



**Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Építőmérnöki Kar  
2003/2004. tanévi Tudományos Diákköri Konferencia**

## **WGS-84 – EOVI koordináta transzformáció neurális hálózattal**

Készítette:

**Zaletnyik Piroska**

doktorandusz hallgató

Konzulensek:

Dr. Völgyesi Lajos

egyetemi docens

Általános és Felsőgeodézia Tanszék

Dr. Paláncz Béla

egyetemi docens

Fotogrammetria és Térinformatika Tanszék

**Budapest**

**2003.november**

# TARTALOMJEGYZÉK

<b>1</b>	<b>ÁBRAJEGYZÉK.....</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>BEVEZETÉS .....</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>EOV – WGS-84 KOORDINÁTA-TRANSZFORMÁCIÓ .....</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>POLINOMOS TRANSZFORMÁCIÓ.....</b>	<b>8</b>
	<b>4.1 Polinomos transzformáció segédvetületi rendszer (SVR)</b>	
	<b>közbeiktatásával.....</b>	<b>9</b>
	4.1.1 Átszámítás WGS-84-ből EOV-ba (transzformációs polinom	
	együtthatóinak a meghatározása).....	9
	4.1.2 EOV-ból WGS-84-be történő átszámítás (transzformációs polinom	
	együtthatóinak a meghatározása).....	10
	<b>4.2 Polinomos transzformáció segédvetületi rendszer nélkül.....</b>	<b>11</b>
<b>5</b>	<b>TRANSZFORMÁCIÓ NEURÁLIS HÁLÓZATOKKAL.....</b>	<b>12</b>
	<b>5.1 Bevezetés.....</b>	<b>12</b>
	<b>5.2 A neurális hálózatok felépítése .....</b>	<b>13</b>
	<b>5.3 A hálózatok működése, tervezése.....</b>	<b>15</b>
	<b>5.4 Túltanulás.....</b>	<b>16</b>
	<b>5.5 Transzformációra alkalmazott hálózatok .....</b>	<b>17</b>
<b>6</b>	<b>TRANSZFORMÁCIÓ 43 AZONOS PONT ALAPJÁN.....</b>	<b>18</b>
	<b>6.1 A közelítés minősítésének kérdése.....</b>	<b>18</b>
	<b>6.2 Polinomos transzformációk .....</b>	<b>18</b>
	<b>6.3 Transzformáció neurális hálózatokkal .....</b>	<b>20</b>
<b>7</b>	<b>TRANSZFORMÁCIÓ 1153 AZONOS PONT ALAPJÁN.....</b>	<b>23</b>
	<b>7.1 Az adatok minőségének vizsgálata.....</b>	<b>23</b>
	<b>7.2 Polinomos transzformációk .....</b>	<b>25</b>
	<b>7.3 Transzformáció neurális hálózatokkal .....</b>	<b>26</b>
<b>8</b>	<b>ÖSSZEFOGLALÁS.....</b>	<b>29</b>
	<b>IRODALOM .....</b>	<b>30</b>

# 1 ÁBRAJEGYZÉK

1. ábra Ellipszoidi földrajzi koordináta rendszer (Krauter, 1995).....	6
2. ábra Egységes Országos Vetület (EOV) (Krauter, 1995).....	7
3. ábra, Neuron felépítése .....	13
4. ábra, Sigmoid aktivációs függvény.....	13
5. ábra RBF aktivációs függvény .....	14
6. ábra Neurális hálózat szerkezete.....	14
7. ábra Túltanulás .....	16
8. ábra Hibás pont.....	23
9. ábra Tanító pontok elhelyezkedése .....	24
10. ábra Tesztpontok elhelyezkedése.....	24
11. ábra Maradék ellentmondások eloszlása polinomos transzformáció esetén .....	26
12. ábra Maradék ellentmondások eloszlása neurális hálózattal történő transzformáció esetén .....	27
13. ábra Polinomos transzformáció eltéréseinek szintvonalas térképe.....	28
14. ábra Neurális hálózatokkal történő transzformáció eltéréseinek szintvonalas térképe.....	28

## **2 Bevezetés**

Magyarországon ma egyszerre több koordináta rendszert is használnak. A két leggyakrabban alkalmazott rendszer a GPS mérések koordináta rendszere, a WGS-84 és az EOVS (Egységes Országos Vetületi) rendszer. Éppen ezért e két koordináta rendszer közötti átszámításokra gyakran van szükség. Ennek a lehetőségeit vizsgáltam meg ebben a dolgozatban polinomos transzformációval és neurális hálózatokkal, folytatva egy korábban megkezdett kutatási témámat.

Korábban már tanulmányoztam a mesterséges intelligencia témakörébe tartozó neurális hálózatok néhány alkalmazási területét a geodéziában. Így vizsgáltam felhasználásukat a magyarországi geoidfelület közelítésénél és az EOVS – WGS-84 koordináta transzformációnál is. Ez utóbbinál sajnos nem sikerült kielégítő eredményt elérni, ami valószínűleg a kevés rendelkezésre álló adattal magyarázható.

A koordináta transzformáció megoldásához azonos pontokat (melyeknek ismert a koordinátája mindkét koordináta rendszerben) lehet felhasználni. A korábbiakban 43 azonos pont állt rendelkezésemre, melyek úgy tűnik, hogy nem elegendőek egy jól működő neurális hálózat kialakításához. Ebben az esetben jobban működnek a hagyományos módszerek, pl. a polinomos koordináta transzformáció. Létezik azonban egy másik, sokkal nagyobb adatbázis is, amely 1153 azonos pont koordinátáit tartalmazza. Ebben a dolgozatban megvizsgálom, hogy vajon ennyi azonos pont elég-e egy neurális hálózattal való koordináta transzformáció megoldásához, illetve, hogy jobb eredményeket lehet-e elérni így, mint a polinomos transzformációval. Ezeket az eredményeket összevetem a 43 pont alapján készült megoldással is, hogy lássam melyik esetben milyen módszert célszerű használni.

A polinomos transzformációhoz felhasználtam a BME Általános és Felsőgeodézia Tanszékén készült VETULET+ elnevezésű programcsomagot (Völgyesi, Tóth, Varga 2001) ill. a Mathematica szoftvert. A neurális hálózatokkal történő transzformációt a Mathematica szoftver neurális hálózatok kiegészítő moduljával készítettem.

A dolgozatomban először ismertetem a koordináta transzformáció problémáját, a polinomos transzformáció általam alkalmazott módszereit, majd rövid áttekintést adok egy alkalmazható új eszköz, a neurális hálózat működéséről. Ezután ismertetem a 43 azonos pont alapján végzett vizsgálatok eredményeit, majd a nagyobb, 1153 pont alapján készült transzformáció eredményeit.

### **3 EOVS – WGS-84 koordináta-transzformáció**

A geodéziában igen fontos feladat a koordináta-transzformáció, melynek sokféle módszere alakult ki az idők folyamán.

Szabatos vetületi átszámítás (zárt matematikai összefüggések felhasználásával) két vetületi rendszer között csak akkor végezhető, ha a két vetület alapfelülete közös és ugyanannak a háromszögelési hálózatnak a pontjai vannak ábrázolva a két vetületen. Ha ugyanis eltérő háromszögelési hálózathoz tartozó pontokat szeretnénk átszámítani, akkor ezek a pontok nem fognak illeszkedni a másik vetületi síkon ábrázolt háromszögelési hálózat pontjai közé. Ennek oka a két háromszögelési hálózat különböző elhelyezésében, tájékozásában, külön alapvonal rendszerükben, az egymástól független szögmérésekből adódó különbségekben és a különböző kiegyenlítésekben keresendő.

Ebben az esetben, ha a két vetületen nem ugyanannak az alaphálózatnak a pontjai vannak ábrázolva ill., ha eltérőek az alapfelületek, akkor az átszámítás azonos pontok segítségével történhet, melyeknek mindkét rendszerben ismertek a koordinátái.

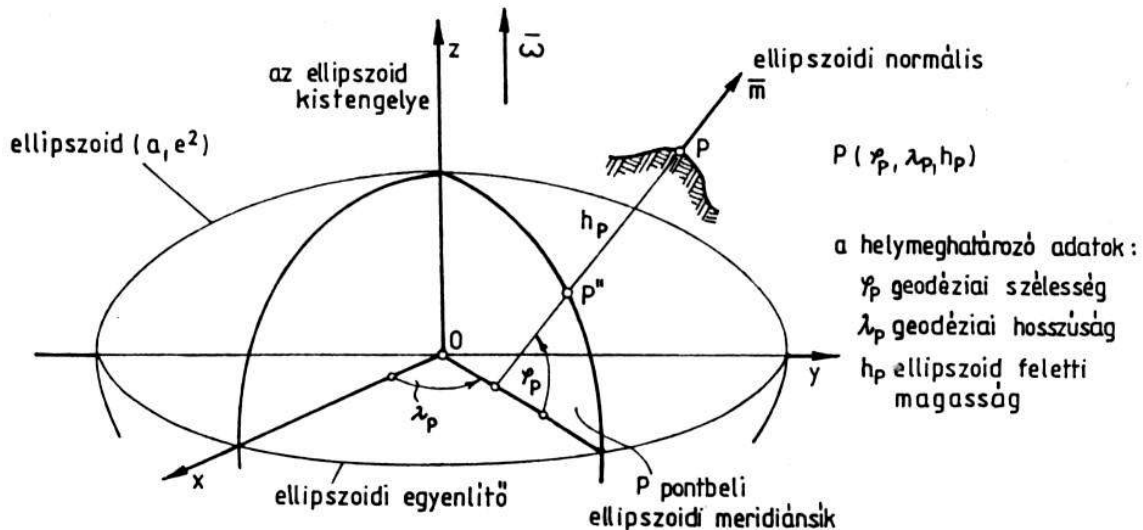
Az ilyen koordináta-transzformációknak több típusa van. Lehetnek kétdimenziós síkbeli vagy háromdimenziós térbeli transzformációk. Típus szerint lehet hasonlósági vagy Helmert transzformáció, ezenkívül affin és kétdimenziós polinomos transzformáció is. A szerint is szokták csoportosítani őket, hogy hány meghatározandó paraméter szerepel bennük, így a térbeli Helmert transzformációt hétparaméteres transzformációnak is nevezik.

Ma Magyarországon a két leggyakrabban használt koordináta rendszer a GPS mérések koordináta rendszere, a WGS-84 ellipszoidi koordináta rendszer, és az Egységes Országos Vetületi rendszer (EOVS), melynek alapfelülete az IUGG/1967 ellipszoidhoz simuló új magyarországi Gauss-gömb.

Ezen két rendszer közötti koordináta transzformációs egyenletek meghatározásának lehetőségét vizsgáltam általános sorokkal (polinomokkal) és neurális hálózatokkal a rendelkezésemre álló azonos pontok alapján, mivel a fenti okok miatt a két rendszer között nem végezhető szabatos vetületi átszámítás.

A WGS-84 (World Geodetic System 1984) egy nemzetközileg használt globális vonatkozási rendszer. A rendszert meghatározza az alapfelületként választott a és b féltengely-hosszúságú ellipszoid. A koordináta rendszer z tengelye az ellipszoid kistengelye, egybeesik a Föld közepes forgástengelyével, x és y tengely pedig az egyenlítő síkjában helyezkedik el, x a greenwichi kezdő meridián síkjában, y pedig merőleges rá.

Error! Style not defined.



1. ábra Ellipszoidi földrajzi koordináta rendszer (Krauter, 1995)

Ellipszoidi koordináta rendszerben (így a WGS-84 ellipszoidi rendszerben is) egy pont helymeghatározó adatai a következők (a vetülettanban szokásos jelölésekkel):

- $\Phi_P$  ellipszoidi földrajzi (geodéziai) szélesség,
- $\Lambda_P$  ellipszoidi földrajzi (geodéziai) hosszúság és
- $h_P$  ellipszoid feletti magasság.

Jelen feladatnál csak a vízszintes helymeghatározó adatokkal számoltam, így a két felhasznált helymeghatározó adat  $\Phi$  és  $\Lambda$  volt.

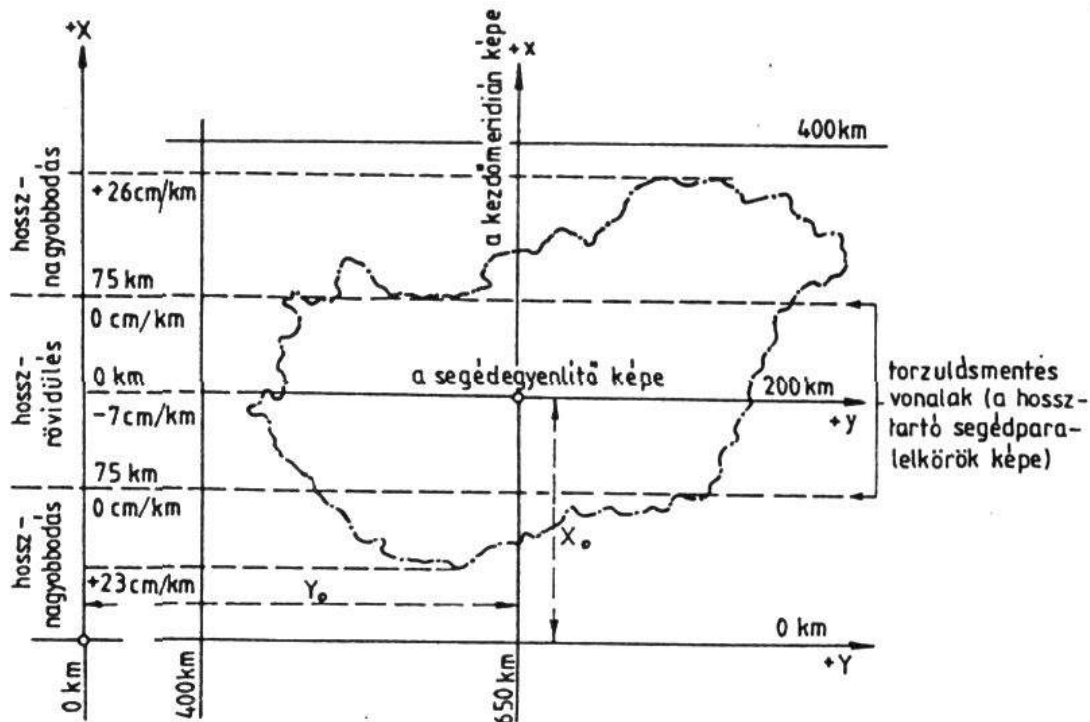
1975-ben vezették be Magyarországon az Egységes Országos Vetületi Rendszert (EOV), mely az új magyarországi Gauss-gömb ferdetengelyű süllyesztett (redukált) hengervetülete. A redukált vetítésre azért volt szükség, hogy az ország egész területe ábrázolható legyen egyetlen vetületi síkon, anélkül, hogy a hossztorzulás túllépne egy megengedett értéket. A vetítés két lépésben történik, először az ellipszoidról vetítenek gömbre, majd gömbről síkra.

A síkkoordináta rendszer  $x$  tengelye a Gellérthegyi kezdőmeridián képe,  $y$  tengelye pedig a segédegyenlítő képe. A koordináta rendszer északkeleti tájolású. Azért, hogy kiküszöböljék a negatív koordinátákat és meg tudják különböztetni ránézésre az  $x$  és  $y$  koordinátákat, eltolták a koordinátarendszer kezdőpontját mindkét irányban. Így az  $x$  koordináták mindig kisebbek 400 km-nél, az  $y$  koordináták pedig nagyobbak 400 km-nél.

Az új koordinátaértékek a következőképp számíthatóak:

$$X_{EOV} = x + 200000.000 \text{ m,}$$

$$Y_{EOV} = y + 650000.000 \text{ m.}$$



2. ábra Egységes Országos Vetület (EOV) (Krauter, 1995)

A két átszámítandó rendszerben eltérő adatokat használunk, az Egységes Országos Vetületi Rendszerben  $x, y$  síkkoordinátákkal dolgozunk, a WGS-84 rendszerben pedig ellipszoidi koordinátákkal. Ezek között kell koordinátaszintézis kapcsolatát felállítani.

Adottak mindkét rendszerben az összetartozó pontpárok koordinátái:  $(y, x)$  és  $(\Phi, \Lambda)$ . Feladatunk meghatározni az  $F$  és  $F^{-1}$  függvényeket, ahol:

$$\begin{pmatrix} \Phi \\ \Lambda \end{pmatrix} = F(y, x) = \begin{pmatrix} F1(y, x) \\ F2(y, x) \end{pmatrix}$$

illetve

$$\begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix} = F^{-1}(\varphi, \lambda) = \begin{pmatrix} F1I(\Phi, \Lambda) \\ F2I(\Phi, \Lambda) \end{pmatrix}$$

Ezt a feladatot többféleképpen lehet megoldani és a következőkben a polinomos (vagy általános hatványsorokkal történő) transzformációt és a neurális hálózatokkal történő transzformációt ismertetem.

## 4 Polinomos transzformáció

Koordináta transzformációt leggyakrabban a korábban már említett Helmert transzformációval végeznek, ez azonban nem alkalmazható az ország egész területére egységesen, mivel az illesztés hibája túl nagy lenne. Ennek megoldására általában lokális transzformációkat alkalmaznak.

Ha az ország egész területére szeretnénk egységes transzformációs képleteket meghatározni, akkor a Helmert transzformációnál jobb eredményt lehet elérni polinomos transzformációval. Ezt a fajta transzformációt nevezik még általános sorokkal történő transzformációnak is. A Vetületi Szabályzat szerint ezek a sorok legfeljebb ötödfokúak lehetnek.

Az alkalmazott kétváltozós 5. fokú polinom a következő:

$$x' = A_0 + A_1 \cdot x + A_2 \cdot y + A_3 \cdot x^2 + A_4 \cdot x \cdot y + A_5 \cdot y^2 + A_6 \cdot x^3 + A_7 \cdot x^2 \cdot y + A_8 \cdot x \cdot y^2 + A_9 \cdot y^3 + A_{10} \cdot x^4 + A_{11} \cdot x^3 \cdot y + A_{12} \cdot x^2 \cdot y^2 + A_{13} \cdot x \cdot y^3 + A_{14} \cdot y^4 + A_{15} \cdot x^5 + A_{16} \cdot x^4 \cdot y + A_{17} \cdot x^3 \cdot y^2 + A_{18} \cdot x^2 \cdot y^3 + A_{19} \cdot x \cdot y^4 + A_{20} \cdot y^5$$

$$y' = B_0 + B_1 \cdot x + B_2 \cdot y + B_3 \cdot x^2 + B_4 \cdot x \cdot y + B_5 \cdot y^2 + B_6 \cdot x^3 + B_7 \cdot x^2 \cdot y + B_8 \cdot x \cdot y^2 + B_9 \cdot y^3 + B_{10} \cdot x^4 + B_{11} \cdot x^3 \cdot y + B_{12} \cdot x^2 \cdot y^2 + B_{13} \cdot x \cdot y^3 + B_{14} \cdot y^4 + B_{15} \cdot x^5 + B_{16} \cdot x^4 \cdot y + B_{17} \cdot x^3 \cdot y^2 + B_{18} \cdot x^2 \cdot y^3 + B_{19} \cdot x \cdot y^4 + B_{20} \cdot y^5$$

ahol  $x, y$  az egyik rendszerbeli koordinátákat jelöli és  $x', y'$  pedig a másik rendszerbeli koordinátákat,  $A$  és  $B$  értékek pedig a transzformáció együtthatói.

Ilyen ötödfokú polinomokat használ az EOVS-WGS-84 transzformációhoz a BME Általános és Felsőgeodézia Tanszékén készült VETULET+ elnevezésű programcsomag is (Völgyesi, Tóth, Varga 2001).

Ebben a programcsomagban az Egységes Országos Vetületi Rendszer és a WGS-84 ellipszoidi koordináta rendszer közötti átszámítás több lépésben történik. A WGS-84 ellipszoidi  $\Phi, \Lambda$  koordinátákat először az új Gauss-gömbre számítják át, majd az új Gauss-gömből egy segédvetületi síkra vetítik (SVR). Végül ezeket a segédvetületi síkkoordinátákat transzformálják át ötödfokú hatványpolinomokkal EOVS koordinátákká. EOVS-ből WGS-84-be a transzformáció fordított sorrendben történik. Az oda és vissza transzformációhoz összesen 4 polinom szükséges.

A segédvetületi rendszer bevezetése viszonylag bonyolult számításokat igényel. Ha EOVS rendszerből végezzük az átszámítást WGS-84 - be, akkor például ezt a számítást csak iterációval végezhetjük el.

Polinomos transzformáció alkalmazható a segédvetületi rendszerre történő átszámítás nélkül is. Én ezt a lehetőséget is megvizsgáltam, és összehasonlítottam az eltéréseket a kétféle polinomos transzformáció között.

## 4.1 Polinomos transzformáció segédvetületi rendszer (SVR) közbeiktatásával

A következőkben leírt képletek szerint történik a transzformációs polinomok együtthatóinak a meghatározása az általam használt VETULET+ programcsomagban.

### 4.1.1 Átszámítás WGS-84-ből EOVB-ba (transzformációs polinom együtthatóinak a meghatározása)

Ha a WGS-84-es  $\Phi$ ,  $\Lambda$  értékek fok-perc-masodpercben adottak, akkor először tizedfokba kell ezeket átszámítani, majd radiánba.

Ezután lehet az ellipszoidi  $\Phi, \Lambda$  koordinátákból Gauss-gömbi  $\varphi, \lambda$  koordinátákat számítani a következő képletekkel:

$$\varphi = 2 \cdot \left\{ \operatorname{arctg} \left[ k \cdot \operatorname{tg}^n \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\Phi}{2} \right) \cdot \left( \frac{1 - e \cdot \sin \Phi}{1 + e \cdot \sin \Phi} \right)^{\frac{n \cdot e}{2}} \right] - \frac{\pi}{4} \right\}$$

$$\lambda = n \cdot (\Lambda - \Lambda_0),$$

ahol:

$$\Lambda_0 = 0.33246029531$$

$$e = 0.0818205679407$$

$$k = 1.003110007693$$

$$n = 1.000719704936$$

A Gauss-gömbi koordinátákból a segédvetületi rendszer síkkordinátáira való vetítés felírása gömbi segédkoordináták segítségével történhet.

A gömbi koordinátákból gömbi segédkoordináták számítása:

$$\varphi' = \arcsin(\cos \varphi_0 \cdot \sin \varphi - \sin \varphi_0 \cdot \cos \varphi \cdot \cos \lambda)$$

$$\lambda' = \arcsin\left(\frac{\cos \varphi \cdot \sin \varphi}{\cos \varphi'}\right),$$

ahol

$$\varphi_0 = 0.822050077$$

A gömbi segédkoordinátákból a segédvetületi síkkordináták ( $x_t, y_t$ ) számítása:

$$x_t = R \cdot m_0 \cdot \ln \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2} \right) + 200000$$

$$y_t = R \cdot m_0 \cdot \lambda' + 650000,$$

**Error! Style not defined.**

ahol

$R=6379743,001$

$m_0=0,99993$

A program ezek után kiszámítja a segédvetületi síkkordináták és az EOVS rendszer koordinátái közötti 5. fokú polinom transzformációs együtthatóit.

#### **4.1.2 EOVS-ból WGS-84-be történő átszámítás (transzformációs polinom együtthatóinak a meghatározása)**

Ez az előző számítással ellentétesen történik. Először EOVS koordinátákat transzformálják át polinomok segítségével segédvetületi síkkordinátákká, ehhez meghatározzák az inverz polinom együtthatóit.

$x'$  és  $y'$  SVR koordináták átszámítása gömbi segédkoordinátákká:

$x=x'-200000$ ;  $y=y'-650000$

$$\varphi' = 2 \cdot \operatorname{arctg} \left( e^{\frac{x}{R \cdot m_0}} \right) - \frac{\pi}{2}$$

$$\lambda' = \frac{y}{R \cdot m_0},$$

majd ezek segítségével a gömbi koordináták számítása:

$$\varphi = \arcsin(\sin \varphi' \cdot \cos \varphi_0 + \sin \varphi_0 \cdot \cos \varphi' \cdot \cos \lambda')$$

$$\lambda = \arcsin \left( \frac{\cos \varphi' \cdot \sin \lambda'}{\cos \varphi} \right),$$

Az utolsó feladat az új Gauss-gömből áttérni a WGS-84 ellipszoidi  $\Phi, \Lambda$  koordinátákra.

Az ellipszoidi hosszúság,  $\Lambda$  meghatározása egyszerű:

$$\Lambda = \Lambda_0 + \frac{\lambda}{n}$$

Az ellipszoidi hosszúság,  $\Phi$  meghatározása viszont csak iterációval történhet. Az első iterációs lépés meghatározása:

$$\Phi_1 = 2 \cdot \operatorname{arctg} \left[ \frac{\operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)}{k} \right]^{\frac{1}{n}} - \frac{\pi}{2}$$

majd ennek segítségével:

**Error! Style not defined.**

$$\Phi_{i+1} = 2 \cdot \arctg \left[ \frac{\operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\Phi_i}{2} \right)}{k \cdot \left( \frac{1 - e \cdot \sin \Phi_i}{1 + e \cdot \sin \Phi_i} \right)^{\frac{n \cdot e}{2}}} \right]^{\frac{1}{n}} - \frac{\pi}{2}$$

Az iterációt addig kell folytatni, amíg a  $\Phi_i$  és  $\Phi_{i+1}$  közötti különbség a kívánt pontosságú lesz.

Az így kapott  $\Phi, \Lambda$  értékeket át kell váltani radiánból fok-perc-másodperc értékre.

## **4.2 Polinomos transzformáció segédvetületi rendszer nélkül**

Az előző számítás meglehetősen nehézkes. Először a segédvetületi rendszerre kell átszámolni a koordinátákat bonyolult képletekkel, és csak utána határozzák meg a transzformációs polinom együtthatóit. Az EOVS rendszerből WGS-84 rendszerbe történő átszámítást még körülményesebbé teszi, hogy itt iterációs lépéseket is kell alkalmazni.

Kíváncsi voltam milyen eredményeket lehet elérni, ha kihagyjuk a segédvetületi rendszert a számításból, és közvetlenül a WGS-84 ellipszoidi koordinátái és az EOVS síkkoordinátái között határozzuk meg a transzformációs polinom együtthatóit.

A meghatározandó egyenletek a következők:

$$\begin{pmatrix} \Phi \\ \Lambda \end{pmatrix} = F(y, x), \quad \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix} = F^{-1}(\varphi, \lambda)$$

A megoldás során kétféleképpen is eljárhatunk. Először kiegyenlítéssel meghatározunk 2 közelítő polinomot az egyik irányú transzformációra, és utána meghatározzuk az inverz függvény értékét, ezt egy nemlineáris egyenletrendszer numerikus megoldásával kapjuk. Vagy a másik irányú transzformációra is előállítunk 2 közelítő polinomot, függetlenül az elsőtől. Én ez utóbbi megoldást választottam.

A polinom illesztésének nehézségei vannak, az egyenletek rosszul kondicionáltsága miatt. Az illesztést Mathematica programmal végeztem el. Először egy hagyományos illesztési módszerrel próbálkoztam, a beépített Fit függvénnyel, amely általános lineáris regresszióra használható. Azt az eredményt kaptam, hogy másodfokú polinommal való közelítés után hirtelen nagy mértékben növekedtek a maradék elentmondások. Kénytelen voltam egy másik módszert a Regress függvényt alkalmazni. Ez jobb numerikus stabilitású, különösen magasabb fokszám esetén.

## 5 Transzformáció neurális hálózatokkal

Az előzőekben a polinomos transzformáció két lehetséges esetét mutattam be koordináta transzformációra. Most egy viszonylag új eszköznek, a neurális hálózatoknak az alkalmazását szeretném bemutatni ugyanerre a feladatra. Előbb azonban nézzük át röviden, hogy mik is azok a neurális hálózatok és hogyan működnek.

### 5.1 Bevezetés

A „mesterséges” neurális hálózatok a mesterséges intelligencia témakörébe tartoznak. Megalkotásukhoz a biológiai ismeretek bővülése, illetve az idegsejtek működésének a pontosabb megismerése vezetett.

A nagyon egyszerű felépítésű idegsejtet tanulmányozva igen érdekesnek tűnik, hogy ugyanazok ill. hasonló sejtek milyen sokféle feladatot képesek megoldani különböző hálózatokban. Ennek a számítástechnikai megoldása a neurális hálózat, amely, akárcsak az ember, tanulás útján képes megoldást találni különböző problémákra.

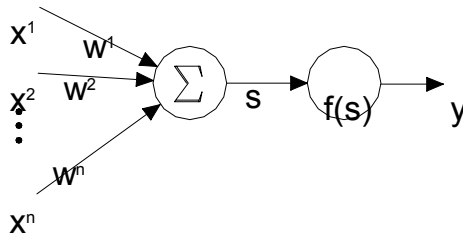
Ezek a rendszerek képesek olyan feladatokat megoldani, amelyek nem algoritmizálhatóak bonyolultságuk miatt, ill. bizonyos feladatokra sokkal gyorsabban, hatékonyabban képesek megoldást találni. Megoldhatóak velük pl. olyan feladatok is, amelyeknél nem ismerjük a kapcsolatot a bemenő és a kimenő adatok között csak sejtjük, hogy van valami összefüggés. Jellegzetes felhasználási területei pl. a szöveg-, beszéd- és hangfelismerés és optimalizálási feladatok. Már több geodéziai célú alkalmazás is készült, pl. térbeli derékszögű koordináta-transzformáció meghatározására (Barsi 1999), osztályozási feladatra (Barsi, 1997), magasságok meghatározására (Veres 2002), és készült vizsgálat a neurális hálózatok térinformatikai (GIS) függvényként történő alkalmazására is (Sárközy, 1998).

Igen fontos jellegzetessége ezeknek a hálózatoknak az approximációs vagy leképzést közelítő tulajdonság. Ennek segítségével bármilyen folytonos függvényt közelíthetünk velük ill. meghatározhatunk összetartozó be és kimeneti értékek (tanuló adatok) alapján ismeretlen leképzési függvényeket pl. a legkisebb négyzetek módszerét alkalmazva. Ezt a tulajdonságát lehet felhasználni a koordináta-transzformációk meghatározása során is.

A feladat megoldásához a Mathematica szoftvert ill. az ehhez tartozó neurális hálózatok kiegészítő moduljait használtam. Jelenleg több szoftver felhasználásával is lehet ilyen rendszereket készíteni. A Mathematica előnye, hogy nem csak numerikus, hanem szimbolikus számításra is képes. A legtöbb rendszer úgy működik, hogy meg kell adni a bemenő számadatokat, és a rendszer kiadja az eredményt szám formában, anélkül, hogy tudnánk közben pontosan mi is történt a hálózatban (mint egy fekete dobozban). Ezzel szemben a Mathematica-ban a bemenő adatok lehetnek változók is (pl.  $x, y$ ) és ilyenkor eredményként a leképzés függvényét kapjuk meg ( $f(x, y)$ ), amit később máshol is közvetlenül felhasználhatunk.

## 5.2 A neurális hálózatok felépítése

Ezeket a hálózatokat úgy lehet elképzelni, mint egy több rétegből álló rendszert, ahol a rétegekben csomópontok, vagyis neuronok helyezkednek el. Ezek a neurális hálózatok alapelemei. Egy neuron több bemenettel és egy kimenettel rendelkezik. A neuron meghatározza a bemeneti komponensek súlyozott összegét és ezen végrehajt valamilyen nem lineáris leképzést. Ez utóbbit nevezik aktivációs, transzfer vagy aktiváló függvénynek. A végeredmény a neuron kimeneti jele.



3. ábra, Neuron felépítése

A fenti ábrán a neuron bemeneteit  $x_i$  jelöli, a kimeneti jel pedig  $y$ . Először a bemeneti jelek súlyozott összegei kerülnek meghatározásra:

$$s = \sum_{i=0}^N w_i \cdot x_i = w^T \cdot x$$

Majd a nem lineáris leképzés következik, és ezzel előáll a neuron kimeneti jele:

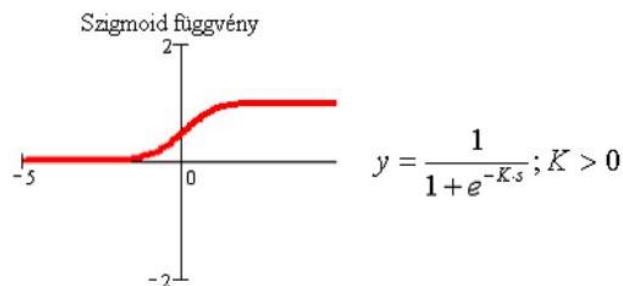
$$y = f(s) = f(w^T \cdot x)$$

ahol  $f(s)$  az aktivációs függvény.

A legegyszerűbb neuronok lineáris összegzést valósítanak meg, ilyenkor nem történik nemlineáris leképzés. Ebben az esetben a neuron kimeneti jele:

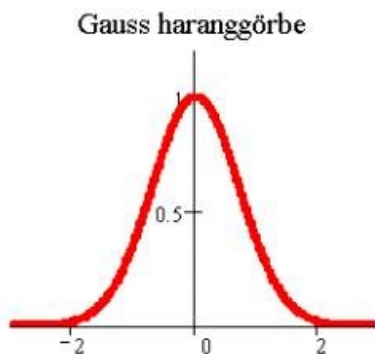
$$y = s = w^T \cdot x$$

A leglényegesebb eltérés a különböző neurális hálózatok között az alkalmazott aktivációs függvény típusa. Erre a célra többféle függvénytípus használata is elterjedt. A két legelterjedtebb a szigmoid függvény és a radiál bázisú függvény (RBF) használata.



4. ábra, Sigmoid aktivációs függvény

Error! Style not defined.



$$e^{-\frac{u^2}{\sigma^2}}$$

ahol

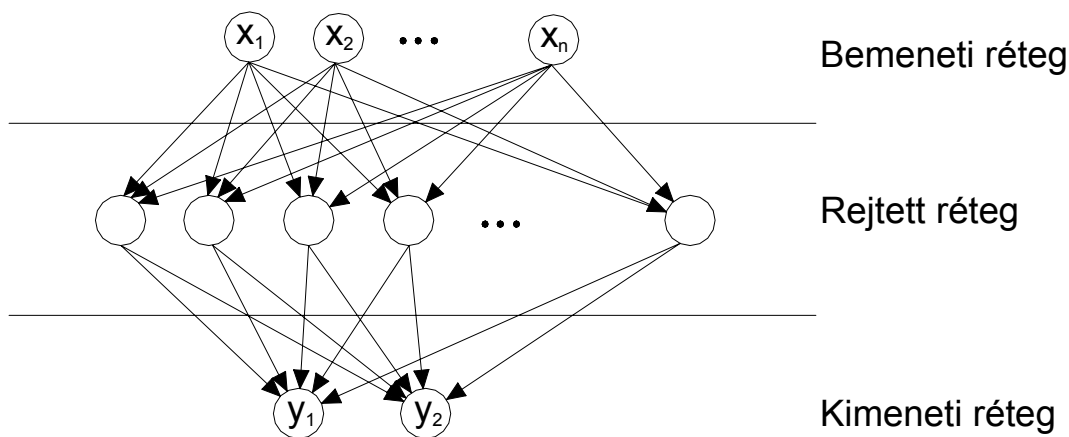
$$u = \sqrt{(x_1 - c_1)^2 + \dots + (x_N - c_N)^2}$$

5. ábra RBF aktivációs függvény

Az ún. RBF (Radial Basis Function =radiál bázisú függvény) hálózatokban elmarad a bemeneti komponensek lineáris összegzése, az összes bemenet közvetlenül az aktivációs függvénybe kerül, mely több bemenet esetén többváltozós függvény lesz. Az itt alkalmazott függvénytípus Gauss-féle haranggörbe alakú.

A kimenet ebben az esetben két paraméter függvénye. Az egyik a  $c$  vektor (vagy középpont) és a bemeneti vektor távolsága ( $u$ ) ill. a másik paraméter a görbe lapultságára/szélességére jellemző  $\sigma$ .

A neuronok a következő rétegekben helyezkednek el: bemeneti réteg, egy vagy több rejtett réteg és egy kimeneti réteg. A következő ábra egy általános, egy rejtett réteget tartalmazó hálózatot ábrázol.



6. ábra Neurális hálózat szerkezete

## **Error! Style not defined.**

A bemeneti réteg eltér a többitől, mivel ez nem egy aktív réteg, itt a neuronokban nem történik átalakítás. Az ábrán az első aktív réteg a rejtett réteg. Itt megtörténik az előzőekben ismertetett jelátalakítás a neuron típusától függően. A kimeneti réteg szintén egy aktív réteg, itt általában csak lineáris összegzés történik, de itt is lehet nemlineáris kimenetet használni. Rejtett rétegből több is lehet, sőt akár el is maradhat. Ami mindenképpen része a hálózatnak, az a bemeneti és a kimeneti réteg. Az RBF hálózat szerkezete kötöttebb ennél, itt ugyanis csak egy rejtett réteget lehet használni.

A bemeneti rétegen szoktak még egy konstans bemenetet (eltolást) biztosító plusz neuront is alkalmazni ( $x_0$ ), ezt nevezzük „bias”-nak.

### **5.3 A hálózatok működése, tervezése**

A neurális hálózatok felépítése után térjünk rá a működésükre. A működés két szakaszra bontható, az első a tanulás, a második a megtanult információ előhívása, alkalmazása. Az első szakasz egy lassú folyamat, amely többnyire sok iterációs lépésen keresztül történik, esetleg többszöri inicializálással az optimum elérése érdekében. A második szakasz sokkal gyorsabb, ennek köszönhető a hálózatok jó alkalmazhatósága.

A tanulás egy konvergens iteratív eljárás alapján történik, amikor a rendszer meghatározza a legkedvezőbb súlyokat, paramétereiket a tanító adatok alapján úgy, hogy a hálózat kimeneti értékei minél jobban közelítsék meg a tényleges kimeneti értékeket. Itt tulajdonképpen egy optimum vagy szélsőérték (minimum) meghatározásról van szó, többnyire a legkisebb négyzetek módszere alapján, mivel a tanító adatok száma általában jóval meghaladja az ismeretlen paraméterek számát (regresszió).

A hálózat tanulása nagymértékben függ a súlyok kezdeti értékétől. A tanítás iterációs lépései során az aktuális súlyokat valamilyen korrekcióval módosítják, a megfigyelt hálózati hibák alapján. Ez a folyamat addig tart, amíg a hálózat elér egy hiba minimumot. Ekkor befejeződik a tanítás. Mivel itt egy minimum kereséséről van szó, ezért érdemes a többszöri inicializálás és újra tanítás, mert lehetséges, hogy egy másik kezdeti súlyfelvétel után jobb eredményt ér el a hálózat.

A leggyakrabban alkalmazott tanítási algoritmus az ún. „backpropagation” (hibavisszaterjesztéses) algoritmus és ennek különböző változatai. Az alkalmazott aktivációs függvény itt leggyakrabban a szigmoid függvény, de lehet használni a tangens hiperbolikus függvényt is.

Egy másik tanulási algoritmust használnak az RBF (radiál bázisú) hálózatokban. Ennek az előnye, hogy kevesebb iterációra van szükség a tanulás során, így lényegesen gyorsabb a folyamat.

A neurális hálózatok tervezése több lépésben történik.

- 1) Hálózat szerkezetének megtervezése (rétegszám, neuronok száma, aktivációs függvény típusának megválasztása)
- 2) Tanító és tesztpontok kiválasztása
- 3) Hálózat tanítása
- 4) Tesztelés

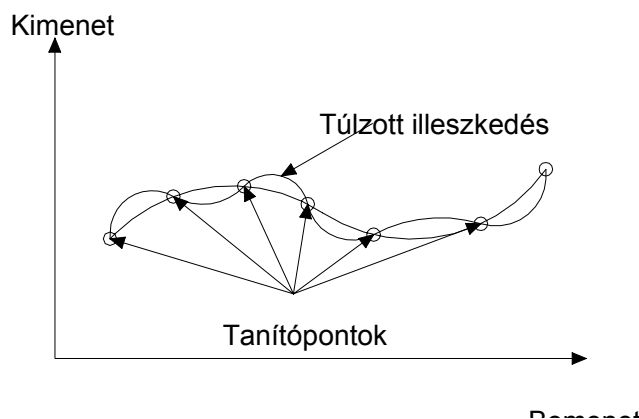
A hálózat szerkezetének jó kialakítása fontos feladat, mert később a tanulás során a rendszer ezt nem változtatja, csak a neuronokhoz tartozó súlyokat, paramétereket módosítja. Tehát tulajdonképpen egy általunk meghatározott modellt próbál meg minél jobban illeszteni egy adott feladathoz. Ám arra, hogy mekkora (hány rétegből és rétegenként hány neuronból álló) hálózatot válasszunk, hogyan vegyük fel a kezdeti súlyokat és válasszuk ki a tanító és tesztpontokat jelenleg nincs egyértelmű szabály. Ezekre leginkább csak tapasztalati válasz adható.

Az adott feladat igényeit legjobban kielégítő hálózati szerkezetet kétféle módon határozhatjuk meg. Ki lehet indulni egy nagyobb hálózatból, amiről bizonyos tapasztalatok alapján tudjuk hogy elegendő lesz, és ezután csökkentjük a neuronszámot amennyire lehet. Vagy megpróbálhatjuk kisebb hálózattal megoldani a feladatot, és ha ez nem megy, akkor növelni a neuronszámot. Szerintem először érdemes kisebb neuronszámmal próbálkozni, mert túl sok neuron esetében nagyon nagy lesz a memória igény és a számítások is lassúak lesznek, sőt fennáll a hálózatok „túltanulásának” a veszélye. Ha a felvett hálózat nem képes megfelelő pontossággal megtanulni az adott problémát, akkor érdemes próbálkozni a neuronok számának a növelésével. Törekedni kell a lehető legnagyobb pontosságra, a lehető legegyszerűbb hálózatszerkezet mellett.

## **5.4 Túltanulás**

Egy neurális hálózattól azt várjuk el, hogy ne csak a tanítópontokban, hanem a tanítópontok között is jó közelítést adjon. A tanítópontok mellett ezért szükség van tesztpontokra is, hogy minősíteni tudjuk a hálózatokat. A tesztpontok olyan pontok, melyeket nem használtunk fel a tanítás során, de ismertek az összetartozó be és kimeneti értékeik. Megfelelően sok neuron felvétele esetén a neurális hálózatok alkalmasak interpolációra, vagyis tökéletesen meg tudják tanulni a tanítópontok adatait. Ha nincsenek tesztpontjaink az ellenőrzéshez, akkor viszont könnyen túltaníthatjuk a hálózatot.

A túltanítás azt jelenti, hogy míg a tanítópontok hibája egyre csökken, addig a tesztpontok hibája egyre nagyobb lesz, a hálózat túlzottan illeszkedik a tanítópontokra. Ezt úgy lehet elképzelni, mint polinomos regressziónál, ha kevés pontra illesztünk nagy fokszámú polinomot.



**7. ábra Túltanulás**

## **5.5 Transzformációra alkalmazott hálózatok**

A transzformáció során két-két koordináta között kell kapcsolatot teremteni. Az egyik rendszerbeli  $y,x$  koordinátákat kell áttranszformálni a másik rendszerbeli  $\Phi,\Lambda$  értékekké.

Az oda vissza transzformáció megoldható 2 olyan hálózattal, ahol két bemenet és két kimenet van, illetve készíthetünk 4 hálózatot külön-külön mind a 4 koordinátára ( $y,x,\Phi,\Lambda$ ) két bemenettel és egy kimenettel.

Én ez utóbbit alkalmaztam. Egy kimenettel sokkal egyszerűbb a hálózatok felépítése, kevesebb neuron szükséges ugyanakkora pontossághoz. Két bemenetet két kimenettel, akkor célszerű alkalmazni, amikor keresztkapcsolatok is vannak az adatok között, pl. ha  $y$  függne  $x$ -től, de jelen esetben ez nem áll fenn. Az alkalmazott hálózatok egy bemeneti rétegből, egy rejtett rétegből és egy kimeneti rétegből álltak.

Fontos kérdés az alkalmazott aktivációs függvény típusa és a neuronszám. Az alkalmazott neuronok számát itt is szisztematikus próbálgatással lehet meghatározni.

Kétféle hálózatot is kipróbáltam a transzformációra. Az első egy RBF hálózat volt, a másik egy backpropagation hálózat szigmoid aktivációs függvényvel. Mindkét hálózatnál a kimeneti rétegben lineáris összegzést megvalósító neuront alkalmaztam.

A meghatározandó paraméterek száma ( $p$ ) a rejtett rétegbeli neuronok számától függ. RBF hálózatnál ez a következőképpen alakul  $n$  neuronszám esetén:

$$p=4n+3.$$

Azaz neurononként 4 paraméter plusz 3 (egy az eltolásérték vagy bias, kettő pedig a kimenetben alkalmazott lineáris tagból  $/ax+by/$ ).

A backpropagation hálózatnál ugyanez:  $p=4n+1$ .

Itt ugyanis nincs lineáris kimeneti tag, csak a neurononkénti 4 paraméter plusz a bias értéke.

Nézzük most meg a különböző transzformációk eredményeit. Először ismertetem a korábban meghatározott transzformációk eredményeit a 43 azonos pont alapján, majd az új vizsgálatok eredményeit az 1153 azonos pont alapján elkészített transzformációkra.

## 6 Transzformáció 43 azonos pont alapján

### 6.1 A közelítés minősítésének kérdése

A különböző módszerek összehasonlításánál felmerül a minősítés kérdése, az hogy hogyan tudjuk eldönteni, hogy egy módszer jónak tekinthető e.

Azt szeretnénk elérni, hogy az előállított függvény ne csak a felhasznált azonos pontokban adjon jó közelítést, hanem az adott területen belül minden pontban. Ezt valahogyan ellenőrizni kell. Ennek egyik lehetséges módszere az, hogy a rendelkezésre álló adatok egy részét használjuk fel a függvények előállítására és a további adatokat pedig ellenőrzésre.

Ahhoz, hogy elegendő tanító és tesztpontot válasszunk ki, megfelelő mennyiségű adat szükséges. 43 azonos pont Magyarország egész területén ehhez nem elegendő (ennyi pontból álló adatbázis állt rendelkezésemre, amikor elkezdtem a vizsgálataimat). Ha jó közelítést akarunk elérni, akkor mindet bele kell vonnunk a kiegyenlítésbe.

A transzformációs függvények megfelelőségének eldöntésére két módszer áll rendelkezésünkre.

Az egyik természetesen az, hogy a függvény a felhasznált azonos pontok koordinátáit milyen pontossággal állítja elő az egyik rendszerből a másikba történő transzformáció során. Ez persze arra még nem jelent biztosítékot, hogy a transzformáció az azonos pontok között is jól működik.

Tesztpontok híján egy lehetőségünk van ennek a vizsgálatára. Ha mind a két irányban jól működik a transzformáció, akkor az oda-vissza transzformációnak is jól kell közelítenie a kiindulási adatokat. Ezt úgy próbálhatjuk ki, hogy tetszőlegesen felveszünk pontokat az egyik koordináta rendszerben (az azonos pontok közötti területen), a transzformációs egyenletekkel átszámítjuk a másik koordináta rendszerbe, majd elvégezzük ezekkel a pontokkal a visszafelé transzformációt is. Ezek után összehasonlítjuk a kiindulási adatokkal, amelyeket megfelelő pontossággal kell közelíteniük. Ez persze csak a transzformáció megfelelőségének a szükséges, de nem elégséges feltétele, hiszen lehet hogy mindkét irányban hibás a transzformáció, de oda-vissza esetben a hibák kiejtik egymást. Ha viszont az oda-vissza transzformáció nagyon nagy hibákat eredményezett, akkor biztos, hogy nem működik megfelelően egyik irányban sem az átszámítás.

Én ezen két ellenőrzési lehetőséget fogom a következőkben elvégezni minden módszer vizsgálatánál.

### 6.2 Polinomos transzformációk

A polinomos transzformációt kétféle módszerrel végeztem. Az egyik a VETULET+ szoftver segítségével készült (a 3.1. fejezetben leírtaknak megfelelően), segédvetületi rendszer (SVR) közbeiktatásával, a másikat én határoztam meg a

## Error! Style not defined.

Mathematica szoftver segítségével (3.2 fejezet szerint), segédvetületi rendszer közbeiktatása nélkül.

Először nézzük meg a transzformációk után kapott maradék eltérések mértékét mindkét közelítési módszernél, a legnagyobb, legkisebb értéket és a középhibát vagy szórást, az EOVS koordinátáknál m-ben, a WGS-84-nél pedig másodpercben.

<i>Polinomos transzformáció segéd vetületi rendszer alkalmazásával</i>			
	$\sigma$ (szórás)	<i>Pozitív hiba maximum</i>	<i>Negatív hiba maximum</i>
y	0.036 m	0,058 m	-0.089 m
x	0.036 m	0,076 m	-0.086 m
$\Phi$	0.0012"	0,0030"	-0.0022"
$\Lambda$	0,0017"	0,0040"	-0,0031"

<i>Polinomos transzformáció segéd vetületi rendszer nélkül</i>			
	$\sigma$ (szórás)	<i>Pozitív hiba maximum</i>	<i>Negatív hiba maximum</i>
y	0.035 m	0,058 m	-0.088 m
x	0.036 m	0,074 m	-0.082 m
$\Phi$	0.0011"	0,0026"	-0.0024"
$\Lambda$	0,0018"	0,0044"	-0,0029"

Ezek az eltérések alacsonyok (3-4 cm a középhiba), a közelítés elég jó.

Ha a két módszer eredményeit összehasonlítjuk, akkor látszik, hogy ugyanolyan mértékű eltérések adódtak, a kettő közötti különbség minimális. Ha egyenként vizsgáljuk meg a 43 azonos pontra az eltéréseket, akkor a két módszer eredményei között maximum 1-2 mm eltérést találunk.

A másik ellenőrzési lehetőség az adott területen belül tetszőlegesen kiválasztott pontok oda-vissza transzformációja közötti eltérések vizsgálata.

Ehhez felvettem véletlenszerűen több mint 1000 EOVS pontot és ezt transzformáltam át WGS-84-be, majd vissza a korábban meghatározott transzformációs képletekkel.

Ennek az eltérései a következők lettek:

<i>Oda-vissza transzformáció eltérései SVR-rel</i>			
	$\sigma$ (szórás)	<i>Pozitív hiba maximum</i>	<i>Negatív hiba maximum</i>
y	0,007 m	0,012 m	-0.016 m
x	0,009 m	0,021 m	-0,019 m

**Error! Style not defined.**

<i>Oda-vissza transzformáció eltérései SVR nélkül</i>			
	$\sigma$ (szórás)	<i>Pozitív hiba maximum</i>	<i>Negatív hiba maximum</i>
y	0,003 m	0,012 m	-0.011 m
x	0,002 m	0,012 m	-0,007 m

Az oda-vissza transzformáció eltérései nagyon kicsik lettek, tehát valószínűleg ez a közelítés elfogadható, nem csak az azonos pontokban, hanem a pontok között is.

Ha összehasonlítjuk a segédvetületi rendszer alkalmazásával készült transzformációt a másikkal, akkor azt tapasztaljuk, hogy második esetben az eltérések még kisebbek lettek. Az y koordináta esetében a középhiba lecsökkent 7 mm-ről 3-ra, x esetében pedig 9 mm-ről 2-re. Ez azt a feltételezést látszik alátámasztani, hogy a segédvetületi rendszer nyugodtan elhagyható, és így jelentős mértékben egyszerűsítenyi lehet a számításokat.

### **6.3 Transzformáció neurális hálózatokkal**

Vizsgáljuk most meg a koordináta transzformációt neurális hálózatokkal.

A korábbi vizsgálataim során két különböző típusú hálózatot is kipróbáltam a feladat megoldására. Az egyik egy backpropagation(BPN) hálózat volt, szigmoid aktivációs függvényvel, a másik egy RBF (radiál bázisú) hálózat.

Mindkét esetben eltérő neuronszámú hálózatokat is kipróbáltam, fokozatosan növelve a neuronok számát. 43 adat esetében viszonylag hamar (10 neuron után), a felhasznált szoftver figyelmeztetett, hogy a hálózatban több a meghatározandó paraméter, mint a rendelkezésre álló adat. Ennek ellenére tovább lehet növelni a neuronszámot, de a megoldás bizonytalan lesz, és felmerülhet a túltanulás problémája.

A tanulás akkor a legeredményesebb, ha a be és kimenő adatokat skálázzuk, vagy normalizáljuk. Erre is többféle módszer létezik, és én is többet kipróbáltam, a leghatékonyabb az a lineáris skálázási eljárás volt, amikor a skálázandó értékből kivontam az eredeti adatok középértékét, és ezt elosztottam az adatok szórásával.

$$x = \frac{X - \bar{X}}{\sigma},$$

ahol X az eredeti érték, x a skálázott érték,  $\bar{X}$  az eredeti adatok átlagértéke,  $\sigma$  pedig a szórása.

Ezeket az eljárásokat és hálózatokat most nem kívánom hosszasan részletezni, akit érdekel elolvashatja a diplomamunkámban (Zaletnyik 2003).

Itt most csak azt a hálózatot mutatnám be, amelyik legjobban megtanulta az azonos pontok adatait. Ez a hálózat a backpropagation(BPN) hálózat volt, szigmoid aktivációs függvényvel.

## Error! Style not defined.

Ez a hálózat 13-14 neuron alkalmazása esetén már tökéletesen képes volt megtanulni a 43 azonos pont adatait, erre a 43 pontra tökéletesen működött a transzformáció, a maximális eltérések jóval mm alattiak voltak.

Azonban igen érdekes eredményt kaptam, ha a másik ellenőrzési lehetőséget, az oda-vissza transzformáció eltéréseit vizsgáltam az 1000 pontra.

<i>Oda-vissza transzformáció BPN hálóval 13-14 neuronnal</i>			
	$\sigma$ (szórás)	<i>Pozitív hiba maximum</i>	<i>Negatív hiba maximum</i>
y	431,955 m	1997,18 m	-5607,28 m
x	1036,85 m	3982,01 m	-4880,83 m

Az oda-vissza transzformáció több ezer méteres eltérései eléggé riasztóak. Ez csak egyféleképpen magyarázható, a korábban már ismertetett túltanulással. Ez az a jelenség, amikor már túlzottan illeszkedik a felület a tanuló adatokra, viszont a tanító pontok közötti tesztpontokban már túl nagy mértékűek a hibák. Erre nagyon oda kell figyelni, ezért szükséges mindig tesztpontokkal ellenőrizni a hálózatot. Sajnos nekünk a túl kevés adat miatt csak az oda-vissza transzformáció maradt ellenőrzési lehetőségként, a tetszőlegesen felvett pontokban.

A fentiek alapján egyértelmű, hogy nem szabad addig elmenni a neuron szám növelésében, amikor már több a meghatározandó paraméterek száma, mint a rendelkezésre álló adatmennyiség.

Nézzük még meg azokat az eredményeket, amikor még nem léptük túl a meghatározandó paraméterek számával a tanuló adatok számát. Ezt a határt 10 neuron esetében érjük el.

A transzformációk után kapott maradék eltérések a tanulópontokban 10 neuron esetében:

<i>Transzformáció BPN hálóval 10 neuronnal</i>			
	$\sigma$ (szórás)	<i>Pozitív hiba maximum</i>	<i>Negatív hiba maximum</i>
y	0.003 m	0,010 m	-0.010 m
x	0.003 m	0,007 m	-0.011 m
$\Phi$	0.0002"	0,0006"	-0.0005"
$\Lambda$	0,0003"	0,0009"	-0,0008"

Ezek nagyon jó eredmények, EOVS koordináták esetében a középhiba 3 mm, WGS-84 esetében pedig 0,0003".

Nézzük meg, hogy e hálózat általánosító képessége ugyanilyen jó-e, mint a tanulópontokra kapott eredmények. Vizsgáljuk meg, hogyan működik a hálózat a tesztpontokban oda-vissza transzformáláskor.

**Error! Style not defined.**

<i>Oda-vissza transzformáció BPN hálóval 10 neuronnal</i>			
	$\sigma$ (szórás)	<i>Pozitív hiba maximum</i>	<i>Negatív hiba maximum</i>
y	0,098 m	0,286 m	-0,382 m
x	0,456 m	5,208 m	-2,212 m

Úgy tűnik, hogy hiába a jó eredmények a tanulópontoknál és a 10 neuronos határ betartása, a tesztpontokban ez a hálózat is elég megbízhatatlanul, pontatlanul működik, szemben a polinomos transzformációval. Ismét csak szembesülnünk kellett a túltanítás problémájával, a kevés adatnak köszönhetően.

Ez nem azt jelenti, hogy neurális hálózatokat nem lehet alkalmazni koordináta transzformációra és, hogy ne tudnák elérni ugyanazt a pontosságot, mint a polinomos közelítés esetében, csak azt, hogy több tanító adatra van szükségünk. Sőt a korábbi tapasztalataim alapján megfelelő mennyiségű adat esetén sokkal jobban lehet alkalmazni a neurális hálózatokat approximációra, mint a polinomokat. A polinomos közelítés esetében ugyanis a polinom fokszámát egy ideig lehet növelni az eredmények javítása érdekében, de ez viszonylag hamar elakad, az egyenletrendszer együtthatómátrixának rosszul kondicionáltsága miatt.

Nézzük meg mi történik ha az 1153 azonos pontból álló adatbázist használjuk a koordináta-transzformáció végrehajtásához.

## 7 Transzformáció 1153 azonos pont alapján

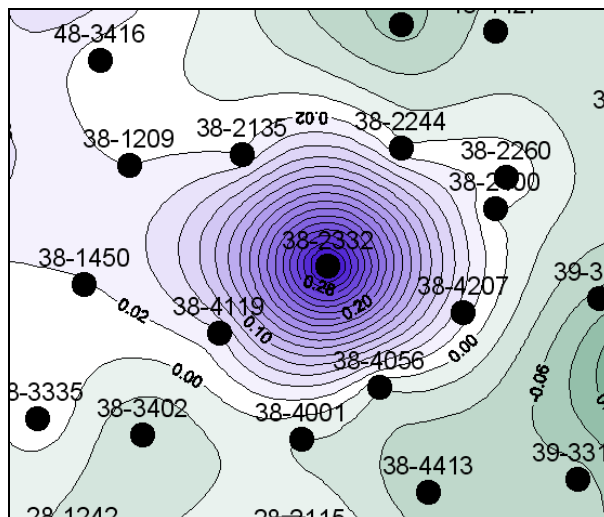
### 7.1 Az adatok minőségének vizsgálata

Az eddigiekben egy nagyon kevés adatot tartalmazó adatbázist használtam fel a koordináta transzformáció meghatározásához, ahol nem állt rendelkezésre elegendő adat ahhoz, hogy az adatok egy részét a neurális hálózatokkal végzett transzformációnál tanításra, egy másik részét pedig tesztelésre használjam fel.

1153 azonos pontnál azonban már nincs ilyen megszorítás. Nincs szükség az oda-vissza transzformáció eltéréseinek a vizsgálatára. Az adatok egy részét (a kétharmadát) a neurális hálózatok tanítására használtam fel a maradék egyharmadot pedig tesztelésre. Az 1153 pontból álló adatbázis bővült még néhány ponttal, ami a másik 43 pontból álló adatbázisban benne volt, de ebből hiányzott (sok azonos pont is volt).

A polinomos közelítésnél a transzformációs függvények meghatározásához felhasználtam az összes adatot. Itt azonban egy újabb probléma merült fel, méghozzá az adatok minőségével kapcsolatban. A transzformáció után úgy tűnt, hogy az adatok egy jó része durva hibával terhelt. Ez azoknál a pontoknál tűnt egyértelműnek, ahol pl. az adott pont közelében a transzformáció jól működött, csak egy-egy pontban volt kiugróan magas az érték.

Nézzünk erre egy példát:



8. ábra Hibás pont

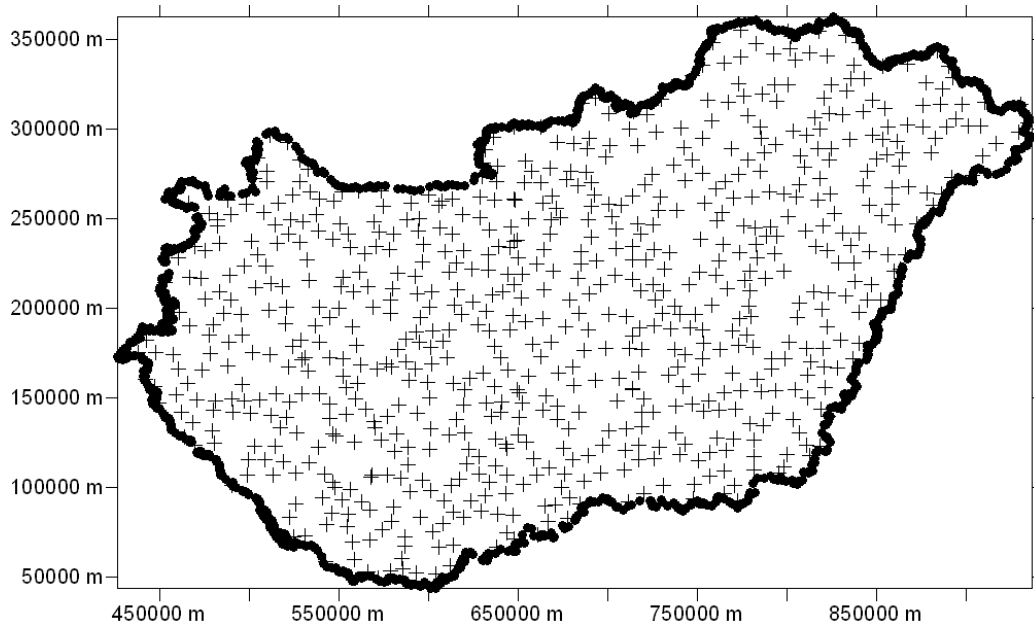
A fenti ábrán például a 38-2332-es pontban a transzformáció utáni maradék ellentmondás 30 cm körül mozog, míg a környezetében levő pontokban az eltérés csak néhány centiméter. Szinte biztos, hogy ez a pont durva hibás.

Ez nem egyedi eset volt. Ezeket a pontokat igyekeztem kihagyni a számításból. Ezt sem lehetett azonban mindenütt megtenni. Bizonyos pontokat benne hagytam a számításban, amelyek valószínűleg durva hibásak, de ha ezeket is kiveszem, akkor nem maradt volna adat az adott területen. Az eredeti adatbázisból

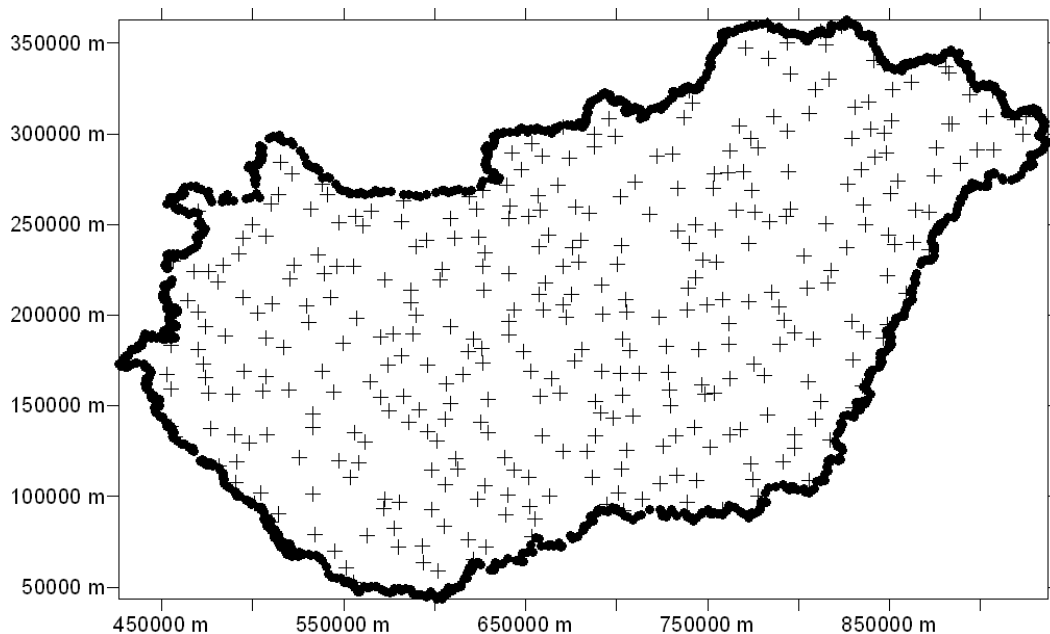
**Error! Style not defined.**

végül csak 1112 pontot használtam fel a számításhoz. Célszerű lenne ezeket a valószínűleg hibás pontokat megvizsgálni és esetleg újramérni őket.

A tanuló és tesztpontok elhelyezkedése a következő volt:



*9. ábra Tanító pontok elhelyezkedése*



*10. ábra Tesztpontok elhelyezkedése*

## 7.2 Polinomos transzformációk

Ennél az adatbázisnál is elvégeztem a polinomos transzformációt a korábbi két módszerrel. Segédvetületi rendszer közbeiktatásával a VETULET+ szoftverrel, ill. a segédvetületi rendszer nélkül.

A WGS-84 – EOVS koordináta transzformációk utáni maradék ellentmondások a következők lettek ( $y, x$ , vízszintes =  $\sqrt{(y^2 + x^2)}$ ).

<i>Polinomos transzformáció segéd vetületi rendszer alkalmazásával</i>			
	$\sigma$ (szórás)	<i>Pozitív hiba maximum</i>	<i>Negatív hiba maximum</i>
y	0.044 m	0,206 m	-0.197 m
x	0.043 m	0,151 m	-0.217 m
vízszintes	0.033 m	0,255 m	

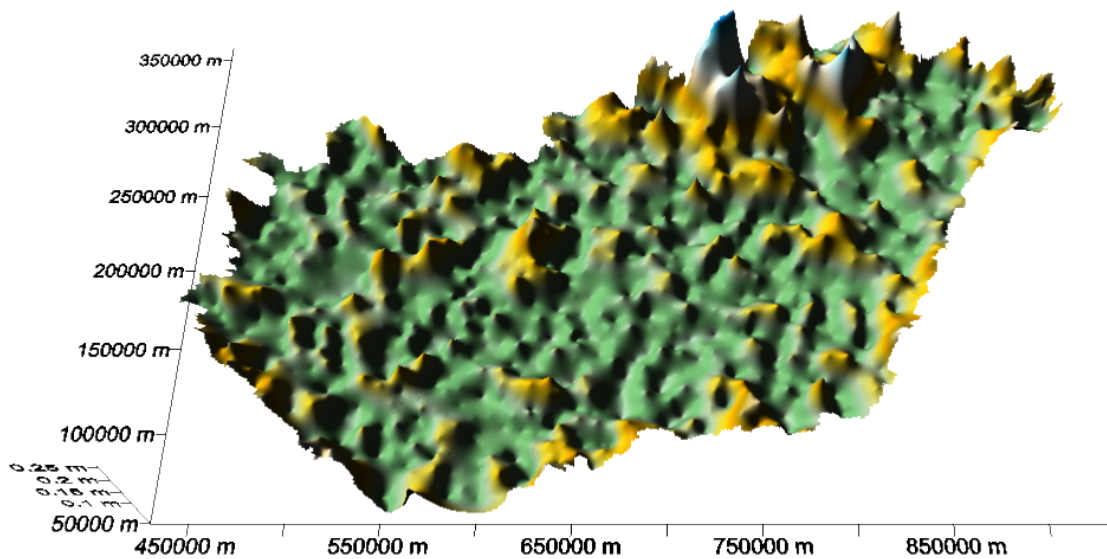
<i>Polinomos transzformáció segéd vetületi rendszer nélkül</i>			
	$\sigma$ (szórás)	<i>Pozitív hiba maximum</i>	<i>Negatív hiba maximum</i>
y	0.044 m	0,205 m	-0.199 m
x	0.043 m	0,152 m	-0.219 m
vízszintes	0.033 m	0,255 m	

A kétféle polinomos transzformáció között az eltérés minimális. Ha pontonként nézzük az eltéréseket, akkor látszik, hogy a kétféle számítás között az egyes pontokban is csak néhány milliméter a különbség (maximálisan fél centiméter).

Miután ennyire csekély eltérés mutatkozik a kétféle polinomos transzformáció között, ki lehet jelteni, hogy a segédvetületi rendszer nyugodtan elhagyható, ez a transzformáció pontosságát nem befolyásolja, viszont a számításokat lényegesen leegyszerűsíti.

A vízszintes hibák eloszlása a következő:

**Error! Style not defined.**



11. ábra Maradék ellentmondások eloszlása polinomos transzformáció esetén

### **7.3 Transzformáció neurális hálózatokkal**

Az 1153 pontból álló adatbázisnál is kétféle neurális hálózatot vizsgáltam meg. Akárcsak az előzőekben az egyik egy backpropagation (BPN) hálózat volt, szigmoid aktivációs függvényel, a másik pedig egy RBF (radiál bázisú) hálózat.

Mindkét esetben fokozatosan növeltem a neuronszámot. Itt nem okozott problémát az adatok szűkös volta. Növelhettem volna nagyon sokáig a neuronszámot, azonban itt is van egy határ, ahol célszerű megállni. Egy idő után túl bonyolult hálózatot kapunk, és a tanulási idő szükséglete a neuronszám növelésével a többszörösére nő, ugyanakkor a rendszer pontossága egy idő után már nem nő tovább arányosan, és a tanítás túl lassúvá, gazdaságtalanná válik.

A tanítás eredményessége érdekében most is alkalmaztam a korábban már ismertetett skálázást a be és kimenő adatokra.

Nem akarom itt most felsorolni az összes megvizsgált hálózat eredményét. A legjobb eredményt a szigmoid aktivációs függvényt használó backpropagation hálózattal sikerült elérni, 30 neuron alkalmazásával.

Ennyi adatnál már nem okozott problémát a túltanulás. A tesztelés eredménye bizonyítja, hogy a hálózatnak jó az általánosító képessége, és nem csak a tanítópontokban ad jó eredményt, hanem azok között is.

Ha a maradék eltéréseket az összes adatra vizsgáljuk, akkor a következő eredményeket kapjuk:

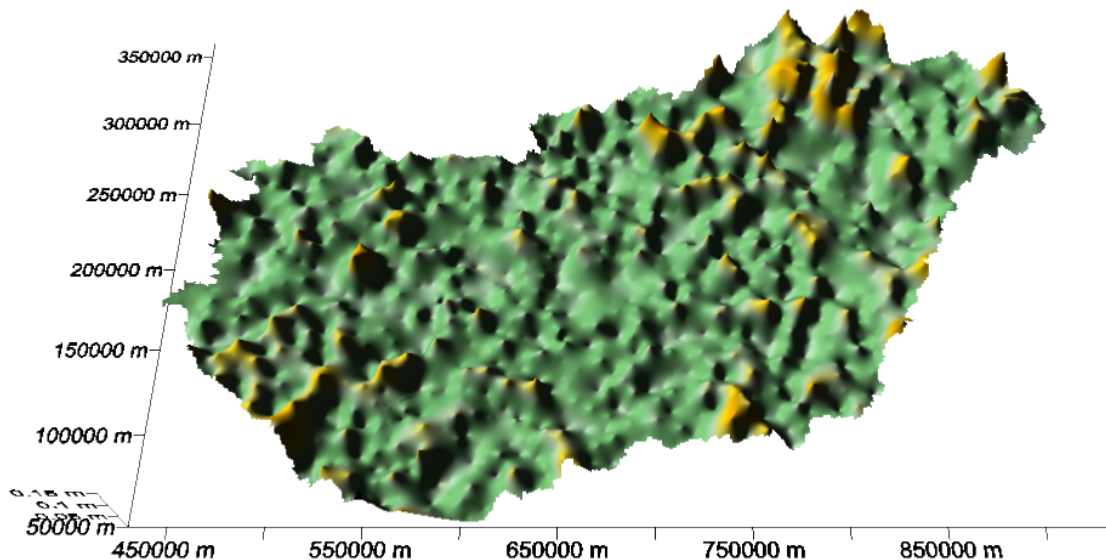
**Error! Style not defined.**

<i>Backpropagation hálózat szigmoid aktivációs függvénnel, 30 neuron alkalmazásával</i>			
	$\sigma$ (szórás)	<i>Pozitív hiba maximum</i>	<i>Negatív hiba maximum</i>
y	0.031 m	0,130 m	-0.123 m
x	0.031 m	0,126 m	-0.131 m
vízszintes	0.023 m	0,165 m	

Ezek az eredmények lényegesen jobbák a polinomos transzformációval kapott eredményeknél. A szórás több mint egy cm-rel javult, a vízszintes maximális hibák pedig 9 cm-rel javultak (25,5 cm-ről 16,5 cm-re csökkentek).

Az eredmények igazolják azt a feltételezést, hogy a neurális hálózatok bizonyos adatmennyiség után már jobban használhatóak approximációkra, mint a polinokok.

A vízszintes hibák eloszlása a következő:

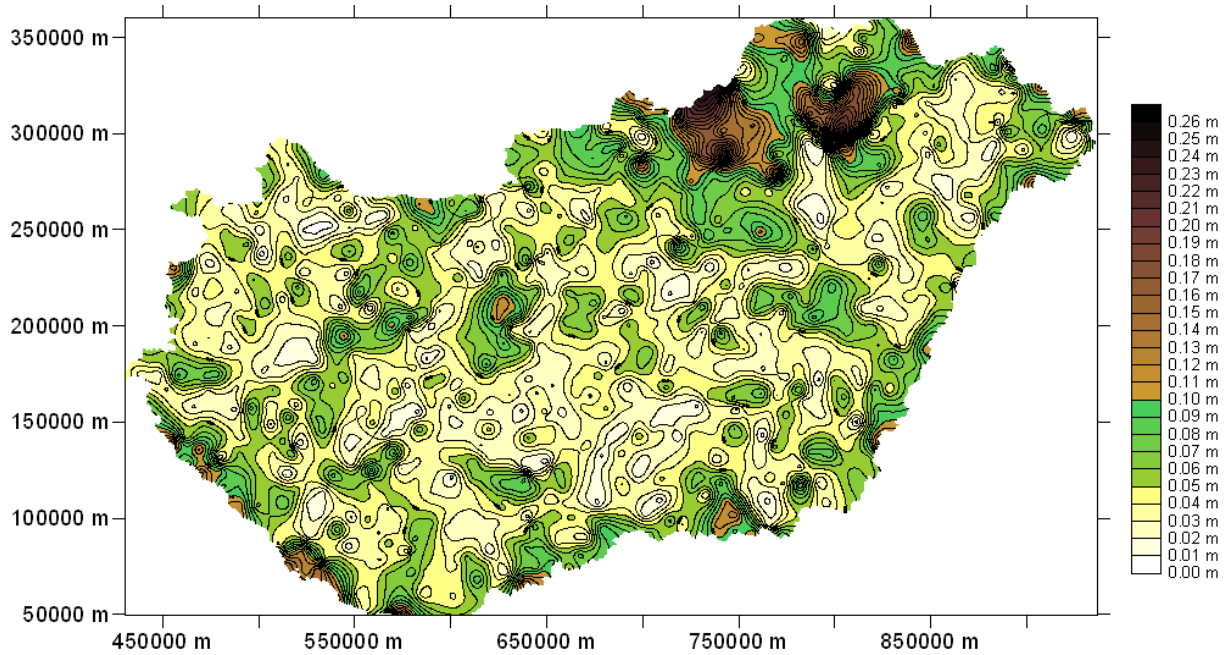


*12. ábra Maradék ellentmondások eloszlása neurális hálózattal történő transzformáció esetén*

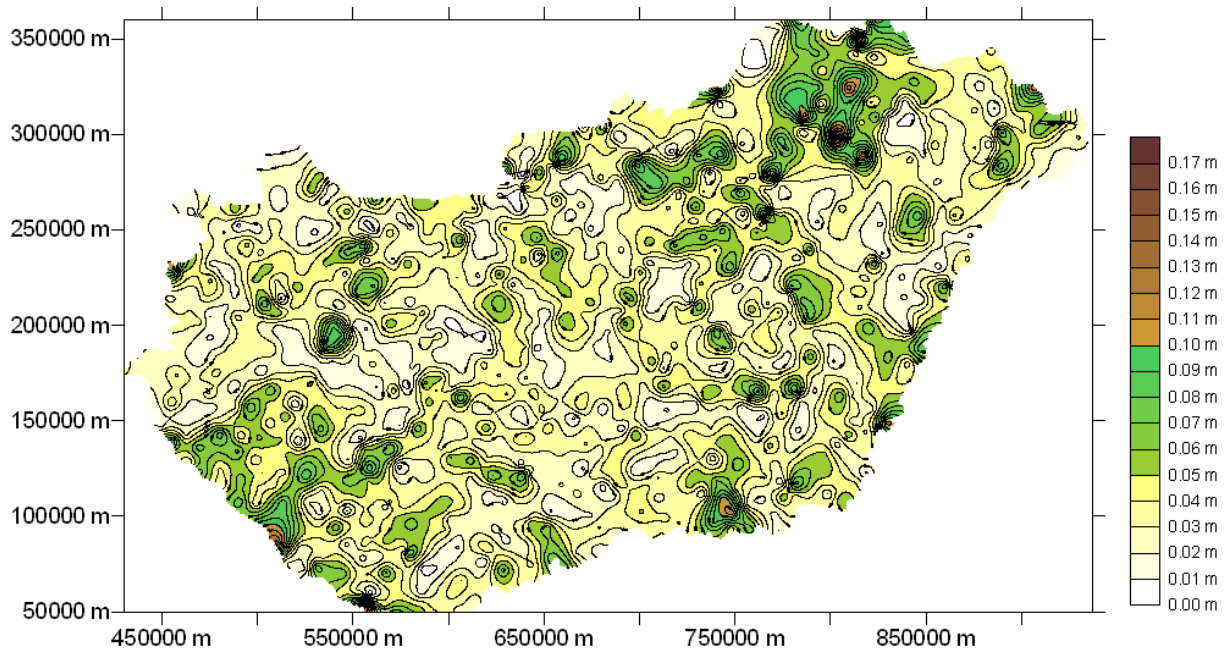
A fenti ábrát összevetve az előzővel, látszik, hogy ez sokkal laposabb, kevésbé „hegyes-völgyes” az eltérések eloszlása.

A javulás mértékét azonban jobban látjuk, ha összevetjük a kétféle transzformáció utáni maradék ellentmondások szintvonalas térképeit.

Error! Style not defined.



13. ábra Polinomos transzformáció eltéréseinek szintvonalas térképe



14. ábra Neurális hálózatokkal történő transzformáció eltéréseinek szintvonalas térképe

Ezekon a szintvonalas térképeken sárgával jelöltem az 5 cm alatti vízszintes eltéréseket, zölddel az 5-10 cm közöttieket, és barnával a 10 cm felettieket.

Látszik, hogy a neurális hálózatoknál már alig található egy-két barna színű terület, míg a polinomos transzformáció esetében ezek még igen jelentősek.

Az is leolvasható a térképekről, hogy a legnagyobb eltérések a hegyvidéken, pontosabban az Északi-középhegységben találhatóak.

## **8 Összefoglalás**

A dolgozatomban igyekeztem megvizsgálni egy új informatikai eszköznek, a neurális hálózatoknak az alkalmazhatóságát a WGS-84 – EOVI koordináta transzformációra, és összehasonlítottam ezeket a hagyományos polinomos transzformációval.

A vizsgálataim során használt eltérő méretű adatbázisok rávilágítottak a neurális hálózatoknak egy igen veszélyes hibaforrására, a túltanulásra. Sokan úgy emlegetik a neurális hálózatokat, mint egy univerzális eszközt, amivel szinte minden feladat megoldható. Ez sok esetben tényleg így van, viszont a kapott eredményeim azt mutatják, hogy nem szabad gondolkodás nélkül, minden esetben a neurális hálózatokat elővenni, hanem sokszor jobban lehet használni a hagyományos módszereket.

A közelítési feladat megoldása során meg kell határozni a kívánt pontosságot, és vizsgálni kell a rendelkezésre álló adatok mennyiségét, és ezek alapján lehet kiválasztani a legjobb megoldási módszert. Kevesebb adat esetében célravezetőbb lehet a polinomos közelítést alkalmazni, míg több adat esetében jobban működhetnek a neurális hálózatok. Itt említeném még meg, hogy a közelítést tovább lehetne valószínűleg pontosítani neurális hálózat sorozattal, ami egy korábbi feladatnál, a magyarországi geoidfelület közelítésénél már bevált (Paláncz, Völgyesi 2002, Zaletnyik 2002). Jelen dolgozat kereteibe ez a vizsgálat sajnos már nem fért bele.

A neurális hálózatok legfőbb előnye tehát abban rejlik, hogy igen nagyszámú adat esetén jól használhatóak függvény approximációra, amikor a polinomokkal való közelítés már nem működik a rosszul kondicionáltság miatt. Ezért úgy gondolom, hogy ezt az eszközt a közeljövőben egyre több feladatnál fogják alkalmazni a geodéziában, térinformatikában. Érdeemes foglalkozni vele.

## Irodalom

1. Barsi Árpád (1999): Koordináta-transzformáció megoldása neurális hálózatokkal, Geodézia és Kartográfia, Budapest, LI, No. 10. 12-18.
2. Barsi Árpád (1997): Landsat-felvétel tematikus osztályozása neurális hálózattal. Geodézia és Kartográfia, 1997/4, pp. 21-28.
3. Bíró Péter (1996): Felsőgeodézia, Műegyetemi Kiadó, Budapest
4. Detrekői Ákos (1991): Kiegyenlítő számítások, Tankönyvkiadó, Budapest
5. Horváth Gábor (1995): Neurális hálózatok és műszaki alkalmazásaik, Műegyetemi Kiadó, Budapest
6. Krauter András (1995): Geodézia, Műegyetemi Kiadó, Budapest
7. Paláncz, B.-Völgyesi, L (2002): High accuracy data representation via sequence of neural networks, megjelenés alatt
8. Paláncz Béla (2003): Neurális hálózatok a Mathematica felhasználásával, 'www.fmt.bme.hu/~palancz/education.html'
9. Sárközy Ferenc(1998): Mesterséges neurális hálózatok mint GIS függvények 'http://bme-geod.agt.bme.hu/public\_h/neurgis/neurmint.html'
10. Scarselli, Franco-Ah Chung Tsoi (1998): Universal Approximation Using Feedforward Neural Networks: A Survey of Some Existing Methods, and some New Results, Neural Networks, Vol. 11, No. 1, pp. 15-37, Elsevier Science Ltd., Great Britain
11. Varga József (1997): Vetülettan, Műegyetemi Kiadó, Budapest
12. Veres Gábor (2002): RBF neurális hálózat alkalmazása magasság meghatározására, Geodézia és Kartográfia, Budapest LIV. No. 7. 25-30.
13. Vetületi szabályzat az egységes országos vetületi rendszer alkalmazására (1975), Budapest, MÉM Országos Földügyi és Térképészeti Hivatal
14. Völgyesi Lajos-Tóth Gyula-Varga József (2001): Magyarországi vetületi rendszerek közötti átszámítások, a VETULET+ program leírása, A leírás elektronikus verziója megtalálható a 'http://sci.fgt.bme.hu/~volgyesi/vetulet/gkvvetful.pdf' internet címen
15. Wickham-Jones, Tom (1994): Mathematica Graphics, Springer-Verlag, New York
16. Zaletnyik Piroska (2002): Magyarországi geoidfelület közelítése neurális hálózatokkal, BME Építőmérnöki Kar, Tudományos Diákköri Konferencia 2002
17. Zaletnyik Piroska (2003): Neurális hálózatok alkalmazása a geodéziában, BME Építőmérnöki Kar, Általános és Felsőgeodézia Tanszék, Diplomamunka