

# Mérnökgeodéziai hálózatok feldolgozása

dr. Siki Zoltán  
[siki@agt.bme.hu](mailto:siki@agt.bme.hu)



**EMT**

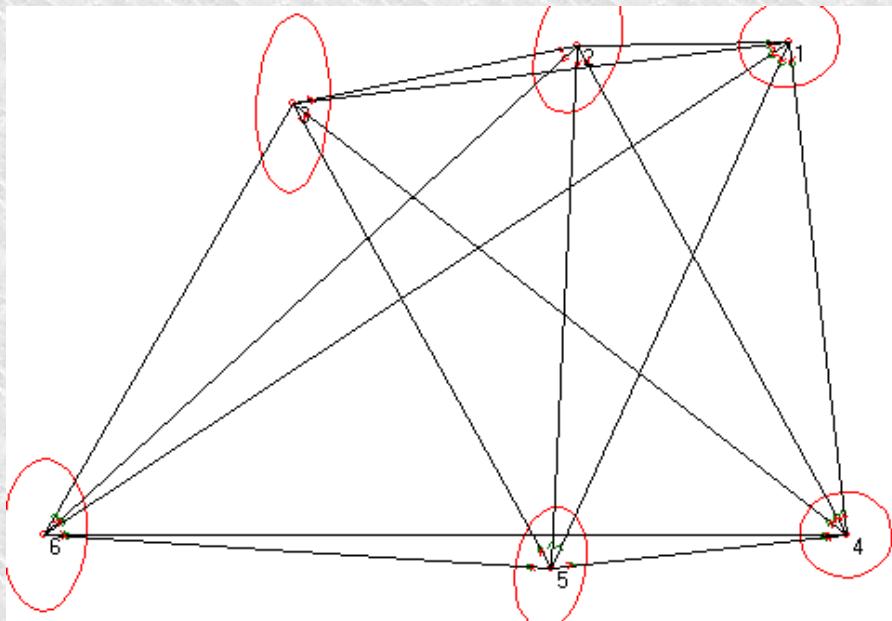
XIV. Földmérő Találkozó

Gyergyószentmiklós 2013.05.09-12.

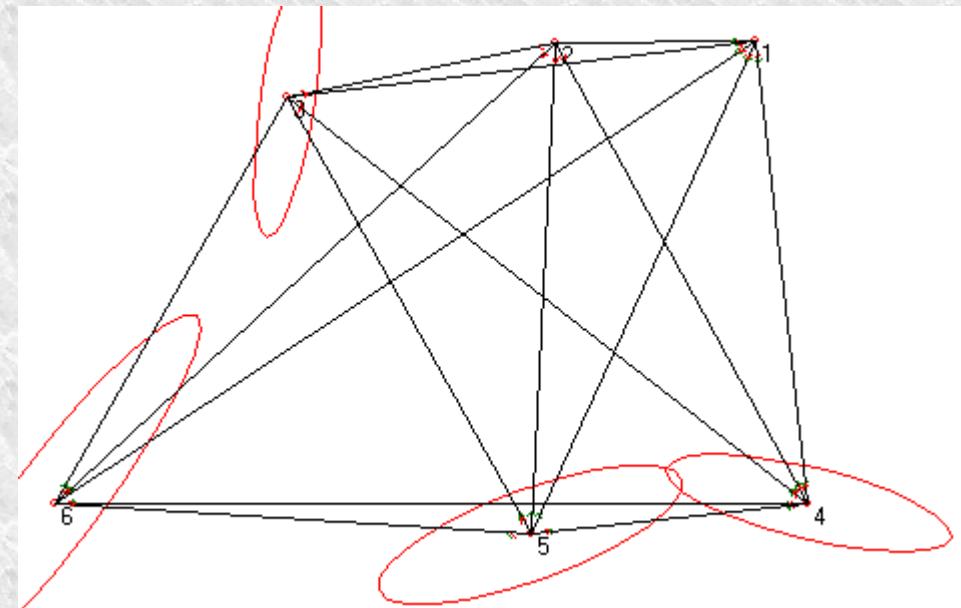
# Mérnökgeodéziai hálózatok

nagy relatív pontosságú hálózatok ( $1/100\ 000$ ,  $1/1000000$ ),  
pontok távolsága néhány tíz, száz méter,  
a magas fölösmérés szám könnyen biztosítható,  
mm-es vagy kisebb elvárt középhibák

Pontosság fokozására hálózat kiegyenlítés, durvahiba szűrés,  
kedvezőbb (homogénebb) középhibakép érdekében szabad hálózat



Szabad hálózat



Beillesztett hálózat

# Szabad hálózat kiegyenlítés

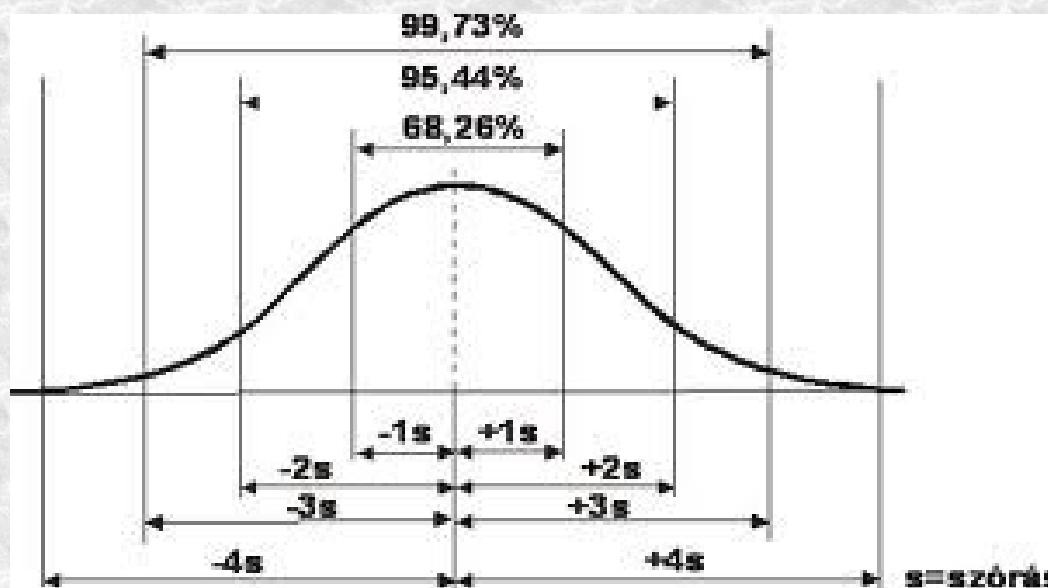
- Előny – nincsenek kényszerek, jobb középhiba kép
- Hátrány – a normál egyenletrendszer együttható mátrix determinánса nulla, nem létezik reguláris inverz
- Megoldási módszerek
  - Moore-Penrose pseudo inverz ( $N^+$ )
  - Zérus sajátértékekhez tartozó sajátvektorokkal bővítés,  
pl. színtezési hálózatban az előzetes magasságok súlypontja maradjon helyben
  - svd – singular value decomposition

A mai informatikai eszközökkel nem okoz gondot a szinguláris egyenletrendszer megoldása.



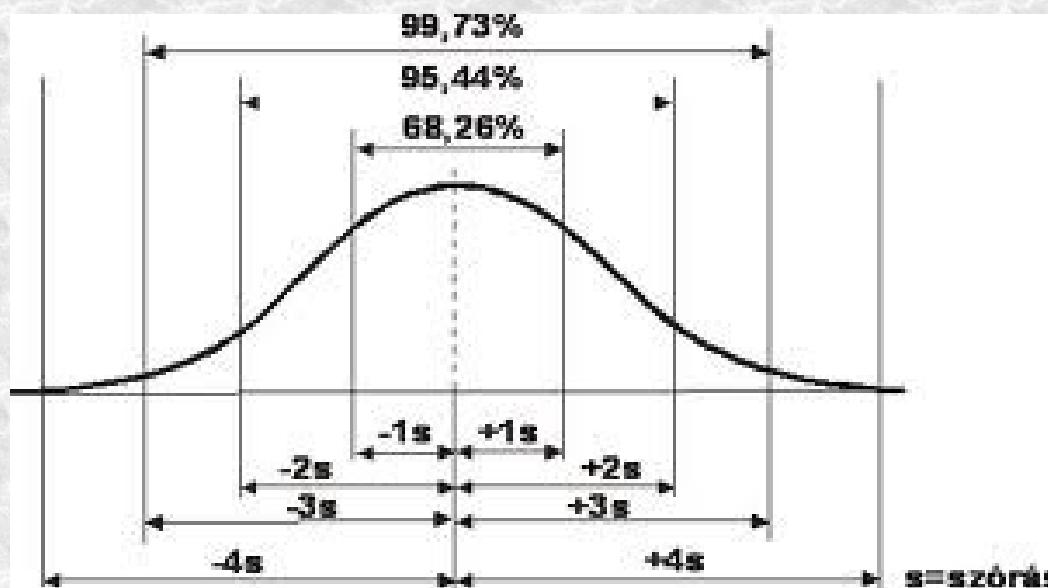
# Durvahiba kimutatás

- Hiba típusok (véletlen, szabályos, durva)
- Véletlen hibák → Normális eloszlás
- $1/2/3 \sigma$  (szigma) szabály (68%/95%/99.7%)
- II. kiegyenlítési csoport (közvetett mérések)
  - Csak véletlen hibák esetén alkalmazható
  - Durva hiba esetén valamennyi eredményt torzítja



# Durvahiba kimutatás

- Hiba típusok (véletlen, szabályos, durva)
- Véletlen hibák → Normális eloszlás
- $1/2/3 \sigma$  (szigma) szabály (68%/95%/99.7%)
- II. kiegyenlítési csoport (közvetett mérések)
  - Csak véletlen hibák esetén alkalmazható
  - Durva hiba esetén valamennyi eredményt torzítja



# Statisztikai módszerek

- a priori és a posteriori súlyegység középhibák ( $\mu_0, m_0$ ) vizsgálata  
 $\chi^2_{f,\alpha/2}$  próba
- Mérések egyenkénti vizsgálata, standardizált javítások alapján  
 $|w_i| < t_{p,f}$  Student -féle t eloszlás  
(Baarda-féle data snooping)

$$\chi^2 = \frac{\nu^t P \nu}{\mu_0^2}$$

$$\chi^2 > \chi^2_{f,\alpha/2}$$

$$\chi^2 < \chi^2_{f,1-\alpha/2}$$

$$Q_{xx} = N^{-1}$$

$$Q_{uu} = A Q_{xx} A^*$$

$$Q_{vv} = P^{-1} - Q_{uu}$$

$$w_i = \frac{v_i}{m_{vi}}$$

# Durva hiba szűrés végrehajtása

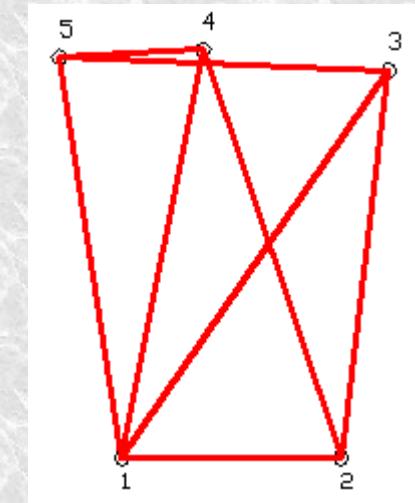
- Súlyegység középhibára vonatkozó statisztikai próba
- Iterációs megoldás (Baarda-féle data snooping)
  1. Kiegyenlítés II. kiegyenlítési csoporttal (közvetett mérések)
  2. Statisztikák számítása (standardizált javítások)
  3. Legnagyobb statisztikával bíró mérés kihagyása, mely az adott szignifikancia szinten nem elfogadható
  4. Ismétlés az 1. ponttól amíg van kihagyandó mérés

# Durva hiba szűrés eredménye

Két mérés kiszűrése után a koordináta középhibák a felére csökkentek!  $36 - 2 = 34$

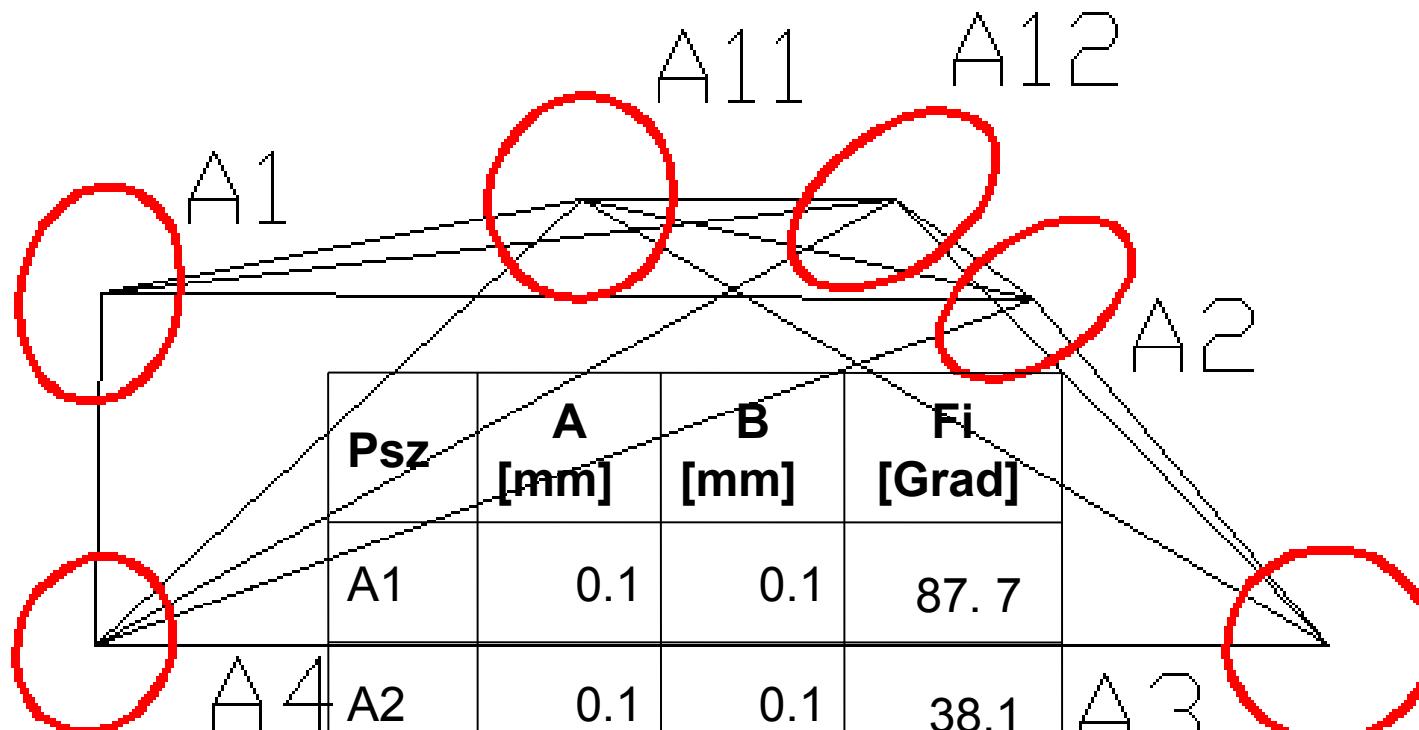
$m_0$  aposteriori 1.58 max. statisztika 3.07 > 1.94

$m_0$  aposteriori 1.05 max. statisztika 1.93 < 1.94



Pont	Y [m]	X [m]	$m_Y$ [mm]	$m_X$ [mm]	Y	X	$m_Y$ [mm]	$m_X$ [mm]
1	-0.0104	0.0001	<b>0.6</b>	<b>0.5</b>	-0.0111	0.0003	<b>0.3</b>	<b>0.2</b>
2	-0.0089	211.7022	<b>0.6</b>	<b>0.5</b>	-0.0081	211.7017	<b>0.3</b>	<b>0.3</b>
3	375.6426	257.9512	<b>0.6</b>	<b>0.7</b>	375.6432	257.9505	<b>0.3</b>	<b>0.4</b>
4	395.4922	78.1333	<b>0.5</b>	<b>0.7</b>	395.4919	78.1325	<b>0.3</b>	<b>0.4</b>
5	387.9833	-60.3665	<b>0.5</b>	<b>0.6</b>	387.9841	-60.3670	<b>0.3</b>	<b>0.3</b>

# Mozgásvizsgálati hálózat

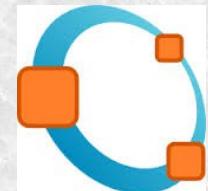


# Nyílt forráskódú programok

GNU GaMa – GaMa Local <http://www.gnu.org/software/gama/>  
1D, 2D, 3D geodéziai hálózatok kiegyenlítése  
Statisztikai próbák alkalmazása



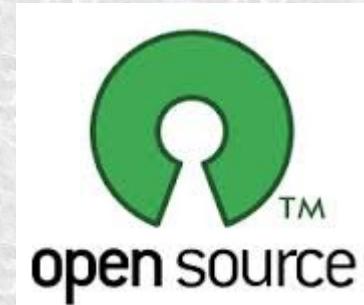
Octave, QtOctave <http://www.gnu.org/software/octave/>  
Általános célú matematikai programcsomag  
Mátrix műveletek, eloszlás függvények



Euler <http://www.euler-math-toolbox.de/>  
Általános célú matematikai programcsomag  
Mátrix műveletek



R <http://www.r-project.org/>  
Matematikai statisztikai programcsomag



# GNU GaMa

XML input  
Parancssori használat  
Grafikus felhasználói felület - GeoEasy

```
<?xml version="1.0" ?>
<!DOCTYPE gama-xml SYSTEM "gama-xml.dtd">
<gama-local version="2.0">
<network axes-xy="ne" angles="right-handed">
<description>
GeoEasy 2D network
</description>
<parameters sigma-apr = "1" conf-pr = "0.95" tol-abs = "1000" sigma-act = "aposteriori" update-
constrained-coordinates="yes" />
<points-observations distance-stdev="1.0 1.5" direction-stdev="3" angle-stdev="4">
<point id="5" y="-60.365" x="387.976" adj="XY" />
<point id="4" y="78.135" x="395.485" adj="XY" />
<point id="3" y="257.950" x="375.638" adj="XY" />
<point id="2" y="211.700" x="0.000" adj="XY" />
<point id="1" y="0.000" x="0.000" adj="XY" />
<obs from="5">
<distance to="4" val="138.703" stdev="1.208" />
<distance to="3" val="318.554" stdev="1.478" />
<distance to="2" val="473.878" stdev="1.711" />
```



xy -ismeretlen pont  
XY- ismeretlen + minimum felt.  
FIX -rögzített pont

# GNU GaMa 2

Egyenletek száma	:	33	Ismeretlenek száma:	15
Szabadságfok	:	21	Hálózati defektus :	3
m0 apriori	:	<b>1.00</b>		
m0' aposteriori:		<b>1.01</b>	[pvv] :	2.13232e+001

## Statisztikai analízis

- aposteriori középhiba 1.01
- konfidencia szint 95 %

**GaMa output**

m0' aposteriori / m0 apriori: 1.008

**95 % intervallum (0.700, 1.300) m0'/m0 értéket tartalmazza**

m0'/m0 (távolság): 1.049    m0'/m0 (irány): 0.805

Egy mérés elhagyásával elérhető maximális csökkenés az m0''/m0 értékben : 0.930

Maximális studentizált javítás 1.99 eléri a kritikus értéket 1.94  
szignifikancia szint 5 % az észlelésnél #28

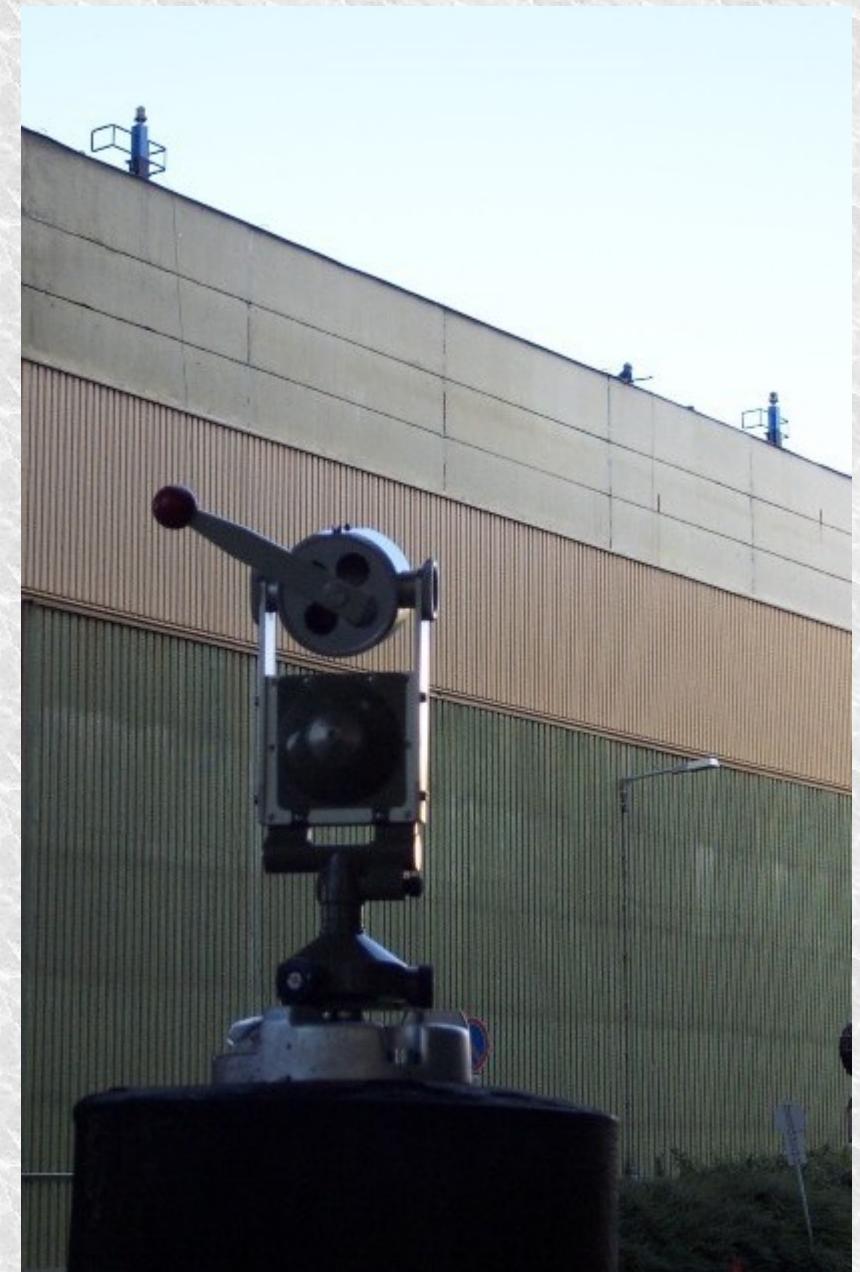
<distance from="2" to="1" val="211.699" stdDev="1.3" />

...

Test Kolmogorov-Smirnov : **94.4 %**

# Megoldás Octave programmal

```
N = A' * P * A;  
% szinguláris együttható mátrix?  
if (n > rank(N))  
    Ninv = pinv(N);  
else  
    Ninv = inv(N);  
endif  
% fölösmérés szám  
f = m - rank(N);  
% ismeretlenek változása  
x = Ninv * A' * P * I;  
% javítások "/cm  
v = A * x - I;  
% számítási ellenőrzés  
w1 = v' * P * v;  
w2 = -I' * P * v;  
% súlyegység középhiba  
m0 = sqrt((w1) / f);  
% ismeretlenek középhibája  
mx = m0 * sqrt(diag(Ninv));
```





Ezen a fejlesztésen  
még dolgozunk...