Völgyesi L: Geofizika. Műegyetemi Kiadó, Budapest, 2002.

Dr. Lajos VÖLGYESI, Department of Geodesy and Surveying, Budapest University of Technology and Economics, H-1521 Budapest, Hungary, Műegyetem rkp. 3.
Web: http://sci.fgt.bme.hu/volgyesi E-mail: volgyesi@eik.bme.hu

5. A FÖLD NEHÉZSÉGI ERŐTERE

A földi nehézségi erőtérnek alapvetően fontos szerepe van a geodéziában és a geofizikában. A geofizikában a Föld szerkezetének tanulmányozásában és különféle ásványi nyersanyagok kutatásában van jelentősége; különösen fontos szerepe van azonban a geodéziában, ahol egyrészt a Földünk elméleti alakjának, a geoidnak a fogalmát a nehézségi erőtér segítségével definiáljuk, másrészt a geodéziai méréseinket is ehhez a fogalomhoz kapcsoljuk, mivel a helymeghatározó mérések során a műszereinket minden esetben a helyi függőlegeshez, azaz a nehézségi erő vektorának irányához állítjuk be.

A nehézségi erőtér tárgyalása során az erőteret leíró fizikai mennyiségekkel és a tér általános törvényeivel csak röviden foglalkozunk, mivel ezeket ismerteknek feltételezzük. Nem részletezzük a Föld elméleti alakjának és a nehézségi erőtérnek a kapcsolatát sem, mivel ezzel a tudományterülettel a felsőgeodézia foglalkozik [47, 48]. Részletesebben foglalkozunk viszont a nehézségi erőtér meghatározásával, a mérési eredmények feldolgozásával, a különféle nehézségi rendellenességek előállításával és értelmezésével; végül részletesen tárgyaljuk a nehézségi erőtér időbeli változásait és ezek okait – kihangsúlyozva ezzel a földtudományokban a statikus felfogással szemben a dinamikus szemléletmód jelentőségét.

5.1 A nehézségi erőtér leírása

A földi nehézségi erőt általában a két legjelentősebb összetevő: a Föld tömegének Newton-féle tömegvonzásából származó erő és a Föld tengelykörüli forgásából keletkező centrifugális erő eredőjeként értelmezzük. Emiatt élesen meg kell különböztetni a *tömegvonzási, vagy gravitációs erő* és a *nehézségi erő* fogalmát – ugyanis a gravitációs erő a nehézségi erőnek csupán az egyik összetevője. Szigorú értelemben azonban a nehézségi erő nem csak a Föld tömegvonzása és a tengelykörüli forgásból származó centrifugális erő eredője, hanem ehhez hozzájön a Földön kívüli égitestek (elsősorban a Hold és a Nap tömege) vonzó hatásának, valamint a Föld és a Hold, illetve a Föld és a Nap közös tömegközéppontja körüli keringésből származó centrifugális erők eredője, amelyet *árapálykeltő erőnek* nevezünk.

Végül is tehát a Föld nehézségi erőterét két különböző típusú erő: a Newton-féle általános *tömegvonzási erő* és a forgási illetve a keringési *centrifugális erő* alakítja ki.

A Newton-féle általános tömegvonzás törvénye értelmében a világegyetem minden anyagi pontja az anyagi minőségtől függetlenül

$$\mathbf{E} = k\frac{M}{\ell^2}\frac{\vec{\ell}}{\ell}$$

gravitációs erőtér forrása − ahol M az erőteret keltő anyagi pont tömege, ℓ az M tömegponttól mért távolság, k pedig a gravitációs állandó, melynek SAGITOV és munkatársai által a legújabban meghatározott értéke [96]:

$$k = (6.6745 \pm 0.0008)\cdot 10^{-11} Nm^2 / kg\ .$$

A mágneses erőtérhez hasonló módon a vektoriális megadási mód körülményessége itt is megkerülhető, ha a teret egyetlen skalár függvénnyel: a potenciállal írjuk le [96]. Az M tömegpont vonzási potenciálja a tömegponttól ℓ távolságban

$$V = k\frac{M}{\ell} \tag{5.1}$$

amelynek negatív gradiense a gravitációs térerősség:

$$\mathbf{E} = -\mathrm{gr\vec{a}d}V \tag{5.2}$$

Ebben az $\vec{E}$ erőtérben bármely m tömegre az erőhatás:

$$\mathbf{F} = \mathbf{E}m = k\frac{Mm}{\ell^2}\frac{\vec{\ell}}{\ell} \tag{5.3}$$

Ugyanakkor a tengelykörüli forgás következtében az m tömegű testre

$$\mathbf{F_F} = m\omega^2\mathbf{p} \tag{5.4}$$

forgási centrifugális erő is hat; ahol $\mathbf{p}$ az m tömegpontnak a forgástengelytől mért távolsága, w pedig a forgási szögsebesség (a Föld esetében $\omega = 7.292115\cdot 10^{-5} s^{-1}$).

Így végül is a Föld valamely pontjában az m tömegű testre ható $\mathbf{G}$ nehézségi erő (azaz a test súlya):

$$\mathbf{G} = \mathbf{F} + \mathbf{F_F} + \mathbf{F_A} \tag{5.5}$$

ahol $\mathbf{F}$ az m tömegre ható Newton-féle tömegvonzás, $\mathbf{F_F}$ a forgási centrifugális erő és $\mathbf{F_A}$ a Földön kívüli égitestektől származó ún. árapálykeltő erő − mellyel a későbbiekben fogunk részletesen foglalkozni.

A nehézségi erő W potenciálját az előbbi három erőhatás potenciáljának összegeként számíthatjuk:

$$W = V + V_F + V_A = k \int_{Föld} \frac{dm}{\ell} + \frac{1}{2}\omega^2 p^2 + V_A \tag{5.6}$$

ahol az integrálást a Föld teljes tömegére kell elvégezni. Az azonos W potenciálértékű pontok által alkotott és a

$$W(x, y, z) = áll.$$

egyenlettel definiált felületek a nehézségi erőtér potenciáljának szintfelületei.

Tekintettel arra, hogy az (5.5)-ben szereplő $\mathbf{F_A}$ árapálykeltő erő, illetve ennek az (5.6)-ban szereplő V_A potenciálja a másik két taghoz viszonyítva kicsi, ráadásul az időben gyorsan változik, ezért bizonyos esetekben tudatosan elhagyjuk annak érdekében, hogy ne egy időben gyorsan változó erőteret kelljen vizsgálnunk. (Amint az 5.3.2.3 bekezdésben látni fogjuk, a nehézségi gyorsulás mérések feldolgozása során az első lépés a luniszoláris hatás, azaz az árapálykeltő erők hatásának eltávolítása.) A nehézségi erőtérnek az árapálykeltő erők elhanyagolásával adódó potenciálját sem a hazai, sem a nemzetközi szakirodalomban nem jelölik külön, így az (5.6)-tal azonos módon erre is a W jelölést alkalmazzuk :

$$W \approx V + V_F \ . \tag{5.7}$$

Gyakorlatilag a Föld elméleti alakját: a *geoidot* éppen ezen potenciál szintfelületeként határozzuk meg. Ha nem így járnánk el, hanem a geoidot az (5.6) szerint definiálnánk, akkor a geoid tulajdonképpen az árapálykeltő erők periódusával állandóan "lüktető" felület lenne; de ezt az időben gyorsan változó tagot leválasztjuk róla és csak a közel állandónak tekinthető részt vizsgáljuk. Ez – amint a későbbiekben látni fogjuk – a geoid meghatározásában néhány *dm*-es tudatos elhanyagolást jelent. Általában a geofizikában is az (5.7) közelítést alkalmazzuk, mivel a felszín alatti sűrűséginhomogenitások kutatását az időben gyorsan változó összetevő figyelembevétele zavarná. Az árapálykeltő erőkkel azonban mégis foglalkoznunk kell, egyrészt azért, hogy a különböző geofizikai és geodéziai hatásait pontosan megismerjük, másrészt azért, hogy a nehézségi gyorsulás méréseket megfelelőképpen fel tudjuk dolgozni.

Az (5.6) vagy az (5.7) első tagjának kiszámításához ismernünk kellene a Föld minden térfogatelemének sűrűségét. Sajnos ehhez nem ismerjük kellő pontossággal sem a Föld belső tömegeloszlását, sem az integrálási tartományt határoló felületet (hiszen éppen ezt akarjuk meghatározni) – ezért az (5.6) első tagját ilyen formában nem tudjuk kiszámítani.

Felírhatjuk viszont a Föld külső terében a tömegvonzási erőtér potenciáljára a Laplace-egyenletet:

$$\Delta V = 0$$

amelynek megfelelően választott gömbi koordináta-rendszerben a megoldása [47]:

$$V = \frac{kM_F}{r}\left[1 - \sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{a}{r}\right)^n J_n P_n(\sin\psi) + \sum_{n=2}^{\infty}\sum_{m=1}^{n}\left(\frac{a}{r}\right)^n \left(C_{nm}\cos m\lambda + S_{nm}\sin m\lambda\right)P_{nm}(\sin\psi)\right] \tag{5.8}$$

ahol kM_F a geocentrikus gravitációs állandó, a a földi ellipszoid fél nagytengelyének hossza r, y, ℓ a vizsgált pont koordinátái, J_n a zonális gömbfüggvény-együtthatók (tömegfüggvények), C_{nm} és S_{nm} a tesszerális gömbfüggvény-együtthatók, $P_n(t)$ (itt: $t = \sin\psi$) a Legendre-polinomok, amelyek az ún. *Rodrigues-képlettel* állíthatók elő:

$$P_n(t) = \frac{1}{2^n n!}\frac{d^n}{dt^n}\left(t^2 - 1\right)^n \tag{5.9}$$

és végül $P_{nm}(t)$ az asszociált Legendre-függvények:

$$P_{nm}(t) = \left(1 - t^2\right)^{m/2}\frac{d^m}{dt^m}P_n(t) \qquad (m \le n) \ . \tag{5.10}$$

Az (5.8) első tagja homogén gömb, vagy más gömbszimmetrikus tömegeloszlású test centrális tömegvonzási erőterének potenciálját adja; a második tagja miután csak a ψ-től és r-től függ, ezért a gömbszimmetrikus részét írja le; végül a harmadik tag a potenciálfelületek forgásszimmetrikus alaktól adódó eltérését jellemzi.

Az (5.8) gömbfüggvény-sorban szereplő J_n , C_{nm} , S_{nm} együtthatókat elsősorban mesterséges holdak mérései alapján határozhatjuk meg; jelenleg $n = 360$ fokig és $m = 360$ rendig ismerjük az együtthatók értékeit.

A W potenciál negatív gradiense a térerősséget adja, azonban a Föld $\mathbf{E} = \mathbf{G}/m$ nehézségi erőterében a $\mathbf{G} = m\mathbf{g}$ erőtörvény miatt *a térerősség nem más, mint a nehézségi gyorsulás*, így :

$$\mathbf{g} = -\vec{\mathrm{grad}}W \ . \tag{5.11}$$

A nehézségi gyorsulás egysége: $1\,m/s^2$. A geofizikában és a geodéziában GALILEI tiszteletére az $1\,Gal = 1\,cm/s^2$ egységet, illetve ennek ezredrészét, a $mGal$-t használják:

$$1mgal = 10^{-5}m/s^2 = 10\mu m/s^2 \ .$$

5.2 A nehézségi erőtér térbeli változása

A nehézségi erőtér a Föld körül sehol sem homogén. A tér különböző irányaiban a hosszegységre eső változást a nehézségi gyorsulásnak a megfelelő irányok szerinti első deriváltjai (vagyis az erőtér potenciáljának második deriváltjai) jellemzik.

A nehézségi erőtér W potenciáljának második deriváltjai egyetlen szimmetrikus tenzorba foglalhatók, amelyet *Eötvös-féle tenzornak* nevezünk:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} W_{xx} & W_{xy} & W_{xz} \\ W_{yx} & W_{yy} & W_{yz} \\ W_{zx} & W_{zy} & W_{zz} \end{bmatrix} \tag{5.12}$$

Az Eötvös-féle tenzor segítségével egyszerűen meghatározhatjuk a nehézségi gyorsulás $\mathbf{dg}$ elemi megváltozását bármely tetszőleges $\mathbf{ds}$ térbeli irányban:

$$\mathbf{dg} = \mathbf{E}\,\mathbf{ds},$$

vagy térbeli derékszögű koordinátarendszerben:

$$\begin{bmatrix} dg_x \\ dg_y \\ dg_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{xx} & W_{xy} & W_{xz} \\ W_{yx} & W_{yy} & W_{yz} \\ W_{zx} & W_{zy} & W_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix}$$

Az Eötvös-féle tenzorban szereplő mennyiségek mértékegysége $1ms^{-2}/m{=}1s^{-2}$. Korábban ennek 10^{-9}-szeresét használták és ezt EÖTVÖS Lóránd tiszteletére 1 *Eötvös-nek* nevezték $(1E = 10^{-9}s^{-2})$.

Valamely szintfelület tetszőlegesen kiválasztott környezetében minden irányban változik, vagy változhat a nehézségi gyorsulás. A helyi vízszintes síkban tehát általában található olyan irány, amely mentén legnagyobb a változás. Ha ezen vízszintes s irány mentén képezzük a nehézségi gyorsulás differenciálhányadosát, akkor a vízszintes, *vagy nívófelületi gradienst* kapjuk. Ez vektormennyiség; iránya a legnagyobb változás vízszintes iránya. A nívófelületi gradiens a potenciállal kifejezve (ha z a függőleges irány):

$$\frac{\partial g}{\partial s} = \frac{\partial^2 W}{\partial z \partial s} = W_{zs} \quad .$$

Ennek derékszögű összetevői:

$$\frac{\partial g}{\partial x} = \frac{\partial^2 W}{\partial z \partial x} = W_{zx}\ ; \qquad \frac{\partial g}{\partial y} = \frac{\partial^2 W}{\partial z \partial y} = W_{zy} \quad . \tag{5.13}$$

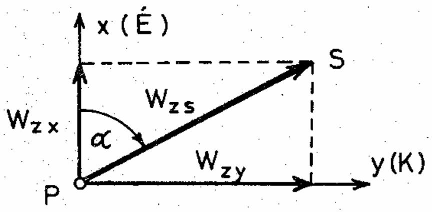
Megállapodás szerint $+x$ az északi, $+y$ a keleti irány. A vízszintes síkban a legnagyobb változás irányának α azimutja:

$$\tan\alpha = \frac{W_{zy}}{W_{zx}} \; .$$

A nívófelületi gradienst mint vektormennyiséget az *5.1 ábrán* látható módon ábrázoljuk.

Ha a nehézségi gyorsulást a z függőleges irány szerint differenciáljuk, a nehézségi gyorsulás *függőleges (vertikális) gradiensét* kapjuk :

$$\frac{\partial g}{\partial z} = \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} = W_{zz} \; . \tag{5.14}$$



5.1 ábra. A nívófelületi gradiens

A vertikális gradiens a nehézségi gyorsulásnak a függőleges irányban mért távolságegységre eső megváltozását adja.

A nehézségi erő szintfelületei alakjának a gömbi szimmetriától tapasztalható eltérését az ún. görbületi eltéréssel lehet jellemezni. A *szintfelület görbületi eltérése* – vagy EÖTVÖS elnevezésével a horizontális irányítóképesség – nem más, mint a szintfelület valamely pontjában a legnagyobb és a legkisebb görbület különbségének és az illető pontban a nehézségi gyorsulásnak a szorzata:

$$R = g\left(\frac{1}{\rho_{\min}} - \frac{1}{\rho_{\max}}\right)$$

ahol $\rho_{\min}$ és $\rho_{\max}$ a főgörbületi sugarak. Levezethető, hogy ez a potenciál deriváltjaival az

$$R = \sqrt{W_{\Delta} - 4W_{xy}} \tag{5.15}$$

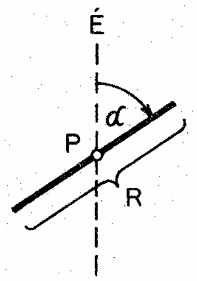
formában fejezhető ki [34], ahol

$$W_{\Delta} = W_{yy} - W_{xx} \; . \tag{5.16}$$

A legkisebb görbületnek az északi iránnyal bezárt azimutja:

$$\tan\alpha = -\frac{2W_{xy}}{W_{\Delta}}$$

A görbületi eltérést az *5.2 ábrán* látható módon úgy ábrázoljuk, hogy a szintfelület kérdéses *P* pontján át a legkisebb görbület (a legnagyobb görbületi sugár) irányában a ponthoz képest szimmetrikusan olyan egyenes vonalszakaszt húzunk, amelynek hosszúsága a görbületi eltéréssel arányos.



5.2 ábra. A görbületi eltérés ábrázolása