt szöge. Mértékegysége: fok, perc, másodperc, 0° -tól $\pm 90^\circ$ -ig. (Pozitív az északi égi pólus felé.) Ennek a szögnek az éggömbön (mint egység sugarú gömbön) az égitest órákörének az égi egyenlítő és az égitest közötti ívdarabja felel meg. Az α *rektaszczenzió* az égitest órákörének a \mathcal{V} Tavaszpont irányával bezárt szöge. Mértékegysége: óra, perc, másodperc 0-tól 24 óráig. Növekedésének értelme olyan, hogy a 6 h iránya a forgástengely és a Tavaszpont irányával jobb sodrású rendszert alkot. A rektaszczenzió szögének az éggömbön az égi egyenlítőnek a Tavaszponttól az égitest (égi pont) óráköréig terjedő ívdarabja felel meg.

Az égi egyenlítői rendszerekben az égitest (égi pont) helyzetét a rá mutató irány \mathbf{e} egységvektorával is megadhatjuk. Ennek derékszögű összetevői (iránykoszinuszai) az α , δ rektaszczenzióból és deklinációból számíthatók:

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha, \delta} = \begin{bmatrix} \cos \delta \cos \alpha \\ \cos \delta \sin \alpha \\ \sin \delta \end{bmatrix}, \quad |\mathbf{e}|=1, \quad (1.1)$$

ahol a koordináta irányok: $x \equiv \mathcal{V}$, $z \equiv \boldsymbol{\omega}$; és az x, y, z tengelyhármis jobb sodrású rendszert képez.

Amint a meghatározásból láttuk, a Nemzetközi Égi Vonatkoztatási Rendszer (ICRS) gyakorlatilag a $t_0 = J 2000,0$ időpontra vonatkozó *közepes* égi egyenlítői rendszer. Mérésünk t időpontjában azonban a forgástengely (és vele együtt a Tavaszpont) a pillanatnyi *valódi* helyzetében van. Így a feladataink megoldásához rá vonatkozó $\alpha(t)$, $\delta(t)$ *valódi* égi egyenlítői koordinátákra lesz szükségünk. Ezeket a t_0 vonatkoztatási időpontra megadott $\tilde{\alpha}(t_0)$, $\tilde{\delta}(t_0)$ ICRS (vagy katalógus-) koordinátákból az

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_t = \mathbf{R}^N(t) \cdot \mathbf{R}^P(t) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{t_0(\text{ICRS})} \quad (1.2)$$

koordináta-átszámítással kapjuk. \mathbf{R}^P és \mathbf{R}^N az IAU 1976. évi precessziós és 1980-as nutációs, illetve 2003. 01. 01.-től az IAU 2000A precessziós (és nutációs) modellel (<http://hpi-ers.obspm.fr/eop-pc/models/nutations/nut.html>) a Nemzetközi Földforgás és Vonatkoztatási

Rendszerek Szolgálat (IERS) által adott paraméterekkel számított forgatási mátrix. Megjegyezzük, hogy érzékelhető saját mozgást mutató közeli csillagok esetében ez az összefüggés kiegészül még az ezt számbavevő $\mathbf{R}^S(t)$ forgatási mátrixszal.

Az égi egyenlítői rendszert különböző térbeli elhelyezésben használjuk. Az $\tilde{\omega}$ közepes forgástengelyhez és $\tilde{\Upsilon}$ közepes Tavaszponthoz kapcsolódó *közepes* égi egyenlítői rendszert *baricentrikus* elhelyezésben, az ω valódi forgástengelyhez és a Υ valódi tavaszponthoz kapcsolódó *valódi* égi egyenlítői rendszert *geocentrikus*, vagy *topocentrikus* elhelyezésben használjuk. (Az előbbi esetben a Föld tömegközéppontjába, míg az utóbbiban az álláspontunkba helyezzük a koordináta-rendszer kezdőpontját (origóját).

Az égi egyenlítői rendszerek mellett egyes esetekben használjuk az **átmeneti koordináta-rendszert** is. Átmeneti azért, mert ez már a Föld forgásához kapcsolódó (az idővel a Föld forgásának megfelelően változó) elemeket is tartalmaz. Egyik alapiránya az ω *valódi forgástengely* és az alapsíkja a *valódi égi egyenlítő*. A másik alapiránya az égi egyenlítő síkjának és az *álláspont égi meridiánsíkjának* a metszévonalára. Az égitest (égi pont) helyzetét egyrészt itt is a δ *deklináció*, másrészt a τ *óraszög* adja meg. Ez utóbbi az égitest (égi pont) órákének és az álláspontunk égi meridiánsíkjának egymáshoz viszonyított helyzetét mutatja. Időmértékben adjuk meg, és a Föld forgásával együtt 0-tól 24 óráig változik. A Föld forgási helyzetének (elfordulásának) jellemzésére gyakran fogjuk használni a Tavaszpont τ_{Υ} óraszögét.

Megjegyezzük, hogy a Nemzetközi Csillagászati Unió (IAU) 2000. évi Közgyűlésének ajánlásai alapján folyamatban van a kozmikus geodézia vonatkoztatási rendszereinek továbbfejlesztése. Mivel az ezzel kapcsolatos fogalmak még nem váltak a napi geodéziai gyakorlat részévé, tárgyalásukra egyelőre nem térünk ki.

1.2.2. A horizonti koordináta-rendszer

Kozmikus geodéziai mérőműszereink nagy részét úgy állítjuk fel hogy álló tengelyét libellával az álláspont helyi függőlegesének irányába állítjuk. Ekkor a műszer vízszintes köre a helyi vízszintes síkkal lesz párhuzamos. A műszerünk a *helyi vízszintes síkú*, vagy más néven *horizonti koordináta rendszert* valósítja meg. Ebben a rendszerben végezzük méréseink nagy részét, és ebben tudjuk beállítani a műszert az égitest megjelenésének irányába. A horizonti rendszer egyik alapiránya (z tengelye) az álláspont *helyi függőlegese* (mely az éggömböt a *Zenitpontban* dőfi), alapsíkja a *helyi vízszintes sík*, másik alapiránya az álláspontunk égi meridiánsíkjának a helyi vízszintes síkkal alkotott metszévonalára (mely észak-déli irányú és az x tengely pozitív értelme *dél* felé mutat), harmadik alapiránya (az y tengely) a helyi vízszintes síkban *nyugat* felé irányul (a másik két tengellyel *balsodrású* rendszert alkot). A helyi függőlegesen sorozott síkokat *függőleges (vertikális) síkoknak* nevezzük.

Ebben a rendszerben valamely égitest helyét vízszintes értelemben az A^* (nagy alfa csillag) *csillagászati azimút* adja meg, ami az égitesten átmenő függőleges (vertikális) síknak az álláspont égi meridiánsíkja *déli* ágával bezárt szöge. A csillagászati azimútot 0° - 360° között, szög egységben adjuk meg, növekedésének értelme az óramutató járásával egyező. Az égitest másik koordinátája a függőleges síkban a vízszintes síktól mért h *magassági szög*, vagy kiegészítő szöge, a Zenitponttól mért Z (nagy zéta) *zenitszög*. A magassági szöget 0° -tól $\pm 90^\circ$ -ig felfelé, ill. lefelé, a zenitszöget 0° -tól 180° -ig lefelé növekvően értelmezzük.

A horizonti koordinátákból kiszámíthatjuk az égitestre menő irány \mathbf{e} egységvektorának horizonti rendszerbeli derékszögű összetevőit (iránykoszinuszait):

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{A^*,h} = \begin{bmatrix} \cos h \cos A^* \\ \cos h \sin A^* \\ \sin h \end{bmatrix}, \text{ vagy } \mathbf{e} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{A^*,Z} = \begin{bmatrix} \sin Z \cos A^* \\ \sin Z \sin A^* \\ \cos Z \end{bmatrix}. \quad (1.3)$$

A gyakorlatban *sokszor kell átszámítani* az eddig megismert koordináta-rendszerek között. Leggyakrabban az *égi egyenlítői* és a *horizonti* koordinátákat kell egymásba átszámítani.

A két rendszer közötti kapcsolatot egyrészt az álláspont helyi függőlegesének (a Zenitpontnak) δ_{Zenit} égi egyenlítői koordinátája, másrészt a Tavaszpont τ_{γ} óraszöge biztosítja. A közös kezdőpontú koordináta-rendszerek esetében az átszámítás a koordináta-tengelyek körüli forgatásokkal végezhető.

Égi egyenlítőiből horizonti rendszerbe:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{A,h} = \mathbf{R}_y(90^\circ - \delta_{Zenit}) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{R}_z(\tau_{\gamma}) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha,\delta}, \quad (1.4)$$

illetve horizonti rendszerből égi egyenlítőibe:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha,\delta} = \mathbf{R}_z(\tau_{\gamma}) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{R}_y[-(90^\circ - \delta_{Zenit})] \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{A^*,h}, \quad (1.5)$$

ahol \mathbf{R}_y és \mathbf{R}_z az y és a z tengely körüli forgatási mátrix.

4. Hét

1.2.3. A csillagkoordináták kiszámítása

A következőkben a *természetes égitestek*, közülük is főképpen a csillagászati geodéziai feladataink (a hely- és időmeghatározás) szabatos megoldásához használható *csillagok* mérés-kori koordinátái kiszámításának módszerét fogjuk megismerni. (Ebben a részben a *mesterséges holdak* koordinátáinak kiszámításával nem foglalkozunk, erre a 3. részben térünk vissza.)

1.2.3.1 Égitestek koordináta-változásai

Az égitesteknek a Nemzetközi Égi Vonatkoztatási Rendszerben (ICRS) a t_0 vonatkoztatási időpontra meghatározott és megadott koordinátái közvetlenül nem alkalmasak feladataink megoldásához. Valamely t időpontban végzett méréskor az égitestet ugyanis nem az ICRS, hanem ettől valamelyest eltérő koordinátákkal jellemzett helyen látjuk. Erre mondjuk azt, hogy az égitestek koordinátái a vonatkoztatási időpont és a mérés között *megváltoztak*. Ezen koordináta-változások egyik része valós, másik része látszólagos, végül a harmadik rész a mérés fizikai körülményeivel függ össze.

A **valóságos koordináta-változások** egyrészt az égitestek, másrészt a Föld forgástengelyének *valós és viszonylagos mozgásából* adódnak.

- Mint már korábban említettük, az égitestek mozgásának (tőlünk nézve) sugár irányú összetevője számunkra érdektelen, míg a rá merőleges (érintő) irányú összetevő az, amit *sajátmozgásként* a $t-t_0$ időtartam alatt bekövetkezett koordináta-változásként figyelembe kell venni.
- A *forgástengely* és (vele együtt) a *Tavaszpont* (csillagokhoz viszonyított) valóságos mozgása a már megismert *precesszió* (és *nutáció*) eredménye. Mivel ezek koordináta-rendszerünk alapirányai, irányváltásuk a rájuk vonatkoztatott koordináták megváltozását eredményezi (függetlenül attól, hogy az égitestnek saját mozgása is volt-e, vagy sem).

A **látszólagos koordináta-változások** az észlelési hely (és az észlelő) mozgásából származnak. Az *aberráció* az elektromágneses rezgés (a fény) c terjedési és az észlelő mozgása v sebességének v/c véges értékű arányának következtében fellépő látszólagos irányeltérés.

- Az *évi* (vagy *keringési*) *aberráció* a Földhöz kötött észlelőnek a Föld keringési (pályamenti) sebességével mozgásából származó irányeltérés. Ennek nagysága függ a csillag irányától, legnagyobb értéke $20,48''$.
- A *napi* (vagy *forgási*) *aberráció* a Föld felszínén lévő észlelőnek a Föld forgási (kerületi) sebességével mozgásából származó irányeltérés. Nagysága függ az észlelési hely földrajzi szélességétől, de legfeljebb $0,32''$.

A *parallaxis* a geodéziából ismert *külpontosság*nak megfelelő irányeltérés.

- Az *évi* (vagy *keringési*) *parallaxis* a Föld középpontjában képzelt észlelőnek a Föld keringése miatt a Nemzetközi Égi Vonatkoztatási Rendszernek (ICRS) a Naprendszer tömegközéppontjába helyezett kezdőpontjához (origójához) viszonyított külpontosságából származó irányeltérés. Nagysága a Naprendszer tagjai esetében igen jelentős lehet, a Napnál távolabbi csillagoknál $\leq 0,76''$.
- A *napi* (vagy *forgási*) *parallaxis* a Föld felszínén lévő észlelési helynek a Föld (tömeg-) középpontjához viszonyított külpontosságából származó irányeltérés. Mértéke függ az égitestnek a külpontosság irányához viszonyított helyzetétől, pl. az égi meridiánsíkban 0, általános helyzetben a Hold esetében $\leq 57'$ (!), a Nap észlelésekor $\leq 8,8''$. A távolabbi csillagok észlelésekor már nincs jelentősége.

Az **észlelés fizikai körülményei** (és változásaik) ugyancsak befolyásolják az égitestek látszólagos irányát. Itt első sorban arra kell gondolni, hogy a csillagokról a földfelszíni észlelőhöz érkező fénysugár a teljes légkörön áthaladva *légköri sugártörést* (*csillagászati refrakciót*) szenved, aminek következtében a csillag a valóságos helyétől eltérő irányban látszik. Alapvetően a zenitszögeket befolyásolja, így hatására a csillag a horizont felett a valóságos irányánál magasabban (kisebb zenitszög alatt) látszik. Nagysága függ a levegő fizikai állapotától (hőmérséklet, légnyomás) és a csillag horizont feletti magasságától; a zenitben 0, míg a horizont közelében a legnagyobb, elérheti a $35' 24''$ -et. Éppen ezért a horizont közelében zenitszög mértést nem is végzünk. Még 45° körüli zenitszög esetén is a refrakció hatása $\sim 57''$. Meghatározása egyszerűbb és összetettebb légköri modellekkel lehetséges, de mivel a teljes légkör pillanatnyi (és gyorsan változó) fizikai állapotáról igen kevés adatunk van, a számítás sok bizonytalanságot rejt magában. Ez a csillagászati geodéziai helymeghatározásaink egyik legveszélyesebb hibaforrása, ami gyakorlatilag behatárolja a elérhető megbízhatóságot. Mérési mód-

szereink megfelelő megválasztásával igyekszünk hatását lehetőleg kiejteni, vagy legalábbis csökkenteni.

1.2.3.2. Csillagkatalógusok, csillagászati évkönyvek

A csillagászok évezredek óta folyamatosan, egyre növekvő megbízhatósággal határozzák meg az égitestek helyzetét (asztrometria, pozíciós csillagászat). Munkájuk eredményeként egyre több csillagnak ismerjük egyre pontosabb koordinátáit. Mivel a csillagok tőlünk látszó helyzete az előbbieken megismert hatások következtében az időben folytonosan változó, ezért, ha a koordinátáikat „időtálló” jegyzékbe (adatbázisba) akarjuk foglalni, akkor ki kell választanunk egyrészt azt a t_0 vonatkoztatási időpontot, másrészt a koordináta-rendszernek azt a térbeli helyzetét, amelyre vonatkozó csillagkoordinátákat meg akarunk adni (*vonatkoztatási rendszer* vagy *csillagászati alaprendszer*).

Az ismert csillagok ilyen értelemben vett koordináta-jegyzéke (adatbázisa) a **csillagkatalógus**, ami az ismert csillagoknak valamely kerek „epochára”, a t_0 vonatkoztatási időpontra megadott $\tilde{\alpha}(t_0), \tilde{\delta}(t_0)$ közepes égi egyenlítői koordinátáit és a csillagok 100 évre vonatkozó saját mozgását tartalmazza. Ilyen katalógus az idő folyamán több száz is készült. Közülük most csak azokat említjük, amelyeket a kozmikus geodézia az utóbbi évtizedekben használt és jelenleg is használ.

A kozmikus geodéziában alapvető jelentőségű a Német Csillagászati Társaság által készített és rendszeresen kiadott alapkatalógus, a *Fundamental Katalog (FK)* sorozat. Az **FK4** alapkatalógus az 1535 *alapsillagnak* t_0 1950,0, ill. 1975,0 vonatkoztatási időpontra meghatározott közepes égi egyenlítői koordinátáit (*középhegylét*) és saját mozgásukat tartalmazza. A magyarországi csillagászati geodéziai munkákban 1962. január 1.-től használtuk.

1984. január 1.-től vezették be nemzetközi megegyezéssel, a korábbinak a továbbfejlesztésével az **FK5** alapkatalógust, amely a $t_0 = J 2000,0$ vonatkoztatási időpontra adja meg az 1535 alapsillag középhegylét. Ezek a csillagkoordináták valósítják meg (jelölik ki a csillagokhoz viszonyítva) az [1.2.1.]-ben megadott megbízhatósággal a Nemzetközi Égi Vonatkoztatási Rendszer (ICRS) alapirányait (koordináta-irányait). Ebben az értelemben ez az 1535 alapsillag képezi a Nemzetközi Égi Vonatkoztatási Keretpontjait (csillag ICRF). Az **FK5 kiegészítése** további, mintegy 3500 csillag adatait tartalmazza.

Csillagászati űrkutatási programok, különösen a HIPPARCOS asztrometriai mesterséges hold mérési eredményeinek a felhasználásával készítették el az 1990-es években a közel 120 000 csillagot tartalmazó **HIPPARCOS katalógust** (www.rssd.esa.int/Hipparcos/). A benne foglalt csillagok koordinátái a nagy pontosságú *rádióforrás ICRF* által megvalósított koordináta-rendszer alapirányaira vonatkoznak. Ezeket tekintjük a továbbiakban *ICRS koordinátáknak*. Ilyen értelemben az FK5-ben foglalt csillagkoordináták az ICRS koordinátáknak $\pm 0,05''$ -nél alacsonyabb megbízhatósági szintű megvalósulásai.

A földi észlelések eredményeiből alkotott FK5 és a HIPPERCOS mesterséges hold méréseinek együttes feldolgozásával készült az **FK6** katalógus, amely 878 alapsillag és 3272 további csillag nagy pontosságú koordinátáit tartalmazza (www.ari.uni-heidelberg.de/datenbanken/fk6/index.php.en).

A szatellita geodéziában kiterjedten használt a **SAO** (Smithsonian Astrophysical Observatory) **csillagkatalógus**, amelyet 10 korábbi katalógus alapján készítettek. Ez összesen csaknem 260.000 csillag 1950,0-ra vonatkozó FK4 rendszerbeli adatait tartalmazza mintegy $\pm 0,2'' - 1,5''$ középhibával. Ezek az egész égboltot lefedik mintegy $4 \text{ csillag}/1^\circ \times 1^\circ$ sűrűséggel.

A feladataink megoldásához felhasznált (észlelt) csillagoknak a katalógus-koordinátáiból, az előzőekben említett koordináta-változások figyelembe vételével ki kell számítani a *méréskori látszó helyük* [1.2.3.3.] koordinátáit.

Ezt könnyíti meg az, hogy egyes csillagászati számítóközpontok rendszeresen, minden naptári évre, egyenlő (1, ill. 10 napos) időközökre, előre kiszámítják az 1535 alapszillag *látszó helyének a valódi égi egyenlítői* koordinátáit. Ezeket és a megadott értékek közötti további számításokhoz (interpoláláshoz) szükséges adatokat, segéd táblázatokat tartalmazzák a **csillagászati évkönyvek**. A leggyakrabban használt ilyen évkönyv az *Apparent Places of Fundamental Stars* (=APFS, <http://www.ari.uni-heidelberg.de/ariapfs/index.htm>), amit a hazai csillagászati geodéziai gyakorlat is alkalmaz. Jól használható még pl. a <http://space.univ.kiev.ua/ephem/> ugyancsak elektronikus úton elérhető csillagászati évkönyv. Megemlítendő még a földmérő gyakorlatban használt közelítő, gyors módszerekhez készült egyszerűsített (kisebb megbízhatóságú) *The Star Almanac for Land Surveyors*, amely a Nap és a Hold koordinátáit is tartalmazza.

1.2.3.3 A méréskori látszó hely koordinátáinak kiszámítása

Mivel a megismert különböző okokból [1.2.3.1.] a csillagok koordinátái az időben folyamatosan változnak, a katalógusban a t_0 vonatkoztatási időpontra megadott közepes égi egyenlítői koordinátákból ki kell számítani a csillag *méréskori* (t időpontbeli) *látszó helyének valódi égi egyenlítői* koordinátáit. A csillag *látszó helyén* azt (az irányt) értjük, ahol a Nap körül keringő Föld középpontjába képzelt észlelő, a légkör hatása nélkül, a csillagot látná. Ezt a következő lépésekben számítjuk ki.

A csillagnak a t_0 vonatkoztatási időpontra, az $\tilde{\omega}(t_0)$ közepes forgástengelyre és $\tilde{\mathcal{V}}(t_0)$ közepes Tavaszpontra, valamint a Naprendszer Bc tömegközéppontjára vonatkozó, a csillagkatalógusból nyert baricentrikus $\tilde{\alpha}(t_0), \tilde{\delta}(t_0)$ közepes égi egyenlítői (ICRS) koordinátáihoz hozzáadjuk a csillagnak a $(t-t_0)$ idő alatti *sajátmozgását*, a forgástengelynek az ugyanezen idő alatti *precessziós mozgását*, valamint a t észlelési időpontra számított *nutációját*. Eredményként kapjuk a csillag méréskori *valódi helyének az $\omega(t)$ valódi* forgástengelyre és a $\mathcal{V}(t)$ *valódi* Tavaszpontra vonatkozó (baricentrikus, *valódi* égi egyenlítői) koordinátáit, ahol a csillagot a *baricentrumba* képzelt észlelő a t időpontban látná.

A csillag *valódi helyének* így kiszámított koordinátáihoz hozzáadjuk a Föld keringéséből származó *évi* (vagy *keringési*) *aberrációnak* és (közeli csillagok, valamint a Naprendszer tagjainak esetében) az *évi* (vagy *keringési*) *parallaxisnak* a t időpontbeli hatását. Eredményül kapjuk a csillag t időpontbeli *látszó helyének az $\omega(t)$ valódi* forgástengelyre és a $\mathcal{V}(t)$ *valódi* tavaszpontra vonatkozó *geocentrikus valódi égi egyenlítői* koordinátáit, ahol a csillagot a Föld tömegközéppontjába (a *geocentrumba*) képzelt észlelő a t időpontban látná (a légkör nélkül). Ezek a koordináták (a csillag méréskori *látszó helyének* a koordinátái) azok, amiket kozmikus geodéziai feladataink megoldása során a méréskori *ismert csillagkoordinátáknak* tekintünk.

Valójában a méréseinket (a csillagészleléseket) a (forgó) Föld felszínén, a forgástengelyhez viszonyítva általában „külpontos” helyzetben, a Föld légkörén keresztül végezzük. Az így kapott **mérési eredményeket** az említett hatásokat számba vevő javításokkal ellátva alakítjuk át úgy, mintha a *Föld tömegközéppontjából* (a geocentrumból) *mértünk volna* (forgás és légkör nélkül) a *csillag látszó helyére*. Ennek érdekében a mérési eredményekhez hozzáadjuk a *napi* (forgási) *parallaxis*, a *napi* (forgási) *aberráció* és a *csillagászati refrakció* hatását kiküszöbölő javításokat. Az így átszámított mérési eredményekkel és az észlelt csillag látszólagos helyének koordinátáival tudjuk hely- és időmeghatározási feladatainkat megoldani.

5. Hét

1.2.4. Földi vonatkoztatási rendszerek

1.2.4.1. A Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszer

A csillagászati geodézia története során egészen a XX. század kezdetéig a földi pontok helyzetét is a valódi (pillanatnyi) forgástengelyre (és égi egyenlítőre) vonatkoztatva határozták meg. Amint arra a pólusmozgással kapcsolatban rámutattunk [1.1.3.4.], az így kapott koordináták a mérési megbízhatóságot egyre jobban meghaladó folytonos időbeli változást mutattak, ami geodéziai szempontból természetesen nem szerencsés. Ezért törekedett a geodézia az 1900-as évek folyamán arra, hogy a földi pontok helyzetének meghatározásához a forgástengely helyett, inkább a *földtesthez* (minél jobban) *kötött* és a Földdel együttforgó vonatkoztatási (koordináta-) rendszert használjon, amit **földi térbeli derékszögű koordináta-rendszernek** nevezünk.

Ezt, a földfelszínen erre a célra kijelölt, különlegesen nagy megbízhatósággal meghatározott geodéziai alappontok egyezményesen elfogadott koordinátái valósítják meg a természetben. Ezen pontok száma az elmúlt száz évben néhányról több százra növekedett, és meghatározásuk a tudomány és a (mérés)technika fejlődésével egyre megbízhatóbbá vált. Ennek megfelelően a *Nemzetközi Geodéziai Szövetség* (International Association of Geodesy = IAG, <http://www.iag-aig.org/>) javaslataira a *Nemzetközi Geodéziai és Geofizikai Unió* (International Union of Geodesy and Geophysics = IUGG, <http://www.iugg.org>) az idő folyamán a földi térbeli derékszögű koordináta-rendszernek egyre pontosabb, újabb megvalósításait vezette be a gyakorlat számára. Jelen keretek között ennek a fejlődésnek csak a legutóbbi két állomását tárgyaljuk.

Erre a célra határozták meg a már leírt módon [1.1.3.4.] az 1900.0-1906.0 közötti pólushelyzetek középértékeként az *Egyezményes Nemzetközi Kezdőpontot* (Conventional International Origin = CIO), valamint a *Greenwichi Közepes Színtfelületi Meridiánt* (Greenwich Mean Astronomic Meridian), amit *BIH kezdőmeridiánnak* is neveztek. Rájuk építve vezette be az IUGG 1967. évi közgyűlése földi térbeli derékszögű koordináta-rendszer akkori gyakorlati megvalósulásaként az **Egyezményes (Közepes) Földi Koordináta-rendszert** (Conventional Terrestrial System = CTS), amit **CIO-BIH rendszernek** is neveznek. Ennek több, későbbi változata volt az 1900-as évek utolsó 1-2 évtizedéig. Ezzel véglegesen elvált a földi pontok helymeghatározására szolgáló *földi* vonatkoztatási (koordináta-) rendszer az *égi* vonatkoztatási (koordináta-) rendszertől.

A fejlődés következő állomásaként, az akkori Nemzetközi Földforgás Szolgálat (IERS) [1.1.3.4] működésére támaszkodva, 1991-ben vezette be az IUGG a **Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszert** (International Terrestrial Reference System = **ITRS**, <http://www.iers.org/iers/pc/itrs/>), amely az IERS által kozmikus geodéziai mérések és elméleti modellek alapján meghatározott, *a Földdel együttforgó, geocentrikus földi vonatkoztatási rendszer*. Ez, a földi térbeli derékszögű koordináta-rendszer újabb, a korábbinál nagyobb megbízhatóságú megvalósulása, amit a geodézia gyakorlati tevékenységében azóta hivatalosan használ.

Az ITRS koordináta-rendszere kezdőpontjának (origójának) és alapirányainak a földtesthez viszonyított helyzetét bevezetésekor a *Nemzetközi Földforgás és Vonatkoztatási Rendszerek Szolgálat* (IERS) keretében mintegy 300 helyen működő állomás több mint 550 pontjának nemzetközi megegyezéssel elfogadott koordinátái (megbízhatóság $\pm 0,5\text{-}2,0$ cm) és mozgássebessége (megbízhatóság $\pm 1\text{-}3$ mm/év) rögzítette a természetben. Ezek alkották a *Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Keretpontokat* (International Terrestrial Reference Frame = ITRF, <http://lareg.ensg.ign.fr/ITRF/>). Ezt rendszeresen bővítik és javítják, és ma már beszélünk ITRF93, ITRF97 és ITRF2000-ről. (Ez utóbbit már mintegy 500 állomás több mint 800 pontja alkotja.) Már folynak az ITRF2005 számításai. Így, az ITRS koordináta-rendszerét egyre nagyobb megbízhatósággal tudjuk keretpontjainkhoz kötni. Ha helymeghatározásaink során további pontokat határozunk meg az ITRS koordináta-rendszerében, akkor helyzetüket – a koordináta-rendszeren keresztül – tulajdonképpen az ITRF (keret-) pontokhoz viszonyítva határozzuk meg, őket beillesztjük a keretpontok közé.

Az ITRS +Z tengelyének így rögzített iránya az *IERS Vonatkoztatási Pólushelyzet* (IERS Reference Pole = IRP) iránya, az XZ síkja az *IERS Vonatkoztatási Meridiánsík* (IERS Reference Meridian = IRM), a +Y tengelye a +X és a +Z tengellyel jobbsodrású rendszert képez, és a rendszer O kezdőpontja (origója) a Föld tömegközéppontja (\pm néhány milliméterre). (Megjegyezzük, hogy az IRP és a korábban használt CIO pólushelyzet iránya csak mintegy $\pm 0,03''$ -nél kisebb mértékben tér el egymástól.)

Ez a vonatkoztatási (koordináta-)rendszer alkalmas a földi pontok helymeghatározásához és ugyanakkor a Föld Tájékozási Paramétereinek (EOP) [1.1.3.4.] felhasználásával a *valódi* (pillanatnyi) *forgástengelyen* keresztül bármikor szabatos kapcsolatba hozható a térben rögzített *Nemzetközi Égi Vonatkoztatási Rendszerrel* (ICRS). Ezt a kapcsolatot az

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{ITRS}} = \mathbf{R}_y(-x_p) \cdot \mathbf{R}_x(-y_p) \cdot \mathbf{R}_z(\text{GAST}) \cdot \mathbf{R}^N(t) \cdot \mathbf{R}^P(t) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{ICRS}} \quad (1.6)$$

mátrixszorzat biztosítja, ahol \mathbf{R}_x , \mathbf{R}_y és \mathbf{R}_z a koordinátatengelyek körüli forgatási mátrixok a t (észlelési) időpontban. (A GAST értelmezésére később visszatérünk [1.3.1.1.].) Ez a kapcsolat (és a benne szereplő mennyiségek számszerű ismerete) teszi lehetővé, hogy bármely t időpontra megadjuk a földtest térbeli helyzetét (tájékozását) a térben rögzített *Nemzetközi Égi Vonatkoztatási Rendszer* (ICRS) alapirányaihoz és rajtuk keresztül a távoli rádiócsillagokhoz viszonyítva.

A földi és a valódi égi egyenlítői koordináta-rendszer közötti kapcsolat kellő megbízhatósággal matematikailag nem modellezhető. Ezért nincs más lehetőség, mint a kapcsolatot biztosító ún. *földforgás paraméterek* (Earth Rotation Parameters = ERP), úm. az x_p , y_p *póluskoordináták* [1.1.3.4.]; a Föld *forgási szögsebessége* és az *(UT1–UTC) világidők különbsége* [1.3.3.] szolgálatszerű, folyamatos, számszerű meghatározása mérések alapján. Ezt a feladatot látták el csaknem az egész XX. század folyamán a már említett nemzetközi szolgálatok, amelyek 1988-tól a *Nemzetközi Földforgás*, majd 2003-tól *Nemzetközi Földforgás és Vonatkoztatási Rendszerek Szolgálatban* (IERS) nyerték el mai szervezetüket.

Itt említjük meg, hogy az IERS már korábban felsorolt feladataihoz [1.1.3.4.] járul még az ITRS folyamatos fenntartása, ami az ITRF állomások koordinátáinak és mozgássebességének rendszeres, ismételt meghatározását jelenti (ITRF93, ITRF97, ITRF2000, ...).

A mesterséges holdas helymeghatározásokhoz már 1960-tól **Geodéziai Világrendszer** (World Geodetic System = **WGS**) elnevezésű vonatkoztatási rendszer koordináta-rendszerét használjuk. Ez magától értetődően geocentrikus elhelyezésű (hiszen a mesterséges hold a Föld tö-

megközepontja körüli pályán kering), és tengelyirányai elvileg megegyeznek az 1967-ben bevezetett, már említett, *CIO-BIH rendszer alapirányáival*, és a természetben a mesterséges hold követő állomáshálózat pontjainak elfogadott koordinátái valósítják meg. Ezt több lépcsőben finomították, és ma a WGS84 jelű változata használatos (pl. a GPS-mérésekben). Az ebben adott koordináták, tehát *elvileg* nem ITRS koordináták, azonban az alapirányok csekély különbségét és a rendszerek megvalósításának véges megbízhatóságát ($\pm 0,05$ m) figyelembe véve mondhatjuk, hogy *ezen a megbízhatósági szinten* a WGS84 koordináták *gyakorlatilag* az ITRS koordináták megvalósulásának tekinthetők.

Az európai országok annak érdekében, hogy az európai tábla mozgása kisebb mértékben befolyásolja a rajta fekvő állomások (alappontok) földi koordinátáit, az 1980-as évek végétől az európai táblához kötött **Európai Földi Vonatkoztatási Rendszert** (European Terrestrial Reference System 1989 = **ETRS89**) vezettek be. Ennek gyakorlati megvalósulása az európai állomásoknak az EUREF (<http://www.euref-iaig.net/>) folyamatos (permanens) GPS-hálózat mérése és az IERS tevékenysége alapján számított koordinátái és mozgássebessége. Az állomáskoordinátákat a bevezetésükkor úgy határozták meg, hogy ETRS89-es koordinátáik azonosak legyenek az ITRF89-es koordinátáikkal. Azóta az állomások ITRS koordinátái szabályosan (mintegy 3 cm/év sebességgel ÉK irányban) eltolódnak az ITRS koordináta-rendszeréhez viszonyítva. Ugyanakkor ezeknek (az európai) pontoknak az ETRS koordinátáit változatlanul tartják, ami azt jelenti, hogy az ETRS koordináta-rendszere a Föld tömegközéppontjához képest folyamatosan, párhuzamosan eltolódik. Az európai és a nemzetközi földi rendszer kapcsolata mintegy ± 1 cm-re megbízható. (Ezzel részletesebben a *Geodéziai alaphálózatok* tantárgy foglalkozik.)

Hangsúlyozni kívánjuk, hogy a Földhöz (lehetőségig) kötött, és vele együttforgó vonatkoztatási rendszer(ek)e)t alapvetően *földi* pontok helyzetének megadására használjuk

1.2.4.2. Helymeghatározó adatok a földi vonatkoztatási rendszerben

A földi pontok helyzetét a Földhöz (lehetőségig) kötött és a Földdel együttfogó *földi térbeli derékszögű koordináta-rendszerben* (gyakorlatilag ennek, jelenleg ITRS, vagy korábban CIO-BIH, megvalósulásában) többféleképpen adhatjuk meg:

- *geocentrikus helyvektorokkal* (ill. ennek derékszögű összetevőivel), vagy
- *ellipszoidi felületi koordinátáikkal*, vagy
- a földi nehézségi erőterhez kapcsolódó *szintfelületi koordinátáikkal*.

A **geocentrikus helyvektorok** tisztán *geometriai* rendszerben teljes körű térbeli helymeghatározást adnak. Földi pontok helyzetének megadásán kívül használjuk őket a földkörüli pályán keringő mesterséges holdak pályapontjainak megadására is (éppen azért, hogy a rájuk végzett mérések alapján a földi pont ITRS koordinátáit kapjuk). A helyvektorok használata a mesterséges holdas helymeghatározások (pl. GPS) egyre szélesebb körű alkalmazásával mindjobban elterjed. Hátrányuk, hogy pusztán a pontok egymáshoz (és a vonatkoztatási rendszer kezdőpontjához, valamint tengelyeihez) viszonyított geometriai helyzetét mutatják, de a pontoknak a földi nehézségi erőter szintfelületeihez (pl. a tengerszinthez) viszonyított (magassági) helyzetét nem jellemzik.

A geodéziai gyakorlatban a földi pontok helyzetének megadására igen kiterjedten használjuk a földi térbeli derékszögű koordináta-rendszer (jelenleg ITRS, korábban CIO-BIH megvalósulása) kezdőpontjára (a Föld tömegközéppontjára) és koordináta-tengelyeire illesztett *a* és *b* méretű *E(a,b)* forgási ellipszoidhoz kapcsolódó **ellipszoidi felületi koordinátákat**, a φ és a λ *ellipszoidi földrajzi szélességet* és *hosszúságot*, valamint a *h ellipszoid feletti magasságot*. A φ és a λ ellipszoidi földrajzi koordináták geometriai értelemben a ponton átmenő ellipszoidi fe-

lületi normális térbeli helyzetét adják meg a vonatkoztatási (koordináta-) rendszer alapirányaihoz viszonyítva. Belőlük az ellipszoidi normális irányát kijelölő \mathbf{m} egységvektor összetevői (iránykoszinuszai) az

$$\mathbf{m} = \begin{pmatrix} \cos\varphi \cos\lambda \\ \cos\varphi \sin\lambda \\ \sin\varphi \end{pmatrix}, \text{ ahol } |\mathbf{m}|=1 \quad (1.7)$$

összefüggéssel számíthatók.

A h ellipszoid feletti magasság pusztán a pontok geometriai helyzetét jellemzi, de – a helyvektorokhoz hasonlóan – ez sem mutatja a földi nehézségi erőter szintfelületeihez (a tengerszinthez) viszonyított elhelyezkedésüket (így például széleskörű felhasználásra szolgáló térképi ábrázolásra, építő, vízrajzi és egyéb tevékenységekhez közvetlenül nem alkalmas).

Az ellipszoidi földrajzi koordináták és az ellipszoid feletti magasság adathármasa az ellipszoid geometriai jellemzőivel együttesen a geocentrikus helyvektorral egyenértékű teljes körű térbeli helymeghatározást ad tisztán *geometriai* rendszerben. Kapcsolatuk:

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} (N+h)\cos\varphi\cos\lambda \\ (N+h)\cos\varphi\sin\lambda \\ [(1-e^2)N+h]\sin\varphi \end{pmatrix}, \quad (1.8)$$

ahol

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \quad \text{és} \quad N = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2\varphi)^{1/2}}$$

az ellipszoid (első) numerikus excentricitásának négyzete, ill. harántgörbületi sugara.

Az (ún. vonatkoztatási) ellipszoid méretei (vagy mérete és alakja) elvileg tetszés szerint megválasztható, azonban célszerűségi okokból a geodézia arra törekszik, hogy az ellipszoid a Föld (pontosabban a geoid) alakjához lehetőleg legjobban simuljon. Az ismeretek és a mérés technika fejlődésével több különböző ilyen ellipszoid méretet határoztak meg az idő folyamán. A gyakorlat számára azonban nem célszerű ezeket túl sűrűn változtatni.

Itt említjük meg, hogy a *Nemzetközi Geodéziai Szövetség (IAG)* által ajánlott GRS80 (*Geodetic Reference System 1980*) és a mesterséges holdas helymeghatározó rendszer (GPS) által használt WGS84 (*World Geodetic System 1984*) vonatkoztatási ellipszoidjának (egymással azonos) mérete és (egymástól igen kevésbé különböző) lapultsága (excentricitása) a jelenlegi gyakorlatban elterjedt korszerű ellipszoidi jellemzők. E két utóbbi vonatkoztatási rendszer megalkotásakor azonban a geocentrikus ellipszoidot nem az ITRS alapirányaira, hanem a korábbi *Egyezményes (Közepes) Földi Koordináta-rendszer (CTS)*, vagy más néven *CIO-BIH rendszer* alapirányaira illesztették rá (tájékozták). A CIO és az IERS vonatkoztatási pólus, valamint a BIH és az IERS kezdő szintfelületi meridiánsík csekély iránykülönbsége miatt sem a GRS80, sem a WGS84 koordináták *elvileg* nem ITRS koordináták. Azonban az alapirányok csekély különbségét és a rendszerek megvalósításának véges megbízhatóságát ($\pm 0,05$ m) figyelembe véve mondhatjuk, hogy *ezen a megbízhatósági szinten* mind a GRS80, mind a WGS84 koordináták *gyakorlatilag* az ITRS koordináták megvalósulásának tekinthetők. (A WGS84 vonatkozásában erre már korábban is utaltunk [1.2.4.1.])

Megjegyezzük, hogy az egyes nemzeti geodéziai alaphálózatokban más méretű, alakú és helyi (nem geocentrikus) elhelyezésű ellipszoidra vonatkozó (pl. Magyarországon a HD72) koordinátákkal is találkozunk. Ezeket az ún. *dátumparaméterek* ismeretében koordináta-átszámítás-

sal lehet a *Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszerbe (ITRS)* átszámítani. (Ezzel részletesebben a *Felsőgeodézia* tantárgy foglalkozik.)

Az \mathbf{r} helyvektor, illetve a vele egyenértékű (φ, λ, h) ellipszoidi koordináta-hármas mesterséges holdakra végzett mérésekkel vagy a hagyományos földi geodéziai (vízszintes, magassági és gravimetriai) alaphálózati mérésekkel (beleértve a csillagászati geodéziai munkákat is) határozható meg.

A földi pontok térbeli helyzete megadásának harmadik módja a *földi nehézségi erőterhez* (ennek szintfelületeihez és függővonalaihoz, gyakorlatilag ennek érintőjéhez (a *helyi függőleges* irányához) kapcsolódik. Ez esetben a pont ún. vízszintes helyzetét a Φ és a Λ **szintfelületi földrajzi szélességgel és hosszúsággal** jellemezzük, amit a teljes térbeli helymegadáshoz még ki kell egészíteni a szintfelületekre merőleges (függőleges irányú) harmadik koordinátával.

A Föld nehézségi erőteréhez kötődő helymeghatározó adatok tekintetében a továbbiakban csak a *vízszintes értelmű* (földrajzi) helyzetet megadó koordinátákkal foglalkozunk, a függőleges (magassági) mérőszámokra jelen keretek között nem térünk ki, ezeket a *Felsőgeodézia* tantárgy tárgyalja. Pusztán annyit jegyzünk meg, hogy bármely (geometriai, vagy fizikai) elven, bármilyen módszerrel is végezzük a földi pontok helymeghatározását, végeredményként a felhasználó számára minden esetben a szintfelületek közötti (tengerszint feletti) magasságokat kell megadnunk. Ezt követi a szabad folyadékfelszín, ezt igényli minden építési tevékenység, ezért ezt ábrázolják a térképeink, stb. A magassági (függőleges) helyzet megadására végül is ezeket kell kiszámítani a helyvektorral megadott térbeli helyzetből is. Ez teszi a mesterséges holdas helymeghatározások korában is *elkerülhetetlenül szükségessé* a geoid – mint magassági alapszintfelület – részletes meghatározását.

A Φ és a Λ *szintfelületi földrajzi koordináták* egy egyenesnek, a földi pont *helyi függőlegesének* (a ponton átmenő szintfelületre merőleges iránynak) térbeli helyzetét adják meg a földi térbeli derékszögű koordináta-rendszer (valamelyik megvalósulásának [1.2.4.1.]) alapirányaihoz viszonyítva

A helyi függőleges \mathbf{n} egységvektorának összefüggése a szintfelületi földrajzi koordinátákkal:

$$\mathbf{n} = -\frac{\mathbf{g}}{g} = \begin{bmatrix} \cos\Phi & \cos\Lambda \\ \cos\Phi & \sin\Lambda \\ \sin\Phi \end{bmatrix}, \text{ ahol } |\mathbf{n}| = 1. \quad (1.9)$$

A szintfelületi földrajzi koordináták mai, korszerű értelmezése a következő. A Φ *szintfelületi földrajzi szélesség* a helyi függőleges iránynak a földi térbeli derékszögű koordináta-rendszer valamelyik megvalósulása Z tengelyére (jelenleg az IRP, korábban a CIO irányára) merőleges síkkal (vagy az X, Y síkjával) bezárt szöge.

A Λ *szintfelületi földrajzi hosszúság* a helyi szintfelületi meridiánsíknak a földi térbeli derékszögű koordináta-rendszer valamelyik megvalósulásának X, Z síkjával, (jelenleg az IRM, korábban a BIH) kezdő szintfelületi meridiánsíkkal bezárt szöge.

A helyi *szintfelületi meridiánsík* a szóban lévő pont helyi függőlegesén sorozott síkok közül az, amelyik párhuzamos a földi térbeli derékszögű koordináta-rendszer (valamelyik megvalósulása) Z tengelyével (jelenleg az IRP, korábban a CIO irányával). A szintfelületi meridiánsíkot tehát, a szóban lévő pont helyi függőlegese és ugyanezen pontban a földi térbeli derékszögű koordináta-rendszer (valamelyik megvalósulása) Z tengelyével (jelenleg az IRP, korábban a CIO irányával) párhuzamos egyenes feszíti ki.

Mivel a geodézia az 1991. évi bevezetése óta a *földi térbeli derékszögű koordináta-rendszernek* az *ITRS* megvalósulását használja ajánlott, egységes, földi vonatkoztatási (koordináta-)

rendszerként (így pl., az IERS erre vonatkoztatva adja meg a földforgás paramétereit), a tantárgy ismeretanyagának további részében már csak ezt fogjuk használni ilyen értelemben.

A szintfelületi földrajzi koordináták szabatos meghatározása csillagászati-geodéziai módszerrel, csillagészleléssel (földrajzi helymeghatározással) lehetséges [2.]. Nagy előnyük, hogy több pont szintfelületi földrajzi koordinátáinak ismerete lehetővé teszi a geodéziai alapponthálózat térbeli elhelyezését és tájékozását, valamint a szintfelületek (elsősorban a geoid) alakjának nagy pontosságú meghatározását. (Ezzel a feladatkörrel a *Felsőgeodézia* tantárgy foglalkozik.)

Mivel az észlelt csillagok koordinátáit a mérés pillanatában a Föld *valódi forgástengelyére* illeszkedő *valódi égi egyenlítői* koordináta-rendszerben ismerjük, földi álláspontunk helyzetét viszont a *Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszerben (ITRS)* kívánjuk meghatározni, ismereni kell a két rendszer kapcsolatát.

6. Hét

1.2.5. Az égi és a földi vonatkoztatási rendszer kapcsolata

A valódi égi egyenlítői és a Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszer (ITRS) kapcsolata az álláspontunk köré írt egységsugarú gömb segítségével érzékeltethető. A Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszer (ITRS) alapirányai X, Y, Z , a valódi égi egyenlítői koordináta-rendszeré x, y, z . Mindkét rendszer közös kapcsolóeleme az álláspont helyi függőlegesének (az \mathbf{n} egységvektornak, a Zenitpontnak) az iránya. Ezt a földi rendszerben a Φ és a Λ szintfelületi földrajzi, míg az égi rendszerben az α_{Zenit} és δ_{Zenit} valódi égi egyenlítői koordináták jelölik ki.

A közös kezdőpontú két koordináta-rendszer kapcsolatát 3 forgatási szöggel, úm. a valódi forgástengely iránya és az IERS vonatkoztatási pólus (IRP) iránya által bezárt szög x_P és y_P derékszögű összetevőjével (az ívmásodpercben kifejezett póluskoordinátákkal), valamint az IERS kezdő szintfelületi meridiánsík (IRM) és a Tavaszpont iránya között bezárt szöggel adhatjuk meg. (Ez utóbbi, mint később látni fogjuk, éppen az IERS kezdő szintfelületi meridiánsík GAST valódi csillagideje, ami a Föld elfordulásának mértékét fejezi ki [1.3.1.2.].) A földi és az égi egyenlítői rendszer kapcsolata tehát:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\Phi, \Lambda} = \mathbf{R}_y(-x_P) \cdot \mathbf{R}_x(-y_P) \cdot \mathbf{R}_z(\text{GAST}) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{(\alpha, \delta)_{\text{Zenit}}} \quad (1.10)$$

A (7)-ben az (x, y, z) , ill. az (X, Y, Z) iránykoszinuszok az (1.7) és az (1.6)-nak megfelelően értelmezendők, és belőlük

$$\Lambda = \arctg \frac{Y}{X} \quad \text{és} \quad \Phi = \arctg \frac{Z}{(X^2 + Y^2)^{1/2}}. \quad (1.11)$$

Mivel az x_P, y_P póluskoordináták kicsi szögek ($< 1^\circ$), a $\cos x_P \approx \cos y_P \approx 1$; $\sin x_P \approx x_P$; $\sin y_P \approx y_P$ és az $x_P, y_P \approx 0$ közelítéssel az x és az y tengely körüli forgási mátrixok szorzata az

$$\mathbf{R}_y(-x_p) \cdot \mathbf{R}_x(-y_p) \approx \begin{vmatrix} 1 & 0 & x_p \\ 0 & 1 & -y_p \\ -x_p & y_p & 1 \end{vmatrix} \quad (1.12)$$

alakkal közelíthető.

Az x_p, y_p póluskoordinátákat a Nemzetközi Földforgás és Vonatkoztatási Rendszerek Szolgálat (IERS) folyamatosan szolgáltatja, a legkorszerűbb technikákkal végzett mérések alapján.

A harmadik forgatási szög, a Föld elfordulásának mértéke, az IERS kezdő szintfelületi meridiánsík GAST valódi csillagideje az UTC koordinált világidőből nyerhető az ugyancsak az IERS által szolgáltatott (UT1-UTC) különbség segítségével. A t (mérési) időpontban az UT1 világidő:

$$\text{UT1} = \text{UTC} + (\text{UT1} - \text{UTC}), \quad (1.13)$$

amit valódi csillagidőbe átszámítva [1.3.5.], kapjuk az IERS kezdő szintfelületi meridiánsík GAST valódi csillagidejét. (Az időfogalmak értelmezésére a későbbiekben visszatérünk [1.3.]).

Itt hívjuk fel a figyelmet, hogy az álláspontnak az égi és a földi vonatkoztatási (koordináta-) rendszernek megfelelő *kétféle meridiánsíkját* kell élesen megkülönböztetnünk. Az egyik az álláspont helyi függőlegesén (az \mathbf{n} egységvektor hatásvonalán) sorozott (függőleges) síkok közül az, amelyik tartalmazza a valódi forgástengellyel párhuzamos irányt (egyenest), azaz párhuzamos a *valódi égi egyenlítői koordináta-rendszer* z tengelyével (a valódi forgástengellyel). Ez az, amit korábban álláspontunk **valódi égi meridiánsíkjának** nevezünk [1.2.1.].

A másik az álláspont helyi függőlegesén sorozott (függőleges) síkok közül az, amelyik tartalmazza az IERS vonatkoztatási pólus irányával párhuzamos irányt (egyenest), tehát, amelyik párhuzamos a *Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszer* Z tengelyével. Ezt nevezük korábban az álláspontunk **szintfelületi meridiánsíkjának** [1.2.4.2].

A kétféle meridiánsík egymással (a póluskoordinátáknak és az álláspont szintfelületi földrajzi szélességének megfelelő) szöget zár be, amit földrajzi helymeghatározásainkban az égi és a földi rendszer közötti átszámítással veszünk figyelembe.

Mivel az x és az y tengely körüli forgatási szögek (a póluskoordináták) kicsi ($<1''$) szögek, a forgatások Δ_δ és Δ_α hatása (a mátrixszorzás elvégzésével) viszonylag egyszerűen kiszámítható, a z tengely körüli forgatás pedig kivonássá egyszerűsödik. Ezek figyelembevételével a koordináta-átszámítás gyakorlati összefüggései

$$\Phi = \delta_{\text{Zenit}} - \Delta_\delta = \delta_{\text{Zenit}} - (x_p \cos A - y_p \sin A), \quad (1.14.a)$$

$$A = \alpha_{\text{Zenit}} - \Delta_\alpha - \text{GAST} = \alpha_{\text{Zenit}} - 1^s/15'' (x_p \sin A + y_p \cos A) \text{tg} \Phi - \text{GAST}. \quad (1.14.b)$$

Itt jegyezzük meg, hogy közelítő helymeghatározások esetén, ha a póluskoordináták $x_p \approx y_p < 1''$ kis értékétől eltekintünk (vagyis a földi vonatkoztatási rendszer alapirányait a valódi égi egyenlítői koordináta-rendszer alapirányáival azonosnak tekintjük), akkor (és *csakis akkor*), a pólusmozgás elhanyagolásával

$$\Phi \approx \delta_{\text{Zenit}} \quad \text{és} \quad A \approx \alpha_{\text{Zenit}} - \text{GAST}. \quad (1.14.c)$$

Ez az oka annak, hogy a földi és az égi vonatkoztatási rendszerben értelmezett koordináták gyakran összefolynak, és a szakirodalomban a Φ, A szintfelületi földrajzi koordinátákat is többnyire az égi egyenlítői rendszerben ábrázolják. Ez a szemléleti mód feltehetően abból az időből származik, amikor a pólusmozgást még nem ismerték fel, és így a földi és az égi vonatkoztatási rendszer még nem különült el egymástól. Ma már ezt a szemléleti módot túlhaladott-

nak tekintjük, és ezért törekszünk mindenhol a földi és az égi helymeghatározó adatok következetes szétválasztására.

Tekintve, hogy a Földdel együttforgó földi vonatkoztatási rendszer csillagokhoz viszonyított helyzetét (az égi egyenlítői rendszer x alapirányához viszonyított elfordulási szögét) időmértékben, az IERS kezdő szintfelületi meridiánjának GAST valódi csillagidejében adjuk meg, a továbbiakban meg kell ismerkednünk a kozmikus geodéziában használatos időrendszerekkel.

7. Hét

1.3. Az idő

Az idő filozófiai fogalma: „Az anyag objektív létformája, melyet a világban lejátszódó események egymásutánja határoz meg.” A múltból a jövőbe, azonosan egy irányban, érzékelésünktől függetlenül, állandóan folyik (megfordíthatatlan).

Az idő kozmikus geodéziái méréseinkben meghatározó jelentőségű, hiszen mind az észlelő maga, mind pedig az észlelt (természetes és mesterséges) égitestek folyamatos mozgásban vannak, vagy legalábbis úgy látszanak. Mérési eredményeink valamely pillanatnyi állapotra vonatkoznak, így szorosan hozzájuk tartozik a mérés t időpontjának a rögzítése (megadása) is. Az időpontok között eltelt időt, így valamely t_0 kezdő időponttól a t időpontig eltelt $t-t_0$ időt *időtartamnak* mondjuk.

Az idő méréséhez *időegység* szükséges. Ez fizikai alapmennyiség. Az időegység meghatározása az *időrendszert*. Időrendszer alapjául ismert mozgástörvényekkel leírható, jól megfigyelhető természeti jelenséget választunk, amely

- folyamatosan mérhető és/vagy
- állandó periódussal ismétlődő és megszámlálható.

A gyakorlatban időrendszer alapjául a következő jelenségeket használjuk:

- a *Föld forgása*, amin a *csillagidő* és a *szoláris idő* alapszik;
- a *Föld keringése az efemerisz idő* alapja;
- atomi energiaszint-átmenet során kibocsátott *elektromágneses rezgés* képezi az *atomidő* alapját.

A felsoroltak egymástól független fizikai jelenségek, ezért az általuk meghatározott időegységek (időrendszerek) is egymástól teljesen függetlenek. Kapcsolatuk csak tapasztalati úton határozható meg.

1.3.1 A Föld forgásán alapuló időrendszerek

A legrégebben használt ősi időrendszerek a Föld forgásán alapulnak. Ezeket a *földóra* modelljével szemléltethetjük, amelynek *mutatója* álláspontunk helyi szintfelületi égi meridián-síkja; *számlapja* az égi egyenlítő síkja; *0 óra* az égi egyenlítő kijelölt pontja és *óraműve* a Föld forgása.

A geodéziában az időfogalmakat a *földi térbeli derékszögű koordináta-rendszer* (ennek ITRS megvalósulása) *elemeihez* (koordináta-tengelyeihez és a szintfelületi meridiánsíkhöz) kapcsoljuk azért, hogy a szintfelületi földrajzi koordinátákkal egységes rendszert képezzenek.

Ha a Föld forgását (elfordulását) a csillagokhoz, pontosabban a Tavaszponthoz viszonyítjuk, akkor *csillagidőről* beszélünk, ha pedig a Naphoz viszonyítjuk, akkor *szoláris időt* mondunk.

1.3.1.1. A szoláris idők

Életritmusunk a Nap látszólagos mozgásához igazodik, így a mindennapi használatra ehhez kapcsolódó időrendszerek alakultak ki. Ezeket nevezzük *szoláris időknek*. Két változatukat különböztetjük meg úm. a *valódi időt* és a *középidőt*.

Valamely földi pontban a **valódi idő** (*True Time = TT*) a pont *szintfelületi* meridiánsíkja északi felének a *valódi Nap* szintfelületi meridiánsíkjával bezárt (időmértékben kifejezett) szöge. Egysége a *valódi (szoláris) nap*, ami a valódi Nap egymás utáni két meridián-átmenete között eltelt idő. Ez, a Föld keringése miatt, mintegy 4 perccel hosszabb a forgási periódusánál, és az időben folyamatosan változó. Ennek két oka van:

- a Föld keringési sebességének periódusos változása *Kepler 2.* törvényének megfelelően,

- a valódi Nap látszólagos pályája, az *ekliptika*, $23,5^\circ$ -os szöget zár be az égi egyenlítő síkjával. Ezért egyenlő hosszúságú ekliptikai ívdarabok vetülete az égi egyenlítő síkján különböző hosszúságú.

A valódi (szoláris) nap kezdete a valódi Nap *alsó* kulminációja (a szintfelületi meridiánsík északi oldalán).

A valódi idő *helyi idő*, azaz valamely időpillanatban minden meridiánsíkban más és más. A valódi Nap látszólagos mozgását valódi időben érzékeljük (ezt mutatják a napórák), és ez teszi lehetővé a valódi idő gyakorlati meghatározását napészlelés segítségével [2.2.].

A Napra végzett méréssel az álláspontunk *égi* meridiánsíkjának a valódi Nap órákörével bezárt szögét, a valódi Nap τ_\odot *óraszögét* tudjuk meghatározni. Ebből a *szintfelületi* meridiánsíknak a valódi Nap irányával (szintfelületi meridiánsíkjával) bezárt szögét az égi egyenlítői és a Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszer (ITRS) közötti koordináta-átszámítással kapjuk. A valódi idő tehát a valódi Nap óraszögének a Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszerbe (ITRS-be) átszámított értéke +12 h.

Így, a *valódi idő* elvileg

$$TT = \tau_\odot - \Delta_\tau - \Delta_{\tau_\odot} + 12 \text{ h},$$

ahol Δ_τ azonos Δ_α (1.14.b)-ben adott értelmezésével, és Δ_{τ_\odot} a Nap *égi* és *szintfelületi* meridiánsíkjának egymással bezárt szöge (az égi egyenlítő síkjában). Ez utóbbi azonban két nagyságrenddel kisebb a valódi idő meghatározásának megbízhatóságánál, így a valódi időt gyakorlatilag a

$$TT = \tau_\odot - \Delta_\tau + 12 \text{ h} \tag{1.15}$$

összefüggésből számítjuk.

A valódi idő növekedési értelme az óramutató járásával ellentétes, a valódi Nap irányától kiindulva 0 h-tól 24 h-ig.

Mint említettük, a valódi idő egysége nem állandó, ami az időmérés szempontjából nagyon hátrányos, ezért alkották meg a **középidő** fogalmát. Ehhez a valódi Nap helyett bevezették azt

a (képzelt) *középnapot*, amely *egyenletes* sebességgel halad az *égi egyenlítő* síkjában, és a Tavaszpontba egyszerre érkezik az *ekliptikán egyenletes* sebességgel keringő másik képzelt nappal. A középnapnak az égi egyenlítő síkjában elfoglalt helyzetét (a rektaszcenzióját) Newcomb 3.fokú polinommal számította az idő függvényében, ezen feltételek mellett.

Valamely földi pont *középidéje* (Mean Time = MT) egyenlő a pont *szintfelületi* meridiánsíkja északi felének a *középnap* irányával bezárt (időmértékben kifejezett) szögével. Növekedési értelme az óramutató járásával ellentett, a középnaptól kiindulva 0 h-tól 24 h-ig. Egysége a középnap (időtartam), ami a *középnap* egymás utáni két meridián-átmenete között eltelt idő. Ez a valódi naphal már egyenletesebb időegység (amennyire a Föld forgási sebessége állandó). A középnap (időtartam) kezdete a *középnap* alsó kulminációja (a meridiánsík északi felén).

A *középidő* elvileg az

$$MT = \tau_{\odot} - \Delta_{\tau} + 12 \text{ h} \quad (1.16)$$

összefüggéssel értelmezhető, ahol τ_{\odot} a középnap óraszöge és Δ_{τ} azonos Δ_{α} (1.14.b)-ben adott korábbi értelmezésével. A középidő tehát a középnap óraszögének az ITRS-be átszámított értéke +12 h. Gyakorlatilag közvetlenül nem észlelhető, a napészleléssel meghatározott *valódi időből* számítással származtatható. (Szabatos időmeghatározásra azonban a Nap észlelése nem alkalmas.) A *valódi idő* és a *középidő* különbsége a

$$\tau_{\odot} - \tau_{\odot} = EqT \quad (1.17)$$

időegyenleg (vagy *időegyenlítés*) (nagysága periódusosan változó, szélső értékben mintegy ± 15 perc.

A középidő, a valódi időhöz hasonlóan, ugyancsak *helyi* idő, vagyis azonos időpillanatban a Föld minden meridiánsíkjában más és más. Bármely időrendszerben értelmezett helyi idők különbsége megegyezik a pontok *szintfelületi hosszúságkülönbségével*.

Az IERS kezdő *szintfelületi meridiánsík* (IRM) *helyi középidéjét* GMT-vel jelöljük. (A jelölése a korábbi, de mai is még gyakran használt, *greenwichi középidő* (Greenwich Mean Time) elnevezésből maradt meg.) Ezzel valamely Λ *szintfelületi földrajzi hosszúságú* pont helyi *középidéje*

$$MT = GMT + \Lambda \quad (1.18)$$

Ezt az összefüggést az

$$MT - GMT = \Lambda \quad (1.19)$$

alakra hozva, látható, hogy valamely álláspont és az IERS kezdő szintfelületi meridiánsík középidéjének különbsége (hasonlóan a megfelelő valódi idők különbségéhez) a pont szintfelületi földrajzi hosszúságát adja.

1.3.1.2. A csillagidő

Már az ősi időkben felismerték azt, hogy a Nap és a Napnál távolabbi csillagok egymás utáni két meridián-átmenete közötti idő nem azonos. Ennek oka az, hogy a távolabbi csillagok látzólagos mozgását a Földnek a Nap körüli keringése már nem befolyásolja, így mozgásuk lényegében csak a Föld forgását tükrözi. A gyakorlatban a Földnek a *Tavaszponthoz* viszonyított forgását választották a *csillagidő* alapjául. (Ez annyiban különbözik a csillagokhoz viszonyított forgástól, hogy a Tavaszpont égi helyzete a forgástengely precessziós (+ nutációs) mozgása miatt folyamatosan változik. Ez azonban megfelelő módon számításba vehető.)

A csillagidőnek két változatát használjuk, a szerint hogy a Föld forgását a *valódi*, vagy a *közepes* Tavaszponthoz viszonyítjuk.

Valamely földi pont **valódi csillagidejét** (Apparent Sidereal Time = **AST**) a pont *szintfelületi* meridiánsíkjának a *valódi* Tavaszpont irányával bezárt szögeként értelmezzük. Növekedési érteleme az óramutató járásával ellentétes, a Tavaszponttól kiindulva 0 h-tól 24 h-ig. Egysége a *csillagnap*, a Tavaszpont egymás utáni két meridián-átmenete között eltelt idő. (Ez a *szoláris* napnál mintegy 4 perccel rövidebb.) Kezdeté a Tavaszpont felső kulminációja. A csillagidő *helyi idő*, azaz valamely időpillanatban a Föld minden meridiánsíkjában más és más. A távoli csillagok látszólagos mozgását csillagidőben érzékeljük. (Éppen ez teszi lehetővé a csillagidő gyakorlati meghatározását a csillagok segítségével.)

Csillagészleléssel az álláspontunk valódi *égi* meridiánsíkjának a Υ valódi Tavaszpont irányával bezárt szögét, azaz a Zenitpont α_{Zenit} rektaszscenzióját tudjuk meghatározni. (A Tavaszpontra ugyanis közvetlenül mérni nem tudunk, irányát a csillagok rektaszscenziója adja meg.) A Zenitpont rektaszscenziójából a helyi csillagidőt a *valódi égi egyenlítői* és a *Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszer (ITRS)* közötti (koordináta-) átszámítással kapjuk, aminek hatása a Δ_α szöggel fejezhető ki, és ezzel a *valódi csillagidő*

$$AST = \alpha_{Zenit} - \Delta_\alpha, \quad (1.20)$$

ahol Δ_α értelmezése megegyezik az (1.14.b)-ben adottal, ami gyakorlatilag az *égi* és a *szintfelületi* meridiánsík egymással bezárt szöge (az égi egyenlítő síkjában). A valódi csillagidő tehát a Zenitpont (vagy az álláspont *égi* meridiánsíkja) rektaszscenziójának az ITRS-be átszámított értéke.

A Zenitpont rektaszscenzióját legegyszerűbben valamely ismert α_{Cs} rektaszscenziójú csillag meridián-átmenetének (*égi* meridiánsíkon áthaladásának) megfigyelésével tudjuk meghatározni. Ekkor ugyanis

$$\alpha_{Zenit} \equiv \alpha_{Cs}. \quad (1.21)$$

Általános helyzetben észlelt csillag esetében a Zenitpont (vagy az *égi* meridiánsík) rektaszscenzióját a csillag α_{Cs} rektaszscenziója és τ_{Cs} óraszöge

$$\alpha_{Zenit} = \alpha_{Cs} + \tau_{Cs} \quad (1.22)$$

összegeként határozhatjuk meg.

A valódi csillagidő értelmezéséhez a Zenitpont rektaszscenziója helyett az (1.20) és az (1.22)-ből következően a Tavaszpont τ_Υ óraszögét is használhatjuk. Ezzel

$$AST = \tau_\Upsilon - \Delta_\tau, \quad \text{ahol } \Delta_\tau \equiv \Delta_\alpha. \quad (1.23)$$

Különlegesen fontos szerepet játszik a kozmikus geodéziában az *IERS kezdő szintfelületi meridiánsíknak (IRM)* a Tavaszpont irányával bezárt **GAST** szöge (csillagideje), amit – a korábbi elnevezés megtartásával – gyakran *greenwichi valódi csillagidőnek* (Greenwich Apparent Sidereal Time) nevezünk. Ez a Föld és vele együtt a Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszer (ITRS) forgásának (a Tavaszponthoz viszonyított elfordulásának) mértéke.

Általában két földi pont *helyi csillagidejének különbsége* azonos a pontok *szintfelületi hosszúságkülönbségével*. Az IERS kezdő szintfelületi meridiánsíkhöz (IRM) viszonyított szintfelületi földrajzi hosszúságkülönbség maga a *A szintfelületi földrajzi hosszúság*.

Ilyen értelemben az (1.14.b) és a (1.20) figyelembevételével a szintfelületi földrajzi hosszúság

$$A = AST - GAST \quad (1.24)$$

alakban írható.

A valódi csillagidőnél egyenletesebb időrendszert kapunk, ha a Föld forgását (szintfelületi meridiánsíkunk pillanatnyi helyzetét) a *közepes* Tavaszponthoz viszonyítjuk. (Ez ugyanis már nem tartalmazza a Tavaszponthoz a precesszió-zavar (vagy nutáció) hatására bekövetkező rövidperiódusú mozgásait.)

A **közepes csillagidő** (Mean Sidereal Time = **MST**) a pont *szintfelületi* meridiánsíkjának a t időpontbeli $\gamma \sim$ (t) *közepes* Tavaszpont irányával bezárt szöge, azaz

$$\text{MST} = \tau_{\gamma} - \Delta_{\tau}. \quad (1.25)$$

(Megjegyezzük, hogy a Tavaszpont γ csillagászati jele mellett – írástechnikai okokból – szokásos a γ jel használata is.)

A közepes csillagidő egysége a *közepes csillagnap*, ami a közepes Tavaszpont egymás utáni két meridián átmenete között eltelt idő. Ez a közepes Tavaszpont precessziós mozgása ($46,1''/\text{év} = 0,126''/\text{nap}$) miatt nem azonos a Föld forgási periódusával (a 2π fordulat idejével).

A *valódi* és a *közepes* csillagidő különbsége

$$\text{AST} - \text{MST} = \text{EqE} \quad (1.26)$$

a *Tavaszpont időegyenlítése* (a nutáció hatása), amit a csillagászati évkönyvből vehetünk ki.

Itt is értelmezhető és használatos az IERS kezdő szintfelületi meridiánsíkjának (IRM) közepes csillagideje

$$\text{GMST} = \text{MST} - \Lambda. \quad (1.27)$$

A csillagidőkre is fennáll a valamennyi időrendszerben érvényes összefüggés a helyi idők különbségére, hogy

$$\text{MST} - \text{GMST} = \text{AST} - \text{GAST} = \Lambda. \quad (1.28)$$

A csillagidő is *helyi* idő, azaz azonos időpillanatban a Föld különböző meridiánsíkjaiban mást és mást mutatnak a csillagidőben járó órák.

A *valódi* csillagidő csillagászati módszerekkel, látható csillagok, újabban inkább távoli rádióforrások észlelésével, nagy megbízhatósággal meghatározható. Időegysége, különösen a belőle levezetett *közepes* csillagidő (MST, GMST), a (szoláris) középideőnél egyenletesebb, de nem felel meg a polgári élet igényeinek, mert a szoláris időtől napról-napra egyre jobban (az év folyamán 0-24 h-val) tér.

1.3.1.3. A világidő

A polgári élet számára olyan újabb időrendszer bevezetése volt szükséges, ami egyesíti a csillagidő-rendszer viszonylagos egyenletességét és meghatározásának nagy megbízhatóságát a Nap látszólagos mozgásához kapcsolódó életritmusunkkal. Ezt a szerepet tölti be az UT1 *világidő*, ami az IERS kezdő szintfelületi meridiánsíkjának GMST *közepes csillagidejéből* *meg egyeztetéses átszámító képlettel kiszámítható*, az egész Földre egységes, *szoláris jellegű* idő. (Más szóval a világidő lényegében az IRM szoláris jellegűvé átszámított közepes csillagideje.)

Az átszámításhoz naponta egyetlen közös időpontra vonatkozó „időpárt” ad meg az *Aoki et al. (1983)* képlet, amely összekapcsolja az UT1=0 h (világidő éjfélt) és a neki megfelelő GMST időpontot. E szerint világidő 0 h akkor van az IERS kezdő szintfelületi meridiánsíkban (IRM), amikor az adott éjszakán a közepes csillagidő itt éppen

$$\begin{aligned}
 (\text{GMST})_{\text{UT1}=0\text{h}} = & 6 \text{ h } 41 \text{ m } 50,548 \text{ 41 s } + 8 \text{ 640 } 184,812 \text{ 866 s} \cdot T + \\
 & + 0,093 \text{ 104 s} \cdot T^2 - 6,2 \cdot 10^{-6} \text{ s} \cdot T^3, \quad (1.29)
 \end{aligned}$$

ahol $T = (t - t_0) / 36\,525$, $t - t_0$ a $t_0 = \text{J } 2000,0$ kezdőidőponttól eltelt napok $\frac{1}{2}$ -re végződő száma ($\pm 0,5, \pm 1,5, \pm 2,5 \dots$). Az évek számításával később foglalkozunk [1.3.4], most csak annyit jegyzünk meg, hogy a J 2000,0 jelölés a 2000. január 1.-nek megfelelő 2 451 545 Julián Dátum sorszámú napot jelenti.

Itt jegyezzük meg, hogy mind a *világidő*, mind a *csillagidő* a Föld forgásán alapuló időrendszer, amelyek egymásba szabatosan átszámíthatók [1.3.5.]. Ez ad lehetőséget arra, hogy az UT1 világidőt csillagészleléssel meghatározzuk. Ezt a feladatot az IERS keretében működő, ezzel foglalkozó obszervatóriumok látják el folyamatosan. Ez elvileg a következőképpen oldható meg. Csillag-, újabban rádióforrás-észlelésből közvetlenül az $(\text{AST})_i$ helyi *csillagidejüket* határozzák meg, amit a Tavaszpont EqE időegyenlítésével közepes csillagidőbe átszámítva, kapják az $(\text{MST})_i$ helyi *közepes csillagidejüket*. Ebből az egyezményes $(\Lambda_0)_i$ szintfelületi földrajzi hosszúságuk levonásával, az

$$(\text{MST})_i - (\Lambda_0)_i = (\text{GMST})_i \quad (1.30)$$

összefüggés alapján, kapható az IERS kezdő szintfelületi meridiánsík közepes csillagidejének az i . obszervatórium által meghatározott $(\text{GMST})_i$ értéke. Az n számú állomás meghatározásából *középképzéssel* vezethető le az IERS kezdő meridiánsík GMST közepes csillagideje, majd belőle az (1.29)-cel végzett átszámítással az UT1 világidő.

Az előbbi módon középképzéssel levezetett GMST közepes csillagidőből a Tavaszpont időegyenlítésével nyerhető az IERS kezdő szintfelületi meridiánsík *GAST valódi csillagideje* is.

Mindebből az is következik, hogy az *IERS kezdő szintfelületi meridiánsík* nem a természetben kijelölt valamely pont meridiánsíkja, hanem (az IERS vonatkoztatási pólushoz (IRP) hasonlóan) középképzéssel nyert *képzeltbeli fogalom*, jöllehet a greenwichi obszervatórium hagyományos átmeneti műszere által kijelölt szintfelületi meridiánsíkhöz közel áll. (Ezért szerepel a jelölésében még mai is a „G” = „greenwichi” jelző.)

Az UT1 világidő a Föld közepes Tavaszponthoz viszonyított forgásának valódi jellemzője (e tekintetben egyenértékű a GMST közepes csillagidővel), de már utaltunk arra [1.1.3.2.], hogy a Föld forgási sebessége nem egyenletes, hanem különböző változásokat mutat, ezért az UT1 világidő *nem teljesen egyenletesen folyó* idő.

(Megjegyezzük, hogy az UT1 világidő eltérése a (szoláris) *középidőtől* jelenleg $\sim 0,2$ s.)

Az UT1 világidő a XX. században hosszú ideig minden területen betöltötte a nagy pontosságú, egységes időrendszer szerepét, de mivel tartalmazza a Föld forgási sebességének egyenetlenségeit, a fejlődés további szakaszában már ettől mentes, még egyenletesebb időrendszert kerestek.

Ha arra gondolunk, hogy 0,001 s alatt a Föld körüli mesterséges holdak mintegy 8 m utat tesznek meg a pályájukon, akkor könnyű belátni, hogy a gyakorlati feladataink ma már az időnek ennél lényegesen pontosabb meghatározását kívánják meg. Ilyen időrendszer alapjául azonban a Föld forgása már nem alkalmas, más fizikai jelenséget kellett keresni, ami a Föld forgásánál egyenletesebb, és pontosabban is mérhető.

1.3.2. Az efemerisz idő és a dinamikai idő

Ha teljesen tökéletes tehetetlenségi (inerciális) mozgást a környezetünkben nem is tudunk (időmérés céljára) előállítani, de a Naprendszer tagjainak gravitációs mozgása ezt igen jól megközelíti. Mozgásuk leírásában szereplő időváltozó az **efemerisz idő (ET)**, illetve a *dinamikai idő* (TDT). Az előbbinek az egységét a *Földnek*, míg az utóbbiét a *Naprendszer tagjainak* a Nap körüli keringéséből vezették le. Így, ezek teljesen függetlenek a Föld forgásán alapuló időrendszerektől, náluk lényegesen egyenletesebben folyó, gyakorlatilag *inerciaidők*. Égi mechanikai pályaszámításokban használjuk.

Meghatározásuk a Föld, ill. a Naprendszer többi tagjai előre kiszámított és valóban megfigyelt mozgásának eltérése alapján lehetséges, ami csak utólagos lehet, és egyébként is meglehetősen nehézkes. Ezért ma már szerepüket gyakorlatilag teljesen átvette a következő időrendszerként tárgyalandó *atomidő*, melynek időegysége - lévén ugyancsak inerciaidő - igen jó összhangban van velük.

A **dinamikai idő** (*Terrestrial Dynamic Time = TDT*) kapcsolata a TAI nemzetközi atomidővel [1.3.3.]:

$$\text{TDT} = \text{TAI} + 32,184 \text{ s} .$$

1.3.3 Az atomidő

Az atomidő egységét a cézium 133 atom két energiaszintje közötti átmenet során kibocsátott mikrohullámú sugárzás periódusával határozták meg úgy, hogy nagyon közel azonos legyen a korábban használt efemerisz idő egységével. Ez is gyakorlatilag *inerciaidő*, ami megfelel az SI rendszer másodperc egységének. Ez a mai műszaki színvonalon előállítható legegyszerűsebb időrendszer. Teljesen független az ezt megelőző rendszerektől, amelyekkel a kapcsolatát csak tapasztalati úton, megfigyelésekkel lehet biztosítani. Nagy előnye (az egyenletessége mellett) az, hogy - a megfelelő berendezések birtokában - folyamatosan előállítható.

Az atomidőt a földkerekségen eloszló mintegy 60 időlaboratóriumban működő, több mint 200 atomóra tartja fenn. Időjeleik összehasonlításából, súlyozott középképzéssel állítja elő a Nemzetközi Súly- és Mértékügyi Hivatal Időszolgálat (Bureau International des Poids et Mesures (BIPM), Time Section) a **nemzetközi atomidőt** (*Temps Atomique International = TAI*, http://www.bipm.org/en/scientific/tai/time_server.html). Ennek viszonylagos egyenletessége néhányszor 10^{-15} napokon és 10^{-13} éveken belül. Kezdeté: 1958. január 01. 0 h UT1 világidő volt, amikor a TAI megegyezett az UT1 világidővel.

Az atomidő egyetlen hátránya, hogy időegysége – ha kis mértékben is, de – eltér a *világidő* egységétől, így az idő folyamán a nemzetközi atomidő egyre jobban különbözik a Föld forgását jellemző UT1 világidőtől. Ennek elkerülése érdekében vezették be tudományos – ezen belül kozmikus geodéziai – célra a **koordinált világidőt** (*Universal Time Coordinated = UTC*). Ez *egyenletesen folyó, időnként önkényesen eltolt atomidő*. Az időeltolás évente egy, vagy két alkalommal (január 1.-én és/vagy július 1.-én) +1 s, azzal a feltétellel, hogy

$$|\text{UT1} - \text{UTC}| < 0,9 \text{ s} \quad (1.31)$$

legyen. A koordinált világidő bevezetésekor azonos volt az akkori nemzetközi atomidővel, azóta egyre több kerek másodperccel eltér tőle (2004-ben $\text{UTC} - \text{TAI} = +32 \text{ s}$).

Az UTC koordinált világidő a nemzetközi tudományos rádióidőjel adásoknak az időrendszere. Kozmikus geodéziai feladataink megadásakor a mérés (észlelés) pillanatát általában a rádióon keresztül kapott UTC-ben rögzítjük. A későbbi feldolgozás során ezt átszámítjuk az UT1 világidőbe. Az ehhez szükséges UT1–UTC különbséget a Nemzetközi Földforgás és Vonatkoztatási Rendszerek Szolgálat (IERS) szolgáltatja a Föld tájékozási paramétereivel (EOP) együtt <http://www.iers.org/iers/products/eop/>. Ezért az IERS a rádióidőjel adások UTC időjeleit folyamatosan összehasonlítja a saját állomáshálózata által csillagászati úton (korábban csillag-, ma már rádióforrás-észleléssel) a már említett módon [1.3.1.3] meghatározott UT1 világidővel. Ennek eredményeként számítja, és folyamatosan közzé teszi az UT1–UTC különbség időszerű (aktuális) értékét. (Ugyanezt megkaphatjuk a <http://www.boulder.nist.gov/timefreq/pubs/bulletin/leapsecond.htm> címről is.)

Polgári használatra az egész Földre egységes koordinált világidőt úgy kellett átalakítani, hogy a Föld különböző részein a Nap látszólagos mozgásához (életritmusunkhoz) közel álló, nagy-pontosságú időrendszert adjon. Erre a célra használjuk a **zónaidőt**. Ehhez a Föld felszínét hosszúsági vonalakkal 1-1 óra elfordulásnak megfelelő 15° szélességű *időzónákra* osztották. Egy-egy zónán belül mindenhol azonos időt használnak. Ezt nevezzük *zónaidőnek*. A szomszédos időzónák zónaideje 1 órával különbözik egymástól. A 0. időzóna (az IERS kezdő szint-felületi meridiánsík (IRM) $\pm 7,5^\circ$) zónaideje az UTC koordinált világidő. Ebből kiindulva, az n . időzóna zónaideje

$$ZT_n = UTC + n \cdot 1 \text{ h}, \quad (1.32)$$

ahol $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm 12$.

A gyakorlatban az időzónák határvonalai követik az államhatárokat, ill. nagyobb közigazgatási egységek határait, annak érdekében, hogy egy-egy ország területén lehetőleg egységes zónaidőt használjanak. Nagy országok esetében ez természetesen nem lehetséges, ott több zónaidő is él egymás mellett. Magyarországon a *közép-európai zónaidőt* (CET \equiv MEZ \equiv KEI = UTC + 1 h) használjuk. A zónaidőt a helyi rádióállomások „pontos idő” jelzései adják. A csillagászati geodéziában közelítő, gyors módszerek használatakor gyakran kielégítő ezen időjelek vétele.

A nappali órák kedvezőbb kihasználása érdekében sok helyen bevezetik a *nyári időszámítást* (a nyári félévre). A **nyári idő** = ZT + 1 h.

A pillanatnyi helyi időt (valamint az egyes időzónák zónaidejét) kerek másodpercre, néhány tized másodperc megbízhatósággal megkaphatjuk a <http://www.uhrzeit.org./atomuhr.html> címről.

A mesterséges holdakkal működő *Földi Helymeghatározó Rendszer* (Global Positioning System = GPS) a lehető legegyszerűbben folyó időrendszert igényli. Ennek a koordinált világidő atomidő egysége teljesen meg is felel, de a fél-, egyéves időközönkénti időugrások a mesterséges holdakon működő órák ismétlődő átállítását kívánják meg, ami viszont nehézségeket jelentene. Ezért erre a célra 1980. január 6.-tól bevezették az egyenletesen (ugrások nélkül) folyó **GPS időt** (*GPS Time* = GPST), amelynek alapja a TAI *nemzetközi atomidő*. Ebből a GPS idő:

$$GPST = TAI + 19 \text{ s}, \quad (1.33)$$

ami a GPS idő bevezetésekor azonos volt az akkori UTC koordinált világidővel. Azóta az UTC–GPST különbség évente 1-2-szer 1-1 s-mal növekszik. Pillanatnyi (aktuális) értékét a navigációs üzenet tartalmazza. A készülék a méréseket, számításokat GPST-ben végzi, de a kijelző általában az UTC időpontokat mutatja.

A GPS-hez hasonlóan, a *GLONAS rendszernek* is saját időrendszere van, ami UTC+3 h.

1.3.4. Az év

Hosszabb időtartamok mérésére a Föld Nap körüli keringési periódusát használjuk. Mivel a természet nem jelöl ki olyan mozdulatlan pontot az ekliptikán, aminek segítségével az egy periódust egyértelműen ki lehetne jelölni, az évnek többféle értelmezése is van. Általában az év az az időtartam, ami eltelik, amíg a Föld keringése során valamely égi pontokra illeszkedő *viszonyító síkon* egymás után áthalad.

Ha a viszonyító síkot az ekliptika síkjának normálisán és valamely távoli (valódi álló) *csillagon* át képzeljük, akkor az egymás utáni két áthaladás közötti idő a **sziderikus év**. A benne foglalt *középnapok száma*:

$$1 \text{ sziderikus év} = 365, 256 360 47 \text{ d} - 0,11 \cdot 10^{-8} (t-1950) \text{ d}, \quad (1.34)$$

ahol t a szóban lévő év.

Ha a keringési peridust az ekliptika síkjának normálisán és a *valódi Tavaszponton* át fektetett síkhoz viszonyítjuk, akkor a **tropikus évet** kapjuk. A benne foglalt *középnapok száma*:

$$1 \text{ tropikus év} = 365, 242 195 72 \text{ d} - 6,14 \cdot 10^{-8} (t-1950) \text{ d} \quad (1.35)$$

Mind a *sziderikus*, mind a *tropikus év* időtartama a *csillagnapok* számával kifejezve *pontosan 1 nappal több*.

Mivel a Föld forgása és keringése egymástól *teljesen független* jelenség, egyik fajta év időtartama sem kerek számú többszöröse a benne foglalt napoknak. Ez a naptárszerkesztésben vezet nehézségekre. (Egyébként a naptári év alapja a tropikus év.)

Ezek elkerülésére vezették be a **Julián évet**, amelynek hossza:

$$1 \text{ Julián év} = 365, 25 \text{ nap}, \quad (1.36)$$

(ami különféle lehet). A *Julián évszázad* (ennek megfelelően) 36.525 nap.

Kozmikus geodéziában az észlelés napját gyakran ennek *Julián dátumával* (JD) adjuk meg. Ez a 0 JD \equiv 12 h (UT) 4713. január 1. (Kr.e.) óta eltelt középnapok száma. Pl. az FK5 csillagkatalógus koordinátáinak $t_0 = 2000$. január 1. 12 h vonatkoztatási időpontja Julián dátumban JD 2 451 545,0.

Annak érdekében, hogy egyrészt a Julián dátum napja is - a polgári naphoz hasonlóan - 0 h-kor kezdődjék, másrészt, hogy rövidebb számsort kelljen írni, szokásos a *módosított Julián dátum* (MJD)

$$\text{MJD} = \text{JD} - 2\,400\,000,5 \quad (1.37)$$

használata.

A naptári napok Julián dátumát a csillagászati évkönyvek megadják.

1.3.5. Átszámítás időrendszerek között

Az eddigiekben már láthattuk, hogy feladataink megoldása során gyakran kell átszámítani a *csillagidő* és a *középidő*, ill. a *világidő* rendszer között. Ehhez előbb néhány arányszámot kell megismerni.

A d_{ST} csillagnap hossza d_{MT} középnapban kifejezve (a tropikus év napjainak aránya):

$$1 d_{ST} = \frac{365,242\,195\,72}{366,242\,195\,72} d_{MT} = 0,997\,269\,57 d_{MT}. \quad (1.38)$$

Ennek fordítottja, a középnap hossza csillagnapban kifejezve:

$$1 d_{MT} = \frac{366,242\,195\,72}{365,242\,195\,72} d_{ST} = 1,002\,737\,91 d_{ST}. \quad (1.39)$$

Ezeket az arányszámokat az egy napnál rövidebb *időtartamok* átszámításához használjuk. Mivel a *középidő* és a *világidő* egysége nagyon közel áll egymáshoz, ezek a (8 tizedesjegyre kerekített) arányszámok a *csillagidő* és a *világidő* közötti átszámításra is használhatók 1 ms éleséig.

Ugyanez óra, perc, másodperc (hms)-ben:

$$24 h_{MT} = (24 h\ 03 m\ 56,555 s)_{ST},$$

illetve

$$24 h_{ST} = (23 h\ 56 m\ 04,091 s)_{MT}.$$

Hasonlóan az 1 h időtartam:

$$1 h_{MT} = (1 h + 09,856\,47 s)_{ST},$$

illetve

$$1 h_{ST} = (1 h - 09,829\,56 s)_{MT}.$$

Időtartamok átszámításakor az átszámítandó időtartamot egyetlen időegységben (pl. óra és tizedes törtjében) fejezzük ki, majd ezt szorozzuk (osztjuk) a megfelelő arányszámmal. Eljárhatunk úgy is, hogy a csillagászati évkönyv megfelelő segédtablázataiból kivesszük az óra, perc és másodperc értékhez tartozó különbséget (javítást), és ezeket összevonjuk az átszámítandó értékekkel.

Időpontok átszámításakor először is tudnunk kell, hogy a Föld forgásán alapuló *bármelyik* időrendszerben adott *helyi idők különbsége* megegyezik a pontok szintfelületi hosszúság-különbségével. Leggyakrabban valamely álláspont és az IERS kezdő szintfelületi meridiánsík helyi idejét kell egymásba átszámítani. Ekkor:

$$TT = GTT + A, \quad (1.40.a)$$

$$MT = GMT + A, \quad (1.40.b)$$

és

$$AST = GAST + A. \quad (1.40.c)$$

Az IERS kezdő szintfelületi meridiánsíkban a GAST valódi csillagidő és az UT1 világidő közötti átszámításhoz csillagászati évkönyvet használhatunk. Ebben ugyanis az év minden napjára (legalább) egy adatot találunk a csillagidő és a világidő kapcsolatára. Ez az adat az IERS

kezdő szintfelületi meridiánsík $(GMST)_{UT1=0\text{ h}}$ közepes csillagideje világidő 0 órakor. Évkönyv hiányában ugyanezt magunk is kiszámíthatjuk a már megismert (1.29) *Aoki et al. 1983.* átszámító képletből.

Ennek segítségével az átszámítás gyakorlati menete a következő:

- az átszámítandó GAST időpontból levonjuk a Tavaszpontnak az évkönyvből az adott napra kivett EqE időegyenlítését, kapjuk az átszámítandó időpontot *GMST közepes csillagidőben*;
- ebből az (ugyancsak csillagászati évkönyvből nyerhető, vagy általunk kiszámított) $(GMST)_{UT1=0\text{ h}}$ közepes csillagidőt levonva, kapjuk a világidő éjfél óta eltelt időtartamot *közepes csillagidőben*;
- végül ezt - az (1.39) arányszámmal megszorozva - átszámítjuk csillagidőből *világidőbe*. Ezzel megkapjuk a világidő éjfél óta eltelt időtartamot *világidőben*, ami éppen az IERS kezdő szintfelületi meridiánsík *UT1 világuideje*.

Az UT1 világidő átszámítása az IERS kezdő szintfelületi meridiánsík GAST helyi *csillagidejébe* hasonló módon, de fordított sorrendben végzendő:

- az átszámítandó UT1 időpont azonos az $UT1=0\text{ h}$ óta eltelt időtartammal (*világidőben*);
- ezt az (1.38) arányszámmal megszorozva számítjuk a világidő éjfél óta eltelt időtartamot *közepes csillagidőben*;
- ehhez hozzáadva az IERS kezdő szintfelületi meridiánsík $(GMST)_{UT1=0\text{ h}}$ közepes csillagidejét világidő éjfélnél, kapjuk az átszámítandó UT1 időpontnak megfelelő *GMST közepes csillagidőt*;
- adjuk hozzá ehhez a Tavaszpontnak az adott napra vonatkozó EqE *időegyenlítését*, kapjuk a végeredményt, az IERS kezdő szintfelületi meridiánsík GAST helyi *valódi csillagidejét* az átszámítandó UT1 időpontban.

Valamely tetszőleges álláspont AST helyi valódi csillagideje és ZT_n zónaideje közötti átszámítás gyakorlati menete a következő:

- az álláspont AST csillagidejéből levonva a Λ szintfelületi földrajzi hosszúságát, kapjuk ugyanezen pillanatban az IERS *kezdő szintfelületi meridiánsík GAST valódi csillagidejét*;
- ebből a Tavaszpontnak az adott napra vonatkozó EqE *időegyenlítését* levonva, számítjuk a kezdő meridiánsík *GMST közepes csillagidejét*;
- vonjuk le ebből a kezdő meridiánsík $(GMST)_{UT1=0\text{ h}}$ közepes csillagidejét világidő éjfélnél, kapjuk a világidő éjfél óta eltelt időt *közepes csillagidőben*;
- ezt - a már ismertetett módon - *világidőbe* átszámítva, kapjuk az AST csillagidőnk pillanatában az *UT1 világidőt*;
- ebből levonva az IERS által a szóban lévő napra szolgáltatott (UT1–UTC) időkülönbséget, kapjuk az átszámítandó AST időpontunkban az *UTC koordinált világidőt*;
- végül ehhez hozzáadva az álláspont időzónája középmeridiánjának A_n szintfelületi földrajzi hosszúságát ($n \pm 1\text{ h}$), kapjuk végeredményként álláspontunk *ZT_n zónaidejét*.

Ha valamely álláspont ZT_n zónaidejét kell az AST helyi csillagidőbe átszámítani, akkor

- először a ZT_n zónaidőből a zóna középmeridiánjának Λ_n szintfelületi földrajzi hosszúságát ($n \cdot \pm 1$ h) levonva, számítjuk az UTC koordinált világidőt;
- ehhez adjuk hozzá az IERS által a szóban lévő napra szolgáltatott (UT1–UTC) időkülönbséget, kapjuk a zónaidőnek megfelelő UT1 világidőt, ami egyben a világidő éjfél óta eltelt időtartam *világidőben*;
- ezt a már ismertetett módon csillagidőbe átszámítva, és hozzáadva kezdő meridiánsík (GMST)_{UT1=0 h} közepes csillagidejét világidő éjfélkor, kapjuk az IERS kezdő szintfelületi meridiánsíkjának GMST közepes csillagidejét;
- adjuk ehhez hozzá a Tavaszpontnak az adott napra vonatkozó EqE időegyenlítését, kapjuk az IERS kezdő szintfelületi meridiánsíkjának GAST valódi csillagidejét;
- végül ehhez hozzáadva az álláspont Λ szintfelületi földrajzi hosszúságát, kapjuk végül eredményként a pont AST valódi csillagidejét.

Megemlítjük még, hogy, ha valamilyen célra más (pl. TAI) rendszerbe kell időpontot átszámítani, akkor ezt a feladatot az adott időpont UTC idejéből az ugyancsak az IERS által meghatározott és szolgáltatott (TAI–UTC) különbséggel tudjuk megoldani.

2. FÖLDRAJZI HELYMEGHATÁROZÁS

2.1. A földrajzi helymeghatározás mérések alapjai

2.1.1. A földrajzi helymeghatározás mérések célja, feladata

A földrajzi helymeghatározás a globális helymeghatározás legrégebben kialakult, és hagyományos módszere, *helymeghatározás látható természetes égitestekre végzett mérésekkel*.

Feladata

- az álláspont (többnyire geodéziai alaphálózati pont) Φ és Λ *szintfelületi földrajzi koordinátáinak* [1.2.4.2.] meghatározása. Ez gyakorlatilag az álláspont helyi függőlegese térbeli helyzetének (irányának) meghatározását jelenti a Földhöz kötött, vele együttforgó *földi térbeli derékszögű koordináta-rendszer* (jelenleg ITRS, korábban CIO megvalósulása) alapirányaihoz viszonyítva;
- valamely (többnyire a szomszédos alaphálózati pontra menő földi) irány A (nagy alfa) *szintfelületi azimútjának* meghatározása. Ez gyakorlatilag a szóban lévő iránynak az álláspont szintfelületi meridiánsíkja északi felével (az *IERS Vonatkoztatási Pólus = IRP*, vagy korábban a CIO irányával) bezárt vízszintes szöge meghatározását jelenti.

Ezeket a mennyiségeket a helyi függőlegesnek, ill. a földi iránynak ismert koordinátájú égi pontokhoz „bemérésével” határozzuk meg. A földrajzi helymeghatározás méréseknek *szabatos* (az elérhető *szélső pontosságú*) és *közelítő, gyors* módszereit különböztetjük meg. Az előbbi esetben az ismert koordinátájú pontok szerepét mindig távoli *csillagok* (alapvetően az 1535 alapszillag), míg az utóbbi módszerek esetében vagy távoli csillagok, vagy a *Nap* tölti be. A csillagászati geodéziai méréseket pontonként külön-külön végezzük, így velük *egyedi* pont-, ill. irány-meghatározásokat végzünk, de a végeredményként kapott koordináták és azimútok egy és ugyanazon földi koordináta-rendszerre (ITRS) vonatkoznak.

A meghatározandó pontok (csillagászati geodéziai pontok) többnyire egyes kijelölt geodéziai alaphálózati pontok, amelyeknek *egymáshoz viszonyított (relatív) helyzetét alaphálózati mérésekkel* határozzuk meg. (Ezzel a *Geodéziai alaphálózatok* tantárgy foglalkozik.) Gazdaságilag fejlett területeket borító alaphálózatokban a *szabatos* módszereket, míg fejlődő (ritkán lakott, pl. sivatagi) területeken, vagy expedíciós körülmények között a *közelítő, gyors* módszereket használjuk. (Lényegében ez utóbbiakat használták korábban tengeri és légi járműirányítási, *navigációs* célokra is. Ezzel a területtel azonban jelen keretek között nem foglalkozunk.)

Mivel a szabatos földrajzi helymeghatározások igen magas költség- és nagy időigényű mérések, ugyanakkor az alaphálózati méréseknél kisebb megbízhatóságot nyújtanak, ezért a *csillagászati geodéziai pontok* átlagos távolsága többnyire 100-200 km, gazdaságilag fejlett területeken többször 10 km. A magyarországi geodéziai alaphálózat közel 100 csillagászati geodéziai pontot tartalmaz, ami mintegy 33 km-es átlagos ponttávolságnak felel meg.

A földrajzi helymeghatározás mérések eredményei a következő geodéziai feladatok megoldására alkalmasak:

- a Föld *alakjának és méreteinek* meghatározása;
- geodéziai alaphálózatok térbeli *elhelyezése és tájékozása* az ITRS alapirányaihoz viszonyítva;
- a szintfelületek, különösképpen a *geoid* alakjának, részleteinek meghatározása; ezen keresztül
- a *nehézségi erőter* geometriai szerkezetének tanulmányozása.

(Ezekkel a *Felsőgeodézia* és a *Geodéziai alaphálózatok* tantárgy foglalkozik.) Kiemeljük, hogy a földrajzi helymeghatározás mérések adják még ma is gyakorlatilag az *egyetlen lehetőséget* a nehézségi térerősség vektora (a helyi függőleges) *irányának* szabatos meghatározására. Ez pedig a geoid alakjának részletes meghatározásához szükséges, ami a szatellita geodéziai módszerek alkalmazásakor, napjainkban különlegesen fontos szerepet kapott. A geoid meghatározása biztosítja ugyanis a kapcsolatot a földfelszíni pontoknak a mesterséges holdak észleléséből számított „*ellipszoid feletti*” magassága és a gyakorlat számára szükséges „*tengerszint feletti*” magassága között.

2.1.2. A földrajzi helymeghatározás mérések sajátosságai, alpműveletei

A földrajzi helymeghatározás mérések legszembetűnőbb sajátossága az, hogy a Föld forgása következtében a megírányozandó (észlelendő) (alap-) pontok, a *távoli csillagok*, ill. a *Nap*, az irányzó műszer látómezejében viszonylag gyorsan *mozogni látszanak*. (Látszó sebességük $15 \cdot \cos \delta''/s$.) Ennek megfelelő különleges módszereket kell alkalmaznunk. Így, pl. a két távcsőállításban mérés esetleg egyáltalán nem, vagy csak különleges módon lehetséges. Ezért a mérés egyes szabályos hibaforrásainak hatását csak javításokkal tudjuk figyelembe venni, pl. a fekvőtengely ferdeségének a hatását, stb. A mérés módszerének (elrendezésének) kialakításával is igyekszünk az égitestek látszólagos mozgásának pontosságcsökkentő hatását mérsékelni.

A Föld forgásának másik gyakorlati következménye az, hogy nagyon pontosan rögzíteni kell a mérés (észlelés) *időpontját*. Minden mérési eredmény ugyanis bizonyos időpillanatra vonatkozik. Ezért az *idő* és az *időrendszerek* rendkívül fontos szerepet játszanak az egész kozmikus geodéziában. Így, műszerfelszerelésünket is ennek megfelelően kell kialakítani.

Irányzóműszereink állótengelyét libellával a helyi függőleges irányába állítjuk, ekkor a helyesen igazított műszer fekvőtengelye és beosztott vízszintes köre a helyi vízszintes síkkal párhuzamos lesz. Mivel ezt hibátlanul biztosítani nem tudjuk, ugyancsak libellával mérjük a tengelyek maradék (kicsiny) ferdeségi szögét, és hatását javítással figyelembe vesszük. Minden esetre az így felállított műszerünk az álláspontunkban a *horizonti koordináta-rendszer* [1.2.2.] gyakorlati megvalósulása. Ez tehát a méréseink koordináta-rendszere. Ebben vízszintes és magassági (zenit-) szögeket tudunk mérni, melyek mindegyike az időben gyorsan változó értékek.

Méréseink során kitüntetett szerepe van álláspontunk *égi meridiánsíkjának*, azaz a *valódi* (píllanatnyi) *forgástengellyel* párhuzamos függőleges síknak. Több előny jár azzal, ha a csillagot éppen a meridiánsíkban (meridián-átmenetben) észleljük.

Földrajzi helymeghatározásainkban a következő *alapl műveleteket* alkalmazzuk:

- vízszintes és magassági (zenit-) *szögek mérése*;
- *csillagátmenet megfigyelése* előre beállított műszerrel $A^* \geq 0^\circ$ azimútu függőleges síkon (pl. meridiánátmenet), vagy $h > 0^\circ$ magassági szögű *almukantaráton* (a helyi vízszintes síkkal párhuzamos gömbi főkörön);
- *mérőkép készítése* előre beállított, pl. függőleges tengelyű mérőkamarával;
- *időpontok rögzítése és összehasonlítása*.

A méréseinket előre elkészített *csillagprogram* alapján végezzük. Ebben állítjuk össze az észlelés (közelítő) helyére, idejére, a napnyugta, szürkület, a napkelte időpontjára, a holdfázisra vonatkozó adatok mellett az alkalmazandó módszer gyakorlati követelményeit kielégítő csillagok (csillagpárok) beállítási adatait időrendben.

2.1.3. A műszerfelszerelés

Az előzőekben felsorolt alapműveleteknek megfelelően, földrajzi helymeghatározásainkhoz a következő műszerfajtákat használjuk.

Irányzó műszerek:

- *teodolit*. Szabatos munkákhoz ($m < \pm 0,3''$ irányzási középhiba): WILD T4, DKM 3A, stb. okulármikrométerrel ellátott, meredek (akár függőleges) irányzást is lehetővé tevő tört távcsővű ún. univerzális műszerek, a leolvasó berendezések és a szálkereszt belső megvilágításával. Közelítő, gyors módszerekhez ($m < \pm 1,5''$): WILD T3, T2 és velük egyenértékű teodolitok, mérőállomások;
- *átmeneti (passzázs) műszer*. Szélső megbízhatóságú, többnyire obszervatóriumi mérésekhez, meridián-átmenet észleléséhez;
- *asztrolábium*. h magassági szögű almukantarát-átmenet észleléséhez szabatos, vagy terepi kivitelben, pl. Ni 2 szintezőműszer + előtét prizma;
- *zenittávcső, zenitkamara* függőleges irányvonalú észleléshez;
- *egyéb (egyszerű) szögmérő műszerek*, pl. a *szextáns*, a navigációs és expedíciós helymeghatározások hagyományos műszere, továbbá a *gíroteodolitok*, stb.

A szabatos mérésekre szolgáló irányzó műszereket szilárd alátámasztáson, pilléren elhelyezve használjuk.

Időmérő és összehasonlító műszerek:

- *órák*. Időmérés céljára az időlaboratóriumok atom- stb. órái, mint *időetalonok* és időinterpolálás céljára az *állomási órák* (kvarcórák);
- *nyomtató kronográfok* időjelek összehasonlítására;
- *oszcilloszkópok* ugyancsak időjelek összehasonlítására;
- *rádióvevő készülék* a nemzetközi tudományos időjelek vételére.

Egyéb segédműszerek (a levegő fizikai állapotának mérésére):

- hőmérő,
- légnyomásmérő (barométer),
- higrométer.

9. Hét

2.2. A földrajzi helymeghatározás mérések módszerei

2.2.1. A szintfelületi földrajzi koordináták meghatározása

Mint már többször is utaltunk rá, a földfelszíni pontjaink szintfelületi földrajzi koordinátáit ismert koordinátájú csillagokra valamely t időpontban végzett mérésekkel határozzuk meg. Csillag-koordinátákon a csillag mérés kori *látszó helyének* α , δ *valódi égi egyenlítői* koordinátáit értjük. (Emlékeztetünk arra, hogy ezek az $\omega(t)$ valódi forgástengelyre és a $\mathcal{V}(t)$ valódi Tavaszpontra vonatkoznak [1.2.3.3.]). Álláspontunk Φ , Λ szintfelületi földrajzi koordinátáit a *Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszerben (ITRS)* kell meghatározni, így ez utóbbiak az IERS vonatkoztatási pólusra (IRP) és az IERS kezdő szintfelületi meridiánsíkra (IRM) vonatkoznak [1.2.4.2.].

Mint tudjuk, a szintfelületi földrajzi koordináták a természetbeni *helyi függőleges* iránynak a térbeni helyzetét jelölik ki (adják meg) az ITRS előbb említett alapirányaihoz viszonyítva. A helyi függőleges a látszólagos éggömböt a *Zenitpontban* dőfi, így ugyanezt az irányt meghatározhatjuk a Zenitpont α_{Zenit} , δ_{Zenit} valódi égi egyenlítői koordinátaival is.

Ezért a feladatot két lépésben oldjuk meg:

- a) a *Zenitpont irányának (koordinátáinak)* meghatározása a *valódi égi egyenlítői* koordináta-rendszerben és
- b) a *helyi függőleges irányának* (az álláspont szintfelületi földrajzi koordinátáinak) meghatározása a *Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszerben (ITRS)*.

Az *a)* lépést a helyi függőleges iránynak a csillagokhoz különböző módszerekkel végzett „bemérésével”, míg a *b)* lépést egyszerűen koordináta-átszámítással oldjuk meg.

A feladat megoldására a csillagászati geodéziai gyakorlatban számos módszert dolgoztak ki. Ezek közül csak néhány jellegzetesebb, többnyire a magyarországi gyakorlatban is használt megoldást, és ezeknek is csak az alapelvét, fogjuk bemutatni.

2.2.1.1. A szintfelületi földrajzi szélesség és hosszúság együttes meghatározása

A mérés eszköze a szabatos *zenittávcső*, vagy *zenitkamara*. A továbbiakban a zenitkamaras mérési módszert fogjuk tárgyalni.

a) A Zenitpont valódi égi egyenlítői koordinátáinak meghatározásához *függőleges tengelyű* kamarával *mérőképet* készítünk a Zenitpont környezetében lévő csillagokról, és szabatosan rögzítjük a felvétel *időpontját* UTC koordinált világidőben. (A mérőkép készülhet fényérzékeny lemezre, vagy CCD mátrixra.)

A mérőképen látszó csillagok azonosítása és képkoordinátáik kimérése után, a látszó helyük égi egyenlítői koordinátái alapján fotogrammetriai koordináta-átszámítást (transzformációt) végzünk, és ezzel számítjuk az $x' = y' = 0$ képkoordinátájú *Zenitpont* α_{Zenit} , δ_{Zenit} *valódi égi egyenlítői koordinátáit*.

b) A Zenitpont égi egyenlítői koordinátáit a már megismert módon [1.2.5.] átszámítjuk a *Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszerbe (ITRS)*, és az (1.14.a) és (1.14.b)-ből kapjuk az álláspont Φ és Λ *szintfelületi földrajzi koordinátáját*. Az átszámításhoz szükséges mérés kori póluskoordinátákat és az (UT1–UTC) különbséget a *Nemzetközi Földforgás és Vonatkoztatási Rendszerek Szolgálat (IERS)* szolgáltatja [1.1.3.4.]. (Emlékeztetünk, hogy ez utóbbi ahhoz szükséges, hogy a mérés UTC időpontjából kiszámítsuk az IERS szintfelületi kezdő meridián-sík mérés kori GAST valódi csillagidejét, ami a koordináta-átszámítás harmadik forgatási szöve [1.2.5.]

A módszerrel mintegy $\pm 0,5''$ megbízhatóság érhető el.

2.2.1.2. A szintfelületi földrajzi szélesség meghatározása

A **szabatos meghatározás** leggyakrabban alkalmazott módszere a *meridián zenittáv* (Sterneck-módszer), vagy *zenittáv-különbség mérés* (Horrebow-Talcott-módszer). Ez az elrendezés azért előnyös, mert a csillag látszólagos mozgásának pályáján a meridiánban tetőzik (kulminál), így a zenitszöge itt változik a leglassabban.

a) A *Zenitpont deklinációjának* meghatározásához megmérjük a meridiánunkon éppen áthaladó csillag *zenitszögét (zenittávolságát)*. A mért Z' értéket a $\rho = \rho(\text{hőmérséklet, légnyomás, } Z')$ csillagászati refrakcióval megjavítva, kapjuk a csillag *látszó helyére* átszámított

$$Z = Z' + \rho \quad (2.1)$$

zenitszöget. (A napi parallaxis a meridiánban nullaértékű, és a napi aberráció hatása a zenitszögre ugyancsak nulla.)

Az észlelt csillagnak a *látszó helyre, az észlelés idejére* számított δ *deklinációjából*, a Z zenitszöggel a *Zenitpont deklinációja*

$$\delta_{Zenit} = \delta \pm Z, \quad (2.2)$$

ahol a + előjel a Zenittől délre, a – előjel a Zenittől északra kulmináló csillag esetében irándó. A módszer hátránya, hogy a légköri sugártörés (refrakció) meglehetősen nagy bizonytalansága teljes mértékben terheli a meghatározás eredményét.

Az ebből származó hibát lényegesen csökkenteni lehet, ha közel azonos zenittávolságú *északi* és *déli* csillagokból álló csillagpárok *zenittáv-különbségét* mérjük. Ekkor ugyanis a végeredményt már csak a két refrakció hatás bizonytalanságának a *különbsége* terheli. Erre az eredményre a következő gondolatmenettel jutunk.

A *Zenitpont deklinációja* a déli és az északi csillag zenitszögéből számítva

$$\delta_{Zenit} = \delta_D + Z_D, \text{ ill.} \quad (2.3.a)$$

$$\delta_{Zenit} = \delta_E - Z_E. \quad (2.3.b)$$

Képezzük számtani középértéküket, kapjuk a módszer számítási képletét:

$$\delta_{Zenit} = \frac{1}{2} (\delta_D + \delta_E) + \frac{1}{2} (Z'_D - Z'_E) + \frac{1}{2} (\rho_D - \rho_E). \quad (2.4)$$

b) A Zenitpont deklinációját az égi egyenlítői rendszerből a *Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszerbe (ITRS)* az (1.14.a)-val átszámítva [1.2.5.], kapjuk végeredményként az álláspontunk Φ *szintfelületi földrajzi szélességét*. (Az átszámításhoz szükséges mérés kori póluskoordinátákat a *Nemzetközi Földforgás és Vonatkoztatási Rendszerek Szolgálat (IERS)* szolgáltatja.)

Szabatos szélesség-meghatározáshoz (Magyarországon) legalább 36 csillagpárt mérünk, legalább 5 estére elosztva. Így, a meghatározásnak $\leq 0,1''$ közéhibája érhető el.

A szintfelületi földrajzi szélesség meghatározásának **közelítő, gyors módszere** az északi *Sarkcsillag (Poláris) magassági szögének mérése* (sarkmagasság-mérés). Ekkor másodpercteodolittal (mérőállomással) gyors egymásutánban, I. és II. távcsőállásban, többször (6-8-10-szer) mérjük a Sarkcsillag (Poláris) *h' magassági szögét*. (Megfelelő fényerejű távcsövű műszerrel ez, a déli órák kivételével, nappal is végezhető.) E mellett mérjük a levegő fizikai állapotának jellemzőit (légnyomás, hőmérséklet), és rögzítjük a mérés időpontját UTC-ben, vagy ZT_n helyi zónaidőben.

A számítás első lépéseként a mért h' magassági szöghöz hozzáadva a $\rho = \rho(\text{hőmérséklet, légnyomás, } h')$ csillagászati refrakciót, számítjuk a Poláris *látszó helyének*

$$h = h' - \rho \quad (2.5)$$

magassági szögét. A további számítás az e célra rendelkezésre álló *segéd táblázatokkal* igen gyors és egyszerű.

A közelítő, gyors módszerek alkalmazásakor mindig élünk azzal a közelítéssel, hogy a *pólusmozgást elhanyagoljuk* (azaz a póluskoordináták $x_p \approx y_p < 1''$ értékét nullának tekintjük). Ez azt jelenti, hogy *azonosnak tekintjük a valódi forgástengely és az IERS vonatkoztatási pólus irányát*. Ezzel a közelítéssel

$$\Phi \approx \delta_{Zenit}, \quad (2.6)$$

vagyis az égi egyenlítői és a földi vonatkoztatási rendszer közötti átszámítás szükségtelenné válik.

Ha az *Albrecht-féle táblázattal* dolgozunk, akkor az alapképlet (az előbbi közelítést figyelembe véve)

$$\Phi = h - P \cos \tau + M \sin^2 \tau + N, \quad (2.7)$$

ahol

$$P = 90^\circ - \delta < \sim 1,2^\circ, \quad (2.8)$$

továbbá $M = M(P, \tau, \Phi)$, $N = N(P, \tau, \Phi)$, $\tau = \text{AST} - \alpha$. Ezekben Φ helyébe az álláspontunk előzetes földrajzi szélességét írjuk (amit legegyszerűbben a $\Phi \approx h$ közelítéssel kaphatunk), δ és α a Poláris *mérés kori látszó helyének* égi egyenlítői koordinátái, τ a Poláris óraszöge, AST a mérés időpontja valódi helyi csillagidőben (amit az észlelés UTC-ben, vagy ZT_n zónaidőben rögzített időpontjából csillagidőbe átszámítással kapunk [1.3.5.]).

Ha a *Star Almanac for Land Surveyors* áll rendelkezésünkre, akkor az alapképlet (ugyancsak a pólusmozgás elhanyagolásával):

$$\Phi = h + a_0 + a_1 + a_2, \quad (2.9)$$

ahol a_0 , a_1 és a_2 az észlelés helyi valódi csillagideje, az álláspont közelítő földrajzi szélessége, illetve az észlelés naptári napja függvényében a megfelelő táblázatból kivehető segédmenyi-ség. Ezek tartalmazzák a Poláris mérés kori égi egyenlítői koordinátáit és óraszögét.

A közelítő, gyors módszerekkel, másodperc teodolittal (mérőállomással), időrögzítő (stopper) karórával, a helyi rádióadó időjelzésére támaszkodva, néhány órás észleléssel a szintfelületi földrajzi szélesség mintegy *néhány másodperc* középhibával határozható meg.

10. Hét

2.2.1.3. A szintfelületi földrajzi hosszúság meghatározása

A szintfelületi földrajzi hosszúság **szabatos** (az elérhető szélső pontosságú) meghatározását mindig *csillagészleléssel* végezzük. Ennek is számos gyakorlati módszere alakult ki. Közülük a legjellemzőbb (a magyarországi csillagászati geodéziai gyakorlatban is elterjedten alkalmazott) módszer *távoli csillag meridián-átmenetének megfigyelése* (Mayer-módszer).

A szintfelületi földrajzi hosszúságot álláspontunk *szintfelületi* meridiánsíkjának az IERS kezdő szintfelületi meridiánsíkkal bezárt szögeként értelmeztük [1.2.4.2.]. A csillagkoordinátákat azonban az *égi egyenlítői* rendszerben ismerjük. Így ezt a feladatot is *a)* és *b)* lépésben oldjuk meg.

a) Az *égi meridiánsík* (vagy a *Zenitpont*) *rektaszceenziójának* meghatározása céljából valamely ismert koordinátájú *Cs* távoli csillag meridián-átmenetének pillanatát figyeljük meg, és rögzítjük. Ebben a pillanatban

$$\alpha_{Zenit} \equiv \alpha_{Cs}, \quad (2.10)$$

az *égi meridiánsík* (vagy a *Zenitpont*) *rektaszceenziója* megegyezik a csillagével. (Egyedüli javításként a napi aberráció $0,0213'' \cos \Phi / \cos \delta$ hatását kell figyelembe venni.)

b) A *Zenitpont rektaszceenziójának* átszámítása a *Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszerbe (ITRS)*, az álláspontunk *szintfelületi földrajzi hosszúságát* adja (1.14.b).

Az átszámításhoz a csillagátmenet pillanatában az IERS kezdő szintfelületi meridiánsík GAST valódi csillagidejét az átmenet (észleléskor rögzített) UTC koordinált világidejéből az IERS által adott (UT1–UTC) különbség felhasználásával számítjuk. Ezzel a csillagátmenet UT1 világideje

$$UT1 = UTC + (UT1 - UTC), \quad (2.11)$$

amit csillagidőbe átszámítva [1.3.5.], kapjuk a csillagátmenet pillanatában a GAST valódi csillagidőt.

A csillagátmenet UTC világidejét a mérés előtt és után a tudományos rádióidőjelekkel összehasonlított állomási órákon (nyomtató kronográf segítségével) rögzítjük.

Az *AST helyi valódi csillagidő* (1.20) értelmezését, az (1.14.b)-be írva [1.3.1.2.], kaptuk az (1.24)-et. E szerint az (1.14.b)-t úgy is értelmezhetjük, hogy álláspontunk szintfelületi földrajz-

zi hosszúsága valamely pillanatban a *helyi valódi csillagidő* és ugyanezen pillanatban az *IERS kezdő szintfelületi meridiánsik GAST valódi csillagideje* közötti időkülönbség.

Szabatos hosszúság-meghatározáshoz (a hazai gyakorlatban) 3-5 éjjel, éjszakánként 12 időcsillag átmenetének észlelése ajánlott, amivel mintegy $\pm 0,01$ s ($\pm 0,15''$) hosszúság-meghatározási középhiba biztosítható.

A szintfelületi földrajzi hosszúság meghatározása **közelítő, gyors** módszereinek ismertetése előtt emlékeztetünk arra, hogy az időrendszerek tárgyalása során [1.3.], a *csillagidőre* vonatkozó (1.24)-hez hasonlóan, a *középidőre* megismertük az (1.19)-et. Így tehát akár csillagidőben, akár középidőben adjuk meg az időpontot, valamely (fizikai) időpillanatban az álláspont és az IERS kezdő szintfelületi meridiánsik (IRM) *helyi idejének különbsége* a pontunk *A szintfelületi földrajzi hosszúságával egyenlő*. Az előbbit csillagészlelés, míg az utóbbit a Nap észlelése esetén használjuk.

A helyi idő közelítő, gyors meghatározásának egyszerű módja távoli csillag, vagy a Nap *tetszőleges helyen mért zenittávolságára* épül. Mérjük, tehát, valamely ismert koordinátájú távoli csillag, vagy a Nap *Z' zenitszögét* az égitest tetszőleges helyzetében, és rögzítjük az észlelés pillanatát UTC koordinált világidőben, vagy ZT_n zónaidőben. A módszer alkalmazásához (már elvégzett meghatározásból, vagy térképről levéve) ismerni kell az álláspont Φ szintfelületi földrajzi szélességének legalább közelítő értékét.

A számításhoz meg kell ismerkednünk a *csillagászati helyzetháromszög* fogalmával. Ez, a látzólagos éggömbön a P_E északi égi pólus (a valódi forgástengely dőféspontja az éggömbön, szokásos jelölése még: CEP=Celestial Ephemeris Pole), az álláspont *Zenitpontja* és az észlelt Cs csillag által alkotott gömbháromszög. Nevét onnan kapta, hogy összekapcsolja a csillag és az álláspont helyzet-meghatározó adatait a mérési eredménnyel, ezért már az ősidők óta kiterjedten használták csillagászati úton végzett helyzet-meghatározásra (főként navigációs célokra).

A csillagászati helyzetháromszög oldalai: $90^\circ - \delta$ a csillag, $90^\circ - \delta_{Zenit}$ a Zenitpont deklinációjának kiegészítő szöge és a csillag Z zenitszöge. Belső szögei: τ a csillag óraszöge, $180^\circ - A^*$ a csillag csillagászati azimútjának kiegészítő szöge és a π ún. parallaktikus szög. A csillagászati helyzetháromszögre felírható gömbháromszögtani összefüggések (mint látni fogjuk) jól használható kapcsolatokat adnak az említett mennyiségek között.

Esetünkben az észlelt távoli csillag, ill. a Nap *óraszögét* számítjuk ki a csillagászati helyzetháromszög segítségével

$$\cos \tau = \frac{\cos Z \sin \delta_{Zenit} \sin \delta}{\cos \delta_{Zenit} \cos \delta}, \quad (2.12)$$

vagy

$$\operatorname{tg} \frac{\tau}{2} = \left[\frac{\sin(\sigma - \delta_{Zenit}) \sin(\sigma - \delta)}{\cos \sigma \cos(\sigma - Z)} \right]^{1/2}, \quad (2.13.a)$$

ahol

$$\sigma = \frac{1}{2} (Z + \delta_{Zenit} + \delta). \quad (2.13.b)$$

A közelítő, gyors módszernek megfelelően, a továbbiakban *tekintsünk el a pólusmozgástól*, azaz éljünk azzal a közelítéssel hogy a póluskoordináták $x_P \approx y_P < 1''$ értékét tekintsük nullának. Ez geometriailag azt jelenti, hogy az IERS vonatkoztatási pólust (IRP) a P_E *valódi északi égi*

pólussal, a szintfelületi meridiánsíkot az égi meridiánsíkkal egybeesőnek tekintjük. Következésképpen

$$\delta_{zenit} \approx \Phi, \quad (2.14)$$

ahol a további számításban Φ helyébe, ennek közelítő értékét írjuk.

Csillagészlelés esetén a mért Z' zenitszöget a $\rho=\rho(\text{hőmérséklet, légnyomás, } Z')$ csillagászati refrakcióval megjavítva, kapjuk a zenitszögnek a csillag látszó helyére vonatkozó (2.1) értékét. Ezzel, továbbá a (2.14) közelítéssel és az észlelt csillag látszó helyének δ deklinációjával a csillagászati helyzetháromszögből a (2.12)-vel számítjuk a csillag τ óraszögét. Ez utóbbit az észlelt csillag látszó helyének α rektaszcenziójával összegezve, az észlelés pillanatának *helyi valódi csillagideje, a pólusmozgás elhanyagolásával* (az (1.20) helyett)

$$AST \approx \alpha_{zenit} = \alpha + \tau. \quad (2.15)$$

Az észlelés pillanatában az IERS kezdő szintfelületi meridiánsík GAST valódi csillagidejét a mérés UTC koordinált világidőben, vagy ZT_n zónaidőben rögzített idejéből *átszámítással* kapjuk [1.3.5.].

Végeredményként az álláspontnak (a pólusmozgás elhanyagolásával meghatározott)

szintfelületi földrajzi hosszúsága az (1.24)-ből számítható.

Napészlelés esetén a Nap látszó helyére vonatkozó *zenitszöget* a szükséges javításokkal a

$$Z = Z' + \rho + \text{napi parallaxis} + a \text{ Nap látszólagos fél-átmérője} \quad (2.16)$$

alakban számítjuk.

Ezzel, továbbá a Nap látszó helyének δ deklinációjával és a (2.14) közelítéssel a csillagászati helyzetháromszögből a (2.12)-vel számítjuk a Nap τ_{\odot} óraszögét.

A pólusmozgás elhanyagolásával az észlelés pillanatának *valódi ideje* (az 1.15) helyett

$$TT \approx \tau_{\odot} + 12 \text{ h.} \quad (2.17)$$

Ebből az (1.17) EqT *időegyenlítéssel* [1.3.1.1.] megkapjuk az észlelés pillanatának *helyi középidejét*

$$MT = TT + \text{EqT.} \quad (2.18)$$

A mérés pillanatában az IERS kezdő szintfelületi meridiánsík *középidejét*, vagy a mérés rögzített UTC koordinált világidejéből, vagy ZT_n zónaidejéből a $\text{GMT} \approx \text{UT1}$ közelítéssel *időátszámítással* kapjuk [1.3.5.]

Végeredményként az álláspontunk szintfelületi földrajzi hosszúsága (a pólusmozgás elhanyagolásával)

$$A = MT - \text{GMT} \approx MT - \text{UT1.} \quad (2.19)$$

Itt jegyezzük meg, hogy a Nap viszonylag nagy látszó átmérője miatt a napkorong alsó és felső szélét váltakozva irányozzuk a két távcsőállásban, és így a középképzéssel számított végeredmény fog a Nap középpontjára vonatkozni.

Ezzel a módszerrel, kvarc időrögzítő (stopper) karórával, a helyi rádióadó időjeleivel $\pm 1, 2, \dots, 10$ s (15'', 30'' ... 2,5') hosszúság-meghatározási középhiba érhető el.

2.2.2. A szintfelületi azimút meghatározása

Valamely irány szintfelületi azimútját az iránynak az álláspont *szintfelületi* meridiánsíkja északi felével (az *IERS Vonatkoztatási Pólus = IRP* irányával) bezárt vízszintes szögeként értelmeztük [2.1.1.].

Csillagászati geodéziai meghatározása (elvileg) tetszőleges, ismert koordinátájú csillag és a szóban lévő irány közötti *vízszintes szögméréssel* lehetséges. A csillagnak számítjuk az irányzás pillanatára a *csillagászati*, majd ebből a *szintfelületi azimútját*, amihez a mért vízszintes szöveget hozzáadva, megkapjuk az irányunk *szintfelületi azimútját*.

A vízszintes szögmérést I. és II. távcsőállásban, gyors egymásutánban végezzük, és a csillag minden irányzásának az időpontját rögzítjük. (A számítás során minden egyes irányzáshoz külön-külön számoljuk az irányunk azimútját, majd középképzéssel kapjuk a helyes végeredményt.)

A szintfelületi azimút **szabatos meghatározásához** az északi *Sarkcsillagot* (a *Polárist*, a Kis medve csillagkép α (legfényesebb) csillagát) használjuk. Ennek az a nagy gyakorlati előnye, hogy a forgástengely közvetlen közelében lévén ($90^\circ - \delta < 1,2^\circ$), látszólagos mozgása (a kis sugarú körpályán) nagyon lassú, így nagy megbízhatósággal irányozható.

A számításhoz szükséges az álláspont Φ és Λ szintfelületi földrajzi koordinátájának ismerete. Továbbá csillagászati évkönyvből kivesszük az észlelés(-ek) időpontjára a Poláris *látszó helyének* α , δ valódi égi egyenlítői koordinátáit.

a) A Poláris (égi meridiánsíkra vonatkozó) A_{Pol}^* (nagy alfa) *csillagászati azimútja* a csillagászati helyzetháromszögből

$$\operatorname{tg} A_{Pol}^* = - \frac{\sin \tau}{\cos \delta_{Zenit} \operatorname{tg} \delta - \sin \delta_{Zenit} \cos \tau} \quad (2.20)$$

ahol a Poláris τ óraszögét az irányzás UTC-ben rögzített időpontjából számítjuk. Először az UTC-ből az (UT1–UTC) különbséggel a (2.11)-gyel kiszámítjuk az UT1-et és időátszámítással [1.3.5.], a Λ szintfelületi hosszúság ismeretében, az észlelés pillanatának AST helyi csillagidejét. Ezzel a Poláris óraszöge irányzáskor

$$\tau = \text{AST} - \alpha \quad (2.21)$$

A Zenitpont deklinációja helyett írhatjuk az álláspontunk Φ szintfelületi földrajzi szélességét.

A Poláris így kiszámított csillagászati azimútját (ami közel 180°) még meg kell javítani a *napi aberráció* $+0,32''$ értékével és az *állótengely ferdeségi szögének* $i \cdot \operatorname{ctg} Z$ hatásával, (ahol i az állótengely, libella-leolvasásokból számított, ferdeségi szöge és Z a Poláris zenitszöge (perc élességgel)).

b) A Poláris csillagászati azimútját az égi meridiánsíkról *átszámítjuk a szintfelületi meridiánsíkra* [1.2.5.], és átfordítjuk 180° -kal, hogy a meridiánsík északi felétől számított *szintfelületi azimút*ot kapjunk:

$$A_{Pol} = A_{Pol}^* - \Delta_A + 180^\circ \quad (2.22)$$

ahol

$$\Delta_A = (x_P \sin \Lambda + y_P \cos \Lambda) \frac{1}{\cos \Phi} \quad (2.23)$$

az x_P, y_P póluskoordinátákkal végzett $\mathbf{R}_y(-x_P) \cdot \mathbf{R}_x(-y_P)$ mátrixszorzat (forgatások) hatása az azimútra.

Végül a B (földi) pontra menő irány *szintfelületi azimútja* a Poláris és a B pont között mért β mért vízszintes szöggel

$$A_B = A_{Pol} + \beta. \quad (2.24)$$

A szintfelületi azimút szabatos meghatározásában 24-48-szoros méréssel mintegy $\pm 0,25''$ középhiba érhető el.

Itt jegyezzük meg, hogy az azimút-meghatározást használjuk a meridiánban végzett csillagészlelésekkel a *meridiánsík kitűzéséhez* is. Ekkor a meridiánsík déli oldala közelében tetszőlegesen kiválasztott iránynak meghatározzuk a *csillagászati* azimútját, és az ezt 0° -ra kiegészítő vízszintes szög hozzá mérésével állítjuk a műszerünk álló irány síkját az álláspontunk *égi meridiánsíkjába*. (Ekkor a *szintfelületi* meridiánsíkra átszámítás szükségtelen.)

A szintfelületi azimút **közelítő, gyors meghatározásának** szokásos egyik módszere a szabatos meghatározáshoz hasonlóan, de egyszerűsített módon végzett vízszintes szögmérés a Polárisra. Másik módszere a Napra végzett egyidejű zenit- és vízszintes szögmérés.

Mindkét esetben az egyszerűsítés egyszerűbb, (másodperc-) teodolit (mérőállomás) használatát, kisebb ismétlési számot és egyszerűbb idő rögzítést jelent. Az észlelés (irányzás) pillanatát elegendő idő rögzítő (stopper) kvarc karórával és a helyi rádióadó időjelével (ZT_n zónaidőben) rögzíteni.

Élünk, továbbá, a közelítő, gyors módszerek szokásos közelítésével, hogy a *pólusmozgástól eltekintünk*, vagyis az $x_P \approx y_P < 1''$ póluskoordináták pillanatnyi értékét nullának tekintve, a *valódi forgástengelyt* és az *IERS Vonatkoztatási Pólust (IRP)*, valamint velük együtt az *égi és a szintfelületi meridiánsíkot* azonosnak tekintjük.

A Polárisra végzett egyszerűsített vízszintes szögmérés esetén a Poláris τ óraszögének meghatározásához az AST *helyi valódi csillagidőt* az irányzás ZT_n zónaidejéből (időátszámítással) számíthatjuk [1.3.5.].

A Polárisnak a csillagászati helyzetháromszögből a (2.20)-szal számítható A_{Pol}^* csillagászati azimútjából a *szintfelületi azimútját*, a tett közelítéseknek megfelelően, egyszerűen a

$$A_{Pol} \approx A_{Pol}^* + 180^\circ \quad (2.25)$$

közelítő alakból számítjuk. Ebből a B pontra menő (földi) irány *szintfelületi azimútja* a (2.24)-gyel számítható.

A Polárisra végzett azimút-meghatározás gyors módszerének számítása még egyszerűbb a *Star Almanac for Land Surveyors* táblázataival. Ezzel a *Poláris szintfelületi azimútja*

$$A_{Pol} = (b_0 + b_1 + b_2) \frac{1}{\sin \phi}, \quad (2.26)$$

ahol $b_0 = b_0(\text{AST})$, $b_1 = b_1(\Phi)$ és $b_2 = b_2(\text{ dátum})$ táblázatból kivehető értékek.

Ha a szintfelületi azimútot a *Napra végzett egyidejű zenit- és vízszintes szögméréssel határozzuk meg*, akkor a Napkorong felső és jobb szélét, majd alsó és bal szélét egyszerre irányozzuk az álló és a fekvő irányszállal, váltakozva I. és II. távcsőállásban. A számítást irányzásonként végezzük és a végén középképzéssel nyerjük a Nap középpontjára vonatkozó (helyes) eredményt.

A Nap csillagászati azimútját a csillagászati helyzetháromszögből a (2.14) közelítéssel, a Nap mért és javításokkal ellátott (2.16) *zenitszögével* és a Napnak csillagászati évkönyvből a mérés időpontjára (látszó helyre) számított δ *deklinációjával* a

$$\cos A_{\odot} = \frac{\sin \delta_{Zenit} \cos Z - \sin \delta}{\cos \delta_{Zenit} \sin Z} \quad (2.27)$$

összefüggésből számítjuk. Ebből a B pontra menő (földi) irány *szintfelületi azimútja* a (2.24)-gyel számítható.

A Nap észlelésével a leírt módon mintegy $\pm 0,5-2'$ megbízhatóságú azimút-meghatározást tudunk végezni.

Megjegyezzük még, hogy azimút-meghatározást nem csillagászati geodéziai módszerrel, a pörgettyű fizikai törvényei alapján működő *pörgettyűs teodolittal* (gíroteodolittal, vagy gírorátéttel) is végezhetünk az előbbihez hasonló megbízhatósággal. Ekkor elvileg *csillagászati* azimútot kapunk eredményül, de az elérhető megbízhatóság mellett itt is *elhanyagolhatjuk a pólusmozgást*, és az eredményt, ezzel a közelítéssel, *szintfelületi* azimútnak is tekinthetjük. Ezt a módszert a *Földalatti mérések* tantárgy tárgyalja.

Végül a csillagászati geodéziai mérések időigényéről annyit, hogy egyetlen pont szabatos Φ , Λ , A meghatározása (a mérésre alkalmas éjjelek kivárását is beleértve) mintegy 1 hónapot vesz igénybe.

3. A SZATELLITAGEODÉZIA ALAPJAI

3.1. A mesterséges holdak mozgása

A bolygók mozgásának törvényszerűségeit már *Kepler* felismerte, és tapasztalati úton felállított törvényeivel leírta. Később *Newton* az általános tömegvonzás törvényének felismerése után, ennek alapján megadta a *Kepler*-féle törvények egységes fizikai magyarázatát. Ezzel világossá vált, hogy a Föld közelében mozgó égitestek pályáját a Föld nehézségi erőtere szabja meg.

Az égitestek pályamozgását a dinamika *Newton*-féle alaptörvénye segítségével lehet leírni. A *dinamikai egyensúly* feltétele az ismert

$$\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a} \quad (3.1)$$

összefüggés.

Legegyszerűbb esetben M tömegű, pontszerűnek tekinthető központi égitest körül (központos erőterben) mozgó egységnyi (1 kg) tömegpont mozgására alkalmazzuk ezt az alapösszefüggést azzal a feltétellel, hogy az erőter csak *Newton*-féle tömegvonzásból származik (ún. *kéttest-probléma*).

Ez esetben a mozgó tömegpontra ható összes erő \mathbf{F} eredője a tömegvonzási erőhatás, és fejezzük ki az eredő gyorsulást a helyvektor időszerinti második deriváltjaként. Így a

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \ddot{\mathbf{r}} = - \frac{kM}{r^2} \cdot \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (3.2)$$

mozgásegyenletre jutunk. Ezt a másodrendű vektoriális differenciálegyenletet az ismeretlen \mathbf{r} helyvektorra megoldva kapjuk, hogy a mozgó tömegpont *pályája* kúpszelet, a Föld természetes és mesterséges holdjai esetében ellipszis, amelynek térbeli helyzetét, méretét és alakját az Ω , ω , i , a_s , e_s és T , vagy röviden p_i ($i = 1, 2, \dots, 6$) *Kepler*-féle pályaelemek jellemzik. Itt a_s és e_s a pályae ellipszis fél nagytengely-hossza és (első) numerikus excentricitása, mely a pályae ellipszis mérete és alakja. i a pályasíknak az M (központi) tömegpontban felvett térbeli derékszögű koordináta-rendszer alapsíkjával ($[x, y]$ síkjával) bezárt szöge (a pályahajlás), ω a pályae ellipszis nagytengelyének (a perigeum pont irányának) a pályasík és az $[x, y]$ sík metszéspontjával (a csomóvonallal) bezárt szöge, Ω a csomóvonálnak az x tengely irányával bezárt szöge és T a perigeum ponton áthaladás időpontja. Mint látható a Ω és i a pályasík térbeli helyzetét mutatja a koordináta-rendszer alapirányaihoz viszonyítva, ω a pályae ellipszis helyzetét jellemzi a pályasíkon belül és a T időpont ahhoz szükséges, hogy a pályán mozgó tömegpont valamely t időpontbeli helyzetét a $t-T$ időtartammal a pályae ellipszis nagytengelyének irányához tudjuk viszonyítani.

Ezek az (3.2) másodrendű differenciálegyenletnek a kétszeri integrálása során belépő integrálási állandók, illetve belőlük levezetett állandó mennyiségek. Ebből következik az, hogy *központos (centrális) erőterben* a tömegpont *térben és időben állandó méretű, alakú és helyzetű*

ellipszis pályán mozog. (A pályae ellipszis egyik gyújtópontja – *Kepler* törvényének megfelelően – egybeesik a vonzó tömegponttal.)

A centrális erőtér modellje a természetben (első közelítésben) jól alkalmazható a méreteikhez viszonyítva egymástól igen nagy távolságra lévő, egymásból *pontszerűnek látszó* bolygók pályamozgásának leírásához.

A Föld mesterséges holdjai azonban a Földhöz annyira közeli pályákon keringenek, hogy ebből a (legfeljebb néhány földugárnyi) távolságból nézve a Földtest már messze nem *pontszerűen*, hanem nagy méretű testnek látszik. A *Geofizikai alapismeretek* tantárgyból pedig tudjuk, hogy ennek a Földtestnek a tömege sem nem homogén, de még csak nem is gömbszimmetriás, hanem – különösen a felszíne közelében – kisebb-nagyobb rendellenességekkel tarkított, igen változatos eloszlású.

Következésképpen a Föld valóságos nehézségi erőtere nem centrális erőtér. Ennek eltéréseit a centrális erőtértől most röviden az R függvénybe foglaltunk össze. Ezt figyelembe véve az (3.1) baloldalán szereplő erőhatás kifejezésében, a valóságos földi nehézségi erőtérben az

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{kM}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} + \mathbf{grad} R \quad (3.3)$$

mozgásegyenletre jutunk. Ennek megoldása során már olyan *Kepler*-féle pályaelemeket kapunk, amelyek az idő függvényeként változnak. *A Föld valóságos nehézségi erőtérében mozgó tömegpont pályája bonyolult térgörbe, melynek elemi szakaszai időben változó méretű alakú és helyzetű Kepler-féle ellipszis pályák elemi darabjainak tekinthetők.* (A pillanatnyi pályae ellipszisek egyik gyújtópontja most a Föld *tömegközéppontjával* esik egybe.)

Tetszőleges p_i pályaelem $\dot{p}_i = dp_i/dt$ időbeli változása tehát a földi nehézségi erőtér nem centrális voltából következik. Mivel a Föld tömegeloszlási rendellenességei az össztömegéhez viszonyítva nagyságrendekkel kisebbek, a pályaelemeknek az időbeli változása viszonylag lassú. Ezért a gyakorlatban a pályaelemek $p_i = p_i(t)$ időfüggvényét a

$$p_i = p_i(t) = p_{i,0} + \frac{dp_i}{dt}(t - t_0^e) \quad (3.4)$$

lineáris közelítéssel számítjuk.

A mesterséges hold pillanatnyi pályaelemeit adott t időpontra (pl. valamely észlelés időpontjára) úgy kapjuk, ha valamely korábbi t_0^e időpontra (nemzetközi szervezetek által) megadott $p_{i,0}$ ún. *simuló pályaelemekhez* hozzáadjuk az eltelt időre eső megváltozásukat (amit a $\dot{p}_i = dp_i/dt$ differenciáhányadosnak az ugyancsak általuk adott számértékével a (3.4)-ből számítunk). Az így kapott *pillanatnyi pályaelemekből* számíthatjuk a továbbiakban tárgyalt összefüggésekkel az észlelés pillanatára a mesterséges hold \mathbf{r}_s *geocentrikus helyvektorát*.

(A pályamozgás elméletének további részleteivel a *Felsőgeodézia* és a mesterképzés *Dinamikai szatellitageodézia* tantárgyának keretében ismerkedhetnek meg.)

12. Hét

3.2. A mesterséges hold helyzetének számítása

Legyen feladatunk a pályáján keringő mesterséges hold pillanatnyi helyzetének (koordinátáinak) kiszámítása a pályaelemek ismeretében, valamely t időpontra.

Első lépésben számítsuk ki a mesterséges hold **pályasíkbeli** koordinátáit. Ehhez vegyük fel síkbeli koordináta-rendszerünk kezdőpontját (origóját) a pályaellipszis egyik gyújtópontjában. (Ez *Kepler* törvénye értelmében egybeesik a Föld tömegközéppontjával.) Az x tengely megegyezik a pályaellipszis nagytengelyével, pozitív értelme a földközeli (perigeum) pont felé mutat. A $+y$ tengely a $+x$ tengelyből az óramutató járásával ellentétes $\pi/2$ forgatással származtatható.

A pályasíkbeli koordináták kiszámításához az a , e és T pályaelem pillanatnyi értéke szükséges.

A mesterséges hold pályáján elfoglalt t időpontbeli pillanatnyi helyzetének egyik jellemzője helyvektorának a $+x$ tengely (a perigeum pont) irányával bezárt $\nu = \nu(t)$ szöge, a *valódi anomália*. Ennek kiszámítása közvetetten, hasonló másik két szög, az $E = E(t)$ *excentrikus* és az $\tilde{M} = \tilde{M}(t)$ *középanomálián* keresztül lehetséges. Ehhez *Kepler* 3. törvényével számítjuk az

$$\tilde{n} = \sqrt{\frac{kM}{a^3}} \quad (3.5)$$

átlagos keringési szögsebességet, amivel a t időponthoz tartozó középanomália

$$\boxed{\tilde{M} = \tilde{n}(t - T)}. \quad (3.6)$$

Ezt az

$$\tilde{M} = E - e \sin E \quad (3.7)$$

Kepler-egyenletbe beírva, belőle fokozatos közeledéssel (iterációval) az E excentrikus anomália kiszámítható. Ezzel az S pályapont pályasíkbeli *derékszögű* koordinátái

$$x = r_S \cos \nu = a (\cos E - e), \quad \text{és} \quad y = r_S \sin \nu = a (1 - e^2)^{1/2} \sin E, \quad (3.8)$$

illetve *poláris* koordinátái

$$r_S = a (1 - e \cos E) \quad \text{és} \quad \operatorname{tg} \nu = \frac{y}{x} = \frac{(1 - e^2)^{1/2} \sin E}{\cos E - e}. \quad (3.9)$$

Az S pályapont **térbeli derékszögű koordinátáinak (geocentrikus helyvektorának)** kiszámítása a továbbiakban valamelyest különböző, attól függően, hogy a Ω , ω és az i pályaelemek mely térbeli derékszögű koordináta-rendszerben ismertek.

a) Ha a pályaelemek a pillanatnyi *valódi égi egyenlítői rendszerben* adottak, akkor az S pályapont geocentrikus helyvektora (ennek derékszögű összetevői) három forgatással állíthatók elő a pályasíkbeli (3.9) koordinátáiból. Így

$$\mathbf{r}_S = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{égi}} = \mathbf{R}_z(-\Omega) \cdot \mathbf{R}_x(-i) \cdot \mathbf{R}_z(-\omega) \cdot r_S \begin{bmatrix} \cos v \\ \sin v \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$= r_S \begin{bmatrix} \cos(v + \omega) \cos \Omega - \sin(v + \omega) \sin \Omega \cos i \\ \cos(v + \omega) \sin \Omega + \sin(v + \omega) \cos \Omega \cos i \\ \sin(v + \omega) \sin i \end{bmatrix}. \quad (3.10)$$

A (3.10) geocentrikus helyvektor iránykoszinuszaiából az (1.1) segítségével az S pályapont iránjának α , δ rektaszcnziója és deklinációja is kiszámítható.

A mesterséges hold helyzetekre végzett észlelésekből általában földi pontok helyzetét határozzuk meg. Földi pontok koordinátáit viszont a *Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszer (ITRS)* koordináta-rendszerében adjuk meg [1.2.4.1.]. Ezért a meghatározásukra szolgáló mesterséges hold helyzeteket (koordinátákat) felhasználás előtt a *valódi égi egyenlítői rendszerből* az *ITRS*-be át kell számítani. Ehhez további adatként ismerni kell az észlelés t időpontját koordinált világidőben (UTC-ben) [1.3.3.], amiből átszámítással kapjuk ugyanezen időpont GAST greewichi valódi csillagidejét [1.3.1.2.]. (Ez utóbbi az ITRS Földhöz kötött koordináta-rendszere X tengelyének az égi egyenlítői rendszer x tengelyéhez viszonyított elfordulását mutatja.) Szükségesek továbbá az észlelés időpontjában az x_P , y_P póluskoordináták [1.1.3.4.].

Ezekkel az S pályapont geocentrikus helyvektora a *Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszer (ITRS)* koordináta-rendszerében

$$\mathbf{r}_S = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{ITRS}} = \mathbf{R}_y(-x_P) \cdot \mathbf{R}_x(-y_P) \cdot \mathbf{R}_z(\text{GAST}) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{égi}}. \quad (3.11)$$

Mivel a póluskoordináták $1''$ -nél kisebb szögek, az $\mathbf{R}_y(-x_P) \cdot \mathbf{R}_x(-y_P)$ -mátrixszorzat az

$$\mathbf{R}_y(-x_P) \cdot \mathbf{R}_x(-y_P) \approx \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_P \\ 0 & 1 & -y_P \\ -x_P & y_P & 1 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

egyszerűsített alakból számítható.

A z tengely körüli forgatás mátrixa

$$\mathbf{R}_z(\text{GAST}) = \begin{bmatrix} \cos \text{GAST} & \sin \text{GAST} & 0 \\ -\sin \text{GAST} & \cos \text{GAST} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.13)$$

Kiseb pontossági igény esetén a póluskoordináták $1''$ -nél kisebb szögének elhanyagolásával

$$\mathbf{r}_S = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{ITRS}} \approx \mathbf{R}_z(\text{GAST}) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{égi}}. \quad (3.14)$$

b) Ha a pályaelemek a J 2000,0 kezdőidőpontra a *Nemzetközi Égi Vonatkoztatási Rendszer (ICRS)* koordináta-rendszerében [1.2.1.] adottak, akkor a pályasíkbeli koordinátákból

első lépésben ICRS koordinátákat kapunk, amelyeket az (1.6)-tal számíthatunk át az ITRS koordináta-rendszerébe.

c) Ha *simuló* pályaelemek adottak a *Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszer (ITRS)* koordináta-rendszerében valamely t_0^e simulási időpontra (mint pl. a GPS esetében), akkor a (3.10) átszámítás a pályasíkbeli koordinátákból közvetlenül az ITRS koordinátákat adja, ha a pályaelemek pillanatnyi értékét a *simuló* pályaelemekből az

$$\Omega = \Omega_0 + \dot{\Omega} (t - t_0^e) - \omega_E(t - t_0^e),$$

$$i = i_0 + \frac{di}{dt} (t - t_0^e) \text{ és}$$

$$\omega \approx \omega_0$$

összefüggésekből számítjuk, ahol Ω_0 , i_0 és ω_0 a t_0^e simulási időpontra az ITRS koordináta-rendszerében adott *simuló pályaelemek*, ω_E pedig itt a *Föld forgási szögsebessége*.

*

Eddig a mesterséges holdnak a Föld tömegközéppontjához viszonyított *geocentrikus* helyzetét tárgyaltuk, de szükségünk van még annak földi álláspontunkhoz viszonyított **topocentrikus helyzetére** is. Ezt az

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} s_X \\ s_Y \\ s_Z \end{bmatrix} = \mathbf{r}_S - \mathbf{r}_P = \begin{bmatrix} X_S - X_P \\ Y_S - Y_P \\ Z_S - Z_P \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

különbségvektorral adhatjuk meg, ahol \mathbf{r}_S a mesterséges hold és \mathbf{r}_P az álláspontunk geocentrikus helyvektora (egy és ugyanazon geocentrikus vonatkoztatási rendszer – célszerűen az ITRS – X, Y, Z koordináta-rendszerében).

A geodéziai alaphálózati pontok helyzetét gyakran φ, λ, h ellipszoidi felületi koordinátákkal adjuk meg. Ezekből az (1.8) segítségével számíthatjuk az \mathbf{r}_P helyvektor összetevőit. Ilyenkor ügyelni kell arra, hogy a φ, λ, h koordináta-hármas is az ITRS koordináta-tengelyeire illesztett, *geocentrikus elhelyezésű* ellipszoidra vonatkozzék.

Az \mathbf{s} vektor

$$\mathbf{e}_S^{\text{top}} = \frac{\mathbf{s}}{s} = \begin{bmatrix} e_{S,X}^{\text{top}} \\ e_{S,Y}^{\text{top}} \\ e_{S,Z}^{\text{top}} \end{bmatrix}, \quad |\mathbf{e}_S^{\text{top}}| = 1 \quad (3.16)$$

egységvektorát *topocentrikus irányvektornak* nevezzük.

*

Geodéziai helymeghatározásainkhoz a mesterséges holdakat pályájuk azon szakaszában tudjuk észlelni, amikor az álláspontunk horizontja felett tartózkodnak. Ahhoz, hogy ezt vizsgálni tudjunk a mesterséges hold topocentrikus koordinátáit át kell számítani az észlelési hely **horizonti koordináta-rendszerébe** [1.2.2.]. Mivel az így kapott horizonti koordinátákat nem használjuk helymeghatározási feladataink megoldásához (belőlük koordinátákat nem számíthatunk), ezt az átszámítást elegendő azzal a közelítéssel végezni, hogy az álláspont helyi függőlegese és a rá merőleges vízszintes sík helyett a ponton átmenő *ellipszoidi normális* irányát és

a rá merőleges (az ellipszoidi érintő síkkal párhuzamos) síkot tekintjük a horizonti koordináta-rendszerünk alapirányának, ill. alapsíkjának

Horizonti koordináta-rendszerünk alapirányait most jelöljük x', y', z' -vel. Álláspontunk ellipszoidi normálisának térbeli helyzetét a pont φ, λ ellipszoidi földrajzi koordinátái adják meg.

A (3.16) topocentrikus irányvektor horizonti rendszerbeni iránykoszinuszait két forgatással és egy tükrözéssel kaphatjuk meg

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_S^{\text{top}} = \begin{bmatrix} e_{S,x'}^{\text{top}} \\ e_{S,y'}^{\text{top}} \\ e_{S,z'}^{\text{top}} \end{bmatrix}_{\text{hor}} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{R}_Y(90^\circ - \varphi) \cdot \mathbf{R}_Z(\lambda) \begin{bmatrix} e_{S,X}^{\text{top}} \\ e_{S,Y}^{\text{top}} \\ e_{S,Z}^{\text{top}} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} e_{S,X}^{\text{top}} \sin \varphi \cos \lambda + e_{S,Y}^{\text{top}} \sin \varphi \sin \lambda - e_{S,Z}^{\text{top}} \cos \varphi \\ e_{S,X}^{\text{top}} \sin \lambda - e_{S,Y}^{\text{top}} \cos \lambda \\ e_{S,X}^{\text{top}} \cos \varphi \cos \lambda + e_{S,Y}^{\text{top}} \cos \varphi \sin \lambda + e_{S,Z}^{\text{top}} \sin \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \delta \cos A^* \\ \cos \delta \sin A^* \\ \sin \delta \end{bmatrix}. \quad (3.17) \end{aligned}$$

A (3.17) iránykoszinuszokból a h magassági szög és az A^* csillagászati (a déli iránytól számított) azimút

$$\sin h = e_{S,z'}^{\text{top}} \quad \text{és} \quad \text{tg } A^* = \frac{e_{S,y'}^{\text{top}}}{e_{S,x'}^{\text{top}}}, \quad (3.18)$$

ill. geodéziai (az északi iránytól számított) azimút $A = A^* + 180^\circ$.

13. Hét

3.3. Globális helymeghatározó rendszerek

3.3.1. A NAVSTAR-GPS rendszer

A NAVSTAR-GPS (*Navigation Satellites with Timing and Ranging - Global Positioning System*) rendszer az USA műholdakra alapozott navigációs rendszere. A nevének megfelelően definíció szerint a Földön és közeli környezetében mindenhol, mindig azonos koordináta-rendszerben, a nap 24 órájában, minden időjárási körülmények között alkalmas hely, idő és sebesség adatok meghatározására. (A tárgy keretében itt csak az erre vonatkozó legfontosabb ismereteket foglaljuk össze. Egy részükkel a *Geodézia* tantárgy keretében már találkoztak, további részleteket a mesterképzés *GNSS elmélete és alkalmazása* tantárgyában ismerhetnek meg.)

3.3.1.1. A rendszer felépítése

A rendszer három egységből (ún. szegmensből) épül fel:

a) A mesterséges holdak rendszere

A műholdak pályája

A műholdak 20200 km földfelszín feletti magasságban (több mint háromszoros földugár) keringenek közel kör alakú pályán. A keringési idő csillagidőben 12 óra. A tervek szerint egyszerre legalább 18 működő és 3 tartalék műholdnak kell keringeni. A valóságban a műholdak száma ennél általában több. A 18 működő hold 6 pályán kering egyenletesen elosztva. A pályák felszálló csomópontjai egymással 60 fokos szöveget zárnak be (tehát egy csomóvonal 2 pályához is tartozik!). A pályán a holdak távolsága 120° . A pályák hajlása (inklinációja) 55° .

A műholdak kategóriái

I: Tömb (Block I): 1978-1985. Ennek 11 db mesterséges holdját 4,5 éves élettartamra tervezték, de volt, amelyik több mint tíz évig üzemelt. Pályahajlás $i = 63^\circ$ (az eredeti tervek szerinti pályára). Tömegük 845 kg.

II. Tömb (Block II): A tervezett élettartam 7,5 év. Ezekkel a műholdakkal megoldható a sugárzott kódok tetszés szerinti titkosítása, és a sugárzott adatok „rontása” (SA). A végleges pályán keringenek, tömegük 1500 kg.

IIR Tömb (Block IIR): 1997-től. Minden műhold minden műholdat követ, meg tudja határozni minden hold pályaelemeit földi irányító, ellenőrző hálózat nélkül is, kb. 180 napig. Tervezett élettartam 10 év.

A műholdakról sugárzott jelek

A GPS rendszer alapfrekvenciája 10,23 MHz. Ebből állítják elő 154 ill. 120-szoros szorzással a két vivőfrekvenciát: $L_1=1575,42$ MHz és $L_2=1227,60$ MHz. Az ilyen frekvenciákon sugárzott elektromágneses jelek nem tudnak átmenni fán, kövön, téglán, stb., ezért pl. épületben, barlangban nem, erdőben korlátozottan használható a rendszer. A két vivőfrekvenciára *fázis-modulációval* kódokat modulálnak:

C/A-kód: civil kód, polgári felhasználók részére,

P (később Y)-kód: katonai felhasználók részére,

D-kód: navigációs üzenet, amely a műholdak pályadatait tartalmazza.

Mivel minden műhold azonos frekvenciákat sugároz, a műholdakat a C/A kód sorszáma alapján különböztetjük meg.

A C/A kód egy bitjének hossza 300 m (jel hullámhossza). Ezen belül egy százalékos pontossággal tudunk mérni, ami azt jelenti, hogy a műhold–vevő távolságot 3 méteres pontossággal kapjuk. Az így meghatározott földi koordináták pontossága definíció szerint kb. 30 m (a gyakorlatban lehet jobb is). Ez a rendszer SPS (*Standard Positioning Service*) szolgáltatása.

A P kód egy bitjének hossza 30 m (jel hullámhossza). Ezen belül egy százalékos pontossággal tudunk mérni, ami azt jelenti, hogy a műhold–vevő távolságot 0,3 m pontossággal kapjuk. Az így meghatározott földi koordináták pontossága definíció szerint kb. 10 méter. Ez a rendszer PPS (*Precise Positioning Service*) szolgáltatása.

b) A követőhálózat rendszere

A NAVSTAR rendszer ellenőrző hálózata 5 állomásból áll, a Földön egyenletes eloszlásban. Mind az 5 követő állomás, követi az összes mesterséges holdat, rögzíti a mérési eredményeket

és eljuttatja a feldolgozó állomásnak. A *feldolgozó állomás* a beérkezett mérési adatokból 24 órára előre jelzi a műholdak pályaelemeit (BE = *Broadcast Ephemerides* – sugárzott pályaadatok). Ezeket elküldi a 3 *betöltő állomásra*, ahol az adatokat felsugározzák a műholdakra. Nagyobb pontossági igényekhez a mérések alapján utólagosan is számolnak pályaadatokat (PE = *Precise Ephemerides* – szabatos (precíz) pályaadatok). Mivel a pályaadatokat a követő állomások mérései alapján határozzák meg, az állomások koordinátáit nagy pontossággal kell ismerni. Ezért az állomásokon VLBI műszerek is üzemelnek. (Ezt a módszert a mesterképzés *Kozmikus geodézia* tantárgya keretében ismerhetik meg.)

A NAVSTAR vonatkoztatási rendszere a *WGS84* rendszer. Térbeli derékszögű koordináta-rendszerének kezdőpontja (origója) a Föld tömegközéppontjába esik. Erre illeszkedik a *WGS84* ellipszoidja ($a = 6\,378\,137$ m, $f = 1/298,257\,222$), amin a rendszerhez tartozó ellipszoidi földrajzi koordinátákat értelmezzük [1.2.4.1.].

A hivatalos ellenőrző hálózat mellett polgári hálózatok is működnek, amelyek utólagosan precíz pályaadatokat határoznak meg. A legjelentősebb civil hálózat az IGS követő hálózata, mely több mint 350 követő állomást tartalmaz [3.4.]. Az adatok ingyenesen a <http://igsceb.jpl.nasa.gov> címen érhetők el. A meghatározott precíz pályaadatok pontossága kb. 10-30 cm.

c) A felhasználók rendszere

Minden felhasználónak rendelkeznie kell egy GPS-vevővel. A felhasználók többsége a helyzetét akarja meghatározni. Így a rendszert felhasználhatják a geodézia, térinformatika, fotogrammetria, járműnavigáció, útvonalkövetés, haditechnika területein. Ezen kívül felhasználható meteorológiai adatok és időadatok meghatározására is. (Részletesebben a *GPS az építőmérnöki gyakorlatban* szabadon választható tárgy és a mesterképzés *Deformációmérések és -analízis*, valamint *Intelligens közlekedési rendszerek és járműnavigáció* tantárgyának keretében.)

3.3.1.2. A mérés elve

A rendszer kétféle mérési elv alapján működik

a) A kód mérés

A kód mérés a vivőhullámra modulált C/A vagy Y(P) kód futási idején alapul. Tegyük fel, hogy a műhold kibocsátja a kódot $t^{\text{sugárzás}}$ időpontban a műhold órája szerint. A kód befutja a műhold-vevő távolságot és beérkezik a GPS-vevő antennájába $t^{\text{vétel}}$ időpontban a vevő órája szerint. Mind a műhold, mind a vevő órája hibásan jár a GPS-rendszeridőhöz képest. A kapcsolatot a rendszeridővel a műhold és a vevő órahibája adja meg:

$$t(\text{GPS}) = t + \delta$$

Fejezzük ki a jel kibocsátásának időpontját a műhold órája szerint, vételének az időpontját a vevő órája szerint a GPS-rendszeridő és az órahibák különbségével:

$$t^{\text{vétel}} = t^{\text{vétel}}(\text{GPS}) - \delta_{\text{vevő}} \text{ és}$$

$$t^{\text{sugárzás}} = t^{\text{sugárzás}}(\text{GPS}) - \delta_{\text{mh}}$$

A kód látszólagos futási idejét a műhold és a vevő között a jel látszólagos beérkezése és kibocsátása időpontjának különbségeként kapjuk meg:

$$\Delta t = t^{\text{vétel}} - t^{\text{sugárzás}} = t^{\text{vétel}}(GPS) - \delta_{\text{vevő}} - t^{\text{sugárzás}}(GPS) + \delta^{\text{mh}} = \Delta t(GPS) - \delta_{\text{vevő}} + \delta^{\text{mh}}.$$

Látható, hogy a jel látszólagos futási ideje tartalmazza a jel valódi futási idejét ($\Delta t(GPS)$), valamint a vevő és a műhold órahibáját. A jel, mint elektromágneses hullám, fénysebességgel terjed (vacuumban, de ezzel a közelítéssel élünk egyelőre a légkörben is). A fény sebessége vacuumban $c = 300\,000 \text{ km/s}$. Ha megszorozzuk a jel futási idejét a fénysebességgel, megkapjuk a műhold és vevő közötti távolságot:

$$R_{\text{vevő}}^{\text{mh}} = c\Delta t = c\Delta t(GPS) - c\delta_{\text{vevő}} + c\delta^{\text{mh}} = \rho_{\text{vevő}}^{\text{mh}} - c\delta_{\text{vevő}} + c\delta^{\text{mh}}.$$

A látszólagos futási idő képletében a valódi futási idő és a fénysebesség szorzata a $\rho_{\text{vevő}}^{\text{mh}}$ geometriai távolságot adja. Mivel R nem geometriai távolság, ezért **pszeudo-távolságnak** nevezük. Kódmérés esetében a mérési eredményünk a műszert a műhoddal összekötő pszeudo-távolság, mely tartalmazza a vevő és a műhold órahibája miatti eltérést a geometriai távolságtól.

A műhold órahibáját a pályaadatokkal együtt adják meg. Így ismeretlenként a pont három koordinátája és a vevő órahibája marad meg minden mérési időpontban. Ezért egyszerre legalább 4 műholdra kell mérést végeznünk, hogy meghatározzuk a négy ismeretlent.

b) A fázismérés

A fázisméréskor a mérési eredmény a műhold által kisugárzott és a vevőbe beérkező vivőhullám fázishelyzeteinek különbsége. Mivel a vivőhullám hullámhossza kb. 19 ill. 24 cm, a mérési eredmény nem a vevő-műhold távolság, hanem a hullámhossz törtrésze. A hullámhossz N -szerese (egész értékű fázis-többszörletesség) ismeretlenként jelentkezik.

Tehát a mérési mennyiségek alapján megkülönböztethetünk *kód-* és *fázismérést*. Attól függően pedig, hogy egyetlen pont helyzetét kell meghatároznunk vagy két pont kölcsönös helyzetét, megkülönböztetünk *abszolút* és *relatív* mérést. Relatív mérés esetében a két ponton végzett mérések mérési eredményeit kivonjuk egymásból (különbségek képzése), így sok mérési hiba kiesik, a két pont közötti vektor akár milliméteres pontossággal is meghatározható.

Attól függően, hogy a mérés alatt a műszer antennája áll vagy mozog, megkülönböztetünk *statikus* és *kinematikus* mérést.

3.3.1.3. A műszerek felépítése

A GPS műszerek a felhasználók szempontjából 3 fő egységből épülnek fel: vevőberendezés + antenna + akkumulátor. Attól függően, hogy a műszer mit mér, a következő kategóriákat állíthatjuk fel (ár szerint is jelentős különbségekkel!):

1. *Kódmérő műszerek*: csak C/A kódmérésre alkalmas, navigációs célú műszerek. Kényelmi szempontból egybeépített antennával és akkumulátorral.
2. *Egyfrekvenciás fázismérő műszerek*: C/A kódmérés + L1-es frekvencián fázismérés. Kb. 10 km-ig alkalmasak a geodéziai pontosságú relatív mérésekre.
3. *Kétfrekvenciás fázismérő műszerek*: C/A kódmérés + L1 és L2 frekvencián fázismérés. Mivel a két frekvencia méréséből az ionoszféra hatása kiejthető, több száz km-ig alkalmas geodéziai pontosságú relatív mérésre.
4. *Katonai műszerek*: P ill. Y kód mérésére. Csak az USA hadseregének van.

3.3.1.4. Transzformációs feladatok

A NAVSTAR GPS-szel meghatározott koordináták a WGS84 vonatkoztatási rendszer koordináta-rendszerére vonatkoznak. Őket gyakran át kell számítani valamilyen más (helyi) vonatkoztatási rendszerbe. Ezeket az átszámítási módszereket a Felsőgeodézia tantárgy (és oktatási segédlete <http://www.agt.bme.hu/tantargyak/felsogeodezia/felsogeodezia-oktatasi-segedlet.doc>) tárgyalja.

3.3.2. A GLONASS rendszer

A **GLONASS-GPS** rendszer (*Globalnaja Navigacionnaja Szputnyikova Szisztjema*) a volt Szovjetunió navigációs rendszere. Feladata megfelel a NAVSTAR rendszerénél leírtaknak.

Ez a rendszer is 3 egységből épül fel.

a) Mesterséges holdak rendszere

A műholdak pályája

A műholdak 19130 km földfelszín feletti magasságban (több mint 3-szoros földugár) keringenek közel kör alakú pályán. A keringési idő csillagidőben 11 óra 15 perc 44 mp. A tervek szerint egyszerre 24 műholdnak kellene keringeni. A 24 hold 3 pályán kering egyenletesen elosztva. A pályák felszálló csomópontja egymással 120 fokos szöget zár be. A pályák hajlása (inklinációja) $64,8^\circ$.

Mivel a rendszer fenntartására nincs elég pénz, a műholdak száma 1997 óta a szükséges szám alatt van.

A műholdakról sugárzott jelek

A NAVSTAR rendszertől eltérően minden egyes műhold saját frekvenciákkal rendelkezik, ez alapján lehet őket azonosítani. A frekvenciák közel megegyeznek a NAVSTAR rendszer frekvenciáival.

Az ilyen frekvenciákon sugárzott elektromágneses jelek nem tudnak átmenni fán, kövön, téglán, stb., ezért pl. épületben, barlangban nem, erdőben korlátozottan használható a rendszer. A két vivőfrekvenciára *fázismodulációval* kódokat modulálnak:

C/A-kód: civil kód, civil felhasználók részére, amely az SPS-t biztosítja,

P-kód: katonai felhasználók részére, amely a PPS-t biztosítja,

D-kód: navigációs üzenet, amely a műholdak pályadatait tartalmazza.

b) A követőhálózat rendszere

A GLONASS rendszer ellenőrző hálózata a volt Szovjetunió területén lévő 5 állomásból áll. Ez a követőhálózat nem ad megfelelő lefedettséget az egész Földre, így a meghatározott műhold-koordináták a Szovjetuniótól távolodva egyre pontatlanabbak. 4 *követő állomás*, követi az összes mesterséges holdat, rögzíti a mérési adatokat és eljuttatja a feldolgozó állomásnak. A *feldolgozó állomás* a beérkezett mérési adatokból 24 órára előre jelzi a műholdak pályadatait.

tait (BE = *Broadcast Ephemerides* – sugárzott pályaadatok). Ezeket elküldi a 3 *betöltő állomásra*, ahol az adatokat felsugározzák a műholdakra.

A GLONASS vonatkoztatási rendszere a *PZ-90* rendszer. A térbeli derékszögű koordináta-rendszerének origója elvileg a Föld tömegközéppontjába esik. Ide helyezték el a PZ-90 ellipszoid ($a=6\,378\,136$ m, $f=1/298,257\,839\,303$) középpontját, amin a rendszerhez tartozó ellipszoidi földrajzi koordinátákat értelmezzük.

c) A felhasználók rendszere

Minden felhasználónak rendelkeznie kell egy GLONASS-GPS-vevővel. Ilyen vevőből a világban mindössze kb. 8000 darabot adtak el, így a felhasználók száma kicsi. A rendszer nem megfelelő karbantartása is a felhasználók kis számához vezetett. Megjelentek a GLONASS-NAVSTAR kombinált vevők is, melyek veszik a GLONASS adatokat, de gyakorlatilag csak a NAVSTAR adatokat dolgozzák fel belőle.

A mérés elve és a transzformációs feladatok megfelelnek a NAVSTAR-rendszernek leírtaknak.

3.3.3. A GALILEO-rendszer

Az ESA (*European Space Agency*) döntésére fejlesztésnek indult 1985-ben egy európai felhasználásokra tervezett műholdas szolgálat. A rendszer kifejlesztését az ekkor feltett szükségessé, hogy Európa Amerikától függetlenül is használhasson egy műholdas navigációs rendszert akkor is, ha az amerikai rendszert a Védelmi Minisztérium leállítaná. Ez pl. légi navigációs feladatoknál elengedhetetlen.

Ez a rendszer is 3 egységből épül fel

a) Mesterséges holdak rendszere

A műholdak pályája

Az első tervek szerint a műholdak egy része (6 db) geostacionárius pályán, más része (6 db) elnyújtott ellipszis pályán fog elhelyezkedni úgy, hogy idejük többségét Európából „látható” helyen foglalják el. Az elnyújtott pályák hajlása (inklinációja) $63,4^\circ$, a keringési idő csillagidőben 12 óra. A pályák földközeli részben 1500 km, földtávolban 39500 km-re lesznek a földfelszín felett. Egy pályán 2 műhold található. A teljes műhold-rendszert a tervek szerint 2008-ra alakítják ki. Jelenleg még csak kísérleti GALILEO hold van pályán. Ez a pályaterv még nem végleges.

A műholdak nem állítanak elő adatokat, csak a követőhálózattól kapott jeleket visszasugározzák.

A műholdakról sugárzott jelek

A NAVSTAR rendszerhez hasonló jeleket fognak sugározni. A tervek szerint három vivőfrekvenciát fognak alkalmazni, melyek közül kettő a civil felhasználók számára is használható kódokat tartalmaz. Így a civil felhasználók az eddigieknél pontosabb helymeghatározást érhetnek el. A rendszer többféle szolgáltatást tesz majd lehetővé:

- nyilvános szolgáltatás (*Open Service*): ingyenesen elérhető, kb. 4 m pontosságot biztosít,
- életvédelmi szolgáltatás (*Safety of Life Service*): légi, vízi és szárazföldi navigációra sugárzott jel, amelynek pontossága jobb, mint 4 méter. Jelzi a rendszer esetleges működési hibáit (integritás ellenőrzés), a szolgáltató garanciát vállal érte,
- kereskedelmi szolgáltatás (*Commercial Service*): előfizethető szolgáltatás két frekvencián, amely nagypontosságú méréseket tesz lehetővé,
- kormányzati ellenőrzésű szolgáltatás (*Public Regulated Service*): a rendvédelmi szerveknek fenntartott, titkosított, nehezen zavarható navigációs célú jelszolgáltatás,
- kutató- és mentő szolgáltatás (*Search and Rescue*): a bajbajutott hajók, repülők és egyéb járművek gyors helymeghatározására és segélykérés koordinálására létrehozott szolgáltatás.

A rendszer használata a felhasználóknak nem lesz ingyenes!

b) A követőhálózat rendszere

Előállítja a műholdak pályadatait. Felsugározza a műholdra olyan formában, hogy azt a műholdaknak csak vissza kelljen sugározniuk a felhasználók felé.

c) A felhasználók rendszere

Jelenleg még nincsenek felhasználók. A későbbiekben a jeleknél leírt kategóriák szerint fogják őket pontossági szempontból besorolni.

14. Hét

3.4. Geodéziai világhálózatok

A globális helymeghatározó módszerek alapvetően egyedi pontmeghatározásokat tesznek lehetővé. Ez azzal a nagy előnnyel jár, hogy valamely nagyterjedésű területen (ország, földrész, egész Föld) kiválasztott pontok helyzetét úgy tudjuk közös vonatkoztatási rendszer koordináta-rendszerében (többnyire az ITRS Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszerben) meghatározni, hogy közöttük mérési kapcsolatot nem kell létesíteni. Ez a gyakorlatban azt jelenti, hogy a meghatározandó pontjaink egymáshoz viszonyított távolságát, helyzetét semmi nem korlátozza. Egymástól tetszőleges távolságra, különböző földrészekeken lehetnek. Az így meghatározott helyzetű geodéziai alappontok halmaza már tulajdonképpen, tágabb értelemben, olyan *geodéziai világhálózatot* alkot, amely alkalmas arra, hogy a hozzájuk kapcsolt helyi (országos, kontinentális, stb.) alapponthálózatok földfelszíni helyzetét kijelölje, és lehetővé tegye az egyes helyi vonatkoztatási rendszerek koordináta-rendszerében kiszámított alappont-koordináták átszámítását a közös, egységes földi (globális) koordináta-rendszerbe. (Ennek részleteivel a *Felsőgeodézia* és a *Geodéziai alaphálózatok* tantárgy keretében és ezeknek oktatási segédletében ismerkedhetnek meg.)

Egyebek mellett ezt a célt szolgálták az évszázadok óta végzett földrajzi helymeghatározás mérések, majd a XX. szd. második felétől lehetőségessé vált szatellitageodéziai mérések. A különböző módszerekkel végzett egyedi pontmeghatározások megbízhatósága méteres nagyságrendű.

A mesterséges holdas módszerek fejlődésével, elterjedésével (tömegessé válásával) és a mérés megfelelő tér- és időbeli elrendezésével lehetőségessé vált pontpárok, -hármások, -négyesek egyidejű (szinkron) észlelése, ami a pontok egymáshoz viszonyított (relatív) helyzetének nagyságrenddel kedvezőbb megbízhatóságú meghatározását tette lehetővé. A számítástechnika és a feldolgozás módszereinek fejlődése lehetővé tette kiterjedt területeket (országokat, földrészeket, egész földfelszínt) hálózatként beborító ponthalmazok olyan együttes meghatározását, amiben a pontok földi (globális) és egymáshoz viszonyított (relatív) helyzetét meghatározó mérések eredményeinek együttes feldolgozásával nagy (cm nagyságrendű) megbízhatóságú *geodéziai világhálózatok* jöhettek létre (most már a szó szoros értelmében).

Valamely állásponton végzett mesterséges hold észlelés mérési eredménye (az észlelési vektor, ill. elemei) alapvetően a mesterséges hold pillanatnyi helyvektorának és az álláspont helyvektorának különbsége. Az előbbi a simuló pályaelemek és az időbeli változásukat alapvetően meghatározó földi nehézségi erőter jellemzői alapján számítható. Így minden egyes mérési eredmény a változók három csoportjának a függvénye:

- a simuló pályaelemek,
- a földi nehézségi erőter jellemzői és
- az észlelési helyvektora (koordinátái).

Minden egyes állomás minden egyes észlelési eredményére felírható egy-egy olyan egyenlet, amelynek baloldala a számszerűen ismert mérési eredmény, jobb oldalán pedig a változók említett három csoportja áll. Több állomás, hosszabb idő alatti nagy tömegű mérési eredményével nagy egyenletrendszer képezhető, amelynek megoldásával nagy számú ismeretlen változó – közöttük a mérési helyek koordinátáinak – számértéke határozható meg. Az ily módon egy-egy számítási eljárásba bevont álláspontok halmaza ugyancsak egy-egy *geodéziai világhálózatot* képez.

Geodéziai világhálózat, tehát, több is létezik, amelyek különböző mérési és feldolgozási módszerekkel meghatározott, az egész földfelszínt beborító, (esetleg egymást részben átfedő) ponthalmazok. A továbbiakban néhány példát mutatunk be ezekre.

A **US Coast and Geodetic Survey**, későbbben **National Geodetic Survey BC-4 hálózata** a földfelszínt beborító 45 pontból áll, amelyek átlagos távolsága 3-4000 km. Mindegyik állomáson a WILD BC-4 típusú kamarával mintegy egy éven át végeztek fotográfiai észleléseket az ECHO 1 és 2, valamint a GEOS 2 mesterséges holdra, törekedve több állomás egyidejű (szinkron) észleléseire. A feldolgozásba összesen ~800 szinkron-párt, ~200 hármás szinkron és 14 négyes szinkron felvétel eredményeit vitték be, és számították tisztán geometriai módszerrel a pontok által alkotott hálózat oldalainak azimútját, ami meghatározta a hálózat alakját. Méretarányát azonos földrészen fekvő szomszédos pontok között vezetett, összesen 7 ún. kozmikus poligon földi szög- és lézeres távolságmérésének eredményeiből kiszámított távolságból vezették le. A hálózat geocentrikus elhelyezését (a mesterképzés *Kozmikus geodézia* tantárgya keretében tárgyalt) DOPPLER-módszerrel is észlelt hálózati pontokon keresztül biztosították. A végeredmény a 45 pont koordináta-hármása egységes geocentrikus rendszerben.

A későbbiek során a mérési eredmények – már említett – együttes geometriai és dinamikai szatellitageodéziai feldolgozásával az állomáshálózat koordinátái mellett meghatározták a földi nehézségi erőter matematikai jellemzőit (a potenciálfüggvény gömbfüggvényesora véges

számú együtthatóját) és a Föld alakját jól közelítő ellipszoid méretét és alakját (lapultságát). Az így kapott eredmény-együttest *földmodellnek* (Standard Earth, Earth Model) nevezték el.

Az első ilyen földmodellek a **Smithsonian Astrophysical Observatory Standard Earth (SE)** eredmény-sorai voltak. Az **SE I** (1966) eredményei a BAKER-NUNN kamarákkal felszerelt 12 állomás 13 mesterséges holdra végzett több mint 45 000 iránymeghatározására épültek. A későbbi **SE II** és **SE III** (1973) modell meghatározásába már 25 mesterséges holdra végzett irány- és lézeres távolságmérés, valamint földfelszíni nehézségi mérések eredményeit is bevonták, és a nehézségi erőter jellemzői mellett összesen 90 állomásból álló világhálózat pontjainak geocentrikus koordinátáit számították. A földi ellipszoid méretére $a = 6\,378\,165$ m-t kaptak.

A **NASA Goddard Space Flight Center GEM 1** (1972) – **GEM 10c** (1978) modelljeinek meghatározásába az irány- és lézeres távolságmérések mellett már (a mesterképzés *Kozmikus geodézia* tantárgyában megismerhető) elektronikus mérés technikák és altiméteres mérések, valamint földfelszíni nehézségi mérések eredményeit is bevonták. Végeredményként a nehézségi erőter jellemzőinek sokkal hosszabb értéksora mellett összesen 150 állomásból álló világhálózat pontjainak geocentrikus koordinátáit számították. A földi ellipszoid méretére $a = 6\,378\,139$ m-t kaptak.

A **Müncheni Műszaki Egyetem GRIM 1 – 3** (1976-83) modelljeit 22 mesterséges holdra végzett irány-, lézeres távolság- és DOPPLER-mérések, valamint a GEOS 3 altiméter-adataiból számították és 95 pontból álló világhálózat pontjainak geocentrikus helyzetét határozták meg.

A szatellitageodéziai gyakorlatban legjobban elterjedt, a GPS mérések és pályaelemek vonatkoztatási rendszerét képező **WORLD GEODETIC SYSTEM WGS 60, 72 és 84** iránymeghatározások, DOPPLER, SECOR és GPS, valamint földfelszíni nehézségi mérések eredményeinek együttes feldolgozásán alapszik. Végeredményben a földi nehézségi erőter jellemzőinek a leghosszabb értéksora mellett több mint 1500 pontból álló világhálózat pontjainak mintegy ± 5 cm megbízhatóságú koordinátáit számították [1.2.4.1.].

A legnagyobb megbízhatóságú világhálózat az **International Terrestrial Reference Frame (ITRF)**, ami a Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszer (ITRS) (1991) különböző űrtechnikákkal meghatározott több mint 800 keretpontjának hálózata [1.2.4.1.]. A pontok geocentrikus koordinátáinak megbízhatósága $\pm 0,5$ - $2,0$ cm, mozgássebességük megbízhatósága ± 1 - 3 mm/év. A pontok koordinátáit rendszeresen frissítik, így beszélünk ITRF93, 97, 2000-ről, és folyamatban van az ITRF2005 számítása (<http://lareg.ensg.ign.fr/ITRF/>).

Itt említjük még a több mint 350 folyamatosan üzemelő (permanens) GPS állomást és a feldolgozó központot magába foglaló Nemzetközi GPS Szolgálat (**International GPS Service = IGS**) (1994) követő állomásainak világhálózatát. A szolgálatújabb elnevezése Nemzetközi GNSS Szolgálat (**International GNSS Service = IGS**) [3.3.1.1.]. Az állomásainak észlelései alapján a szolgálat folyamatosan közli a legfrissebb

- GPS pályaadatokat,
- órajavításokat,
- a napi földforgás-paramétereket (ERP),
- a hetente újraszámított állomáskoordinátákat (megbízhatóságuk jobb mint 1-2 cm) és mozgássebességeket, valamint
- egyéb (pl. ionoszféra, troposzféra, stb) adatokat (<http://igsb.jpl.nasa.gov>).

Az IGS állomások egy része kapcsolódik az ITRF-hez, részt vesznek ennek fenntartásában, és szolgálnak az ITRF kontinentális sűrítésére.

3.5. Kontinentális és sűrítő hálózatok

Az 1980-as évek végétől kezdték meg a közel homogén **Kontinentális alap-** (fundamentális) **hálózatok** kiépítését néhányszor 100 km pontsűrűséggel, úgy, hogy országonként legalább három pontot tartalmazzon. Rajtuk keresztül lehet az egyes nemzeti hálózatokat a világhálózatba bekapcsolni. Ezek jó észlelési adottságú helyeken, jól állandósított, magassági jeggyel és őrpontokkal ellátott pontok, kényszerközpontosított antennahellyel. Többnyire I. rendű nemzeti alaphálózati, vagy hozzájuk kapcsolt pontok.

A régió valamennyi ITRF és IGS állomása képezi azt a keretet, amibe a kontinentális alaphálózat pontjait célzott GPS mérési sorozatokkal (kampányokkal) beillesztik.

A mérés lehet

- egyidejűleg az egész régió hálózatában, vagy
- tömbökre osztva, egymás után.

Ezek 24 órás egyidejű (szimultán) mérések, néhány nap - hét időtartamban.

Több sorozatból, IGS (precíz) pályaelemekkel számítva, a kontinentális (GPS) alaphálózat pontjainak megbízhatósága mintegy ± 1 cm.

Az 1990-es évektől folyik **Folyamatos üzemű** (permanens, vagy aktív) **GPS állomások** létesítése regionális és helyi méretekben. Ezek szolgáltatják

- a GPS követési adatokat,
- az órajavításokat,
- légköri adatokat és
- az állomáskoordináták napi, heti értékét (néhány mm megbízhatósággal).

A folyamatos üzemű állomások első sorban a kontinentális (fundamentális) hálózat által megvalósított GPS vonatkoztatási rendszer folyamatos fenntartását szolgálják, koordinátaik időbeli változásának követésével (lemezmozgások, geodinamikai hatások, stb.). Másrészt további GPS alappontok meghatározását könnyítik meg, mert új pontok létesítéséhez már egyetlen vevő is elegendő, ha mellette felhasználjuk az állomás által nyújtott adatokat.

A kontinentális (fundamentális) hálózat állomásai és a folyamatos üzemű GPS állomások együttesen *sűrítik az ITRF és az IGS (világ-) hálózatot az egyes földrészekben belül, és képezik a nemzeti alapponthálózatokat világméreteken összefogó keretet.* Az állomáskoordinátákat vonatkoztatási időpontokra (epochákra) adják meg, amelyek az ugyancsak megadott sebességi értékekkel tetszőleges más időpontokra is átszámíthatók.

Európában az 1980-as évektől kezdődően épült ki az *Európai Földi Vonatkoztatási Rendszer* (European Terrestrial Reference System = *ETRS*) gyakorlati megvalósulásaként az **Európai Földi Vonatkoztatási Keretpontok** (European Terrestrial Reference Frame = **ETRF**) hálózata (<http://www.euref-iag.net>)[1.2.4.1.]. Pontjait az ITRF és az IGS pontokat is magukba fog-

lalo, több ország területére is kiterjedő GPS mérési sorozatokkal (kampányokkal) határozták meg. Az ETRF mintegy 200 pontot tartalmaz, amelyek 300-500 km távolságra vannak egymástól. ETRF89 jelű koordinátáik megegyeztek akkori ITRF89 koordinátáikkal. Az ETRF koordináta-rendszere együttmozog az európai lemezzel, így az eltelt időben a pontok ETRF koordinátái hosszabb időre állandó értékek (míg ITRF koordinátáik időben változóak). Mintegy 90 állandó üzemű GPS állomás szolgál az ETRS fenntartására, és sűríti az IGS hálózatot. Az ETRF a továbbiakban geodinamikai vizsgálatokat, tengerszint-figyelési, stb. feladatokat is szolgál.

Az európai országok különböző magassági alapszintjeinek egységesítését szolgálja (néhány cm megbízhatósági szinten) az **Európai Magassági Vonatkoztatási Hálózat** (European Vertical Reference Network = **EUVN**). A mintegy 200 pontot magába foglaló hálózat az *Európai Szintezési Hálózat* (European Levelling Net = UELN) csomópontjait, mareográfokat, EUREF pontokat és állandó üzemű GPS állomásokat tartalmaz. Helyzetüket célzott (1-1 hetes) GPS mérési sorozatokkal (kampányokkal) határozták meg (1997-ben). Eredményként kapták az EUVN pontjainak ellipszoidi felületi koordináta-hármasát, geopotenciális magassági mérőszámát és normálmagasságát. (Ez utóbbiakat a *Felsőgeodézia* tantárgy tárgyalja.) A hálózat a kitűzött cél mellett alkalmas a jövőbeni felszínmozgások, tengerszintváltozások, stb. jelenségek megfigyelésére is.

További részletek a mesterképzés *Geodéziai hálózatok és vetületek* tantárgyának keretében szerezhetők.

3.6. Országos geodéziai alapponthálózatok

Az 1990-es évektől megkezdődött a GPS mérésekkel meghatározott országos (nemzeti) geodéziai alapponthálózatok létesítése. Az első kísérletek alapvetően a vízszintes értelmű alaphálózatok meghatározására irányultak, de ma már reális célkitűzésnek látszik – legalábbis alacsonyabb rendű – magassági alapponthálózatok létesítése is GPS technikákkal. A méréseket változatos módszerekkel, célzott GPS mérési sorozatokban (kampányokban) végzik.

A GPS-módszerrel létesített országos alapponthálózatok (röviden, tömören: GPS hálózatok) *általános jellemzői*:

- 10-50 km távolságokban 3D geodéziai alappontok,
- 50-100 km-enként állandó üzemű (permanens) GPS állomások,
- egymáshoz viszonyított (relatív) pont-meghatározási módszerek alkalmazása,
- a meglévő (hagyományos) vízszintes alaphálózat átszámítása (transzformálása).

A meglévő kontinentális hálózatra [3.5.], vagy az ITRF és IGS állomásokra [3.4.] támaszkodva I.-II. rendű háromszögelési hálózat létesítése, kis kiterjedésű országokban egyetlen, nagyobb területeken két lépcsőben:

- néhányszor 10 km oldalhosszúságú *kerethálózat* (I. rendű háromszögelési hálózat),
- < 10 km oldalhosszúságú *sűrítő hálózat* (II. rendű háromszögelési hálózat).

A hálózatba célszerű szintezési (magassági) alappontokat és, ahol lehet, tengerszintíró (mareográf) állomásokat is bevonni.

A mérés, különböző napokon végzett, legalább kétszer 8-24 órás észlelés. A számításhoz IGS precíz pályaelemek használata; a közeli világhálózati és kontinentális alaphálózati pontokat keretpontokként használják fel. A nemzeti hálózat pontjainak így meghatározott koordinátáit valamely ITRS és/vagy ETRS epochára számítják át. Megfelelő mérési és számítási módszerrel a hálózati pontok megbízhatósága elérheti vízszintes értelemben a ± 1 cm és magassági értelemben a $\pm 1-2$ cm közéhibát.

A hálózaton belül különleges szerepük van az *állandó üzemű* (permanens) *állomásoknak*:

- fenntartják a nemzeti hálózatot (kéregmozgások!),
- alapot nyújtanak a hálózaton belüli *differenciális GPS* mérésekhez.

A hagyományos vízszintes alapponthálózat I. és II. rendű háromszögelési pontjainak bevonásával a régi hálózat átszámítható (transzformálható) a 3D keretbe.

A szintezett magassági alappontok bevonása a hálózatba több szempontból is fontos:

- a nemzeti *magassági alapszint bekapcsolása* a nemzetközi (pl. európai) keretbe,
- a hálózat területén a *geoid* alakjának meghatározása, és ezzel az
- alsóbbrendű *magassági alappont-sűrítés* (GPS-szintezés) lehetővé tétele.

(Ez utóbbi fogalmakat a *Felsőgeodézia* tantárgy és oktatási segédlete tárgyalja.)

Országos geodéziai alapponthálózat létesítésére GPS-módszerrel jó példa a magyarországi *Országos GPS Hálózat (OGPSH)* és állandó üzemű (permanens) állomások. (Ennek részleteit a *Geodéziai alaphálózatok* tantárgy ismerteti.)

Kötelező irodalom

Ádám et al.: Műholdas helymeghatározás. (Műegyetemi Kiadó, 2004)
Globális helymeghatározás (oktatási segédlet). (BME Általános és Felsőgeodézia Tanszék, 2007)
<http://www.agt.bme.hu/tantargyak/globalis-helymeghatarozas/globalis-helymeghatarozas-segedlet.pdf>

Ajánlott irodalom

Husti, Ádám et. al.: Globális helymeghatározó rendszer (bevezetés). (Ny.-Magyarországi Egyetem, 2000.)
Gábris-Marik-Szabó: Csillagászati földrajz. (Tankönyvkiadó, 1991)
Atlasz – Csillagászat. (Atheneum, 2000)
Földrajzi világtalaszok
Lukács-Sárdy: Földrajzi helymeghatározás.(BME jegyzet J9-903, Tankönyvkiadó, 1975)
Karsay: Csillagászati és földrajzi helymeghatározás.(ELTE TTK jegyzet J3-1087, Tankönyvkiadó, 1976)
Érdi: Égi mechanika I. és III. (ELTE TTK jegyzet J3-920 és 922)
Krauter: Geodézia. (Műegyetemi Kiadó, 2002)

Angol nyelvű:

Torge: Geodesy, 3rd Edition. (Walter de Gruyter, 2001)
Hofmann-Wellenhof et al.: Global Positioning System – Theory and Practice. Springer, 1997)
Seeber: Satellite Geodesy.(Walter de Gruyter, 1993)
Mueller: Spherical and Practical Astronomy as Applied to Geodesy. (Ungar, 1969)

Német nyelvű:

Torge: Geodäsie, 2. Auflage. (Walter de Gruyter, 2003)
Schödlbauer: Geodätische Astronomie. (Walter de Gruyter, 2000)
Seeber: Satellitengeodäsie. (Walter de Gruyter, 1989)
Sigl: Geodätische Astronomie, 3. Auflage. (Wichmann, 1983)

Francia nyelvű:

Levallois: Géodésie Generale Tom IV. Géodésie Spatiale (Eyrolles, 1971)