

## 2. A FELSŐGEODÉZIA MÉRÉSI MŰVELETEI ÉS EREDMÉNYEIK

A felsőgeodézia mérési műveletei azok a geodéziai mérési műveletek, amelyek eredményei a földalak meghatározásához felhasználhatók. Ezek részben geometriai, részben fizikai jellegű mennyiségek meghatározását szolgálják.

### 21. A felsőrendű vízszintes és magassági szögmérés

Az álláspontban helyesen felállított teodolit állótengelye a helyi függőleges irányával esik egybe. Ekkor a műszer vízszintes köre a helyi vízszintes síkkal lesz párhuzamos. Műszerünk a Geodézia és a Kozmikus geodézia tantárgyból már ismert *helyi szintfelületi (horizonti) koordináta-rendszert* valósítja meg. Ebben mérni tudjuk a külső pontok felé haladó irányok vízszintes vetülete által bezárt  $\beta'$  ún. *vízszintes szögeket*. (Mérésükkor a légköri sugártörés vízszintes összetevőjének hatása megfelelő mérési módszerrel általában elhanyagolható mértékűre csökkenthető.) A korszerű vízszintes szögmérés megbízhatósága mintegy  $\pm 0,2 \div 0,4''$  középhibával jellemezhető.

A vízszintes szögmérés eredményeit felhasználás előtt – a Geodéziai alaphálózatok tantárgy keretében megismert – megfelelő módszerrel (a  $j_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) javítással) a koordináta-számítás céljára megválasztott vonatkoztatási ellipszoidra vetítjük. Így a P álláspont P'' ellipszoidi megfelelőjében, az ellipszoid felületén, a mért külső pontok ellipszoidi megfelelőjére menő ellipszoidi geodéziai vonalak végérintője közötti szögeket kapunk. Ezeket használjuk fel az ellipszoidi felületi koordináták számításához.

Mérni tudjuk továbbá a külső pontok felől a távcsőbe érkező fénysugár terjedési görbéje végérintőjének (beérkezési irányának) a *helyi függőlegessel bezárt szögét*. Ez utóbbi az irány Z *szintfelületi zenitszöge*, mely tartalmazza a légköri sugártörés (refrakció) hatását is. A refrakció a zenitszög mérését terhelő egyik legveszélyesebb hibaforrás, aminek teljes kiküszöbölése egyelőre megoldatlan. Ezért a zenitszögek mérési megbízhatósága kisebb a vízszintes szögmérésénél. A zenitszög mérésének irányzási és leolvasási középhibája együttesen mintegy  $\pm 0,3 \div 0,5''$  középhibával jellemezhető, amihez még hozzájárul a refrakciós hatás bizonytalansága.

Ha a szintfelületi zenitszöget megjavítjuk az állásponton átmenő ellipszoidi normálisnak a helyi függőlegessel bezárt szögével (a függővonal-elhajlással [322.]), akkor a mért iránynak az *ellipszoidi zenitszögét* kapjuk.

A szintfelületi, ill. az ellipszoidi zenitszögeket trigonometriai magasságmérés [532.] számításában használjuk fel.

## 22. A szabatos távolságmérés

Módszerét tekintve a távolság-meghatározás, vagy

- távmérés, vagy
- hosszmérés.

*Távméréskor* fizikai elven működő távmérő műszer segítségével meghatározzuk az elektromágneses hullám terjedési görbéjének  $s'$  ívhosszát a távolság két végpontját kijelölő A és B pont között. A nyert mérési eredményből a terjedési görbe alakjának figyelembevételével először az  $s'' = \overline{AB}$  húrhosszat számítjuk ki, majd ezt a geoidra, illetve a vonatkoztatási ellipszoidra átszámítva határozzuk meg az A és a B pont geoidi illetve ellipszoidi megfelelője közötti  $s_0$  illetve  $s$  felületi ívhosszát, a geoidi, ill. az ellipszoidi *geodéziai vonal hosszát*.

A felsőgeodéziában mért távolságok néhányszor 10 km nagyságrendűek. A távmérésben elérhető megbízhatóság mintegy

$$m_s = \pm(1 \div 20 \text{ mm} + (1 \div 5) \cdot 10^{-6} s^{[\text{km}]})$$

középhibával jellemezhető.

*Hosszmérést* a felsőgeodéziában ma már gyakorlatilag nem végzünk.

## 23. A nehézségi erőter mérése

Megfelelő mérőeszközzel a Föld fizikai felszínén (vagy ennek közelében) mérni tudjuk a  $g$  **nehézségi térerősséget**, (vagy a szabadesés gyorsulását) illetve szomszédos pontok között a  $dg$  *nehézségi különbséget*. Szélső pontosságú méréseket csak szilárdan alátámasztott műszerrel, azaz a szárazföldeken tudunk végezni, de kisebb megbízhatósággal nehézségi méréseket a tengereken, sőt a külső térben (pl. repülőgépen vagy űreszközökön) is tudunk végezni.

A nehézségi mérések elérhető megbízhatósága

szárazföldeken	$\pm 0,1 \div 0,2 \cdot 10^{-6} \text{ N/kg}$ ,	azaz	$\pm 0,1 \div 0,2 \mu\text{ms}^{-2}$ ,
tengereken	$\pm 10 \div 100 \cdot 10^{-6} \text{ N/kg}$ ,	azaz	$\pm 10 \div 100 \mu\text{ms}^{-2}$ ,
levegőben (átlagértékek)	$\pm 50 \div 100 \cdot 10^{-6} \text{ N/kg}$ ,	azaz	$\pm 50 \div 100 \cdot \mu\text{ms}^{-2}$

középhibával jellemezhető.

Megjegyezzük, hogy a geodéziai gravimetriai gyakorlatban az SI rendszer bevezetése után is kiterjedten használják a *Galilei* névéhez kapcsolt mértékegységet, a „Gal”-t. Kapcsolata az SI rendszerrel:

$$1 \text{ Gal} = 10^{-2} \text{ ms}^{-2},$$

$$1 \text{ mGal} = 10^{-5} \text{ ms}^{-2} = 10 \mu\text{ms}^{-2},$$

$$1 \mu\text{Gal} = 10^{-8} \text{ ms}^{-2} = 10^{-2} \mu\text{ms}^{-2}.$$

A nehézségi mérések eredményéből minden esetben levonjuk az árapálykeltő erőhatás méréskori értékét. Az így kapott nehézségi térerősséget számos geodéziai fel-

adat megoldásához használjuk, mégpedig a feladattól függően, vagy a földfelszíni P pontbeli  $g_P$  értéket, vagy ennek a geoidi P' pontba – megfelelő modell [333.] segítségével – átszámított  $g_{P'}$  értékét. Ezekkel a feladatokkal a későbbiekben részletesen fogunk foglalkozni.

Eötvös-féle torziós ingával vagy más gradiométerrel mérhetők a nehézségi erőter **potenciálja második differenciálhányadosainak** többsége.

Az Eötvös-inga szilárd alátámasztást igényel, így csak a szárazföldeken használható. A korszerű gradiométerek, már mozgó járműveken (földi, légi és űreszközökön) is lehetővé teszik a második deriváltak mérését. Jelenleg mérhetők a

$$(W_{yy} - W_{xx}), W_{xy}, W_{xz} \text{ és } W_{yz}$$

második deriváltak. Az elérhető szélső megbízhatóság Eötvös-ingával  $\pm 1 \div 2 \cdot 10^{-9} \text{ s}^{-2} = \pm 1 \div 2 \text{ E}$  (Eötvös egység) középhibával jellemezhető. A korszerű gradiométerek megbízhatósága  $1 \div 2$  nagyságrenddel még jobb is lehet.

Más módszerrel meghatározható még a  $W_{zz}$  második derivált is (a nehézségi térerősség  $dg/dz$  függőleges gradiense). Ennek megbízhatósága mintegy  $\pm 10 \text{ E}$ , de a módszerek fejlődésével várhatóan javulni fog a közeli jövőben.

A mért gradiens értékeket a nehézségi erőter eloszlásának, a szintfelületek – közöttük a Föld matematikai (elméleti) alakjának, a geoidnak – a meghatározásához használjuk fel.

## 24. A szabatos szintezés

Szintezéssel egymáshoz közel fekvő földfelszíni pontok  $\Delta H_i$  magasságkülönbségét, azaz a rajtuk átmenő *szintfelületek függőleges távolságát* tudjuk meghatározni. Ennek elérhető megbízhatósága mintegy  $\pm 0,3 \div 1,0 \text{ mm/km}$  középhibával jellemezhető.

Nagyobb távolságokon azonban kitűnik, hogy a szintfelületek nem párhuzamossága miatt nem a közöttük lévő távolság, hanem a potenciálkülönbségük állandó. Ezért a felsőgeodéziai célú (nagy területre kiterjedő) szabatos szintezést a szintezés útvonala mentén megfelelő sűrűségben végzett  $g_i$  *nehézségi mérésekkel kell kiegészíteni*. A kétféle mérés eredményéből a

$$\sum_A^B g_i \Delta H_i = W_A - W_B = \Delta W_{AB}$$

összefüggés alapján az A és a B végpont *potenciálkülönbsége* határozható meg nagy megbízhatósággal, minden elvi feltevés nélkül (J/kg-ban).

Itt jegyezzük meg, hogy potenciálértékeket külön-külön egyelőre sajnos nem tudunk mérni, mérési eredményeinkből csak különbségüket, a potenciálkülönbséget tudjuk meghatározni. A földfelszíni pontoknak a geoidhoz, mint magassági alapszintfelülethez viszonyított potenciálkülönbsége a pont magassági helyzetének alapvető mérőszáma. Belőle tudunk hosszegységben kifejezett magassági mérőszámokat kiszámítani különböző fizikai modellek segítségével [53.].

## 25. A kozmikus geodéziai mérések

A kozmikus geodéziai módszerek segítségével a Földön kívüli természetes és mesterséges égitestekre végzett mérések alapján vezetünk le helymeghatározó adatokat. (Velük a Kozmikus geodézia tantárgyban foglalkoztunk részletesebben.)

A **természetes égitestekre** (általában csillagokra) végzett vízszintes és magassági szögmérés (ill. más különleges mérési módszerek) eredményei alapján kiszámíthatók az álláspont helyi függőlegesének térbeli helyzetét jellemző mennyiségek, a  $\Phi$  *szintfelületi földrajzi szélesség* és a  $\Lambda$  *szintfelületi földrajzi hosszúság*, továbbá valamely földi irányra menő *A szintfelületi azimút*. A  $\Phi$  és a  $\Lambda$  szögből képezhetők a helyi függőleges irányát kijelölő egységvektor iránykoszinuszai. Az ehhez szükséges méréseket és számításokat együttesen *földrajzi helymeghatározásnak* nevezzük. Pusztán a szintfelületi azimút meghatározásának különleges módszere a *stelláris háromszögelés*.

A földfelszíni P álláspontban meghatározott szintfelületi földrajzi koordinátákat a függővonal görbültségének figyelembevételével átszámítjuk a *geoidra*. Így megkapjuk az álláspont P' *geoidi megfelelőjének* szintfelületi földrajzi koordinátáit, amelyek megadják a P' pontban a *geoidi (felületi) normális* térbeli helyzetét a földi térbeli derékszögű koordináta-rendszer valamelyik megvalósulásának (jelenleg az ITRS) tengelyirányaihoz viszonyítva.

Geodéziai alaphálózati pontok ellipszoidi és szintfelületi koordinátáinak (az ellipszoidi és a geoidi felületi normálisainak) és egyes földi irányok kétféle azimútjának eltéréseiből (a függővonal-elhajlásokból [322.]) tudjuk a geoidhoz simuló ellipszoidnak a méretét, alakját, elhelyezését és tájékozását [323. és 42.], ill. a geoidnak az ellipszoidhoz viszonyított eltéréseit, hullámait [521.] meghatározni.

A szabatos földrajzi helymeghatározások elérhető megbízhatósága a koordinátákban mintegy  $\pm 0,1 \pm 0,3''$ , az azimútban mintegy  $\pm 0,3 \pm 0,5''$  középphibával jellemezhető.

A Föld **mesterséges holdjaira** vonatkozó mérésekkel és a rájuk támaszkodó geodéziai helymeghatározással a *szatellitageodézia* foglalkozik. Mérési módszereivel meg tudjuk határozni a földi álláspontból a mesterséges holdra mutató **s** ún. észlelési vektor irányát, nagyságát (a mesterséges hold távolságát) ill. ez utóbbinak az idő szerinti  $ds/dt$  deriváltját (az ún. radiális sebességet). Az iránymeghatározásban elérhető középphiba mintegy  $\pm 1 \pm 2''$ , a távolságmérésben mintegy  $\pm 1 \pm 10$  cm és a radiális sebességben mintegy  $\pm 0,1$  ms<sup>-1</sup>.

Több ponton (közel) egyidejűen végzett mérések végeredményeként földi pontok *egymáshoz viszonyított* (relatív) helyzete (térbeli irányok és távolságok) határozhatók meg (*geometriai szatellitageodézia*). Az elérhető megbízhatóság néhány milliméter-centiméter középphibával jellemezhető.

*Teljes térbeli helymeghatározáshoz* az említett mérések mellett a mesterséges hold pályájának ismerete is szükséges (*dinamikai szatellitageodézia*). Ezzel végeredményként földi pontok **r<sub>P</sub>** geocentrikus helyvektorát tudjuk meghatározni. Az elérhető megbízhatóság egyedi pontmeghatározás esetén mintegy  $\pm 2 \pm 5$  m középphibával, 100-200 km-nél nem távolabbi, nagy-megbízhatóságú alappontokra támaszkodó relatív mérések esetén mintegy 1-20 mm középphibával jellemezhető.

A mesterséges holdak geodéziai észleléséből számított helyvektorok a WGS84 rendszer koordináta irányaira és kezdőpontjára (origójára) vonatkoznak, amelyek elvileg a földi derékszögű koordináta-rendszer CIO-BIH megvalósulásával azonosak, de a meghatározás megbízhatósági szintjén gyakorlatilag ITRS koordinátáknak is tekinthetők [161.]. A teljes térbeli helymeghatározás mellett a módszer nagy előnye, hogy az összes többi geodéziai helymeghatározási módszertől független, a földfelszín bármely részén elhelyezkedő (egymástól akár több ezer kilométerre fekvő) alappontok helyzetét ugyanabban a földi térbeli koordináta-rendszerben adja meg, egymástól függetlenül. Ezek a pontok a földfelszínt beborító egységes világhálózatot alkothatnak.

\*

A különböző módszerekkel végzett mérések és számítások végrehajtásának gyakorlati részleteit más tantárgyak ismertetik. A felsőgeodéziában a kapott eredmények felhasználásával foglalkozunk a Föld elméleti, illetve fizikai alakjának és nehézségi erőterének meghatározása szempontjából. Ezekre a mérési eredményekre támaszkodva kell a földalak-meghatározás feladatát megoldanunk.

Számunkra a feladat, tehát a fizikai földfelszínen kijelölt geodéziai alaphálózat pontjaiból álló poliéder sarokpontjai térbeli helyzetének meghatározása. Ebben az egyes mérési műveletek eredményei a következőkben összefoglalt szerepet játsszák.

A vízszintes szögmérések megadják a hálózat *alakját*, a távolságmérések egyes hálózati oldalak hosszát, ezzel az egész hálózat *méretét*. Az egyes pontokon meghatározott szintfelületi földrajzi koordináták megadják a hálózat *elhelyezését* és a mért szintfelületi azimútok pedig ennek *tájékozását* a földi derékszögű koordináta-rendszer alapirányaihoz viszonyítva. A koordináta-tengelyekre ellipszoidot illesztve, ezután számítani tudjuk a hálózati pontok ún. *vízszintes helyzetét* mutató ellipszoidi földrajzi koordinátákat.

A szabatos szintezések a nehézségi mérésekkel együtt a pontok *geoid (tengerszint) feletti magasságát* eredményezik.

A földrajzi helymeghatározások eredményei a már ismert ellipszoidi földrajzi koordinátákkal együttesen és/vagy a nehézségi mérések lehetővé teszik a geoid alakjának az ellipszoidhoz viszonyított meghatározását. Ezzel a tengerszint feletti magasságokat kiegészítve, kapjuk pontjaink *ellipszoid feletti magasságát*, ami a vízszintes koordinátákkal együttesen megadja a pont *teljes térbeli helyzetét* (szükség esetén a helyvektorát).

A magasságmeghatározást más úton, zenitszög mérésen alapuló trigonometriai magasságméréssel is végezhetjük.

Az eddig említett mérési műveletek és eredményeik *szükségesek és elégségesek* a Föld fizikai, ill. elméleti alakját képező ponthalmaz térbeli helyzetének (a Föld alakjának) a hagyományos geodéziai úton végzett meghatározásához.

A napjainkban egyre jobban elterjedő mesterséges holdas helymeghatározási módszerek – az *eddigiektől teljesen függetlenül* – önmagukban képesek alaphálózati pontjaink *teljes térbeli helymeghatározására* a földi térbeli derékszögű és a ráillesztett ellipszoid felületi koordináta-rendszerben. A pontjaink *tengerszint (geoid) feletti magasságának* meghatározásához azonban ez esetben is szükség van a geoid alakjának már említett módon végzendő meghatározására.

**Feladat:**

- Mutassuk be vázlatokon az egyes mérési műveletek során mért mennyiségek geometriai tartalmát és a meghatározott végeredményt.